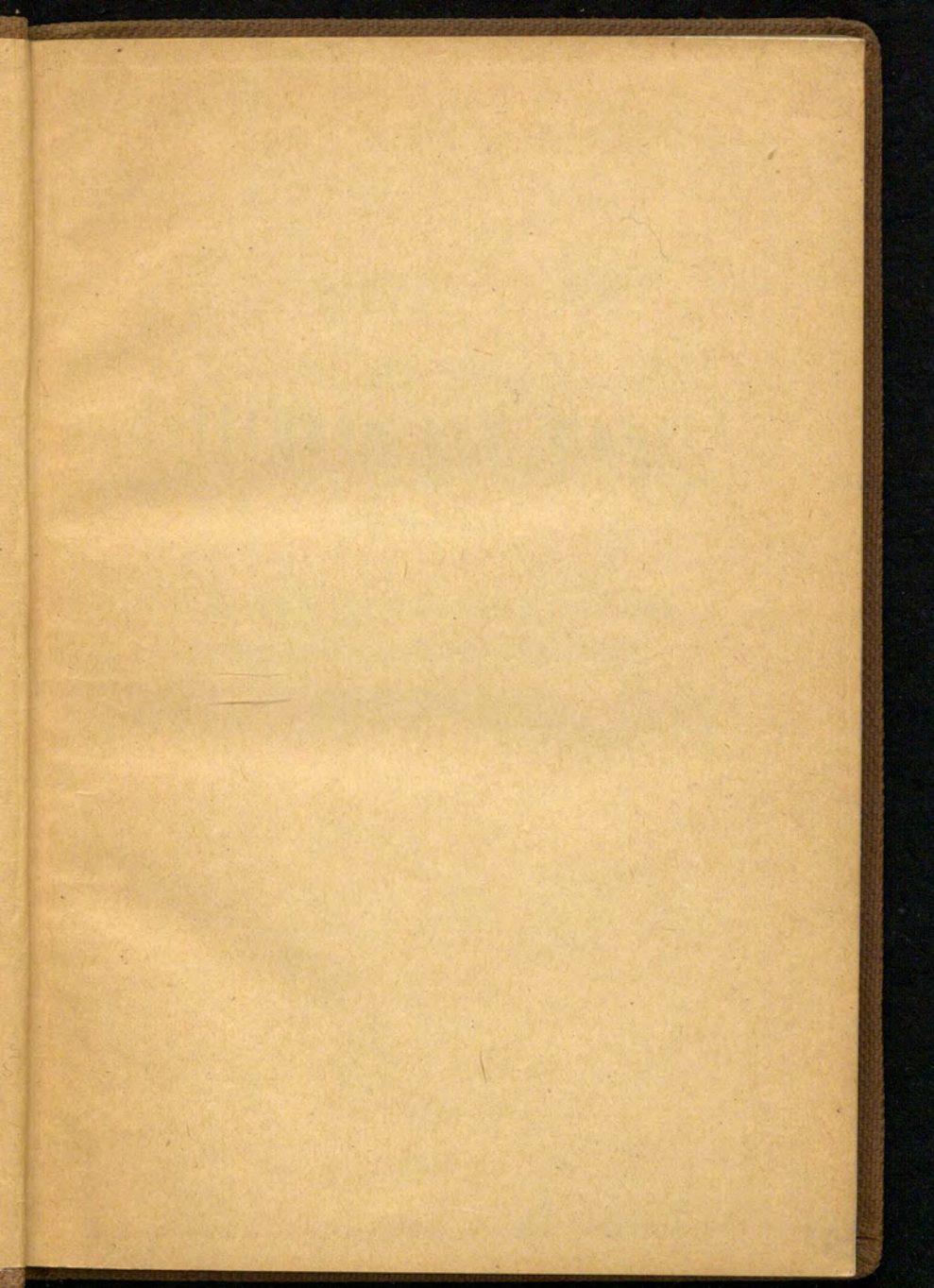


O. Lehmann
Leitfaden der Physik

Friedr. Vieweg & Sohn
Braunschweig





THE
KAR

Leitfaden der Physik

zum Gebrauch

bei Experimentalvorlesungen nach Fried,
physikalische Technik, 7. Auflage



WILEY

WILEY

WILEY

WILEY

3

Leitfaden der Physik

zum Gebrauch

bei Experimentalvorlesungen nach Fried,
physikalische Technik, 7. Auflage

von

[Hb]
Dr. O. Lehmann

Professor der Physik an der technischen Hochschule in Karlsruhe

Mit 81 eingedruckten Abbildungen

Braunschweig

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn

1907



IVA 3868

Alle Rechte,
namentlich dasjenige der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

Published November 12, 1907.

Privilege of Copyright in the United States reserved under the Act
approved March 3, 1905 by Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig,
Germany.

V o r w o r t.

Der vorliegende Leitfaden ist nicht zum Selbststudium bestimmt, obschon er in Verbindung mit Fricks physikalischer Technik, 7. Auflage, oder Müllers Grundriß der Physik, 14. Auflage, allenfalls dazu dienen könnte, er soll vielmehr von dem Studierenden während der Vorlesung benutzt werden und ihm die spätere Ausarbeitung eines brauchbaren Kollegheftes erleichtern. Der Gedanke, daß es für den Studierenden eine ausgezeichnete Übung ist, alles Vorgetragene schon während der Vorlesung schriftlich aufzuzeichnen, ist gewiß an sich sehr gut, doch ist bei Experimentalvorlesungen in erster Linie Wert zu legen auf genaue Beobachtung des Verlaufs der Experimente, denn nicht die Erwerbung einer möglichst großen Menge von Kenntnissen ist das wichtigste, sondern Übung in scharfem Beobachten und präzisem Denken. Die Kürze der für physikalische Vorlesungen zur Verfügung stehenden Zeit (in Karlsruhe nur 4 Stunden, an anderen Hochschulen 5 bis 6) gestattet es nicht, etwa zeitweise Pausen zu machen, um das Aufzeichnen des Vorgetragenen und Demonstrirten zu ermöglichen, Schreiben während der Experimente hindert aber die sorgfältige Beobachtung und ist häufig wegen Verfinsterung des Zimmers ganz

unmöglich. Aus gleichem Grunde ist ein ausführliches Lehrbuch, wie etwa Müllers Grundriß der Physik, nicht wohl während der Vorlesung zu gebrauchen. Schon das Format ist zu unhandlich zum Mitnehmen, vor allem fehlt aber die Zeit, während des Vortrags den ausführlich gehaltenen Text zu lesen, und ganz besonders besteht auch die Gefahr, der Studierende verlasse sich darauf, in dem Buche alles nötige zu finden, und verzichte deshalb auf selbständige Ausarbeitung des Gehörten, durch welche dasselbe überhaupt erst bleibend seinem Gedächtnis eingeprägt wird. Die vollkommenste Vorlesung ist fast ohne jeden Nutzen, wenn die Mitarbeit des Zuhörers fehlt. In sehr vielen Fällen erwirbt sich deshalb der Studierende erst im Laboratorium die elementarsten Kenntnisse, nicht weil er erst dort die Versuche genauer sehen könnte, sondern weil er dort zu einer gewissen geistigen Mitarbeit gezwungen ist. In diesem Sinne sind die mannigfachen neueren Bestrebungen, den Unterricht tunlichst in das Laboratorium zu verlegen, anzuerkennen, doch fehlt bei großen Teilnehmerzahlen die Möglichkeit der richtigen praktischen Durchführung, es muß durch Vorbereitung alles Nötigen, gedruckte Anweisungen u. s. w. doch dem Praktikanten ein so großer Teil der geistigen Arbeit erspart werden, daß der Nutzen im Verhältnis zur aufgewandten Zeit sehr gering bleibt. Außerordentlich wichtig ist deshalb, daß der Vortrag über Experimentalphysik von dem Studierenden nicht nur gehört, sondern (später) an der Hand der gemachten Notizen selbständig ausgearbeitet wird. Die umständliche und zeitraubende Einzelbelehrung im Laboratorium wird dann größtenteils unnötig und die Übungen in diesem

können ihren eigentlichen Zweck erfüllen, zur Ausführung genauer Messungen unter Berücksichtigung aller Fehlerquellen Anleitung zu geben.

Bei solcher selbständigen Ausarbeitung eines Kollegheftes nun soll der vorliegende Leitfaden als Führer dienen. Schriftart und Ausführung des Druckes wurden deshalb so gewählt, daß das Format Mitnehmen in der Tasche ermöglicht. Schädigung der Augen durch den kleinen Druck ist nicht zu befürchten, da er nicht zu dauerndem Gebrauch als Lehrbuch bestimmt ist. Natürlich wurden nur solche Gegenstände eingehender berücksichtigt, welche über das Pensum der Mittelschule hinausgehen. Studierende, welchen an der Mittelschule nur unvollkommener Physikunterricht zuteil wurde, werden deshalb zweckmäßig außerdem Müllers Grundriß der Physik benutzen.

In letzterem ist mit Rücksicht auf die Gepflogenheit der Ingenieure noch das Kilogramm als Kräfteinheit gebraucht. Ich habe hier diese Einheit aufgegeben, weil sie zu vielen umständlichen und zeitraubenden Erörterungen Anlaß gibt, die keinerlei Nutzen haben, dagegen äußerst störend wirken und vom physikalischen Standpunkte durchaus überflüssig und unberechtigt sind, umsomehr, als heute gesetzlich das Kilogramm die Einheit der Masse, nicht der Kraft ist. An Stelle der Kilogrammschwere ist deshalb als Kräfteinheit konsequent ein Vielfaches der absoluten CGS-Einheit, die **Decimegadynne** ($= 10^5$ Dynen $= 1/g$ Kilogramm) benutzt, welche zu den gesetzlichen Einheiten Kilogramm und Meter paßt, da sie diejenige Kraft ist, welche der Masse 1 Kilogramm die Beschleunigung

gung 1 m/sec pro Sekunde erteilt¹⁾, und im Anschluß daran als Arbeitseinheit das Joule (Arbeit von 1 Decimegadyne auf 1 m), sowie als Effekteinheit das Watt (1 Joule pro Sekunde), welche zu den praktischen elektrischen Einheiten Volt, Ampere, Coulomb u. s. w. passen. Der versuchsweise Gebrauch dieser Einheiten hat tatsächlich eine wesentliche Vereinfachung der Vorlesungen und erheblichen Gewinn an Zeit zur Folge gehabt. Umrechnung in Kilogramm, Kilogrammster und Pferdestärke ist eine einfache Arbeit, welche jedenfalls sehr viel leichter ist, als wenn, wie in zahlreichen Lehrbüchern, ausschließlich CGS-Einheiten benutzt werden.

¹⁾ Siehe meine kleine Schrift: Die wichtigsten Begriffe und Gesetze der Physik (Berlin 1907, Springer, Preis 1 M.).

Karlsruhe, im November 1907.

D. Lehmann.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	1

I. Statik.

1. Längenmessung	2
2. Flächenmessung	4
3. Raummessung	4
4. Winkelmessung	4
5. Zeitmessung	5
6. Geschwindigkeitsmessung	6
7. Beschleunigung	7
8. Messung der Masse	7
9. Atome und Moleküle	9
10. Messung der Dichte	9
11. Kraftmessung	10
12. Arbeit und Effekt	12
13. Erhaltung der Energie	13
14. Arbeit bei gezwungener Bewegung	15
15. Der Schwerpunkt	17
16. Zeiger- und Hebelwage	18
17. Potential- und Feldstärke	18
18. Das Gravitationsgesetz	21
19. Potential und Feldstärke im Gravitationsfeld	22

II. Feste Körper.

20. Dehnungskoeffizient und Elastizitätsmodul	25
21. Schubkoeffizient und Schubmodul	26
22. Deformationsarbeit und Spannungsenergie	27
23. Elastizitätszahl und Volumenänderung	28
24. Volumenelastizität und Kompressibilität	28
25. Anisotropie und Elastizitätsellipsoid	29
26. Elastizitätsgrenze und Plastizität	29
27. Innere und äußere Reibung	30
28. Arbeitsmessung durch Bremsung	31
29. Plastizitätsgrenze, Kohäsion und Adhäsion	31

III. Hydrostatik.

	Seite
30. Eichen von Meßcylindern, Kalibrieren von Röhren, Pycnometer	33
31. Pycnometer für Dichtebestimmung fester Körper	33
32. Flüssigkeitsdruck und Manometer	34
33. Hydraulische Presse	34
34. Hydraulischer Akkumulator und Wassermotor	35
35. Hydraulischer Bodendruck	35
36. Kommunizierende Gefäße und Hydrometer	36
37. Der Auftrieb und das Archimedische Prinzip	37
38. Das Schwimmen und die Senkwaage	37

IV. Flüssigkeiten.

39. Oberflächenspannung	37
40. Löslichkeit, Konzentration und Sättigung	39
41. Diffusion	41
42. Kompressibilität der Flüssigkeiten	43
43. Osmose und osmotischer Druck	44

V. Aerostatik.

44. Volumen und Druck der Gase	45
45. Dichtigkeit der Gase	49
46. Reduktion einer Wägung auf den leeren Raum	49
47. Aerostatische Waage	50
48. Luftballon	51
49. Volumenergie	51

VI. Gase.

50. Kompressibilität der Gase	52
51. Geschlossenes Manometer	53
52. Argos's Manometer	53
53. Reduktion eines Gasvolumens auf Normaldruck	53
54. Verdünnungsgrad der Luftpumpe	54
55. Volumenometer	54
56. Barometrische Höhenmessung	54
57. Pneumatische Energieaufspeicherung	55
58. Diffusion und Partialdruck	56
59. Absorptionskoeffizient	56
60. Henry Daltons Gesetz	58
61. Gesättigte und ungesättigte Dämpfe	58
62. Verdunsten	59
63. Dampfspannung von Gemengen	60
64. Absorptionshygrometer	60

VII. Temperatur.

65. Die Ausdehnung der Gase	62
66. Das kombinierte Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz	63

	Seite
67. Reduktion eines Gasvolumens auf Normalzustand	64
68. Ausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten	64
69. Reduktion von Barometer- und Manometerstand auf 0°	65
70. Einfluß der Temperatur auf Gasabsorption und Dampfension	65
71. Barometerkorrektur bezüglich Dampfension	66
72. Siedepunkt und Druck	67
73. Dampfdichte	67
74. Siedepunkt von Mischungen	69
75. Kritische Temperatur	71
76. Ausdehnungskoeffizient fester Körper	72
77. Zunahme der Löslichkeit mit der Wärme	73
78. Schmelzpunkt	73
79. Schmelzen und Erstarren von Gemengen	74
80. Sublimation und Umwandlungskurven	75

VIII. Wärmemenge.

81. Die Wärmefapazität	76
82. Kalorimetrische Pyrometer, Umwandlungswärme	78
83. Schmelz- und Erstarrungswärme	78
84. Eisfakalorimeter und Pyrometer	79
85. Lösungs- und Reaktionswärme	79
86. Verdampfungs- und Kondensationswärme	80
87. Schwefelätherhygrometer und Psychrometer	81
88. Expansionskälte bei Gasen	83
89. Verbrennungswärme	83

IX. Dynamik.

90. Gleichförmig beschleunigte Bewegung	84
91. Bewegungsenergie	85
92. Wurfbewegung	86
93. Zentrifugalkraft	86
94. Gyroskop	87
95. Veränderlichkeit der Schwerkraft	89
96. Bewegung des Mondes	89
97. Energie eines Schwungrades	90
98. Beschleunigung eines Wagens	91
99. Beschleunigung eines Schwungrades	92
100. Fallmaschine	93
101. Effektübertragung	93
102. Übertragungsdyuamometer	95
103. Stoß unelastischer Körper	95
104. Elastischer Stoß	96
105. Mittelpunkt des Stoßes	96
106. Konisches und ebenes Pendel	98
107. Das physikalische Pendel	99
108. Das Reversionspendel	100
109. Der horizontal schwingende Stab	100
110. Das Bifilarpendel	101
111. Das Kettenpendel	101
112. Das Federpendel	102
113. Torsionschwingungen	102

	Seite
114. Gespannte Saiten	104
115. Fortschreitende und stehende Wellen	105
116. Die Form und Zusammenfügung von Wellen	106
117. Schwingungen elastischer Stäbe	108
118. Longitudinalwellen	109
119. Wellen in ausgedehnten Medien	111
120. Energie der Schwingungen	113
121. Die Intensität der Wellenbewegung	114
122. Gedämpfte Schwingungen und Wellen	114

X. Hydrodynamik.

123. Messung der Strömungsgeschwindigkeit	116
124. Ausflußgeschwindigkeit	116
125. Wasserzoll	117
126. Wurfwerte	117
127. Pitots Röhre	118
128. Druckhöhenverlust in Röhren	118
129. Innere Reibung oder Viskosität	118
130. Durchfluß durch Kapillaren	120
131. Ohms Gesetz	120
132. Stromverzweigung	121
133. Stoßwirkung des Wassers	122
134. Wasserräder	122
135. Hydrodynamische Mühle, Log und Wasseruhr	123
136. Reaktion	124
137. Das Reaktionswasserrad	124
138. Stoß- und Reaktionsstrommesser	124
139. Trägheitswiderstand	125
140. Stromarbeit	125
141. Wasserschwingungen	127
142. Wasserwellen	127
143. Kapillarwellen	128
144. Longitudinalschwingungen in Flüssigkeiten	128

XI. Aerodynamik.

145. Die Ausströmungsgeschwindigkeit von Gasen	129
146. Innere Reibung der Gase	130
147. Trägheitswiderstand bei Gasen	131
148. Kompressionsarbeit	131
149. Geschwindigkeit und Rückstoß	132
150. Luftwellen	133
151. Runds Staubfiguren	135
152. Intensität der Strahlung	136

XII. Thermodynamik.

153. Mechanische Wärmetheorie	137
154. Kinetische Gastheorie	137
155. Gesetz von Avogadro	138
156. Stöchiometrie	139

	Seite
157. Molekulargeschwindigkeit	140
158. Weglänge, Stoßzahl und Molekulardurchmesser	141
159. Mechanisches Wärmeäquivalent nach H. Mayer	142
160. Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents beim Druck- luftmotor	143
161. Mechanisches Wärmeäquivalent nach Joule	144
162. Mechanisches Wärmeäquivalent nach Hirn	145
163. Isothermen	146
164. Adiabaten	147
165. Geschwindigkeit der Luftwellen	149
166. Kinetische Energie der Gasmoleküle	149
167. Ausströmungsgeschwindigkeit von Gasen	150
168. Versuche von Joule und Thomson	150
169. Arbeit durch Dampf	151
170. Carnots Kreisprozeß	152
171. Zweiter Hauptsatz	153
172. W. Thomsons Satz, Umwandlungswärme	156
173. Osmotischer Druck und Molekulargewicht	158
174. Gesetz der Massenwirkung (Reaktionsisotherme)	163
175. Chemische Kinetik (Reaktionsisochore)	164
176. Entropie	165
177. Wärmeleitung	166

XIII. Elektrostatik.

178. Elektrizität	169
179. Potentielle Energie einer elektrischen Masse	171
180. Feldintensität	173
181. Spannung auf einem Konduktor	174
182. Induzenz	175
183. Sonde und Tropfenkollektor	176
184. Potentielle Energie geladener Konduktoren	177
185. Kapazität	177
186. Elektrische Flächendichte	178
187. Kraftlinienzahl, Feldstärke und Dichte	180
188. Kondensatoren	181
189. Dielektrizitätskonstante	182
190. Spezifische elektrische Energie	183
191. Stromstärke und Stromarbeit	184
192. Stromarbeit und Stromwärme	185
193. Widerstand	186

XIV. Galvanismus.

194. Erzeugung von Elektrizität auf chemischem Wege	187
195. Elektrolyse	189
196. Polarisation und konstante Elemente	190
197. Galvanische Ströme und deren Regulierung	190
198. Stromwärme und Wirkungsgrad von Batterien	191
199. Schaltung von Batterieelementen	192
200. Stromverzweigung und Mehrleitersysteme	193
201. Kalorimetrische Strom-, Spannungs- und Widerstandsmessung	194
202. Stromkalorimeter	194

	Seite
203. Siphdrast-Strom- und Spannungsmesser	195
204. Elektrolytische Gesehe	195
205. Voltameter	196
206. Galvanoplastik	197
207. Elektromotorische Kraft galvanischer Elemente	198
208. Größe der Polarisation oder Zerfetzungs-Spannung	198
209. Akkumulatoren und deren Wirkungsgrad	199
210. Elektrische Masse der Elektronen	199
211. Elektrolytische Dissoziation	200
212. Molekulare Leitfähigkeit	201
213. Überführungszahl	202
214. Ionen-Geschwindigkeiten	202
215. Konzentrationsketten	204
216. Thermoelektrizität	205

XV. Magnetismus.

217. Magnetische Masse	206
218. Feldintensität	207
219. Potentielle Energie eines Magnetpols	208
220. Flächen-dichte und Kraftlinienzahl	208
221. Influenz und Koerzitivkraft	209
222. Tragkraft eines Magneten	211
223. Das magnetische Feld eines Stromes	212
224. Tangentenbussole	213
225. Einziehen eines Magnetpols in eine Drahtspule	214
226. Galvanometer	216
227. Wehbrücke	217
228. Die Kompensationsmethode	218
229. Ballistisches Galvanometer	218
230. Leitstück im Magnetfeld	219
231. Kraft zwischen parallelen Strömen	220
232. Potentielle Energie zweier Ströme aufeinander	222
233. Elektrodynamometer	222
234. Elektrodynamische Motoren	224
235. Elektromotoren mit Eisen	225

XVI. Induktion.

236. Induktion in offenen Leitern	226
237. Induktion in geschlossenen Leitern	228
238. Magneto-elektrische Maschinen	229
239. Dynamomaschinen	230
240. Gegenkraft der Elektromotoren	231
241. Wechselstrommaschinen	232
242. Zusammenfassung von Wechselströmen	234
243. Voltinduktion	234
244. Selbstinduktion und Extrastrom	236
245. Transformatoren	236
246. Wechselstromleitungen mit Selbstinduktion	238
247. Wechselstromleitungen mit Kapazität	240
248. Leitungen mit Kapazität und Selbstinduktion	241

	Seite
249. Die Arbeit eines Wechselstroms	242
250. Elektrische Schwingungen	243
251. Elektrische Drahtwellen	245
252. Die magnetische Energie	246

XVII. Entladungen.

253. Der Entladungsgradient	248
254. Elektrodenlose Vakuumröhren	249
255. Kathodenstrahlen	250
256. Scheinbare Masse der Elektronen	251
257. Stoßwirkung der Kathodenstrahlen	252
258. Wärmewirkung der Kathodenstrahlen	252
259. Magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen	253
260. Elektrische Ablenkung der Kathodenstrahlen	253
261. Die Kanalstrahlen	254
262. Die Penardstrahlen	255
263. Röntgenstrahlen	256
264. Becquerelstrahlen	257

XVIII. Strahlung.

265. Elektromagnetische Strahlung	258
266. Wärme-, Licht- und chemische Strahlen	260
267. Absorption und Emission thermaktiver Stoffe	262
268. Intensität der Strahlung	264
269. Lichtdruck	266
270. Strahlungsgesetz	267
271. Photometer	268
272. Der physikalische Wirkungsgrad der Strahlung	268
273. Schiefe Ausstrahlung und Beleuchtung	269
274. Strahlungs kalorimeter	270
275. Absorptionskoeffizient	270
276. Die Lumineszenzerscheinungen	271
277. Spiegel	272
278. Hohlspiegel	272
279. Brechung der Strahlen	273
280. Brechung in Prismen	275
281. Brechung in Linsen	277
282. Interferenz zweier Strahlenbündel	279
283. Farben dünner Blättchen und Newtons Ringe	280
284. Beugung	282
285. Spektallinienarten	284
286. Dopplers Prinzip	284
287. Energiekurven des Spektrums	284
288. Doppelbrechung und Polarisation	287
289. Nicol'sches Prisma	288
290. Chromatische Polarisation	289
291. Drehung der Polarisationsebene	290
292. Flüssige Kristalle	292
293. Zeeman effekt	293
294. Polarisation durch Reflexion	294

XIX. Optik.

	Seite
295. Auge und optische Instrumente	295
296. Brillen, Fernrohr, Mikroskop	296
297. Schwellen- und Höhenwert der Lichtempfindung	298
298. Helligkeit	300
299. Farbentriaden und -Afforde	301

XX. Akustik.

300. Tonhöhe	302
301. Tonstärke	303
302. Klangfarbe	305
303. Harmonie und Melodie	305
304. Die diatonische Tonleiter	306
305. Gleichschwebende Temperatur	307
306. Die natürlich reine Stimmung	308
307. Dur- und Moll-Tonleitern	309
Sachregister	311
Berichtigungen	320

Einleitung.

Gleichgültige und interessante Naturerscheinungen. Sonnenschein, Wind, Regen. Nutzen oder Schaden für die Landwirtschaft. Blitz und Donner. Schrecken, Wissbegierde. Beschreiben, Erklären, Begreifen (Schmieden hat begriffen, wer selbst schmieden kann, wenigstens in Gedanken). Streben nach Herrschaft, um Nützlich zu fördern, Schädliches abzumenden. Eigene Kraft, Ich, Person, Wille. Kraft eines Pferdes, einer Dampfmaschine. Zauberkunststücke, behexte Nägel, magische Kerze. Wer lenkt die Sonne? Wer schleudert den Blitz?

Zeit vor 6000 Jahren. Amun, Baal. Mächte der Finsternis. Opfer zur Erlangung von Gunst und Versöhnung. Konstellationen der Gestirne und Wille der Götter. Astrologie. Sternwarten. Auf- und Untergang von Sonne und Sternen. Himmelsglobus, Horizontarium. Sternbilder. Elliptik, Planetenschleifen. Priester zugleich Prinzenerzieher. Hochschulen. Erkenntnis von Gesetzmäßigkeiten. Verrichtung scheinbarer Wunder. Sonne scheinbar auf Befehl verfinstert. Scheinbar Verkehr mit dem Sonnengott möglich. Ausdruck der Gesetzmäßigkeiten durch Schriftzeichen. Maßeinheiten und Messungen. Staatlicher Schutz des Grundeigentums, Feldmesser. Kaufleute, Maße zum Stoffmessen. Bau der Pyramiden und des babylonischen Turmes. Straßen- und Brückenbau. Priester auch Ingenieure (Pontifex, Pontifex maximus). Industrie. Kriegsmaschinen. Rechenkunst. Thmes. Längenmessung. Einheiten: Fuß (des Königs), Schuh, Elle, Spanne, Fingerbreite. Zeitmessung. Gewichtsbestimmung.

Erkenntnis, daß nicht alles willkürlich. Existenz von Naturgesetzen. Babylonische und ägyptische Wissenschaft nach Griechenland übertragen. Sokrates. Götterleugner. Philosophen. Plato (in der Akademie). Aristoteles (im Lyceum 347 bis 343, Lehrer Alexanders des Großen).

Erstes Lehrbuch der Physik von Aristoteles, lange einziges, z. B. in Durlach gebraucht bis 1674. Gründung von Alexandria, Museum, erste Hochschule (14 000 Studenten, Internat, Bibliothek, 1/2 Million Bände). Professoren der Physik: Ktesibios, Erfinder der Pumpe und sein Schüler Heron, Erfinder der Dampfmaschine. Hervorragender Mathematiker: Ptolemäus. Trigonometrie.

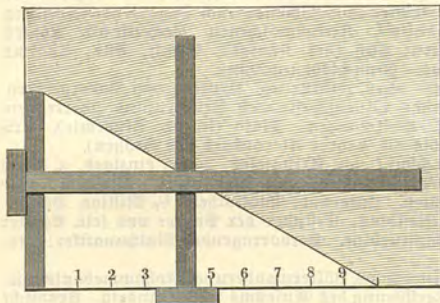
Ausbreitung des Christentums, Völkerwanderung, Mohammedanismus. Alles Irdische wertlos. Zerstörung des Museums in Alexandria. Arabische Hochschulen (Medresen), Klosterschulen. Gerbert, arabische (indische) Ziffern. Adam Kiese. Jobst Bürgi, Papier 1614, Logarithmen. Unverstandene Reste der alten Wissenschaft. Kein Priesterkollegium mehr, Eichungs-Kommission. Urmaße verloren. Betrug. Falsche Maße. Jeder Staat und jede Stadt besonderes Maß. Klage der französischen Städte beim König. Als nicht nationales Maß ein Bruchteil des Erdumfanges vorgeschlagen. Kommission zur Feststellung. Gradmessung während der Revolution. Meter, neue Längeneinheit 1799. Der Erdumfang sollte = 40 Millionen Meter sein, das durch die Gradmessung bestimmte Archäometer aber 0,1 mm zu kurz. Einheit des Gewichts. Was ist Gewicht?

I. Statik.

Unter den Naturerscheinungen sind für uns direkt begreiflich die Bewegungsercheinungen, da wir solche nach freiem Willen selbst durch unsere Muskelkraft hervorrufen können und diese Kraft als Ursache empfinden. Wir denken uns deshalb als Ursache jeder Bewegungsercheinung eine Kraft. Wo Bewegung fehlt, z. B. bei der Bestimmung des Gewichts mit der Wage, fehlen aber nicht notwendig auch Kräfte, denn beim Zusammenwirken mehrerer Kräfte kann die Bewegung ausbleiben, die Kräfte halten sich das Gleichgewicht. Mit diesem besonders einfachen Fall, dem Vorhandensein von Kräften, welche keine Bewegung erzeugen, beschäftigt sich die Statik. Zur Beschreibung der Erscheinungen ist vor allem nötig zu erörtern, wie die in Betracht kommenden Größen gemessen werden können.

1. Längeneinheit. Längeneinheit ist heute die Länge eines in Paris aufbewahrten Platinstabes, des sogen. Archivmeters. Zur Herstellung von Kopien dient der Komparator, z. B.

Fig. 1.



eine Schablone mit Fühlhebel. Durch Aneinanderreihung von Metern, etwa mittels des Stangenzirkels, können größere Maßstäbe hergestellt werden, z. B. ein 4 m-Stab. Um Bruchteile eines Meters zu gewinnen, benutzt man den Meterstab als Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks (Ecke eines Reißbretts), dessen andere Kathete aus zehn gleichlangen, mittels des Zirkels aneinandergereihten Strecken besteht. Durch Anlegen von Reißschiene erhält man dann, wie Fig. 1 erläutert, eine Einteilung in Decimeter. Analog könnte man Zentimeter- oder Millimeterteilung herstellen.

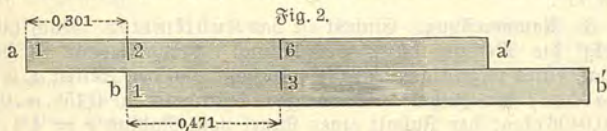
Bequemer wickelt man das Dreieck um einen Cylinder, dessen Umfang der Basis entspricht. Die Hypotenuse bildet dann eine Schraubenlinie, deren Ganghöhe 1 m ist. Die Reißschiene werden ersetzt durch eine Schraubenmutter mit Lineal, welche sich in einer Schlittenführung bewegt. Wollte man auf

solche Weise z. B. Millimeter teilen, so müßte der Umfang der Schraubenspindel zu groß gewählt werden. Man bringt deshalb eine besondere Trommel an, welche die Teilung trägt. Ferner gibt man der Schraube eine kleinere Ganghöhe, z. B. 1 cm, d. h. man wählt den Durchmesser der Spindel so, daß die Hypotenuse des Dreiecks hundert Umgänge macht. Dreht man die Spindel einmal herum, so verschiebt sich das Lineal an der Schraubennutter um 1 cm. Ist die Trommel in 360 Teile geteilt und dreht man je um 36 Teile, so tritt jeweils eine Verschiebung um 1 mm ein. Eine solche Vorrichtung ist geeignet, die Einrichtung einer Teilmaschine oder eines Dickenmessers zu erläutern.

Zum Messen kleiner Teile dient der Nonius. Er ist ein kleiner Maßstab mit zehn Teilen, welche entweder = 9 (vorauslaufender N.) oder = 11 (rücklaufender N.) Teilen des Hauptmaßstabes sind. Der Teilstrich desselben, bei welchem Zusammenfallen mit einem Teilstrich des Hauptmaßstabes eintritt, gibt die Zehntel, denn für jeden folgenden Strich beträgt die Abweichung $\frac{1}{10}$ mehr als für den vorhergehenden.

Zum Messen von Kurven, z. B. des Umfangs einer Kreisscheibe, kann ein Bandmaß dienen. Einfacher mißt man den Durchmesser z. B. mit der Schublehre mit Nonius und multipliziert mit π . Dazu dienen die Logarithmen in Form des Rechenchiebers.

Die Einrichtung desselben ist sehr einfach. Bekanntlich ist $\log 2.3 = \log 2 + \log 3$. Man trage nun auf dem Lineal aa' (Fig. 2) die Länge $\log 2$, d. h. 0,301 m von a aus ab, ebenso auf



bb' von b aus die Länge 0,471 m, d. h. $\log 3$ und bezeichne den ersten Teilstrich mit 2, den anderen mit 3. Ferner verschiebe man bb' so, daß das Ende b an den Teilstrich 2 kommt. Dann muß, falls man auf aa' alle Logarithmen in gleicher Weise aufgetragen hat, über 3 die Zahl 6 stehen. Man braucht also nur nachzusehen, am besten durch Überschieben des Index, welche Zahl über 3 steht, so hat man das Produkt der beiden Zahlen. Ebenso kann jedes andere Produkt gefunden werden. Würde man umgekehrt bb' mit 3 unter 6 schieben, so wäre 1 von b unter 2 von a , was so gelesen werden kann: 6 dividiert durch 3 gibt 2.

Um leicht mit π multiplizieren zu können, befindet sich an dem Schieber ein besonderer π -Strich. Wäre also der Durchmesser einer Kreisfläche = 0,5 m, so wäre deren Umfang = $\pi \cdot 0,5 = 1,57$ m.

Verjüngter Maßstab, Gitterlineal, Mikrometer, Sphärometer, Mikron, Lochleere, Seitenmesser, Meßrad, Linear- und Kreisteilmaschinen.

2. Flächenmessung. Einheit ist das Quadratmeter. Die Messung erfolgt gewöhnlich durch geometrische Rechnung. Z. B. wäre der Inhalt der erwähnten Kreisfläche $\pi \cdot 0,25^2$. Um die Quadrate leicht bilden zu können, ist auf der unteren Skala des Rechenschiebers die sogen. Quadratskala angebracht. Man schiebt den Index auf 25, findet dann auf der oberen Skala das Quadrat von 25 und multipliziert dieses mit π . So ergibt sich 0,197 qm. Die Stellenzahl muß durch Überlegung gefunden werden, z. B. ist $0,25^2$ annähernd $0,2 \times 0,3 = 0,06$, dies mit π multipliziert muß annähernd 0,2 geben, also ist 0,197 zu schreiben.

Einfacher rechnet man nach der Formel $5^2 \cdot \pi/4$. Man sucht wie zuvor 5^2 , sucht darauf $\pi/4 = 0,782$, welche Zahl ebenfalls durch einen besonderen Strich angedeutet ist, und multipliziert. Noch einfacher wird der Index mit einem zweiten Strich berart versehen, daß, wenn der erste auf 1 steht, der andere auf 782 zeigt. Man braucht dann nur den ersten auf das 5 der Quadratskala zu stellen und kann dann an dem anderen sofort das Resultat, d. h. das Produkt $5^2 \cdot \pi/4$ ablesen. (Planimeter.)

Die Mantelfläche eines Cylinders von 0,3 m Durchmesser und 0,7 m Höhe ist $\pi \cdot 0,3 \cdot 0,7 = 0,66$ qm. Bei der Ausrechnung braucht man das erste Produkt nicht abzulesen, man setzt nur den Index darauf. Die Oberfläche einer Kugel vom Radius r ist $4\pi r^2$.

3. Raummessung. Einheit ist das Kubikmeter. Auch hier erfolgt die Messung durch Berechnung. Beispielsweise ist der Inhalt eines rechteckigen Parallelepipeds von den Seiten $a, b, c = a \cdot b \cdot c$, der Inhalt des vorigen Cylinders = $0,15^2 \cdot \pi \cdot 0,7 = 0,0496$ cbm; der Inhalt einer Kugel vom Radius $r = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$. Für komplizierte Formen, für welche die Rechnung zu weitläufig wird, kann z. B. das Sandvolumenometer gebraucht werden.

4. Winkelmessung. Einheit ist der Radian, ein Winkel, dessen Schenkel bei 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge einschließen. Die Teilung von Winkelmessern (Goniometern) wird nicht in Radianen, sondern der größeren Genauigkeit und Bequemlichkeit wegen in Graden ausgeführt (Fig. 3). $1^\circ = 1/360$ des Kreises, d. h. von $2\pi (= 6,28)$ Radianen, somit 1 Radian = $57,2958^\circ$. $1^\circ = 60$ (Bogen-) Minuten = 3600 Sekunden.
 $90^\circ = \pi/2$, $180^\circ = \pi$, $270^\circ = 3\pi/2$ Radianen u. s. w.

Ein Nonius, welcher Minuten, d. h. sechzigstel Grade zeigt, hat 60 Teile, welche entweder gleich 59 oder 61 Teilen der Hauptteilung sind. Ist die Hauptteilung, wie es häufig geschieht, in halben Graden ausgeführt, so erhält der Nonius 30 Teile, welche gleich 29 oder 31 Teilen der Hauptteilung sind, denn $\frac{1}{60}$ eines halben Grades ist eine Minute.

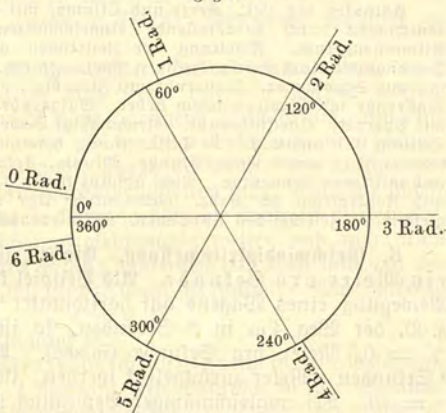
Die trigonometrischen Funktionen eines in Radianen oder Graden gemessenen Winkels lassen sich leicht mittels Reibschienen und Meterstab an einem Kreise von 1 m Radius auf quadratischer Tafel abgreifen, sind aber auch auf der Rückseite des Rechenschiebers angegeben.

Einheit des körperlichen Winkels ist ein Winkel, der als Zentriwinkel einer Kugel von 1 m Radius auf einer Fläche von 1 qm steht.

Drahtgestell zur Erläuterung des körperlichen Winkels. Bewegung eines Wagens auf Schienen. Geschwindigkeit. Zeiteinheit. Himmelskugel. Weltachse und Polarstern. Astrolabium. Achse mit Zeiger und Zifferblatt. Zeit zwischen Auf- und Untergang verschieden. Zeit von Mittag zu Mittag. Tag. Gnomon. Scaphium. Sonnenuhr, unbrauchbar bei trübem Wetter.

5. Zeitmessung. Einheit ist die mittlere Sonnenzeitsekunde, der 86400ste Teil des mittleren Sonnentages, d. h. der Zeit von einer Kulmination der Sonne bis zur nächsten. Zur Messung dient am einfachsten die Wasseruhr. Aus einer gleichmäßig funktionierenden Wasserleitung (Behälter mit Zufluß und Überfall) läßt man Wasser in ein cylindrisches Gefäß laufen vom Mittag des einen Tages bis zu dem des nächsten. Teilt man die Wasserhöhe in dem Gefäß in 86400 Teile, so hat man Abschnitte, welche ungefähr der Dauer einer Sekunde entsprechen. An verschiedenen Tagen ergeben sich aber, der ungleichmäßigen Bewegung der Sonne wegen, verschieden große

Fig. 3.



Füllhöhen, also verschieden große Teile, man muß deshalb das Mittel im Laufe eines Jahres nehmen. Weniger genau, aber einfacher, ist die Sanduhr. 1 Stunde = 3600 Sekunden.

Ablaufen der Zeit. Kerze und Lampe mit Stundenteilung. Stundenschlagen durch herabfallende eingeschmolzene Kugeln. Chinesische Glühstengeluhr. Ableitung der Zeiteinheit aus der Längeneinheit. Leerungszeit eines würfelförmigen Wassergefäßes. Wasseruhr mit Überfall und Schwimmer. Wasseruhr mit Zifferblatt und Schlagwerk. Herons Wasseruhr mit schwimmendem Heber. Walgeruhr. Schwingender Radchen mit Sperrad. Quecksilberuhr. Gleichmäßige Bewegung der Himmelskugel. Teilung in 6 und $2 \cdot 2 = 4$ Teile. Hora, hora minuta prima, hora minuta secunda, hora minuta tertia (Stunde, Minute, Sekunde, Terte). Sterntag und mittlerer Sonnentag. Nicht absolut konstant wegen Ebbe und Flut und Kontraktion der Erde. Gewöhnliche Uhr und Sonnenuhr. Zeitgleichung. Zeit bei den Antipoden. Mitteleuropäische Zeit.

6. Geschwindigkeitsmessung. Einheit ist die Geschwindigkeit ein Meter pro Sekunde. Als Beispiel kann die gleichförmige Bewegung eines Wagens auf horizontaler ¹⁾ Bahn dienen. Ist z. B. der Weg 4 m in 8 Sekunden, so ist die Geschwindigkeit $\frac{1}{2} = 0,5$ Meter pro Sekunde (m/sec). Allgemein, wenn in t Sekunden s Meter zurückgelegt werden, ist die Geschwindigkeit $v = s/t$. Bei ungleichmäßiger Bewegung ist $v = ds/dt$, wenn die sehr kleine Strecke ds in dt Sekunden durchlaufen wird.

Bei einem sich drehenden Körper, z. B. einem Schwungrad, kann man sowohl die lineare oder Peripheriegeschwindigkeit messen, wie auch die Winkelgeschwindigkeit. Einheit der letzteren ist ein Radian pro Sekunde. Ändert sich der Winkel um $d\alpha$ in dt Sekunden, so ist die Winkelgeschwindigkeit $\omega = d\alpha/dt$. Ist der Radius r Meter, die Winkelgeschwindigkeit ω , so ist die Peripheriegeschwindigkeit $r \cdot \omega$ Meter pro Sekunde. Ist n die Umdrehungszahl pro Sekunde, welche sich mittels eines Tourenzählers, d. h. einem Räderwerk oder einer Schraube ohne Ende bestimmen läßt, so ist, da der bei einer Umdrehung zurückgelegte Weg $2\pi r$ Meter beträgt, die Peripheriegeschwindigkeit $2\pi r \cdot n$ Meter pro Sekunde.

Beispiele von Geschwindigkeiten. (Fußgänger 0,75, Radler 5, Rennpferd 16, Gase 18, Windhund 23, Personenzug 25, Schnellbahn 58 m/sec.) Wegmesser. Schrittzähler. Flaschenzug als Meßwerkzeug. Kinematische Modelle. Gleichmäßige und ungleichmäßige Bewegung. Momentane Geschwindigkeit. Ursache der Änderung. Natürliche und gezwungene Bewegung des Aristoteles. Kreisel. Kreisbewegung der Sterne. Galilei (1564 bis 1642) in Pisa und Padua. Trägheitsgesetz. Die natürliche Bewegung die geradlinige. Änderung derselben oder Verlassen des Ruhezustandes erfordert eine Ursache, Kraft genannt. Zauberfunkstücke (z. B. von selbst beweglicher Zeller).

¹⁾ Genauer so schwach geneigt, daß eben kein Herabgleiten eintritt.

7. Beschleunigung ist bei ungleichförmiger Bewegung die Änderung der Geschwindigkeit pro Sekunde. Die Einheit ist eine Geschwindigkeitszunahme von 1 m/sec pro Sekunde. Ändert sich also die Geschwindigkeit in dt Sekunden um dv , so ist die Beschleunigung $g = dv/dt = d^2s/dt^2$ Meter pro Sekunde in der Sekunde.

Damit sich die Geschwindigkeit ändern kann, muß nach Galileis Trägheitsgesetz eine Kraft auf den Körper wirken. Unsere Muskelkraft wirkt nicht genügend gleichförmig, um eine zur Untersuchung geeignete gleichmäßige Beschleunigung hervorzurufen. Galilei verwandte hierzu die Kraft, mit welcher ein Körper eine schiefe Ebene herunterzugleiten sucht. Geht die schiefe Ebene in eine horizontale über, so hört die Kraft zu wirken auf, der Körper bewegt sich nun gleichmäßig weiter und man kann seine Endgeschwindigkeit v als Quotienten von Weg und Zeit bestimmen. Sie erweist sich proportional zur Fallzeit t . Man hat also

$$v = g \cdot t,$$

worin g die Beschleunigung ist.

Die Einheit der Winkelbeschleunigung ist eine Geschwindigkeitszunahme von 1 Radian pro Sekunde in der Sekunde. Ändert sich die Winkelgeschwindigkeit in dt Sekunden um ω , so ist die Winkelbeschleunigung $\varepsilon = d\omega/dt = d^2\alpha/dt^2$. Ist r der Radius der Kreisbahn, so ist die Peripheriebeschleunigung $= r \cdot \varepsilon$ m/sec pro Sekunde.

Schieben eines Eisenbahnwaggon. Ist für die Geschwindigkeitszunahme oder Beschleunigung die Dauer der Kraftwirkung oder der Weg, längs welchem geschoben wurde, maßgebend? Einfluß der Belastung des Wagens. Wesentlich ist bei gleichem Stoff dessen Menge (Volumen). Diese ist dieselbe, gleichgültig ob der Stoff lose oder zusammengepreßt ist.

8. Messung der Masse. Gibt man der Fallrinne verschiedene Neigung, so ist auch die Kraft verschieden, wie man konstatieren kann, wenn man den herabgleitenden Körper an eine Spiralfeder anhängt oder gegen eine solche drücken läßt. Die Feder wird soweit ausgezogen oder zusammengedrückt, bis ihre Kraft der des Körpers gleich ist. Am größten wird die Kraft, wenn die Rinne vertikal steht oder der Körper einfach frei hängt. Hängt man 2, 3, 4... gleiche Körper an, so wird die Feder entsprechend weiter ausgezogen, die Kraft wird 2, 3, 4... mal so groß. So kann man die Federwaage eichen. Untersucht man nun die Beschleunigung, welche eine Messingkugel erfährt, indem man die treibende Kraft durch Änderung der Neigung der Fallrinne variiert, so erweist sie sich proportional der an der geeichten Federwaage bestimmten Kraft, keineswegs aber, wenn man die Kraft vergrößert durch Vermehrung der Stoffmenge, indem

man 2, 3, 4... Kugeln fallen läßt, oder eine Kugel von 2, 3, 4... facher Größe. Es muß also die Beschleunigung g auch umgekehrt proportional sein der Stoffmenge, insofern anzunehmen ist, daß ein Körper von 2, 3, 4... fachem Rauminhalt entsprechend mehr Stoff enthält, falls die Beschaffenheit eine gleichmäßige ist. Kennt man die Kraft p , die Beschleunigung g , die Stoffmenge m , so muß also eine Beziehung bestehen von der Form

$$g = \text{Const.} \cdot \frac{p}{m}$$

Ersetzt man die Messingkugel durch eine Bleikugel, so wird die Federwaage stärker ausgezogen. Dies kann seinen Grund darin haben, daß für Blei bei gleichem Volumen p größer ist als für Messing oder m . Untersucht man nun aber die entstehende Beschleunigung, so erweist sie sich gleich der der schwereren Messingkugel, d. h. die Stoffmenge oder Masse der Bleikugel ist größer. Sie wird dieselbe sein wie für die Messingkugel für eine kleinere Bleikugel, welche die Federwaage ebenso stark ausstreckt wie erstere. Die Federwaage kann also dazu dienen, Massen zu vergleichen. Als Masseneinheit ist gesetzlich festgestellt die Masse eines in Paris aufbewahrten Platinstückes, des sogen. Archivkilogramms. Sie ist um 45 mg größer als die von 1 cbdm Wasser von $+4^{\circ}$. Demgemäß ist die Masse von 1 Liter Wasser rund 1 kg. Um Kopien des Archivkilogramms herzustellen (Normalkilogramme), könnte man es an eine Feder anhängen, die Verlängerung durch eine Marke feststellen und nun ein Stück Eisen oder Messing durch Befestigen, Eindrücken von Blei in eine Bohrung u. s. w. so abgleichen, daß es dieselbe Verlängerung der Feder hervorbringt. Zwei solche Kilogramme zusammen haben die Masse 2 kg. Hängt man diese an die Federwaage, markiert wieder den Ausschlag und stellt sich ein Gewichtsstück her, welches denselben Ausschlag erzeugt, so hat man ein 2 kg-Stück. In dieser Weise kann man fortfahren und sich einen Massengewichtssatz herstellen.

Mit einem solchen Gewichtssatz kann man die Masse ¹⁾ anderer Körper bestimmen, sie abwägen, indem man zuerst den zu untersuchenden Körper aufbringt und dann an seiner Stelle so viel Gewichte, bis der Ausschlag derselbe wird. Weniger genau kann man einfach die Ausschläge für 1, 2, 3... kg auf der Skala der Federwaage anmerken, dieselbe eichen. (Haushaltungswaage, große Federwaage, 30 lys Federwaage, Torsionswaage, Briefwaage, Paketwaage.)

¹⁾ Das Wort „Gewicht“ ist zu vermeiden, da es vielfach statt in der ursprünglichen Bedeutung einer Masse im Sinne einer Kraft gebraucht wird.

9. Atome und Moleküle. Suchen wir eine Spiralfeder, wie sie bereits als Federwage benutzt wurde, auszustrecken, so leistet sie der Dehnung Widerstand, sie übt eine Kraft aus. Eine Kraftwirkung ist für uns aber nur dann begreiflich, wenn sie ausgeübt wird von einem unteilbaren Wesen, einem Individuum vergleichbar unserem eigenen Ich. Nur in diesem Falle find wir in der Lage, die Wirkung in Gedanken durch unsere eigene Muskelkraft hervorzubringen (vergl. Einleitung). Ein solches Individuum ist die Feder nicht; wir können sie in zwei oder beliebig viele Stücke zerteilt denken. Die Begreiflichkeit der Erscheinung verlangt, daß diese Teilbarkeit keine unbeschränkte sei, daß wir schließlich auf letzte, nicht mehr teilbare Partikelchen stoßen, die „Atome“, die durch gegenseitige Kraftwirkungen, etwa durch Anziehungskräfte analog der Gravitationswirkung, die Elastizität der Feder, die Möglichkeit der Dehnung und die dabei auftretende Kraft bedingen. Jedenfalls kann man sagen, die Feder verhält sich so, „als ob“ sie aus Atomen bestände, wobei natürlich ganz gleichgültig ist, ob solche wirklich existieren oder nicht. Gruppen von Atomen, deren Existenz das Begreifen der chemischen Erscheinungen fordert, nennt man „Moleküle“.

10. Messung der Dichte. Blei besitzt, wie schon konstatiert wurde, bei gleichem Volumen größere Masse als z. B. Holz, es ist dichter als Holz. Dies ist nicht so zu verstehen, daß seine Moleküle dichter zusammengedrängt sind, denn gleiches gilt für jedes einzelne Blei- bzw. Holzmolekül. Man müßte, um die Erscheinung zu verstehen, die Atome aus noch kleineren „Urteilchen“ zusammengesetzt denken. (Für die Existenz solcher spricht auch der allmähliche Atomzerfall beim Radium.)

Als Einheit der Dichte, der Masse der Volumeneinheit, dient naturgemäß die Dichte von einem Kilogramm pro Kubikmeter. Ein Kubikmeter Wasser z. B. wiegt 1000 kg, seine Dichte ist demgemäß 1000. Für einen rechteckigen Holzloz von den Kantenslängen 0,28, 0,10 und 0,16 m ergab sich ein Gewicht von 2,87 kg, somit war seine Dichte

$$= \frac{2,87}{0,28 \cdot 0,10 \cdot 0,16} = 640 \text{ kg pro Kubikmeter.}$$

Folgendes sind die Dichten verschiedener fester Körper:

Platin	Gold	Silber	Kupfer	Messing	Eisen
21 400	19 200	10 500	8 900	8 400	7 800
Glas	Eichenholz	Buchenholz	Eis	Tannenholz	Kork
2 600	1 200	1 000	900	900	200.

Demgemäß wiegt z. B. 1 cbdm Tannenholz 0,9 kg, 1 cbdm Blei 11 kg, wie leicht mittels der geeichten Federwage konstatiert werden kann.

Man kann auch fragen, wie groß ist das Volumen der Masseneinheit, das spezifische Volumen. Einheit ist das Volumen von 1 cbm pro Kilogramm. Man findet z. B. für Wasser 0,001. Die Verschiedenheit des spezifischen Volumens kommt deutlich zur Anschauung, wenn man die geeichte Federwage zunächst mit einem Würfel Blei von 1 dem Seitenlänge belastet und dann mit einem hölzernen Balken von gleichem Querschnitt (1 qdem) und solcher Länge, daß er den gleichen Ausschlag der Federwage hervorbringt.

Ist die Dichte oder das spezifische Volumen eines Körpers gegeben, so kann man leicht aus dessen Dimensionen das Gewicht berechnen. Beispielsweise findet sich für einen cylindrischen Bleiförper von 0,12 m Höhe und 0,087 m Durchmesser

$$0,087^2 \cdot \pi / 4 \cdot 0,12 = 7,9 \text{ kg.}$$

Mit der geeichten Federwage kann man die Richtigkeit konstatieren.

11. Kraftmessung. Aus der Formel $g = \text{Const} \cdot \frac{p}{m}$ ergibt sich die Größe der Kraft

$$p = \text{Const} \cdot m \cdot g.$$

Die Größe der Konstanten wird davon abhängig sein, welche Einheit man zur Kraftmessung benutzt. Man könnte wieder so verfahren, wie es bei Feststellung des Meters und des Kilogramms geschehen ist. Man könnte eine willkürlich ausgesuchte Kraft als Einheit wählen. Dabei könnte aber die Konstante einen für die Rechnung sehr unbequemen Wert bekommen. Auch ist es nicht leicht, eine konstante Kraft zu finden. Man hat früher — und in den Ingenieurwissenschaften geschieht dies heute noch — als Krasteinheit die Kraft benutzt, mit welcher ein Kilogrammstück von der Erde angezogen wird und hat diese ebenfalls Kilogramm genannt; aber die Kraft, mit welcher 1 kg-Stück von der Erde angezogen wird, ist an verschiedenen Orten der Erde verschieden! Die Eichung einer Federwage in Kilogrammen gilt nur an dem Orte, wo sie ausgeführt wurde. Auch gibt schon die Bezeichnung von zwei ganz verschiedenen Größen mit demselben Worte zu mannigfachen Mißverständnissen Anlaß. Demgemäß hat man diese Krasteinheit wieder aufgegeben. Am bequemsten ist es, so zu definieren: Einheit der Kraft ist diejenige Kraft, welche der Masse 1 Kilogramm die Beschleunigung 1 m/sec^2 erteilt. Setzt man nämlich in der obigen Formel $m = 1 \text{ kg}$ und $g = 1 \text{ m/sec}^2$, so wird $p = \text{Const}$; die Kraft

soß = 1 sein, also $Const = 1$. Diese so festgestellte Einheit nennt man Decimegadyne. Bei Benutzung derselben hat man

$$p = m \cdot g \text{ Decimegadynen,}$$

wenn m die Masse des bewegten Körpers in Kilogramm, g die erzielte Beschleunigung in m/sec^2 . Um sich eine Kraft von der Größe 1 Decimegadyne herzustellen, muß man der Galileischen Fallrinne solche Neigung geben, daß die Beschleunigung 1 m pro Sekunde wird. Dies ist in Karlsruhe der Fall, wenn das Verhältnis der Höhe der schiefen Ebene zur Länge: 1 : 9,81 ist oder die Länge bei 1 m Höhe 9,81, genauer: 9,80982.

Für andere geographische Breiten müßte die Länge sein:

0°	20°	40°	50°	70°	90°
9,781	9,787	9,802	9,811	9,826	9,832.

Eine Masse von 1 kg, auf die so geneigte Fallrinne aufgelegt, wird mit der Kraft 1 Decimegadyne abwärts getrieben. Läßt man sie gegen eine Federwage wirken, so entsteht ein Ausschlag, welcher der Kraft 1 Decimegadyne entspricht. Massen von 2, 3, 4... kg würden in gleicher Weise Ausschläge hervorbringen, welche den Kräften 2, 3, 4... Decimegadynen entsprechen. Man kann hiernach eine Federwage statt in Kilogrammen auch in Decimegadynen eichen und sie, statt wie bisher zur Messung von Massen, zur Messung von Kräften benutzen. Auch kann man sich einen Kraftgewichtsaß herstellen, derart, daß die einzelnen Gewichtstücke Ausschläge entsprechend der Teilung hervorbringen, d. h. von der Erde angezogen werden mit der Kraft 1, 2, 3... Decimegadynen. Während aber die Eichung der Federwage in Decimegadynen für jeden beliebigen Ort der Erde gültig ist, gilt dies nicht für die Eichung des Kraftgewichtsaßes, diese gilt nur für den Ort, wo sie hergestellt wurde, da an einem anderen Ort die Anziehungskraft der Erde auf die gleiche Masse eine andere ist.

Hängt man an eine in Decimegadynen geeichte Federwage 1 Kilogrammgewicht an, so ergibt sich ein Ausschlag von 9,81, d. h. in Karlsruhe ist die Kraft, mit welcher die Masse 1 kg von der Erde angezogen wird, 9,81 Decimegadynen. (Diese Kraft wird häufig in Lehrbüchern Kilogrammgewicht genannt.) Ist das Gewicht eines beliebigen Körpers in Decimegadynen = p , seine Masse in Kilogrammen = m , so ist demnach:

$$p = 9,81 \cdot m.$$

Nun war:

$$p = g \cdot m,$$

also ist:

$$g = 9,81,$$

d. h. die Schwere erteilt jedem beliebigen Körper bei freiem Fall die Beschleunigung 9,81 m/sec^2 . Direkt läßt sich dies konstatieren bei Morins Fallmaschine. (Die Physiker gebrauchen häufig das

folgen. CGS-System, in welchem die Einheit der Masse = $\frac{1}{1000}$ Kilogramm = 1 Gramm ist, die Einheit der Länge = $\frac{1}{100}$ Meter = 1 Centimeter, die Zeiteinheit die Sekunde. Die Krasteinheit, Dyne genannt, ist dann die Kraft, welche der Masse 1 Gramm die Beschleunigung 1 cm/sec^2 erteilt. Da die Schwere dem Grammstück die Beschleunigung $9,81 \text{ m/sec}^2 = 981 \text{ cm/sec}^2$ mitteilt, so ist die Schwere (das Gewicht) von 1 Grammstück = 981 Dynen, das Gewicht von 1 Kilogrammstück = $981000 = 9,81 \cdot 10^5 = g \cdot 10^5$ Dynen, somit 1 Decimegadyne = $\frac{1}{g}$ Kilogramm = 10^5 Dynen. Daher rührt die Bezeichnung; denn 1 Million = 10^6 Dynen nennt man eine Megadyne, den zehnten Teil davon = 10^5 Dynen eine Decimegadyne).

Die Muskelkraft der Arme ist etwa 500, die der Beine 1500, die Zugkraft eines Pferdes 2000—3000 Decimegadynen. Die Zahlen sind übrigens schwankend. Bei demselben Menschen ist die Kraft am kleinsten unmittelbar nach dem Aufstehen; sie wächst bedeutend nach dem Frühstück und erreicht ein Maximum unmittelbar nach dem Mittagessen. Sie hebt sich nochmals etwas gegen Abend, um dann stetig bis zum Morgen zu sinken.

Zur Messung sehr kleiner Kräfte dient die Drehwaage, bestehend aus der Drilling eines elastischen Drahtes. Man läßt die Kraft auf das Ende eines horizontal daran angehängten Stabes wirken und drückt das obere Ende des Drahtes bis zur Kompensation der Kraftwirkung. Der Drehungswinkel gibt ein Maß der Kraft.

Mehrdrähte. Turner am Strick. Gleiche Kräfte halten sich das Gleichgewicht. Vergleich mit Normalkraft. Zehn Mann gleich eine Pferdekraft. Biegen eines Stahlstabes oder dehnen einer Spiralfeder. Federkraft. Widerstand beim Schieben eines Gewichtsteins, Reibungskraft. Heben einer Serie von Gewichtsteinen. Kraft des Königs gleich 1. Die Schwere ist proportional der Stoffmenge, d. h. bei gleichem Stoff dem Volumen. Volumbestimmung durch Wägung. Alte Gewichtseinheit der Kaufleute, Talent = Gewicht eines Wasserwürfels von einer Spanne Seitenlänge = 23,3 Kilo. Älteste bekannte Gewichtseinheit (babylonische Mine) von Dungi I. 2650 v. Chr. = 0,9824 kg. Neue Gewichtseinheit, Kilogramm = Gewicht von 1 cbdm Wasser bei 4°. Kubikdecimeter aus Glas. Archivkilogramm 153 mg zu schwer. Wahre Kräfte und Trägheitskräfte, erstere haben zwei Angriffspunkte, letztere nur einen. Kraftrichtung und Achse. Kraftträger. Kraftzentren und Kraftlinien. Gesetz der Verlegung des Angriffspunktes (Gewichte an verschiedenen Punkten einer Schnur an der Federwaage).

12. Arbeit und Effekt. Schiebt man einen Wagen auf horizontaler Bahn, leistet die Kraft, wie man sagt, Arbeit, so hat man das Gefühl einer Ermüdung, eines Verbrauches von Arbeitsfähigkeit. Für die Beurteilung einer Kraftwirkung ist somit nicht nur die Größe der Kraft maßgebend, sondern auch ihre Fähigkeit, Arbeit zu leisten. Das Maß der Arbeit ist das

Produkt der Kraft mit dem in ihrer Richtung zurückgelegten Weg ihres Angriffspunktes. Die Einheit der Arbeit ist naturgemäß die Arbeit, welche die Kraft 1 Decimegadynne leistet, wenn sich ihr Angriffspunkt in ihrer Richtung um 1 m verschiebt. Sie heißt 1 Joule. Wird also der Wagen, mit der (etwa an einer eingeschalteten Federwage gemessenen) Kraft p Decimegadynnen um s m verschoben, so ist die Arbeit $p \cdot s$ Joule. Wird eine Masse von 1 kg, also $9,81 = g$ Decimegadynnen, Gewicht um 1 m gehoben, so ist die Arbeit (die von den Ingenieuren als Meterkilogramm oder Kilogrammometer bezeichnet wird) = g Joule, somit ist 1 Joule = $1/g$ Kilogrammometer. Die Arbeit einer Dynne auf dem Wege 1 cm wird von den Physikern Erg genannt. Sie ist $10^{-5} \cdot 10^{-2} = 10^{-7}$ Joule oder umgekehrt 1 Joule = 10^7 Erg.

Die pro Sekunde geleistete Arbeit nennt man Effekt. Einheit ist das Watt, d. h. eine Leistung von 1 Joule pro Sekunde. Da 1 Watt = $1/g$ Kilogrammometer pro Sekunde und $75 \text{ kgm/sec} = 1$ Pferdekraft, ist 1 Watt = $\frac{1}{g \cdot 75} = \frac{1}{736}$ PS.

13. Erhaltung der Energie. Die Arbeitsfähigkeit eines Arbeiters, die ihm im Laufe eines Tages zur Verfügung steht, ist erschöpft nach Leistung einer Arbeit von 1 300 000 Joule (durchschnittlich). Man sagt, seine Energie (pro Tag) sei 1 300 000 Joule. Ein Pferd hat vier- bis sechsmal so große Arbeitsfähigkeit oder Energie. Ein Bergsteiger von 86 kg Masse, also $86 \cdot 9,81$ Decimegadynnen Schwere, wird täglich $1\,300\,000 : (86 \cdot 9,81) = 1540$ m hoch steigen können; ein gleich schwerer Briefträger, der durchschnittlich 30 m hohe Treppen zu steigen hat, kann $1540 : 30 = 51$ Häuser besuchen.

Hebt ein Arbeiter Massen, so ist seine Arbeitsfähigkeit schließlich in den gehobenen Massen aufgespeichert, denn man kann diese, indem man sie herabsinken läßt, wieder genau dieselbe Arbeit verrichten, z. B. eine Feder aufziehen lassen. Auch in dieser ist die Arbeitsfähigkeit aufgespeichert, denn man kann sie wieder Arbeit leisten lassen durch Heben von Gewichten. Hängen beispielsweise an einer Schnur, die über eine Rolle geführt ist, zwei gleiche Gewichte P und Q , so folgt schon aus Symmetriegründen, daß Gleichgewicht bestehen muß, denn man könnte gar nicht angeben, nach welcher Seite hin eine Verschiebung eintreten sollte. Gibt man aber P einen Stoß nach abwärts, so muß nach dem Trägheitsgesetz das System sich gleichmäßig weiter bewegen, bis es aufgehalten wird. Dies geschehe, nachdem P die Strecke (virtuelle Verschiebung) s durchlaufen, also die Energie $P \cdot s$ Joule verloren hat. Das Gewicht Q würde dabei

um s Meter gehoben, hätte also die Energie $Q \cdot s$ Joule gewonnen, somit gewissermaßen die verlorene Energie von P aufgenommen, da P und Q , somit auch $P \cdot s$ und $Q \cdot s$ gleich sind.

Bei einem Flaschenzuge mit 8 Rollen ist Gleichgewicht vorhanden, wenn die Last Q das 8fache der Kraft P , da sich die Last von Q auf 8 Schnüre verteilt und am Ende der letzten Schnur, welche über eine feste Rolle geführt ist, P angreift. Läßt man dieses um s heruntergehen, so steigt Q um $s/8$, somit ist die verlorene Energie = $P \cdot s$ Joule, die gewonnene $Q \cdot s/8$ Joule und man hat wieder $P \cdot s = Q \cdot s/8$, da $Q = 8P$.

Die Arbeitsfähigkeit oder Energie verhält sich also wie eine Materie, die man aus einem Gefäß in ein anderes überfüllen kann, ohne daß sie dabei an Menge abnimmt. Dieses sogen. „Gesetz der Erhaltung der Energie“ ist ein Fundamentalgesetz der Physik. Man nennt die Energie eines gehobenen Gewichtes Energie der Lage oder potentielle Energie. Die Einheit zur Messung derselben ist naturgemäß das Joule. Die zahllosen Versuche zur Herstellung eines Perpetuum mobile, d. h. einer Vorrichtung, welche beständig Arbeit zu leisten oder eine gegebene Energiemenge zu vergrößern vermag, z. B. eines Uhrwerks, welches sich selbst aufzieht, haben dahin geführt, das Gesetz der Erhaltung der Energie als eine Art Axiom zu betrachten, aus welchem man umgekehrt die Bedingung des Gleichgewichts bei einfachen Maschinen ableiten kann.

Ist beispielsweise ein Rad vom Radius R Meter, an welchem die Kraft P Decimegadynen angreift, in Verbindung mit einer Welle vom Radius r , um welche eine die Last Q tragende Schnur geschlungen ist, derart, daß, wenn P um s Meter sinkt, Q sich um $s \cdot \frac{r}{R}$ Meter hebt, so folgt, da gewonnene und verlorene Energie gleich sein müssen:

$$Q = P \cdot \frac{R}{r} \quad \text{oder} \quad Q \cdot r = P \cdot R.$$

Dies ist der sogen. „Momentensatz“, welcher sagt, die Produkte der Kräfte mit ihren Hebelarmen, die „Momente“, müssen im Falle des Gleichgewichts übereinstimmen.

Wird die Welle als Zahnrad gestaltet und greift in die Zähne eines zweiten Rades vom Radius R_1 ein, dessen Welle vom Radius r_1 in die eines dritten u. s. w., so ergibt sich für das Gleichgewicht dieses Räderwerks die Bedingung:

$$Q = P \cdot \frac{R}{r} \cdot \frac{R_1}{r_1} \cdot \frac{R_2}{r_2} \dots$$

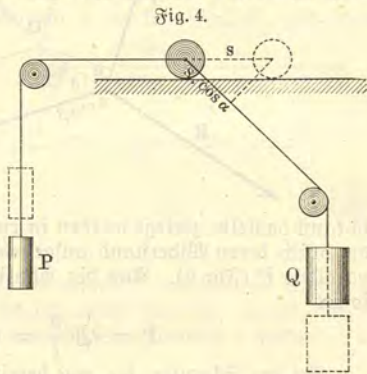
Schnur über viele Rollen geführt (Vorteil, weil Körpergewicht nicht gehoben). Rolle beim Pyramidenbau. Speicher. Paternosterwerke. Trockenbagger. Archimedes. Potenzflaschenzug. Wellrad als Flaschenzug. Differentialflaschenzug. Zweiarmer Hebel als Teil eines Wellrads. Brecheisen. Schnellwage. Einarmiger Hebel. Nußknacker. Knochen und Muskeln. Sperrzahn mit Sperrrad. Winkelhebel.

14. Arbeit bei gezwungener Bewegung. Wirken drei oder mehr Kräfte gleichzeitig auf denselben Punkt, so fällt die Richtung der Bewegung naturgemäß im allgemeinen nicht zusammen mit der Richtung einer dieser Kräfte. Das Maß der Arbeit im Falle solcher „gezwungener“ Bewegung ist das Produkt von Kraft \times Weg \times Cosinus des Winkels zwischen beiden Richtungen.

Bei dem in Fig. 4 dargestellten Fall einer auf horizontaler Bahn verschiebbaren Rolle, an welcher eine horizontale und eine schiefe Kraft angreifen — der Widerstand der Bahn ist die dritte Kraft — läßt dies leicht erkennen. Verschiebt sich P um s aufwärts, so steigt Q nur um $s \cos \alpha$ abwärts, d. h. die gewonnene Energie ist nicht $Q \cdot s$, sondern $Q \cdot s \cdot \cos \alpha$ und die Energiegleichung lautet: $P \cdot s = Q \cdot s \cdot \cos \alpha$,

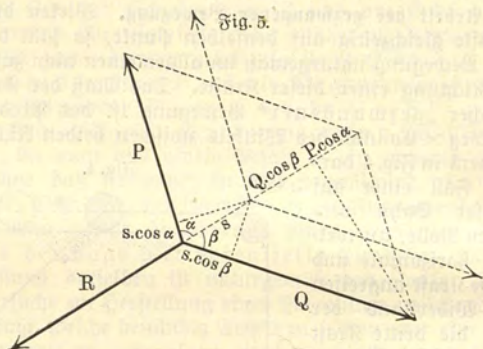
woraus folgt, man hat Gleichgewicht, wenn $P = Q \cdot \cos \alpha$. Hieraus ergibt sich z. B. bei bekannten Kräften der Winkel α . Für $P = 65$ und $Q = 100$ Decimegadynen wird $\alpha = 50^\circ$.

Greifen, wie bei Fig. 5, drei Kräfte P, Q, R an einem Punkt an und ist der Winkel zwischen P bzw. Q und der Verlängerung von $R = \alpha$ bzw. β , so ist die bei Verschiebung um s gewonnene Energie $= R \cdot s$, die verlorenen Beträge sind $P \cdot s \cdot \cos \alpha$ und $Q \cdot s \cdot \cos \beta$, somit hat man $R \cdot s = P \cdot s \cdot \cos \alpha + Q \cdot s \cdot \cos \beta$ oder $R = P \cdot \cos \alpha + Q \cdot \cos \beta$. Die beiden Glieder auf der rechten Seite sind die Projektionen von P und Q auf die Verlängerung von R , welche zusammen die Diagonale des Parallelogramms bilden. Gleichgewicht findet also statt, wenn R durch diese Diagonale dargestellt wird. Es ergibt sich das fogen. Parallelogrammgesetz: Zwei gleichzeitig wirkende Kräfte können ersetzt gedacht werden durch eine einzige Kraft, welche nach Größe und Richtung dargestellt wird durch die



Diagonale des aus den beiden Komponenten gebildeten Parallelogramms (Fig. 5). Umgekehrt kann jede beliebige Kraft durch zwei solche Komponenten ersetzt werden.

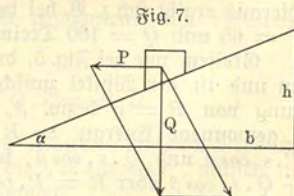
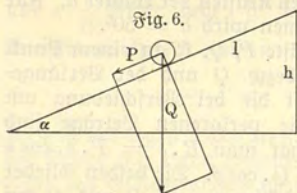
Anwendung findet der Satz z. B. beim Herabgleiten eines Körpers auf einer schiefen Ebene. Ist Q das Gewicht des Körpers,



so kann dasselbe zerlegt werden in eine zur Ebene senkrechte Kraft, die durch deren Widerstand aufgehoben wird und in die gesuchte parallele P (Fig. 6). Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ergibt sich sofort

$$P = Q \cdot \frac{h}{l} = Q \cdot \sin \alpha.$$

Bei der Schraube, die, wie bereits gezeigt (S. 2), als eine um einen Cylinder gewickelte schiefe Ebene betrachtet werden kann,



wird die Schraubenmutter gehalten durch eine Kraft parallel zur Basis, die Zerlegung muß also vorgenommen werden, wie Fig. 7 zeigt. Dann folgt

$$P = Q \cdot \frac{h}{b} = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Dabei ist b der Umfang der Schraubenspinde, h deren Ganghöhe.

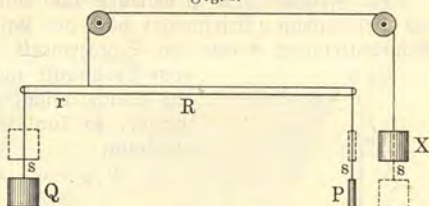
Eine Erweiterung des Parallelogrammsatzes für mehrere Kräfte ist der Satz vom Polygon der Kräfte, ein spezieller Fall der Satz vom Kräfteplan bei Fachwerken.

Kurbelmechanismen. Gajpel. Binde. Krahn. Kniehebel. Auflagedruck. Stabsysteme. Angelehnte Leiter. Telegraphenteileisen. Flaschenverschluß. Skeletthebel. Radwage. Direktionskraft des Pendels. Pendel als schiefe Ebene. Bifilarwage. Kontrafilarwage. Flugwerk. Fermats Drehungssprinzip. Keilapparat. Verstellbare Parallelstüde. Walzwerk. Bringmaschine. Keilpresse. Exzenter. Exzentrische Nut. Schraube. Schraubenpresse. Kopierpresse. Festigkeitsmaschine. Schraubenwinde. Schraubenflaschenzug. Schraubenkeilpresse. Sprengwerke. Gewölbe. Seilpolygon. Kettenlinie. Parallelogramm der Drehungen. Kräftepaare. Töplers Universalapparat.

15. Der Schwerpunkt. Ein gewichtloser starrer Stab, an dessen Enden die Kräfte P und Q wirken (Fig. 8), ein sogen.

Hebel, wird nach dem Momentensatz, da er als Wellrad mit nur zwei Speichen aufgefäht werden kann, im Gleichgewicht sein, wenn er so aufgehängt wird, daß $P \cdot R = Q \cdot r$. Der Druck im Auf-

Fig. 8.



hängenpunkte, der gleich dem Gewicht X an der über Rollen geführten Schnur ist, falls Gleichgewicht herrscht, ergibt sich, indem man dem System die virtuelle Verschiebung s mittelst. Die Energiegleichung wird:

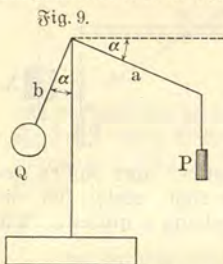
$$X \cdot s = P \cdot s + Q \cdot s, \text{ somit } X = P + Q,$$

d. h. man kann sich die gesamten am Hebel wirkenden Kräfte und somit auch die Massen, durch welche sie hervorgebracht werden, in dem durch den Momentensatz bestimmten Punkte, dem Schwerpunkt, konzentriert denken. Ersetzt man z. B. Q durch einen wieder mit zwei Gewichten belasteten Hebel, so hat man ein System von drei Massen u. s. w., für welches sich wieder ein Punkt ergibt, in welchem die Gesamtmasse konzentriert gedacht werden kann. Gleiches gilt für beliebig viele Massen, welche auch ein zusammenhängendes Ganze bilden können. Beispielsweise kann eine dreieckige Platte zusammengesetzt gedacht werden aus Stäbchen parallel der einen Seite, deren jedes seinen Schwerpunkt in der Mitte hat. Der Schwerpunkt des Systems muß also auf der Halbierungslinie des Dreiecks liegen, somit, da es drei solcher gibt, auf deren Durchschnittspunkt, d. h. auf $\frac{1}{3}$ einer derselben von der Basis an gerechnet.

Hängt man einen beliebigen Körper auf, so sucht der Schwerpunkt die tiefste Lage anzunehmen, befindet sich also auf der durch den Aufhängepunkt gezogenen Senkrechten. Beim Aufhängen an einem zweiten Punkt ergibt sich eine zweite solche Linie, welche den Schwerpunkt enthalten muß, er befindet sich also an deren Schnittpunkt.

Senkblei, Lot. Schwerpunkt eines Dreiecks, eines Pappebeckels, eines Kreisbogens. Verbrauchszentrum einer Stadt. Gleichgewicht einer exzentrisch gestützten Scheibe. Stabiles und labiles Gleichgewicht. Kugel auf konvexer und konvexer Unterlage. Balanzierender Bogen auf Spitze. Balanzierstange. Einfluß der Reibung bei Systemen mit Gelenken. Steh-aufmännchen. Verganlaufender Cylinder. Verganlaufender Doppelkegel. Unterstützung in einer Fläche. Standfestigkeit. Schiefer Turm. Druck des Hebels am Sicherheitsventil. Auflagegedrücke einer unterstützten Scheibe. Dreibeiniger Tisch.

16. Zeiger- und Hebelwage zur Massenbestimmung. Bei der Zeigerwage (Briefwage) hält die Last P (Fig. 9) an dem Wagebalkenarm a dem im Schwerfunkt in der Entfernung b



vom Drehpunkt angreifenden Gewicht Q das Gleichgewicht. Ist β der Ablenkungswinkel, so lautet also die Momentengleichung

$$P \cdot a \cdot \cos \alpha = Q \cdot b \cdot \sin \alpha,$$

somit
$$P = Q \cdot \frac{b}{a} \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Gleiches gilt für die Ablenkung, welche ein kleines Gewicht bei der gewöhnlichen Hebelwage hervorbringt. Gewöhnlich nennt man den Ausschlag, den 1 mg Übergewicht auf einer Seite hervorbringt, die Empfindlichkeit der Wage. Von Fehlern, welche eine Wage haben kann, sind folgende hervorzuheben: 1) Ungleiche Arme; 2) zu tiefe Endschneiden; 3) biegsamer Wagebalken; 4) Endschneiden zu hoch; 5) Endschneiden schief; 6) Reibung.

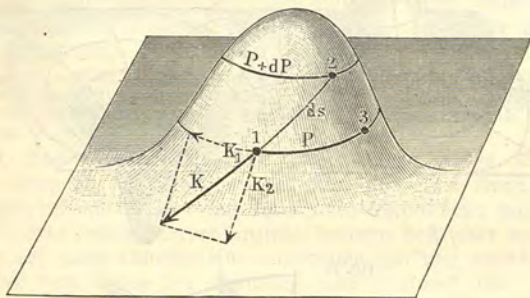
Nullpunktbestimmung. Regulierschrauben. Eichung der Skala. Reitergewicht. Tarter- oder Substitutionsmethode (Doppelwägung). Korrektur des Gewichtsfahes. Tafelwage. Brückenwage.

17. Potential- und Feldstärke. Um die Masse 1 kg auf die Höhe 1 m zu heben, ist die Arbeit $9,81 \cdot h$ Joule erforderlich. Würde man sie nicht direkt heben, sondern auf einer schiefen Ebene von der Länge l hinaufschaffen, so hätte man die Kraft $9,81 \cdot h/l$ Decimegadynen zu überwinden auf die Strecke l Meter, die Arbeit ist somit $9,81 \cdot h/l \cdot l$, d. h. wieder $= 9,81 \cdot h$ Joule. Hieraus folgt, die potentielle Energie eines Kilogrammstücks an verschiedenen Stellen einer hügeligen Gegend ist durch die Höhe des

Ortes, wo es sich befindet, vollkommen bestimmt und unabhängig von dem Wege, auf welchem es dahin gebracht wurde; derselbe könnte selbst eine Aneinanderreihung verschieden geneigter schiefer Ebenen, eine krumme Bahn, selbst eine Spirale oder eine Wellenlinie sein. Man kann diese potentielle Energie der Masse 1 Kilogramm das Potential an der betreffenden Stelle des Kraftfeldes nennen. Verbindet man alle Punkte, an welchen das Potential, d. h. die Höhe gleichen Wert hat, so erhält man eine Equipotentiallinie, welche auch Niveau- oder Höhenlinie genannt wird.

Untersucht man die Richtung der Kraft, welche einen Körper an einer beliebigen Stelle des Feldes herunter zu treiben sucht, so findet man, daß sie stets senkrecht zu der betreffenden Niveau-
linie steht. Denkt man sich nämlich die Kraft K (Fig. 10) in zwei

Fig. 10.



Komponenten zerlegt, eine K_1 in der Richtung der Niveau-
linie und K_2 senkrecht dazu, so wäre bei einer Verschiebung in der
Richtung der Niveau- oder Höhenlinie die Arbeit nach dem Satz von der ge-
zwungenen Bewegung das Produkt der in die Niveau- oder Höhenlinie fallen-
den Komponente mit dem Weg, das Ergebnis dieser Arbeits-
leistung wäre somit eine Änderung der potentiellen Energie. Zu-
folge der Definition der Niveau- oder Höhenlinie ist diese aber an allen
Stellen dieselbe, somit muß die Kraftkomponente in der Richtung
der Niveau- oder Höhenlinie = Null sein, die Kraft muß senkrecht zur Niveau-
linie gerichtet sein.

Zieht man eine Linie so, daß sie für alle Punkte, welche sie
trifft, die Richtung der Kraft angibt, d. h. daß sie alle Niveau-
linien senkrecht durchschneidet, so erhält man eine Kraftlinie.
Das System aller möglichen Kraftlinien gibt ebenso wie das der
Niveau- oder Höhenlinien ein deutliches Bild der Beschaffenheit des Kraftfeldes.

Für zwei Berge oder zwei Täler ergeben sich Kraftlinien, welche sich voneinander abwenden (Fig. 11); für einen Berg und

Fig. 11.

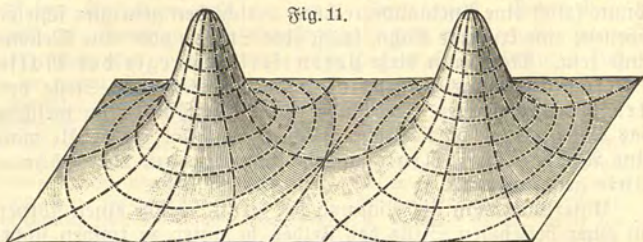


Fig. 12.

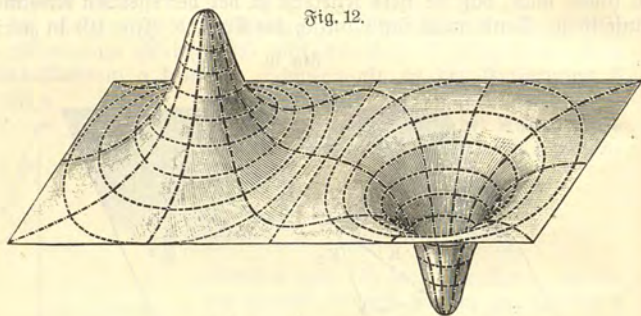
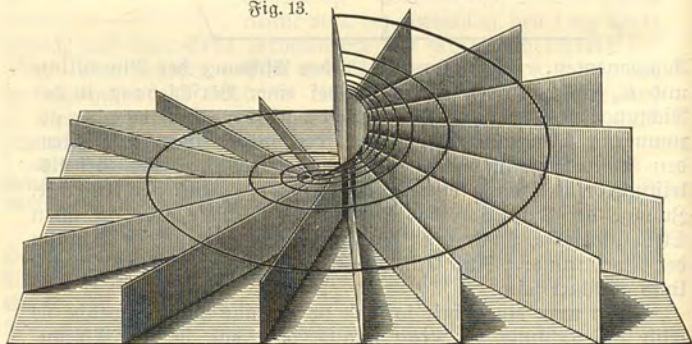


Fig. 13.



ein Tal erhält man Kraftlinien, die sich gegeneinander hinneigen (Fig. 12); für eine Schraubenfläche sind die Niveaulinien Radien

(Fig. 13), die Kraftlinien von oben gesehen oder im Grundriß Kreise, welche die Radien senkrecht durchschneiden.

Die Größe der auf die Masse 1 Kilogramm treibend wirkenden Kraft heißt die Stärke oder Intensität des Kraftfeldes. Sie ergibt sich nach dem Satze von der schiefen Ebene, wenn h der Höhenabstand zweier benachbarten Niveaulinien ist, l deren direkte Entfernung, $H = 9,81 \cdot h/l$ Decimegadynen pro Kilogramm. Sind P_1 und P_0 die Potentiale auf den beiden Niveaulinien, so hat man also $H \cdot l = P_1 - P_0$ oder

$$H = \frac{P_1 - P_0}{l} \text{ Decimegadynen pro Kilogramm;}$$

in Worten: die Feldintensität ist gleich der Potentialdifferenz pro Meter oder gleich dem Potentialgefälle. Gewöhnlich setzt man ein — Zeichen vor, da die Richtung der Kraft entgegengesetzt der des wachsenden Potentials ist. Der Satz gilt auch, falls l nicht die Richtung einer Kraftlinie hat und K die Kraft in der gleichen Richtung bedeutet. Z. B. ist bei Fig. 10 $K = -dP/ds$.

Einfluß der Einführung von Feuerwaffen statt der alten Kriegsmaschinen. Entdeckung des Seeweges nach Indien, Amerika, Copernikus. Erkenntnis der Gestalt der Erde, der Bewegung derselben und der der Planeten.

18. Das Gravitationsgesetz. Die Schwere eines Körpers wurde aufgefaßt als eine von der Erde ausgeübte Kraft. Mit einer hinreichend feinen Wage kann man konstatieren, daß nicht nur die Erde andere Körper anzieht, sondern daß jeder beliebige Körper auf jeden anderen eine anziehende Wirkung ausübt.

Nach dem Gesetze der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung ist die Kraft eine gegenseitige. Als ihre Angriffspunkte sind die Schwerpunkte der beiden Massen zu betrachten.

Wenn m_1 und m_2 die Massen der beiden Körper in Kilogrammen und r der Abstand ihrer Schwerpunkte in Metern bedeuten, beträgt die Kraft:

$$K = 66,8 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \text{ Decimegadynen.}$$

Dies ist Newtons Gravitationsgesetz (1686). Beispielsweise zieht 1 Kilogrammstück ein anderes in 1 m Abstand an mit der Kraft $66,8 \cdot 10^{-12} = 66,8$ Billiontel Decimegadynen. Diese heißt Gravitationskonstante.

Man kann das Gravitationsgesetz z. B. benutzen, um das Gewicht der ganzen Erde festzustellen. Sei dieses = x Kilogramm, so ist deren Anziehung auf 1 Kilogrammstück

$$K = 66,8 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{1 \cdot x}{r^2} \text{ Decimegadynen,}$$

wobei r der Erdradius = $\frac{40 \cdot 10^6}{2\pi}$ Meter. Die Schwere von 1 Kilogrammstück beträgt aber 9,81 Decimegadynen, also ist

$$9,81 = 66,8 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{x \cdot 4\pi^2}{(40 \cdot 10^6)^2},$$

woraus $x = 5,88 \cdot 10^{24}$ Kilogramm.

Dividiert man diese Masse der Erde durch ihr Volumen $4\pi r^3/3$, so ergibt sich die Dichtigkeit der Erde = 5560 kg pro Kubikmeter, woraus man, falls Temperatur und Druck im Erdinnern dieselben wären wie an der Oberfläche, schließen könnte, daß der Kern etwa ähnliche Beschaffenheit hat wie das Meteoreisen, da die Dichte der Gesteine an der Oberfläche wesentlich geringer ist.

19. Potential und Feldstärke im Gravitationsfeld. Die obigen Betrachtungen können natürlich, da die Schwere nur ein Spezial-

fall der Gravitation ist, auf jedes Gravitationsfeld übertragen werden. Sei die Masse m im Abstand r_1 von der Masse m_1 (Fig. 14). Entfernen wir sie in der Richtung von r_1 um eine kleine Strecke, etwa bis r'_1 , so ist die dazu erforderliche Arbeit, wenn wir die Gravitationskonstante der Einfachheit halber mit a bezeichnen:

$$= a \cdot \frac{m_1}{r_1^2} \cdot m (r'_1 - r_1) \text{ Joule.}$$

Bei einer weiteren Verschiebung bis zum Abstand r'_1 muß die Arbeit

$$a \cdot \frac{m_1}{r_1'^2} \cdot m (r''_1 - r'_1) \text{ Joule}$$

aufgewendet werden, also bei Verschiebung bis in unendliche Entfernung im Ganzen die Arbeit

$$A = a \cdot m_1 \cdot m \cdot \left(\frac{r'_1 - r_1}{r_1^2} + \frac{r''_1 - r'_1}{r_1'^2} + \dots \right).$$

Nun ist annähernd

$$r_1^2 = r_1 \cdot r'_1, \quad r_1'^2 = r'_1 \cdot r''_1 \text{ u. s. w.,}$$

$$\text{also } A = a \cdot m_1 \cdot m \left(\frac{r'_1 - r_1}{r_1 \cdot r'_1} + \frac{r''_1 - r'_1}{r'_1 \cdot r''_1} + \dots \right),$$

$$= a \cdot m_1 \cdot m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r'_1} + \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r''_1} + \dots \right)$$

oder

$$A = a \cdot m_1 \cdot m \cdot \frac{1}{r_1}$$

$$= a \cdot \frac{m_1}{r_1} \cdot m \text{ Joule.}$$

Lassen wir m aus unendlicher Entfernung, wo es sich nun befindet und wo seine potentielle Energie = Π sein möge, bis auf den Abstand r_1 gegen m_1 herankommen, so verliert es den gleichen Betrag an potentieller Energie, diese ist also jetzt nur noch

$$P = \Pi - a \cdot \frac{m_1}{r_1} \cdot m \text{ Joule.}$$

Da man nur mit Änderungen der potentiellen Energie zu tun hat, wobei sich Π weghebt, so setzt man dies gewöhnlich = 0, somit

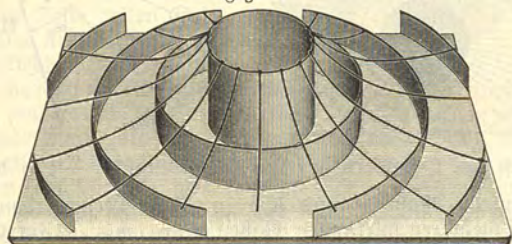
$$P = - a \cdot \frac{m_1}{r_1} \cdot m \text{ Joule,}$$

was eigentlich keinen Sinn hat, da eine Arbeitsfähigkeit oder Energie nicht negativ sein kann. Auch das Vorzeichen wird gewöhnlich weggelassen.

Demnach wäre also das Potential — in diesem Falle, der Einfachheit wegen — die potentielle Energie nicht der Masse 1, sondern $1/a$ Kilogramm¹⁾ in der Entfernung r_1 von $m_1 = \frac{m_1}{r_1}$ Joule.

Das System der Niveaulinien besteht aus konzentrischen Kreisen, da für alle Stellen im Abstände r_1 das Potential das-

Fig. 15.



selbe ist, die Kraftlinien sind die diese Kreise durchschneidenden Radialen. Im doppelten, dreifachen ... Abstände ist das Potential $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ u. s. w., wie durch das Modell (Fig. 15) angedeutet ist.

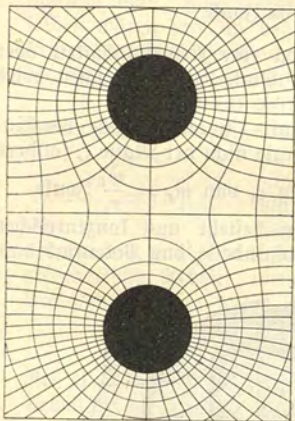
Das Potential im Felde von zwei Massen m_1 und m_2 ergibt sich durch die Betrachtung, daß Kräfte sich in ihren Wirkungen nicht stören, somit die Energie an jeder Stelle die Summe = $\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}$ sein muß. Die Niveaulinien erhält man am ein-

¹⁾ Anscheinend wäre es einfacher, die Masse 1 kg wie in § 17 zu wählen, indes würde dann der auf folgender Seite dargelegte Satz, daß die Kraftlinienzahl pro Quadratmeter gleich der Feldstärke ist, unbequeme Form annehmen.

fachsten, indem man zunächst für jede Masse das System der konzentrischen Kreise zieht, an alle Durchschnittspunkte anschreibt, wie groß dort das Potential ist und nun alle Punkte verbindet, wo die gleiche Zahl steht. So erhält man Kurven, wie sie Fig. 16 zeigt. Die Kraftlinien sind die radialen Linien, welche dieselben senkrecht durchsetzen. Für beliebig viele wirkende Massen

wäre ebenso das Potential $V = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3} \dots$ Joule, wenn

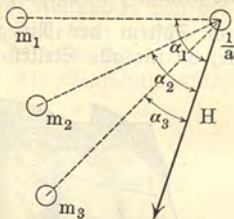
Fig. 16.



$m_1, m_2, m_3 \dots$ die wirkenden Massen in Kilogrammen, r_1, r_2, r_3 die Abstände der Masse 1/a Kilogramm von denselben in Metern bedeuten.

Unter Feldintensität H versteht man hier analog nicht

Fig. 17.



die Kraft auf 1, sondern auf $1/a$ Kilogramm $= \frac{m_1}{r_1^2}$, so daß die Kraft auf die Masse m wird $K = a \cdot H \cdot m$ Decimegadynen.

Bei mehreren wirkenden Massen $m_1, m_2, m_3 \dots$ (Fig. 17) sind die von den einzelnen Massen herrührenden Feldintensitäten

$$H_1 = \frac{m_1}{r_1^2}, \quad H_2 = \frac{m_2}{r_2^2}, \quad H_3 = \frac{m_3}{r_3^2} \dots$$

Aus diesen ergibt sich die resultierende Feldintensität H nach dem Kräfteparallelogramm. Sind nämlich die Winkel derselben mit $H_1, H_2, H_3 \dots$ bezw. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots$, so sind die in die Richtung von H fallenden Komponenten der Einzelkräfte $H_1 \cdot \cos \alpha_1, H_2 \cdot \cos \alpha_2, H_3 \cdot \cos \alpha_3 \dots$, die zu H senkrecht stehen heben sich auf, somit ist

$$H = H_1 \cdot \cos \alpha_1 + H_2 \cdot \cos \alpha_2 + H_3 \cdot \cos \alpha_3 \dots$$

$$= \frac{m_1}{r_1^2} \cdot \cos \alpha_1 + \frac{m_2}{r_2^2} \cdot \cos \alpha_2 + \frac{m_3}{r_3^2} \cdot \cos \alpha_3 \dots \text{ Decimegadynen}$$

pro $1/a$ ($= 1/66,8 \cdot 10^{12}$) Kilogramm.

Die Feldstärke ist um so größer, je mehr sich die Niveauflächen drängen, denn wie oben ist, wenn l der Abstand zweier Niveauflächen mit den Potentialen V_2 und V_1 , die Feldstärke

$$H = - \frac{V_2 - V_1}{l}.$$

Um durch die Kraftlinien nicht nur die Richtung, sondern auch die Stärke des Feldes zum Ausdruck zu bringen, zeichnet man nur einzelne Kraftlinien und zwar in solchen Abständen, daß die Zahl der durch 1 qm Niveaufläche hindurchgehenden Linien gleich der Feldstärke ist. Durch die Kugelfläche vom Radius r_1 um die Masse m_1 gehen dann $4\pi \cdot r_1^2 \cdot H$ Kraftlinien. Nun ist

$$H = \frac{m_1}{r_1^2}, \text{ also die Zahl Kraft-} \\ \text{linien, welche von } m_1 \text{ ausgeht} \\ = 4\pi r_1^2 \cdot \frac{m_1}{r_1^2} = 4\pi \cdot m_1.$$

Wäre m_1 eine Kugel, so müßte man die Oberfläche dieser Kugel, etwa wie Fig. 18 andeutet, in $4\pi m_1$ gleiche Teile teilen und von jedem eine Kraftlinie ziehen.

Auch in beliebiger Entfernung gehen dann durch 1 qm Niveaufläche (konzentrische Kugel) so viel Kraftlinien, als dort die Feldstärke beträgt, da beide Zahlen umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes sind. Von 1 kg gehen also 4π Kraftlinien aus. Gleiches gilt für zwei und mehr Massen (vgl. Fig. 16; hier sind die Achsen der Einteilung nach Fig. 18 identisch mit der Achse der Figur). Die Feldstärke ist somit auch da am größten, wo sich die Kraftlinien am stärksten drängen.

Fig. 18.



II. Feste Körper.

20. Dehnungskoeffizient und Elastizitätsmodul. Daß eine lange Spiralfeder durch Belastung mit 1, 2, 3... Decimegadynen sich immer mehr verlängert, wurde bereits gezeigt. Es ist nunmehr weiter zu untersuchen, in welcher Beziehung die Verlängerungen zur Größe der Gewichte stehen. Der Versuch ergibt das einfache Resultat, daß bei nicht zu großen Belastungen jede Decimegadynne die gleiche Verlängerung hervorruft, daß somit Dehnung und Kraft proportional sind. Selbstverständlich ist die

Verlängerung auch der Länge proportional, denn eine Feder von doppelter Länge kann man sich aus zwei Stücken von einfacher Länge zusammengesetzt denken, deren jedes sich gleich viel verlängert. Zwei gleiche Federn, nebeneinander durch dieselbe Kraft gedehnt, würden sich nur um die Hälfte verlängern, da sich die Kraftwirkung auf beide verteilt. Dies gilt auch bei Dehnung eines einfachen Stabes oder Drahtes, wenn man den Querschnitt verdoppelt. Die Dehnung ist umgekehrt proportional dem Querschnitt. Sei die Dehnung d Meter, die Kraft P Decimegadynen, die Länge l Meter, der Querschnitt q Quadratmeter, so hat man demnach:

$$d = n \cdot \frac{P \cdot l}{q} \text{ Meter,}$$

das Hooke'sche Gesetz, worin n den Dehnungs- oder Elastizitätskoeffizienten bedeutet. $\frac{1}{n} = E$ heißt Elastizitätsmodul. Gleiches gilt für Stauchung.

Beispielsweise dehnte sich ein Kautschuffschlauch von 1,68 m Länge und den Querschnittsradien 0,015 und 0,005 m, also dem Querschnitte $(0,015^2 - 0,005^2) \cdot \pi/4 = 168,5 \cdot 10^{-6}$ qm bei Belastung mit 2,5 kg = 2,5 · 9,81 Decimegadynen aus um 0,36 m; somit ist für Kautschuff:

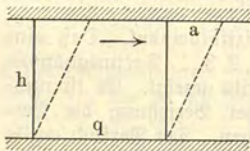
$$E = \frac{P \cdot l}{d \cdot q} = \frac{2,5 \cdot 9,81 \cdot 1,68}{0,36 \cdot 168,5 \cdot 10^{-6}} = 7,3 \cdot 10^6 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Für andere Materialien ergeben sich folgende Zahlen:

Stahl	Eisen	Kupfer	Blei	Glas
245000 · 10 ⁶	177000 · 10 ⁶	118500 · 10 ⁶	17200 · 10 ⁶	66500 · 10 ⁶

Neutrale Faser (Biegen eines Pappeckelpapets). Einseitig eingeklemmter Stab. Aufgelegter Stab (Holzlatte, $E = 10400 \cdot 10^6$). Proportionale Dehnungen bei langer Spiralfeder. Wagenfedern. Spiralfeder. zerschnittenes Glas. Glaswolle. Schlackenwolle. Deformationsellipsoid. Hauptspannungen. Trajektorien derselben in verschiedenen Fällen, z. B. bei Torsion von Gelatineplatte auf Quecksilber, Prägen, Stanzen, Scheren u. s. w.

Fig. 19.



21. Schubkoeffizient und Schubmodul. Haftet ein elastischer Körper an zwei parallelen Platten von q Quadratmetern Fläche, deren Abstand h Meter beträgt, und wird die eine gegen die andere um a Meter verschoben (Fig. 19), so ist die hierzu erforderliche Kraft

$$P = f \cdot \frac{a \cdot q}{h} \text{ Decimegadynen.}$$

Der Proportionalitätsfaktor f heißt Schubkoeffizient, das Reziproke desselben $1/f = F$ Schubmodul.

Beispielsweise befinde sich zwischen zwei konaxialen Zylindern, von welchen der innere drehbar ist, Gelatine (Sektographenmasse). Die Radien seien r_1 und r_2 , somit die Dicke der Gelatineschicht $h = r_1 - r_2$, und $q = 2\pi r_2 \cdot l$, wenn l die Höhe der Gelatineschicht. Der Drehungswinkel in Radianen sei α , somit $d = \alpha \cdot r_2$, die gemessene Kraft P_1 wirke am Hebelarm R , somit

$$P = P_1 \cdot \frac{R}{r_2}, \text{ dann ist}$$

$$F = \frac{(r_1 - r_2) P \cdot R}{\alpha \cdot r_2 \cdot l \cdot 2\pi r_2 \cdot r_2} \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Bei dem Versuch wurde gefunden: $r_1 = 0,047$ m, $r_2 = 0,0165$ m, $P = 9,81$ Decimegadynen, $R = 0,11$ m, $\alpha = 0,28$ m, $l = 0,33$ m, somit ist für Gelatine:

$$F = \frac{(0,047 - 0,0165) \cdot 9,81 \cdot 0,11}{0,28 \cdot 0,33 \cdot 0,28 \cdot 0,0165^2} = 13700 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Bei drahtförmigen Körpern (Verdrehung von Scheiben übereinander) kann der Schubmodul leicht durch Verdrillung gefunden werden. Ist α die Verdrillung in Radianen, l die Länge des Drahtes in Metern, P die Kraft in Decimegadynen, R deren Hebelarm in Metern, r der Querschnittsradius in Metern, so ist

$$F = \frac{2 \cdot P \cdot l \cdot R}{\pi \cdot r^4 \cdot \alpha} \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Für einen Messingdraht wurde beispielsweise gefunden:

$P = 0,04 \cdot 9,81$, $E = 0,11$ m, $l = 4,2$ m, $\alpha = 3,5$ m, $r = 0,001$ m, somit

$$F = \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,04 \cdot 4,2 \cdot 0,11}{3,14 \cdot 0,001^4 \cdot 3,5} = 33000 \cdot 10^6 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Nachweis der Proportionalität von Kraft und Torsionswinkel. Torsionswaage. Quarzfäden. Mikrowaage. Unabhängigkeit der Torsion von dem spannenden Gewicht.

22. Deformationsarbeit und Spannungsenergie. Wird eine elastische Platte, von der Fläche q Quadratmeter, zusammengedrückt, so ist die Kraft, wenn d die Verminderung der Dicke l und E der Elastizitätsmodul $K = E \cdot \frac{d \cdot q}{l}$ oder wenn H den Druck in Decimegadynen pro Quadratmeter bedeutet $= H \cdot q$, so daß $\frac{E \cdot d}{l} = H$. Die Deformationsarbeit beträgt somit, da die wirkende Kraft von Null bis $q \cdot H$ stetig zunahm, also im Mittel

$= \frac{1}{2} \cdot q \cdot H$ Decimegadynen war, $A = \frac{q \cdot H}{2} \cdot d$ Joule. Insofern $d = \frac{H \cdot l}{E}$, kann man schreiben:

$$A = \frac{q \cdot H^2 \cdot l}{2E} = \frac{v \cdot H^2}{2 \cdot E} \text{ Joule,}$$

wenn v das Volumen der Platte bedeutet. Dieser Ausdruck ist die in der gepreßten Platte aufgespeicherte Spannungsenergie. Die Energie pro Kubikmeter, die sogen. spezifische Energie, ist hiernach $= \frac{H^2}{2 \cdot E}$ Joule pro Kubikmeter, wenn H den Druck pro Quadratmeter bedeutet.

Energie einer aufgezoogenen Feder. Federmotor. Prinzip der kleinsten Deformationsarbeit. Auflagedrucke bei vierfüßigem Tisch, bei einer langen mehrfach unterstützten Transmissionswelle.

23. Elastizitätszahl und Volumenänderung. Bei Dehnung eines Stabes tritt eine Querkontraktion ein, dieselbe ist aber nicht so beträchtlich, daß das Volumen des Stabes ungeändert bleibe, dasselbe wird vielmehr größer und zwar um:

$$\frac{K}{E} (1 - 2\mu) \text{ Kubikmeter pro Kubikmeter.}$$

Die Zahl μ heißt die Elastizitätszahl. Sie kann aus dem Dehnungsmodul E und dem Schubmodul F (nach Poissons Theorie) berechnet werden, denn es ist

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{1 + \mu}, \text{ also } \mu = \frac{E}{2F} - 1.$$

Man kann z. B. bei einem einseitig geschlossenen, mit Wasser gefüllten Kautschukschlauch die Volumenvergrößerung bei der Dehnung dadurch erkennen, daß der Wasserspiegel sinkt. Für verschiedene Stoffe sind die Werte der Elastizitätszahl μ :

Blei	Eisen	Glas	Kupfer	Kautschuk
0,4	0,3	0,23	0,3	0,5.

24. Volumenelastizität und Kompressibilität. Bei allseitigem, gleichem Zug oder Druck wird die Volumenänderung

$$3 \cdot \frac{K}{E} (1 - 2\mu) \text{ Kubikmeter pro Kubikmeter.}$$

z. B. beträgt bei Druckzunahme um 1 Decimegadyn pro Quadratmeter Oberfläche die Volumenverminderung in Kubikmetern pro Kubikmeter für:

Blei	Glas	Messing	Stahl
$0,282 \cdot 10^{-6}$	$0,223 \cdot 10^{-6}$	$0,975 \cdot 10^{-6}$	$0,695 \cdot 10^{-6}$.

Diese Zahl heißt Kompressibilität; sie gibt auch das Verhältnis der Dichtigkeitszunahme zur ursprünglichen Dichte, die „Kompression“ bei der Druckzunahme um 1 Decimegadynes pro Quadratmeter. Volumenelastizität nennt man das Reziproke der Kompressibilität.

Die obige Theorie der Volumenelastizität ist wahrscheinlich unrichtig, die Kompressibilität steht nicht in dem angedeuteten Zusammenhange mit dem Elastizitätsmodul, denn Volumenelastizität zeigt sich auch bei Flüssigkeiten und Gasen, welche keinen Elastizitätsmodul (für Verschiebung) besitzen; Volum- und Verschiebungselastizität sind also verschiedenartige Erscheinungen, welche nicht mit dem gleichen Worte bezeichnet werden sollten.

Elastizitätsgrenze der Volumenelastizität scheinbar unendlich. Silber unter 2000 Atm. Druck. Umwandlung durch Druck. Jodsilber. Schwefel. Verflüssigung durch Druck. Mouffons Apparat. Eiszähen aus Eisstücken gepreßt. Durchschneiden eines Eisblocks mit Draht. Gletscherbewegung. Regeneration.

25. Anisotropie und Elastizitätsellipsoid. Bei manchen Körpern erweist sich der Elastizitätskoeffizient verschieden, je nach der Richtung, in welcher wir einen Stab aus einer größeren Masse schneiden, z. B. bei Holz, je nachdem die Länge mit der Richtung der Fasern übereinstimmt oder quer dazu ist, ebenso bei Schiefer. Solche Stoffe heißen anisotrope. Besonders gehören dazu die Kristalle. Trägt man die Größe des Elastizitätskoeffizienten als Radius nach der betreffenden Richtung von dem betrachteten Punkte aus ab, so liegen die Endpunkte dieser Radien im einfachsten Falle auf einem Ellipsoid. Die Verteilung der Werte der Elastizität in einer Platte ergibt sich, indem man die Schnittellipse der Platte mit jenem Elastizitätsellipsoid aufsucht. Da diese eine größte und kleinste Achse hat, so gibt es in der Platte im allgemeinen eine Richtung größter und eine Richtung kleinster Elastizität und beide stehen zueinander senkrecht. Ist das Elastizitätsellipsoid ein Rotationsellipsoid, so ergibt sich für eine Platte senkrecht zur Achse als Schnittellipse ein Kreis, d. h. diese Platte verhält sich so, wie wenn sie isotrop wäre.

Elastizität der Kristalle. Kristallsysteme. Kristallstrukturmodelle.

26. Elastizitätsgrenze und Plastizität. Nimmt die dehrende Kraft immer mehr zu, so wird schließlich die Elastizitätsgrenze erreicht, diejenige Belastung, bei welcher die Formänderung beim Nachlassen der Kraft nicht mehr vollständig zurückgeht. Man nennt diese Kraft pro Flächeneinheit den Tragmodul. Ein Bleidraht von 3,5 mm Durchmesser z. B. erfährt eine bleibende Verlängerung, wenn die angehängte Masse mehr als 9 kg wiegt,

also die Kraft mehr als 9,81 · 9 Decimegadynen beträgt. Der Querschnitt ist $\pi/4 \cdot 3,5^2 \cdot 10^{-6}$, somit der Tragmodul

$$= \frac{9,81 \cdot 9}{\pi/4 \cdot 3,5^2 \cdot 10^{-6}} = 9,25 \cdot 10^6 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Zweckmäßiger wird die größte Schubkraft bestimmt, doch ist die Messung schwierig.

Marineleim von hohem Stativ herabfließend. Torsionsapparat für Marineleim. Walzen, Ziehen, Prägen, Pressen, Falzen, Nieten, Stanzen, Treiben, Punzen, Ränderieren, Polieren, Wachsmoellieren, Blattgoldschlagen. Mannesmannröhren. Patronenhülsen. Versuche von Treseca, Aid, Rudeloff. Spannen von Drähten, Bleiröhren. Arbeit bei plastischer Deformation. Eindringen von Geschossen in Lehm. Durchschießen von Panzerplatten. Fließrichtungen unter 45° gegen die Hauptspannungen, z. B. bei Torsion von Marineleim auf Quecksilber, Prägen, Stanzen, Scheren u. s. w. Fließfiguren. Scherung. Radige und spiralförmige Dreh- und Hobelpläne. Gesechte Holzstücke. Messung der Schubfestigkeit mit Drahtschere. Gleitflächen. Translation bei Kristallen. Eis. Schlagfiguren. Künstliche Zwillinge. Fließende Kristalle. Wahre Plastizität. Schmierseife. Spontane und erzwungene Homöotropie. Enttöpfung allo-troper Modifikationen durch Schiebung. Protokatechusäure. Parazo-phenetol.

27. Innere und äußere Reibung. Man kann die größte Schubkraft, welche ein elastischer Körper ohne bleibende Deformation zu ertragen imstande ist, auch als innere Reibung der Ruhe bezeichnen. Zerschneidet man den Körper parallel der Ebene der Verschiebung und legt die Teile wieder aufeinander, so tritt bleibende Verschiebung schon bei viel geringerer Kraft ein, weil nun Berührung nur noch in einzelnen Punkten vorhanden ist. Diese sogen. äußere Reibung wächst mit dem Druck, mit welchem die beiden Teile gegeneinander gepreßt werden, da damit die Zahl der Berührungspunkte zunimmt. Den Proportionalitätsfaktor, d. h. die aufzuwendende Schubkraft bei Belastung mit 1 Decimegadyn, nennt man den Reibungskoeffizienten.

Beispielsweise waren zum Fortziehen eines Brettes auf einem anderen Brette die Kräfte 2,5, 5,0, 7,5 und 10 Decimegadynen erforderlich bei Belastung des gleitenden Brettes mit 10, 20, 30, 40 Decimegadynen. Der Reibungskoeffizient war somit:

$$\frac{2,5}{10} = \frac{5,0}{20} = \frac{7,5}{30} = \frac{10}{40} = 0,25.$$

Beispiele von Reibungskoeffizienten sind:

Eisen auf Eisen	Eisen auf Messing	Eichenholz auf Eichen	Eichenholz ⊥ auf Eichen
0,277	0,263	0,418	2,273.

Auf einer schiefen Ebene, deren Neigung immer mehr vergrößert wird, beginnt ein Körper plötzlich zu gleiten, wenn der

fogen. Reibungswinkel φ erreicht ist. Ist nämlich Q das Gewicht des Körpers, P die Kraft, mit welcher er herabzugleiten sucht, N der Druck, welchen er senkrecht zur Ebene ausübt, und η der Reibungskoeffizient, so ist $R = \eta \cdot N = \eta \cdot Q \cdot \cos \varphi$ und $R = P = Q \cdot \sin \varphi$, somit $\eta \cdot Q \cdot \cos \varphi = Q \cdot \sin \varphi$ und $\eta = \tan \varphi$, d. h. der Reibungskoeffizient ist die Tangente des Reibungswinkels.

Unabhängigkeit der Reibung von der Berührungsfäche. Einfluß der Geschwindigkeit. Zink. Graphit. Bleistift. Aluminium und Glas. Nageln, Schrauben. Bremsen eines Seils durch Herumwickeln. Schnur über Sattel gelegt. Bandbremse. Spill. Gaspel. Differentialflaschenzug. Flaschenzüge mit Reibung. Stabsysteme mit Reibung. Fliesen von Sand und Lehm. Böschungswinkel. Leiter an eine Mauer gelehnt. Telegraphensteigleisen. Reibung in Ruten. Reibung einer Schraube. Schraubendresse. Schraubenteilpresse. Differentialschraube. Zugkraft einer Lokomotive. Komereßs Apparat. Apparat von Reesen und Paalзов. Tribometer. Pronys Baum. Hirns Reibungswage. Wagenbremse.

28. Arbeitsmessung durch Bremsung. Die Reibung bietet ein bequemes Mittel zur Bestimmung der Arbeitsleistung, z. B. eines Arbeiters, welcher ein Schwungrad dreht¹⁾. Man setzt auf die Welle eine Trommel, welche zwischen zwei Bremsbäden geklemmt ist, derart, daß diese beim Drehen in ihrer Lage bleiben, wenn auf einen daran angebrachten Hebel die Kraft P wirkt. Ist r der Radius der Trommel, L die Länge des Hebels in Metern, so ist die Reibungskraft nach dem Momentensatz $= P \cdot \frac{L}{r}$. Der Weg bei einer Umdrehung ist $2\pi \cdot r$, somit bei n Umdrehungen $2\pi r \cdot n$ und die dabei geleistete Arbeit $= 2\pi r n \cdot P \cdot \frac{L}{r} = 2\pi L \cdot n \cdot P$ Joule. Einfacher ist die Bandbremse, bei welcher die Reibung direkt als Differenz der beiden angehängten Gewichte $P_1 - P_2$ bestimmt wird, so daß die Arbeit $2\pi r \cdot n \cdot (P_1 - P_2)$ Joule beträgt.

Homogene und inhomogene Körper. Schwamm mit Marineleim oder Schmierseife. Elastische Nachwirkung bei Dehnung. Guttaperchaspirale. Elastische Hysteresis. Innere Spannungen. Relaxationszeit. Unvollkommene Elastizität.

29. Plastizitätsgrenze, Kohäsion und Adhäsion. Wird die Belastung eines Drahtes über die Elastizitätsgrenze hinaus immer weiter fortgesetzt, so gelangt man an eine zweite Grenze, die Grenze der Plastizität, bei welcher der Draht zerreißt. Die dazu erforderliche Kraft pro Flächeneinheit ist, falls sie allseitig wirkt, die Kohäsion. Zugfestigkeit nennt man die bei harten

¹⁾ Siehe auch Uppenborn, Elektrotechnikerkalender 1907, II, 177.

Körpern nicht wesentlich davon verschiedene einseitige Zugkraft pro Quadratmeter, welche Zerreißen bewirkt. Beispielsweise wurde gefunden, daß ein Eisen draht von 1,4 mm Durchmesser zerreißt bei Belastung mit 510 Decimegadynen. Da der Querschnitt $= 3,14 \cdot 0,52^2 \cdot 10^{-6}$ qm, ist der Festigkeitsmodul

$$= \frac{510}{3,14 \cdot 0,52^2 \cdot 10^{-6}} = 630 \cdot 10^6 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Für andere Stoffe ist er:

Blei	Kupfer	Messing	Stahl	Hanf	Tannenholz	Eichenholz
$26,6 \cdot 10^6$	$273 \cdot 10^6$	$349 \cdot 10^6$	$1000 \cdot 10^6$	$44,2 \cdot 10^6$	$70 \cdot 10^6$	$125 \cdot 10^6$

Bei inhomogener Deformation (z. B. beim Meißeln, Scheren, Stangen, Verdrillen u. s. w.) treten bei isotropen Körpern naturgemäß die Sprünge zuerst da auf, wo die Zugspannungen am größten sind, und verlaufen senkrecht zu diesen.

Zerschneidet man einen Körper und setzt die beiden Teile wieder zusammen, so ist eine weitaus geringere Kraft genügend, sie zu trennen. Die Adhäsion ist um so größer, in je mehr Punkten Berührung vorhanden ist, aber höchstens gleich der Kohäsion. Bei weichen Körpern kann durch Druck, d. h. durch Deformation, die Zahl der Berührungspunkte und damit die Adhäsion vergrößert werden.

Festigkeitsmesser. Zerrissener Eisenstab. Tragkraft von Seilen und Ketten. Scherfestigkeit. Gleitbrüche. Relative Festigkeit. Rückwirkende Festigkeit. Tragkraft von Balken. Platten, Festigkeit von Röhren, Gefäßen. Panzerplatten. Säulen. Torsionsfestigkeit. Festigkeit von Steinen. Materialprüfungsmaschinen. Erzeugung von Zugspannungen durch Druck. Glasschneiden mit Diamant und Nadeln. Glasstab mit Draht umwickelt. Härte der Materialen. Zerschneiden von Seife mit Draht. Zieh- und Sämmbarkeit. Duktilität. Geschmeidigkeit. Biegsamkeit. Sprödigkeit. Marineleim. Innere Spannungen. Schachtel mit eingeklemmter Spirale. Zusammenwirken von innerer und äußerer Spannung. Glasröhren. Bologneser Fläschchen. Gußstücke. Aufreißen von Metallpatronenhüllen. Spaltbarkeit der Kristalle. Schlagfiguren. Härten durch Deformation. Adhäsionsplatten. Bleikügel. Gepreßter Steinsalzkristall. Schweißen von Metallspänen unter Druck. Goldplomben. Bernstein. Medikamenten- (Tabletten-) Presse. Unvulkanisierter Kautschuk. Leim und Glas. Schreiben mit Aluminiumstift auf Glas. Steine heilsche Prismen. Aneinanderkleben von Glasscheiben. Wälzende Reibung. Friktionsrollen. Kugellager. Fressen in Lagern. Transkristallisation. Mechanische Bearbeitung kristallinischer Stoffe. Säkulare Versuche. Polymorphismus und Amorphismus. Physikalische Legierungen. Feste Lösungen. Gold und Blei. Blei und Zinn. Kupfer und Zink. Eigenschaften der Legierungen. Mittelwerte. Verflüssigung von Salz und Eis. Chemische Verbindungen. Moleküle. Änderung der Eigenschaften. Stöchiometrie. Atomgewichte. Gesetz der Erhaltung des Stoffs. Wertigkeit. Molekularvolumen. Erhaltung und Zerfall der Elemente.

III. Hydrostatik.

30. Eichen von Maßcylindern, Kalibrieren von Röhren, Pyknometer. Die flüssigen Körper unterscheiden sich von den festen durch den Mangel an Verschiebungselastizität, selbst die geringste deformierende Kraft bringt eine bleibende Verschiebung hervor, ihre Elastizitätsgrenze ist Null. Beim Eingießen in ein Gefäß füllen sie deshalb den Hohlraum vollständig aus und nehmen ebene Oberfläche an. Durch successives Eingießen, z. B. von 1 cdm = 1 Liter Wasser kann man einen Maßcylinder in Litern eichen. Umgekehrt kann man einen solchen Cylinder benutzen, um das Volumen einer Wassermenge zu finden oder indem man außerdem einen festen Körper einbringt, das Volumen des letzteren, somit dessen Dichte. Beispielsweise stieg in einem Maßcylinder beim Einbringen eines $\frac{1}{2}$ kg = Stücks das Wasser von 0,002 auf 0,000275 cbm, somit war die Dichte des Gewichtstücks

$$\frac{0,5}{(0,275 - 0,2) 10^{-3}} = 6600 \text{ kg pro Kubikmeter.}$$

Zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten benutzt man kleine Gläschen, deren Inhalt man durch Auswägen mit Wasser bestimmt (Pyknometer). Dabei muß auf konstante Temperatur geachtet werden. Beispielsweise ist die Dichte in Kilogrammen pro Kubikmeter für:

Petroleum	Alkohol	Glycerin	Schwefelkohlenstoff	Schwefelsäure	Quecksilber
798	792	1260	1272	1850	13596

31. Pyknometer für Dichtebestimmung fester Körper. Eine große Pulverflasche, gefüllt mit Wasser, wog 1,032 kg. Nun wurde Steinkohle im Gewicht von 0,685 kg eingebracht. Die Flasche wog mit dieser und dem Wasserrest 1,215 kg. Ist das Gewicht der Flasche = G , das des Wasserrestes = R , das des verdrängten Wassers = W , so ist $G + R + W = 1,032$ und $G + R = 1,215 - 0,685 = 0,530$, somit $W = 1,032 - 0,530 = 0,502$ und die Dichte der Kohle = $\frac{0,685}{0,502 \cdot 10^{-3}} = 1360 \text{ kg pro Kubikmeter.}$

Drei Torsionsapparate mit bezw. Gelatine, Marinalleim und Sirup. Eigengewicht. Spezifisches Gewicht. Kubikdezimeter aus Glas. Literflasche. Vergoldete Eichgefäße. Bestimmung des Durchmessers einer Kapillare mit Quecksilber. Eichen eines 16 Liter-Maßcylinders. Abwiegen von 1 Liter Wasser, Alkohol, Schwefelsäure und Quecksilber. Abwiegen von 7 Liter Kupfervitriollösung. Spezifisches Volumen. Glasröhren mit gleichen Gewichten verschiedener Flüssigkeiten. Pyknometer. Uirunisch Apparat. Eintauchen eines Kilogrammstücks in Wasser in einem Maßcylinder. Wasserzähler. Wasseruhren. Käßelsette als Wasserzähler. Schwingender Nachen. Trommelzähler. Kolbenmotor als Wasserzähler.

32. **Flüssigkeitsdruck und Manometer.** Wird auf eine Flüssigkeit in geschlossenem Gefäß, z. B. durch einen beweglichen Kolben, ein Druck ausgeübt, so drückt die Flüssigkeit infolge ihrer Plastizität überall auf die Wandungen des Gefäßes und zwar ist dieser Flüssigkeitsdruck überall senkrecht zur Wandung; anderenfalls müßte er nämlich eine Komponente parallel zur Wandung haben, somit eine Strömung der Flüssigkeit hervorrufen, die im Falle des Gleichgewichts ausgeschlossen ist. Ist die Wandung elastisch, so wird sie durch den Druck ausgebaucht. Man kann z. B. einen zweiten beweglichen Kolben anbringen, welcher durch eine Spiralfeder hineingedrückt wird. Ist dieser Kolben von gleicher Größe, so folgt aus dem Gesetz der Erhaltung der Energie, indem man eine virtuelle Verschiebung vornimmt, daß der Druck der Spiralfeder im Fall des Gleichgewichts ebenso groß sein muß wie der auf den ersten Kolben ausgeübte Druck (Gesetz von der gleichförmigen Fortpflanzung des Drucks). Der Druck in der Flüssigkeit hat also überall denselben Wert und kann gemessen werden, indem man die Spiralfeder als Federwage (Dynamometer) ausbildet und in Decimegadynen pro Quadratmeter eicht. Ein solches Kolbenmanometer hat den Mangel, daß die Reibung des Kolbens an der Wandung Fehler bedingt. Diese werden vermieden, indem man den beweglichen Kolben mit Feder durch einen federnden Teil der Gefäßwandung ersetzt (Federmanometer). Zur Eichung eines solchen kann man den ersten Kolben mit einer Waagschale versehen und Gewichte auflegen. Er muß aber, um die Reibung tunlichst auszuschließen, sehr leicht beweglich sein und in drehender Bewegung gehalten werden (Manometerprüfapparat).

Eimerkunst als Pumpe. Archimedische Schraube. Spiralpumpe. Hydrostatischer Blasebalg. Ventilpumpe. Speisepumpe. (Plungerpumpe.) Membranpumpe. Schlauchpumpe. Rotations-(Kapsel-) Pumpe. Schieberpumpe. Kautschucksack mit Pumpe. Sicherheitsventil. Kommunizierende Kautschucksäcke von ungleicher Größe. Einheiten: Bar und Megabar. Druckwage oder Wagemanometer. Manoskop (Manometermodell). Federmanometer. Registrierende Federmanometer. Verzweigtes Rohrsystem. Druckausgleich bei zähen Flüssigkeiten. Kautschucksack mit Federmanometer. Messung der Druckelastizität. Zersprengen eines Metallgefäßes, eines Glasrohrs. Festigkeit desselben. Hydraulische Sprengpatrone. Subers hydraulische Prägung.

33. **Hydraulische Presse.** Sind die Querschnitte der beiden Kolben ungleich, betragen sie etwa q und Q Quadratmeter, die auf sie wirkenden Kräfte K und P , so ist, wenn der erste Kolben um s Meter heruntergeht, die Hebung x des anderen Kolbens bestimmt durch die Gleichung $q \cdot s = x \cdot Q$, da die auf der ersten Seite verschwindende Flüssigkeitsmenge auf der anderen Seite hinzukommt. Das Gesetz der Erhaltung der Energie fordert

aber: $K \cdot s = P \cdot x$, somit ist $K = P \cdot \frac{q}{Q}$ Decimegadynen, d. h. die Kraft K vermag einer auf den anderen Kolben wirkenden Last das Gleichgewicht zu halten, welche Q/q mal größer ist. Beispielsweise war $Q = 0,8^2 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$, $q = 0,52^2 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$ qm und $p = 10$, also $P = 10 \cdot \frac{64}{27} = 23,7$ Decimegadynen. Bei der hydraulischen Presse verstärkt man die Kraft zunächst durch Hebelübertragung. Ist z. B. das Verhältnis der Hebelarme = 50:8, das der Kolbenquerschnitte = 44,6:1,1, die Kraft = 385 Decimegadynen, so ist der vom Presskolben ausgeübte Druck:

$$= 385 \cdot \frac{50}{8} \cdot \frac{44,6}{1,1} = 97200 \text{ Decimegadynen.}$$

Derfelbe reicht aus, wie aus den Festigkeitskoeffizienten berechnet werden kann, einen quadratischen Holzstab von 5 cm Dicke und 20 cm Länge zu zerbrechen. Man kann also auf solchem Wege Festigkeitskoeffizienten messen.

Hydraulische Schmiedepressen, Materialprüfungsmaschinen, Aufzüge. Druckreduktion durch Kolbenübertragung.

34. Hydraulischer Akkumulator und Wassermotor. Nach dem Prinzip der hydraulischen Presse kann ein schweres Gewicht gehoben und darin potentielle Energie aufgespeichert werden wie in einem aufgezogenen Uhrgewicht. Zur Wiederverwertung dieser Energie dient der Wassermotor. Ist p der Druck auf den Kolben, q dessen Querschnitt, s die Hubhöhe, so ist die bei einem Hub geleistete Arbeit $p \cdot q \cdot s = p \cdot v$ Joule, wenn v das Volumen des einz. bezw. ausgetretenen Wassers in Kubikmetern bedeutet. Bei n Hüb ist das Volumen des durchgeströmten Wassers $V = n \cdot v$ Kubikmeter und die geleistete Arbeit = $p \cdot v \cdot n = p \cdot V$ Joule. Ist die Schwere des gehobenen Gewichts = P Decimegadynen, die Höhe, auf welche es gehoben war, s Meter, so ist die verlorene Energie = $P \cdot s$. Sie mußte gleich der Arbeit $p \cdot V$ sein, doch ist letztere wegen der Verluste durch Reibung u. f. w. kleiner (Kolben- und Kapselmotoren).

35. Hydraulischer Bodendruck. Durch das eigene Gewicht der Flüssigkeit wird ein Druck in derselben erzeugt, der mit der Tiefe zunimmt. Die Größe desselben ergibt sich wieder aus dem Gesetz von der Erhaltung der Energie, wenn man sich die gedrückte Fläche als Kolben beweglich denkt und eine virtuelle Verschiebung ausführt, z. B. den Kolben dem Drucke folgen läßt. Ist der Druck p Decimegadynen pro Quadratmeter, die Kolbenfläche q Quadratmeter, die Verschiebung s Meter, so ist die gewonnene Energie $p \cdot q \cdot s$ Joule. Die verlorene ergibt sich daraus,

daß ein Flüssigkeitsvolumen $q \cdot s$ oben in der Höhe h des Wasserspiegels verschwunden und unten zugekommen ist; sie beträgt also $q \cdot s \cdot d \cdot h \cdot 9,81$, wenn d die Dichte der Flüssigkeit bedeutet. Somit ist $p \cdot q \cdot s = q \cdot s \cdot d \cdot h \cdot 9,81$ oder $p = d \cdot h \cdot 9,81$ Decimegadynen pro Quadratmeter. Der Gesamtdruck auf die Fläche q ist $p \cdot q = q \cdot d \cdot h \cdot 9,81$, d. h. gleich dem Gewichte einer vertikalen Flüssigkeitssäule über der gedrückten Fläche bis zum Spiegel der Flüssigkeit, gleichviel, welches die Form des Gefäßes ist. Der Druck p läßt sich durch ein Federmanometer, das Gewicht $p \cdot q$ durch eine Wage messen. Ist beispielsweise die gedrückte bewegliche Platte eine Kreisscheibe von 10,2 cm Durchmesser, also 83 qcm Fläche, und wird die Wagschale belastet mit 3,5, 3,0, 2,5, 2,0, 1,5 kg, so stellt sich die Wasserhöhe beim Ausfließen ein auf 42, 36, 30, 24, 18 cm, denn das Gewicht einer Wassersäule von dieser Höhe entspricht den angegebenen Gewichten. Der Druck einer Quecksilbersäule von 760 mm Höhe auf 1 qcm Fläche ist gleich dem Gewichte von $10^{-4} \cdot 0,760 \text{ cbm} = 10^{-4} \cdot 0,760 \cdot 13596 = 1,033 \text{ kg} = 10,1366$ Decimegadynen in Karlsruhe.

Verschiedene Gefäße mit Federmanometer am Boden. Pascals Apparat. Eichung von Federmanometern durch Quecksilbersäulen. Quecksilbermanometer mit Pumpe. Manometer von Desgoffe. Reals Extraktionspresse. Seitendruck. Hydrostatischer Blasebalg. Druck nach oben. Bestimmung des Bodendrucks durch Wägung des ganzen Gefäßes.

36. Kommunizierende Gefäße und Hydrometer. Stehen zwei Gefäße in Verbindung, z. B. durch einen Schlauch oder dadurch, daß das eine unten offen und in das andere hineingestellt ist, so tritt Gleichgewicht ein, falls beide mit derselben Flüssigkeit gefüllt sind, wenn die Höhe in beiden dieselbe ist, da nur dann eine an der tiefsten Stelle gedachte bewegliche Scheidewand von beiden Seiten gleichen Druck erleidet. Sind die Höhen ungleich, so müssen nach dem vorigen die Produkte $d \cdot h$ gleich sein, also: $d_1 \cdot h_1 = d_2 \cdot h_2$ oder $d_1 : d_2 = h_2 : h_1$, d. h. die Dichten verhalten sich umgekehrt wie die Höhen. Hiervon wird beim Hydrometer Gebrauch gemacht zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten. Beispielsweise ergab sich durch Vergleich von Wasser mit Petroleum bezw. Quecksilber das spezifische Gewicht derselben $\frac{32}{40} = 0,8$ bezw. $\frac{41}{3} = 13,6$, d. h. soviel Mal sind die Dichten größer als die des Wassers.

Wasserstandsglas. Konzentrische Anordnung der kommunizierenden Röhren. Artesischer Brunnen. Schlauchwasserwage. Wasserwage (Libelle). Gal d a t s Apparat. Hydrometer. Barometermodell. Aufgießen von Wasser auf das äußere Quecksilber. Quecksilbermanometer. Wellenrohr. Abgefürztes Manometer.

37. Der Auftrieb und das Archimedische Prinzip. Der Satz vom Flüssigkeitsdruck gilt natürlich auch dann, wenn die Flüssigkeit von unten nach oben drückt. Dies ist z. B. der Fall bei einem in die Flüssigkeit getauchten Körper auf der unteren Fläche. Da auf der oberen Fläche ein der geringeren Wasserhöhe entsprechender geringerer Druck entgegenwirkt, so ergibt sich ein Auftrieb oder scheinbarer Gewichtsverlust gleich dem Gewicht der verdrängten Wassermenge. Durch Bestimmung desselben erfährt man also das Volumen des Körpers und durch Division mit demselben in das Gewicht des Körpers dessen Dichte. Auch kann man durch Eintauchen eines Körpers von bekanntem Volumen die Dichte der Flüssigkeit ermitteln (Hydrostatische Waage).

Hohlgefäß und einpassender Körper an der Waage. Eintauchen eines Porzellankörpers an Stativ in Wasser auf der Waage (Trieb nach unten). Eintauchen des Fingers. Mohr's Waage.

38. Das Schwimmen und die Senkwaage. Ein Körper schwimmt auf einer Flüssigkeit, wenn sein Gewicht geringer ist als das Gewicht einer Flüssigkeitsmenge von gleichem Volumen. Er sinkt so weit ein, bis der Auftrieb gleich seinem Gewicht ist. Bringt man eine Wagschale an und eine Volumeneinteilung, cylindrische Form vorausgesetzt, so wird bei Belastung mit 1 kg der Körper um 1 cdm oder 1 Liter tiefer eintauchen, wenn die Flüssigkeit Wasser ist. Wäre die Dichte der Flüssigkeit die 2-, 3-, 4-...fache, so würde er nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... so tief eintauchen (Senkwaage). Bei den Kräometern ist an dem Stiel eine Teilung angebracht, an welcher direkt die Dichte der Flüssigkeit abgelesen werden kann, oder das spezifische Gewicht.

Becherglas mit Wasser auf Waage, Schwimmkörper. Eisengewicht auf Quecksilber schwimmend. Blechcylinder als Senkwaage. Nicholson's Senkwaage. (Volumen durch Eintauchen in einen wassergefüllten Maßcylinder zu ermitteln.) Ein Senkkörper von 1 kg gibt das spezifische Volumen. Blechcylinder in Wasser und in Bittersalzlösung schwimmend. Cartl's Paraboyon. Ausfluß beim Eintauchen des Schwimmkörpers auf der Waage. Schwimmerventil. Kondenswasserableiter. Schwimmer als Wasserstandszeiger (Pegelapparat). Inhomogene Flüssigkeiten. Spezifisches Gewicht von Schlamm. Gleichgewicht schwimmender Körper. Metazentrum.

IV. Flüssigkeiten.

39. Oberflächenspannung. Die Elastizitätsgrenze der Flüssigkeit ist Null, nicht aber die Plastizitätsgrenze, die Kohäsion. Die direkte Bestimmung derselben ist schwierig, man müßte die Flüssigkeit einem allseitigen Zuge unterwerfen, indirekt kann

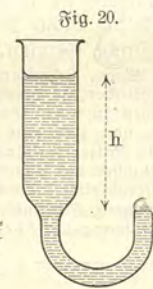
man aber die Existenz der Kohäsion dadurch erkennen, daß ein Flüssigkeitstropfen sich so verhält, als wäre er von einer gespannten elastischen Haut umschlossen, z. B. ein Öltropfen in verdünntem Alkohol von gleicher Dichte. Die Spannung der Oberflächenhaut pro Längeneinheit nennt man Oberflächenspannung. Sie ist z. B. die Ursache, daß ein Tropfen erst dann abfällt, wenn er ein bestimmtes Gewicht G Kilogramm erreicht hat. Ist die Oberflächenspannung = a Decimegadynen pro Meter, so wirkt am Rande des Tropfens die Kraft $2\pi r \cdot a$, wenn r der Querschnittsradius in Metern ist. Der Tropfen ist im Begriffe abzufallen, d. h. es herrscht gerade Gleichgewicht, wenn $2\pi r \cdot a = G \cdot 9,81$, somit ist $a = \frac{G \cdot 9,81}{2\pi r}$ Decimegadynen pro Meter.

Da sich das Gewicht eines Tropfens nicht gut bestimmen läßt, läßt man z. B. 100 Tropfen fallen und dividiert das Gesamtgewicht durch 100. Man findet für a bei:

Wasser	Alkohol	Benzol	Petroleum
0,073	0,0225	0,0270	0,024

Decimegadynen pro Meter.

Umgekehrt kann man auch die Flüssigkeit sich nach oben wölben lassen (Fig. 20). Die dazu nötige Niveaudifferenz h ergibt sich im Falle des Gleichgewichts aus: $2\pi r a = \pi r^2 \cdot h \cdot s \cdot 9,81$, wenn s die Dichte bedeutet, sie ist also $h = \frac{2a}{r \cdot s \cdot 9,81}$ Meter



in Karlsruhe z. B. für Wasser, da $a = 0,073$ und $s = 1000$, für $r = 0,0005$ m:

$$h = \frac{2 \cdot 0,073}{0,0005 \cdot 1000 \cdot 9,81} = 0,0297 \text{ m} (= 29,7 \text{ mm}).$$

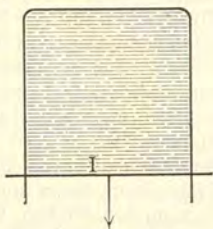
In gleicher Weise ergibt sich die Steighöhe in einer Kapillarröhre, denn hier hält die Oberflächenspannung dem Zuge der Flüssigkeitssäule das Gleichgewicht (Fig. 21). Es ist also wieder $2\pi r a = \pi r^2 \cdot h \cdot s \cdot 9,81$ also die Steighöhe für Wasser bei 1 mm Durchmesser der Oberfläche = 29,7 mm. Sind die Durchmesser zweier Kapillarröhren d_1 und d_2 , so ist das Verhältnis der Steighöhen $h_1 : h_2 = d_2 : d_1$. Bei einer Serie nebeneinander stehender Kapillaren von gleichmäßig abnehmendem Durchmesser bilden deshalb die Oberflächen

eine gleichseitige Hyperbel, ebenso bei zwei Platten, die einen keilförmigen Zwischenraum mit vertikaler Kante zwischen sich lassen.

Wird ein Tropfen Seifenwasser in einem rechteckigen Rahmen (Fig. 22) zu einer Lamelle ausgezogen und ist l die Länge des beweglichen, die Lamelle begrenzenden Stabes, also, da zwei Oberflächen darauf einwirken, der Zug der Oberflächenspannung $P = 2a \cdot l$, so muß man eine gleich große Kraft aufwenden, um den Stab (oder den Rahmen) zu halten. Für $l = 0,197$ m wurde mittels der Wage gefunden: $P = 0,0012 \cdot 9,81$ Decimegadynen. Somit ist für Seifenwasser:

$$a = \frac{P}{2l} = \frac{0,0012 \cdot 9,81}{2 \cdot 0,197} = 0,03 \text{ Decimegadynen pro Meter.}$$

Fig. 22.



Unvollkommene Elastizität von Flüssigkeiten. Relaxationszeit. Innere Reibung. Viskosität. Zähigkeit. Konsistenzmesser. Sirup, Kanadabalsam, Leinölsirnis, Kohäsion der Flüssigkeiten. Adhäsion. Benetzbarkeit. Adhäsionsplatten mit zähem Öl. Lithographie. Buchdruck. Wasserhammer. Wasser exträgt 150 kg Zug. Deformation einer freischwebenden Kugel. Flüssigkeitshäutchen. Roter und grüner Öltropfen. Siruptropfen an der Grenze von Öl und Schwefelkohlenstoff. Elementenglas. Scheibetrichter. Schwimmende Tropfen (Gettaugen). Treiben der Flüssigkeiten. Rotes Olivenöl auf Wasser. Geringste Dicke der Ölhäutchen. Molekulardurchmesser. Wasser auf Quecksilber. Rotes Arianeröl auf Wasser. Blauer Alkohol auf Öl. Marmorierte Wäuerschnitte. Buntpapier. Tropfgläser. Oberflächenenergie. Wellenberuhigung durch Öl. Tropfengestalt. Höhe flacher Tropfen. Siruptropfen in Öl oder Wasser. Wassertropfen in Öl fallend. Wasser in paraffiniertem Drahtnetz. Quecksilbertropfen. Ausgießen kleiner Quecksilbermengen. Quecksilberpipette. Quecksilberschuppe. Quecksilberzange. Quecksilber im Florfieb. Wassertropfen auf Staub. Eintauchen der Hand in Wasser mit Lycopodium. Kapillare mit Erweiterung. Glasplatte an der Wage. Randwinkel. Randkurve. Tiefe des Meniskus. Kontraktion von Chloroformtropfen beim Ausfließen in Alkohol. Schwimmende Nähnadel. Schwimmendes Blech. Wasserpfannen. Wasserläufer. Anziehung und Abstoßung von Kugeln auf Wasser. Kontraktion von feinem Sand beim Benetzen. Risse in austrocknendem Lehm. Kapillarer Wanddruck. Kapillarschwimmer. Einfluß der Kapillarität bei der hydrostatischen Wage. Einfluß beim Aräometer. Ausgießen am Glasstab. Sirupfäden oder Gummifäden. Lange Seifenlamelle. Kontraktion einer kleinen Seifenlamelle. Lamelle im Trichter aufsteigend. Cylindrische Lamelle. Ringförmiger Seidensaden auf Seifenlamelle. Lamellen an Drahtmodellen. Minimalflächen. Permanente Häutchen. Wasser und Quecksilber in U-Röhren mit kapillarem Schenkel. Wasser bezw. Quecksilber in konischer Röhre. Kapillarheber. Dochtheber. Sand, Badeschwamm. Gips. Käse.

40. Löslichkeit, Konzentration und Sättigung. Bringt man zwei Flüssigkeiten miteinander in Berührung, so wandern im allgemeinen Moleküle jeder derselben in die andere hinein, die

Grenze verschiebt sich und schließlich stellt sich ein Gleichgewichtszustand her, man sagt, die Flüssigkeiten sind in beschränktem Maße mischbar. Ist die Oberflächenspannung an der gemeinsamen Grenze Null, so ist die Mischbarkeit eine unbeschränkte, die Flüssigkeiten mischen sich in jedem Verhältnis. Da man die Moleküle nicht sehen kann, so kann das Einwandern der fremden Moleküle nur aus der Änderung der Eigenschaften erschlossen werden. Am auffälligsten sind diese bei der unbeschränkten Mischbarkeit, insofern man ein einziges gleichförmiges Gemisch erhält, dessen Eigenschaften mittlere zwischen denjenigen der Komponenten sind. Vollkommen streng ist dies indes nicht zutreffend, z. B. für die Dichte, denn wenn auch die Masse erhalten bleibt (Gesetz der Erhaltung des Stoffs), so tritt doch im allgemeinen eine Änderung des Volumens ein. Mischt man beispielsweise Wasser mit Alkohol, so zeigt sich eine beträchtliche Verminderung des Volumens.

Immerhin kann man durch Mischung spezifisch schwerer Flüssigkeiten mit leichten (z. B. Methylenjodid mit Benzol) Gemische erhalten, die die vorgeschriebene Dichte besitzen, in welchen etwa ein gegebenes fester Körper gerade schwimmt. In diesem Falle ist dessen Dichte gleich dem des Gemenges, welche sich z. B. mittels eines Aräometers bestimmen läßt. Auf solche Weise wird häufig die Dichte fester Körper bestimmt, welche nur in sehr kleinen Mengen zur Verfügung stehen. Man ändert das Mischungsverhältnis so lange, bis die Partikelchen oben schweben. Verschieden schwere Partikelchen kann man auf diese Weise scheiden.

Unter Massenkonzentration versteht man die Anzahl Kilogramme der einen Flüssigkeit, welche in einem Kilogramm der Mischung enthalten ist, sie ist $\frac{1}{2} = 50$ Proz., wenn 50 kg in 100 kg Mischung vorhanden sind. Räumliche Konzentration ist die Masse in Kilogramm pro Kubikmeter. Sättigung ist bei beschränkter Mischbarkeit die größte Konzentration, bei der noch eine einheitliche (homogene) Mischung entsteht. Beispiele beschränkt mischbarer Flüssigkeiten sind Wasser und Amylalkohol, Wasser und Äther. Für gesättigte Lösung von Brom in Wasser ist die Massenkonzentration 0,033 kg pro Kilogramm, die räumliche Konzentration 33 kg pro Kubikmeter.

Setzt man eine dritte Flüssigkeit zu, die mit den beiden anderen mischbar ist, so nimmt jede Lösung etwas davon auf. Teilungskoeffizient nennt man das Verhältnis der räumlichen Konzentration des dritten Stoffs in den beiden Mischungen, d. h. der Anzahl Kilogramme, die in einem Kubikmeter enthalten sind. Beispielsweise kann man Brom aus gesättigter wässriger Lösung mit Äther oder Chloroform „auschütteln“.

41. Diffusion. Das Einwandern der einen Flüssigkeit in die andere bei der Lösung nennt man Diffusion. Sind an den Enden einer Flüssigkeitssäule von l Meter Länge und q Quadratmeter Querschnitt die räumlichen Konzentrationen eines gelösten Stoffes c_1 und c_2 , wobei $c_1 > c_2$, so findet Diffusion in der Richtung von c_1 gegen c_2 statt und zwar ist die Stärke des Diffusionsstroms, d. h. die Menge der durchgewanderten Stoffmenge (Gesetz von Fick):

$$i = \delta \cdot \frac{c_1 - c_2}{l} \cdot q \text{ Kilogramm pro Sekunde.}$$

Der Proportionalitätsfaktor δ heißt der Diffusionskoeffizient, $\frac{c_1 - c_2}{l}$ das Konzentrationsgefälle. Die Diffusionskonstante beträgt z. B. für Essigsäure in Wasser $9,28 \cdot 10^{-4}$, Salzsäure in Wasser $20,9 \cdot 10^{-4}$, Traubensäure in Wasser $4,62 \cdot 10^{-4}$ Kilogramm pro Quadratmeter in der Sekunde bei 1 kg pro Kubikmeter Konzentrationsdifferenz pro Meter, oder einfacher, da $\delta = \frac{i \cdot l}{q \cdot c_1 - c_2}$, also die Dimension $\frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{cbm}}{\text{qm} \cdot \text{kg} \cdot \text{sec}} = \frac{\text{qm}}{\text{sec}}$, in Quadratmetern pro Sekunde.

Setzt man $c_1 - c_2 = e$ und $1/\delta = s$, so lautet das Diffusionsgesetz $i = \frac{e}{s \cdot l/q} = \frac{e}{r}$, wenn $r = s \cdot l/q$, oder die Stromstärke ist gleich Konzentrationsdifferenz dividiert durch den Widerstand r , der sich berechnet als Produkt des spezifischen Widerstandes s mit dem Quotienten von Länge und Querschnitt. Auf Grund dieses Gesetzes kann man auch bei ungleichmäßigem Felde, d. h. bei ungleichmäßiger Konzentrationsverteilung, den Verlauf der Niveauflächen oder -linien, sowie den der Stromlinien, welche zu ersteren senkrecht verlaufen, bestimmen, und erhält gleiche Flächen bzw. Kurven wie bei der Bestimmung der Niveauflächen und Kraftlinien im Gravitationsfelde, weil die mathematischen Formeln in beiden Fällen übereinstimmen.

Gleiches gilt für Lösung fester Körper. Die Löslichkeit (Sättigungskonzentration) in Wasser in Kilogramm pro Kilogramm ist z. B. für die folgenden Stoffe (wasserfrei):

Chlorcalcium	Eisenvitriol	Chlorkalium	Kupfervitriol
0,36	0,22	0,25	0,17.

Die Diffusionskonstante beträgt z. B. für

Chlornatrium	Chlorkalium	Natriumcarbonat	Kupfervitriol
$8 \cdot 10^{-4}$	$4,38 \cdot 10^{-4}$	$1,24 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$

Bei fortgesetzter Verdünnung einer Lösung schreitet die Teilung der sich lösenden Substanz immer weiter fort, man nimmt aber

an, daß sie nicht unbeschränkt sei, sondern eine Grenze finde, die eintritt, wenn in dem Raum nur noch ein Molekül (Durchmesser etwa 10⁻⁷ mm) vorhanden ist. Farbstofflösungen müssen mindestens noch 1 Molekül enthalten, wenn die Färbung noch erkennbar ist.

Setzt man zu einer Mischung von Öl und Alkohol Wasser, so scheidet sich ein ölreiches Gemisch in Form feiner Tröpfchen aus (Löslichkeitsverminderung durch Zumischung). Ebenso erhält man bei Zusatz von Alkohol zu einer wässerigen Lösung von Natriumsalpeter kleine Kriställchen des letzteren, doch scheiden sich Kristalle (abgesehen von flüssigen) stets rein aus ohne Beimischung von Lösungsmittel wie die Tröpfchen. Zuweilen tritt „Überfättigung“ ein. Es gibt auch flüssige polyedrische und tropfenförmige Kristalle. Ferner kann ein chemischer Vorgang die Mischung begleiten. Bei Mischung von Olsäure mit Ammoniak z. B. entstehen fließende Kristalle von Ammoniumoleat (Myelinformen). Ist das Produkt der Reaktion unlöslich, so können Suspensionen sehr feiner Tröpfchen oder Kriställchen entstehen (kolloidale Pseudolösungen). Der Durchmesser dieser Körnchen ist höchstens 10 milliontel Millimeter.

Zwei mischbare Flüssigkeiten in horizontaler Kapillare. Schwere ohne Einfluß auf die Mischung. Kontaktbewegung (blauer Alkohol auf Wasser, Eisenwasser auf Wasser). Stationäre Strömung, Arbeitsleistung pro Sekunde. Pulsationen bei Luftblase zwischen Alkohol und Wasser. Halbbegrenzte Tropfen. Emulsionsbildung. Entfernen von Fettflecken mit Benzin. Campbellbewegung auf Wasser. Lösungsformen. Kugelformen. Bestimmung des spezifischen Gewichts durch Schwebenlassen in Mischungen. Schwebendes Holz in Bittersalzlösung. Schwebendes Ei. Methyljodid. Benzolmischung. Thoullets Lösung. Indikatoren. Gefäß der Erhaltung der Materie. Mischung von Äther, Alkohol und Wasser. Adsorption (Entfärbung von Farblösungen durch Knochenkohle, Adsorption von Salz durch Sand). Kristallwachstum durch Adsorption. Kristallformen. Kristallstrukturmodelle. Regelmäßige Punktsysteme. Gesetz der Rationalität der Indices. Anlegenometer. Hemiedrie. Hemimorphie. Große Kristalle von Kupfervitriol, Steinsalz, Gips, Olimmer. Naphthionsaures Natrium unter dem Projektionsmikroskop. Ergänzung verlegter Kristalle. Kristallhabitus. Zwillingsbildung. Fließende Kristalle (Oberflächenspannung, Ausbreitung an Luftblasen, Zusammenfließen, Homöotropie, Myelinformen, Kristalltropfen, Rotation, Strukturmodell). Kristallisationskraft. Effloreszenz. Kristallhöfe. Kristallfelle. Strom- und Riveaulinien. Getrennte Kristallisation. Alaun und Kupfervitriol. Isomorphe Mischungen. Künstliche Färbung von Kristallen. Mischkristalle nicht isomorpher Körper. Löslichkeit von Mischkristallen. Trichitenbildung. Trägheit der Trichiten. Krümmung und Verzweigung. Sphärokrystalle. Chemische Verbindung von Flüssigkeiten (Lacmus, Phenolphthalein). Kontraktion von Alkohol und Wasser. Löcher bei Ausbreitung von Lorbeeröl. Additive und konstitutive Eigenschaften. Ägen von Metallen. Chemische Niederschläge. Kolloidale Lösungen. Äkali in Anilin gelöst. Anilin mit Kobalthlorür. Chemische Lösung fester Körper (z. B. Metalle in Säuren). Verschiedenheit der chemischen Affinität. Reaktionsgeschwindigkeit. Jodsäure und Schwefelsäure. Chloralhydrat und Soda. Fehlings Lösung und Zucker. Kata-

Ise und Katatypie. Wasserstoffsuperoxyd. Aluminiumamalgam. Aufzehren von Silbernitratkristallen in Schwefelsäure. Zementmörtel. Ägen von Glas. Mattäugung. Umwandlung von Pseudochlorcarbostryl. Molekularverbindungen. Salmiak-Eisenchlorid-Doppelsalz. Stöchiometrische Proportionen. Kristallwasser-Alkohol. Kristallwasserverbindungen sind keine Mischkristalle. Salze mit verschiedenem Wassergehalt geben gleiche Lösungen. Mischungen von Kupfervitriol und Ammoniumsulfat. Erhärten von Gips. Amalgam. Spiegelbelegen, Zahnplomben. Pseudomorphosen. Stabile und labile Modifikationen. Dissoziation. Dimorphie. Polymorphie. Deformation ändert die Eigenschaften nicht. Gleichgewicht der zwei Molekülarten in Lösungen. Salmiak mit Cadmiumchlorid (zwei reguläre Modifikationen). Aufzehren der Modifikationen (stabile und labile). Beide Modifikationen geben gleiche Lösung. Physikalische Isomerie. Gleichgewicht bei Mischkristallen polymorpher Modifikationen. Amorphie. Löslichkeit amorpher Körper. Kein Sättigungspunkt. Aufzehren durch Kristalle. Entglasung von amorphem Zucker. Glasige und porzellanige arsenige Säure. Globulitennieder schläge. Harze. Irreversible Lösungen. Amorphe und kristallisierte Körper geben gleiche Lösung. Rubin glas. Berlinerblau. Naphtholgelb. Sedimentation. Einfluß von Gelatine. Aussalzen. Farblade. Emulsionen. Adsorption von kolloidalem Gold. Flüssige Leuchte. Knochenkohle. Niederschlagshäute. Chlorbleibendriten. Silikatvegetationen. Kupfervitriol und Zucker in Gelatine mit gelbem Blutlaugensalz. Dendriten in Gesteinen. Mögliche Entstehung von Kieselsäuregallert. Diffusion in Gallerten. Hektograph. Adsorption gelöster Stoffe (Flächenanziehung). Färben von Gallerten. Kapillaranalyse. Imbibition. Turgeszenz. Gerben. Imprägnieren von Holz. Quellen von Leim. Pseudomorphosen durch Quellung bei Eweißkristallen. Quellen von Fragant. Halbdurchlässige Membranen. Künstliche Zellen. Dialyse. Dialysator. Geschmacksempfindung.

42. Kompressibilität der Flüssigkeiten. Dieselbe kann leicht direkt gemessen werden, wenn man dafür sorgt, daß die Wandung des Gefäßes von außen demselben Drucke unterliegt wie von innen, so daß sie sich nicht ausbauchen kann. Ist v_0 , das Volumen beim Drucke Null, so ist das Volumen v beim Drucke p Decimegadynen pro Quadratmeter: $v = v_0 - a \cdot v_0 \cdot p$. Der Kompressibilitätskoeffizient a beträgt für

Wasser	Äther	Alkohol	Benzol	Quecksilber
460.10 ⁻¹²	1860.10 ⁻¹²	1100.10 ⁻¹²	900.10 ⁻¹²	39.10 ⁻¹²

d. h. 1 cbm Wasser zieht sich um 460.10⁻¹² cbm, also annähernd $\frac{1}{2}$ milliontel Liter zusammen, wenn der Druck pro Quadratmeter um 1 Decimegadyne steigt. Der reziproke Wert des Kompressibilitätskoeffizienten heißt Kompressionsmodul.

Der Kompressibilitätskoeffizient ist keine wirkliche Konstante, er nimmt vielmehr mit dem Druck ab. Beispielsweise ist er für Wasser bei 10 Millionen Decimegadynen pro Quadratmeter 475.10⁻¹², bei 300 Millionen Decimegadynen pro Quadratmeter 261.10⁻¹². Für Alkohol bei denselben Drucken 769.10⁻¹² und 284.10⁻¹²; für Äther 1072.10⁻¹² und 317.10⁻¹².

Piezometer. Kompressibilität fester Körper. Änderung der Löslichkeit durch Druck. Chemische Verbindung durch Druck. Festwerden von Sedi-

mentgesteinen. Aenderung der Oberflächenspannung durch Druck. Aenderung der Mischbarkeit durch Druck.

43. Osmose und osmotischer Druck. Schichtet man Chloroform, Wasser und Aether übereinander, so findet man, daß nach längerem Stehen der Aether fast vollständig durch das Wasser hindurch zu dem Chloroform gegangen ist, die Wasserschicht also gehoben wurde, ebenso der Schwerpunkt des Chloroforms. Die Erscheinung — Osmose genannt — erklärt sich dadurch, daß sich das Wasser an der Berührungsstelle mit Aether mit leichterem Sättigt, dieser nun durch das Wasser diffundiert und schließlich in das Chloroform gelangt. Durch das Eindringen der Aethermoleküle in das Chloroform entsteht, weil ihnen der Rückzug durch das Wasser versperrt ist wegen der geringen Konzentration im Chloroform, welche geringe Diffusionsgeschwindigkeit bedingt, im Chloroform eine Druckzunahme, der die Hebungsbewegung zuzuschreiben ist. Durch Ausübung eines äußeren Druckes auf das Chloroform, etwa durch einen belasteten porösen Kolben, in dessen Poren die Wasserschicht durch Adsorptionswirkung festgehalten wird, könnte man das Eindringen des Aethers in das Chloroform unmöglich machen, d. h. bewirken, daß in gleicher Zeit gleichviel Aether zurückdiffundiert wegen Zunahme der Löslichkeit mit dem Druck. Dieser maximale Druck ist, völlige Unlöslichkeit des Chloroforms im Wasser vorausgesetzt, der osmotische Druck des Chloroforms.

Er ist nach van 't Hoff bedingt durch den Bewegungszustand der Moleküle, welcher als Ursache der Diffusionserscheinungen zu betrachten ist. Infolge dieses Bewegungszustandes könnte z. B. ein Wassertropfen nicht bestehen, die Moleküle müßten auseinanderfliegen, wenn sie nicht durch ihre gegenseitige Anziehung, die durch Kohäsion und Oberflächenspannung zum Ausdruck kommt und den „Binnendruck“ erzeugt, zusammengehalten würden. An der Grenze zweier mischbarer Flüssigkeiten können aber die Moleküle aus der einen in die andere wandern, doch infolge der zahlreichen Zusammenstöße nur langsam, bis Sättigung erreicht ist. Der durch den Bewegungszustand der gelösten Moleküle hervorgebrachte Teil des Binnendrucks der Lösung ist der „osmotische Druck“ der gelösten Substanz. Er erreicht bei Anwesenheit des sich lösenden Stoffs ein Maximum im Falle der Sättigung und heißt dann „Lösungstension“. In übersättigter Lösung ist der osmotische Druck größer als die Lösungstension und verursacht schließlich die Ausscheidung des Tröpfchen- oder Kriställchenniederschlages.

V. Aerostatik.

44. Volumen und Druck der Gase. Die Gase unterscheiden sich von den Flüssigkeiten dadurch, daß sie keine Kohäsion, also auch keine Oberflächenspannung haben, somit im freien Raume oder gegen andere nicht scharf begrenzt erscheinen, sondern sich stets in allen Verhältnissen miteinander mischen. (Ausgießen von Kohlensäure, Chloroformdampf.) Zum Abgrenzen und Abmessen von Gasen müssen also dicht schließende Gefäße benutzt werden, z. B. Gaspipetten mit zwei Hähnen, welche man erst mit Wasser füllt und dann durch das Auslaufenlassen des Wassers mit Gas. Gewöhnlich wird Flüssigkeitsabschluß gewählt, so beim Meßrohr auf der pneumatischen Wanne oder beim Gasometer. Zum Abmessen größerer Mengen dient die Gasuhr, im wesentlichen eine Art Schöpfrad aus Gasometerglocken. Zur Eichung verdrängt man aus einem geeichten Gasbehälter durch einfließendes Wasser das Gas und läßt es durch die Gasuhr austreten. Auch eine Pumpe mit geeichtem Stiefel und Hub- oder Tourenzähler kann zu gleichem Zwecke dienen.

Um beim Glockengasometer eine genaue Messung machen zu können, muß die Glocke durch eine über Rollen geführte belastete Schnur ausbalanciert sein, ferner muß das Wasser außerhalb und innerhalb der Glocke gleich hoch stehen. Ist die Glocke nicht ausbalanciert oder gar mit Gewichten belastet, so ist das Gas im gepreßten Zustande und hat andere Dichte, da, wie noch gezeigt wird, die Kompressibilität der Gase bedeutend größer ist als die der Flüssigkeiten. Um den auf ein solches gepreßtes Gas ausgeübten Druck zu messen, kann wie bei Flüssigkeiten das Federmanometer dienen. Verbindet man ein solches durch einen langen Schlauch mit einer beschwerten kleinen Glocke und senkt diese in einen tiefen Wasserbehälter ein, etwa bis zur Tiefe h Meter, so ist der vom Wasser ausgeübte Druck, also die Angabe des Federmanometers, $p = h \cdot 1000 \cdot 9,81$ Decimegadynen pro Quadratmeter, denn eine Wassersäule pro h Meter Höhe und 1 qm Querschnitt wiegt $h \cdot 1000$ kg. (Pneumatischer Wasserstandszeiger.) An Stelle des Federmanometers kann auch ein Flüssigkeitsmanometer, z. B. ein Wasser- oder Quecksilbermanometer, d. h. eine mit Wasser bezw. Quecksilber gefüllte U-Röhre gebraucht werden. Verbindet man den einen Schenkel einer solchen durch einen Schlauch mit einem Glockengasometer, dessen Glocke ausbalanciert ist, aber durch Wasser belastet werden kann, so ist (dem Gesetze von der gleichförmigen Fortpflanzung des Druckes entsprechend) die Niveaudifferenz im Manometer stets

gleich der Höhe des Waſſers im Gefäß auf der Gaſometerglocke. Wird das Manometer mit einem rechteckigen Kautſchuffack von $0,6 \times 0,45$ qm Fläche verbunden und dieſer mit 142 kg, alſo = 142.981 Decimegadynen beſtätigt, ſo iſt der Druck

$$= \frac{142.981}{0,6 \cdot 0,45} = 5100 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Da der Druck einer Waſſerſäule von h Meter Höhe = $h \cdot 1000 \cdot 9,81$ iſt, ſo muß die Niveaudifferenz des Manometers

$$h = \frac{5100}{1000 \cdot 9,81} = 0,52 \text{ m}$$

ſein, was ſich beſtätigt findet.

Die Flüſſigkeitsmanometer müſſen mindestens an den Stellen, wo die Ableſung erfolgt, weit ſein, da ſonſt Kapillarelevation oder -depreſſion Fehler bedingen. Ferner iſt zu beachten, daß ein geeichtes Federmanometer an jedem Orte richtig zeigt, ein in Decimegadynen pro Quadratmeter geeichtes Flüſſigkeitsmanometer dagegen nur an dem Orte gebraucht werden darf, für welchen die Eichung gilt, da ja die Schwere, welche den Flüſſigkeitsdruck hervorbringt, an verſchiedenen Orten verſchieden iſt. Durch Vergleich der Angaben eines Federmanometers und eines Flüſſigkeitsmanometers kann man geradezu die Größe g , welche die Intenſität der Schwerkraft beſtimmt, meſſen.

Wohl zu beachten iſt ferner, daß beide Manometerarten nur den auf das Gas ausgeübten Druck, den ſogen. Überdruck meſſen, nicht den wahren Druck.

Daß ein Gas, ſchon ehe man es künstlich preßt, ſich in ge-
preßtem Zuſtande befindet, kann man erkennen, wenn man eine ſehr geringe Menge Gas in einem Pumpenſtieſel abſchließt und nun raſch den Kolben heraufzieht. Das Gas beſitzt anſcheinend Kohäſion und Elaſtizität, denn es macht ſich ein beträchtlicher Widerſtand geltend, welcher bei offener Pumpe nicht auftritt und beim Loſlaſſen ſchnell der Kolben zurück, wie wenn er von einer Feder gezogen würde. Eine kleine Luſtblaſe über Queckſilber in unten offenem, ſchräg in Queckſilber ſtehendem Rohre ſcheint beim Aufrichten des Rohres plötzlich durchzureißen, wenn die Queckſilberhöhe 760 mm, alſo wie früher gezeigt, der Zug 101366 Decimegadynen pro Quadratmeter beträgt. Indes bleibt das Queckſilber auf dieſer Höhe ſtehen, während es beim Zerreißen der Blaſe ganz herunterfallen oder bei elaſtiſcher Dehnung ſeinen Stand mit der Größe der Dehnung ändern müßte. Es wird alſo in die Höhe gedrückt durch den Druck der äußeren Luſt, welcher durch dieſen Verſuch gemeſſen werden kann (Verſuch

von Torricelli). Er erweist sich an verschiedenen Tagen merklich verschieden, jedenfalls infolge von Änderungen der Atmosphäre, insbesondere in der Höhe des Luftmeeres über dem betreffenden Orte, der Temperatur, des Feuchtigkeitsgehalts u. s. w. (Barometer, Gefäß-, Heber-, Index-, Wagebarometer). Obschon sich der Torricellische Versuch ohne weiteres aus dem Geseß von den kommunizierenden Röhren (bei konzentrischer Anordnung) ergibt, hatte man früher keine Kenntnis vom Luftdruck, weil man die Luft für gewichtlos hielt. In der Tat wiegt ein mit Luft gefüllter Sack, wie schon Aristoteles fand, nicht mehr als ein leerer, indes nur darum, weil beim Aufblasen der Auftrieb in gleicher Weise zunimmt wie das Gewicht. Um die Luft richtig zu wägen, muß man ein starres Gefäß entleeren können.

Hierzu kann ein großes Barometer (Quecksilberluftpumpe) dienen, dessen oberes Ende zu einem Gefäß erweitert und mit zwei Hähnen versehen ist. Eine einfachere Form ist die Sprengel'sche Tropfslumpumpe, besonders ergiebig ist Gaede's Pumpe, ähnlich einer mit Quecksilber gefüllten Gasuhr gebaut. Bei Guericke's Kolbenluftpumpe ist das Quecksilber durch einen festen Kolben ersetzt. Dabei bleibt ein schädlicher Raum, der bei der Luftpumpe dadurch unschädlich gemacht wird, daß man ihn mit Öl füllt. Durch fortgesetztes Pumpen kann man einen Rezipienten, z. B. die Magdeburger Halbkugeln, beliebig stark entleeren (bis zu einer durch die auftretenden Öldämpfe gegebenen Grenze). Ist der Radius = $0,0425$ m, also der Querschnitt $\pi \cdot 4,25^2 \cdot 10^{-6}$ qm, so ist bei vollkommener Entleerung der Druck, mit welchem sie zusammengehalten werden, = $\pi \cdot 4,25^2 \cdot 10^{-6} \cdot 101366 = 588,6$ Decimegadynen, was sich z. B. durch angehängte Gewichte konstatieren läßt.

Ein Quecksilbermanometer, dessen einer Schenkel oben geschlossen und leer ist, ein sogen. Baromanometer, gibt ebenso wie ein Barometer den wahren Luftdruck an, wenn der andere Schenkel offen ist. Verbindet man diesen mit einem Gasbehälter, in welchem sich gepreßtes Gas befindet, so zeigt es den wahren Druck des Gases an, d. h. die Summe des schon vor der Pressung vorhandenen Luftdrucks und des künstlich erzeugten Überdrucks. Ebenso zeigt es den wahren Druck in einem Rezipienten, welcher mit der Luftpumpe evakuiert wird. Man kann zu diesem Zweck auch ein Barometer unter einen Rezipienten stellen oder eine Barometerprobe benutzen.

Verbindet man gleichzeitig ein Federmanometer mit dem Rezipienten, so kann man auch dieses als Vakuummeter oder Vakuummanometer eichen. Gewöhnlich benutzt man einfach eine

Steigröhre, in welcher Quecksilber aufgesaugt wird, so daß eine Höhe von 76 cm dem Druck Null entspricht, eine Höhe von 38 cm dem Druck 50683 Decimegadynen pro Quadratmeter u. s. w. Ist das Manometer in Atmosphärenüberdruck geeicht, so bedeutet 0 den Druck 101366, 1 den Druck 202732, 3 den Druck 304098 Decimegadynen pro Quadratmeter u. s. w.

Das Aneroidbarometer ist ein geschlossenes Federmanometer, auf welches der Druck von außen wirkt. Man kann es eichen, indem man es unter einen Luftpumpenrezipienten bringt und diesen mit dem Manobarometer (Baromanometer) verbindet.

Zur Messung kleiner Druckdifferenzen dienen das schiefe Manometer, die Drucklibelle, das Indexmanometer und das Differentialmanometer.

Zwei miteinander verbundene Manometer, ein sogen. pneumatisches Densimeter, läßt die Dichte oder das spezifische Gewicht von Flüssigkeiten in gleicher Weise bestimmen, wie kommunizierende Gefäße, da auch in diesem Falle die Höhen sich umgekehrt verhalten wie die Dichten.

Durch Messung des Drucks in einer Seifenblase kann man die Oberflächenspannung a des Seifenwassers erhalten. Für eine halbkugelförmige Seifenblase auf einem Trichter von r Meter Öffnungsradius ist nämlich die Kraft der Oberflächenspannung $2\pi r \cdot a \cdot 2$ Decimegadynen. Der Druck sei p Decimegadynen pro Quadratmeter, also die Kraft, mit welcher die Blase fortgetrieben wird, $\pi r^2 \cdot p$ Decimegadynen, dann ist $4\pi r a = \pi r^2 \cdot p$, also $a = \frac{p \cdot r}{4}$ Decimegadynen pro Meter; z. B. für $r = 0,06$ m und $p = 2$ Decimegadynen pro Quadratmeter $a = 0,03$. Da der Druck p umgekehrt proportional r ist, insofern $p = \frac{4a}{r}$, sind zwei miteinander kommunizierende Seifenblasen nicht im stabilen Gleichgewicht, sondern die etwas kleinere treibt ihren Luftinhalt in die größere und verschwindet schließlich. In einer porösen luftdicht abgeschlossenen Masse, in welche ein Manometer eingesetzt ist, steigt der Druck auf mehrere Atmosphären. Hieraus ergibt sich die Größe der Poren.

Aufsteigen von Luftblasen in Wasser, beim Austritt keine Tropfen. Expansion von Brom ins Vakuum. Sicherheitsventil. Druck der Luft auf den Menschen. Reduzierventil. Kautschucksack als Druckregulator. Große Seifenblasen. Schnittwinkel von Seifenblasen. Glasblasen. Preshluftglas. Radmanometer. Sinusmanometer. Drucklibelle. Zugmesser für Schornsteine. Wellenrohrmanometer. Sicherheitsröhre. Multiplizierender Druckmesser. Gleichförmige Fortpflanzung des Drucks. Kraftaufwand zum Ausziehen des Kolbens aus einer abgeschlossenen Pumpe. Meßzylinder über der pneumatischen Wanne. Umgekehrtes, mit Papier bedecktes, wasser-

gefülltes Trinkglas. Wasserheben durch Röhre mit Ventil. Saugpumpenmodell. Saugen mit dem Mund. Pyknometerfüllen durch Saugen. Glas mit Sand umgefüllt in Wasser. Pumpbrunnen. Saug- und Druckpumpe. Variation des Barometerstandes. Warme, feuchte, bewegte Luft. Entlastung durch Regenfall. Gefäßbarometer, Normalbarometer, Heberbarometer, Fortins Barometer, Doppelbarometer, Webers Barometer, Rabbarometer, Indexbarometer, Glyzerinbarometer. Einfluß der Kapillardepression. Schrägstellen. Selbstregistrierendes Barometer. Wagebarometer. Aneroid mit Mikrometerschraube, Barograph, selbstregistrierendes Aneroid. Abhängigkeit des Luftdrucks von der geographischen Breite und Höhe. Bestimmung der Fallbeschleunigung mit Quecksilberbarometer und Aneroidbarometer. Doppelbarometer. Doppelbarometer mit Wasser. Großer Heber. Schlauch als Heber. Säureheber. Dreibeiniger Heber. Kapillarheber. Docht. Effloreszierende Salzkriste. Zauberbecher. Intermittierende Quelle. Stechheber. Pipetten. Zaubertrichter. Intermittierender Brunnen. Mariottes Flasche. Lampe mit Sturzflasche. Apparat für langdauernde Filtration.

Steigbügel Luftpumpe. Hahnluftpumpen. Selbststeuernde Hahnluftpumpe. Dampfmaschinenmodell als Luftpumpe. Schieberluftpumpe. Luftpumpe mit oszillierendem Stiefel. Ventilhandluftpumpe. Zweistiefelige Ventil Luftpumpe. Kravogls Quecksilberkolbenluftpumpe. Verschiedene Quecksilberluftpumpen mit und ohne Hähne. Selbsttätige Quecksilberluftpumpen. Wassertropf Luftpumpe. Steigröhre. Abgefäztes Barometer. Heber im Vakuum. Saugpumpe im Vakuum. Saugheben. Wasensprengen. Quecksilberregen. Durchbrüden von Fett durch ein Sieb.

45. Dichtigkeit der Gase. Mit Hilfe der Luftpumpe ist es möglich, ein starres Gefäß, z. B. einen Glasballon, zu evakuieren und an der Barometerprobe kann man erkennen, ob die Entleerung gelungen ist. Wird ein solcher entleerter Kolben mit Hahn auf der Wage tariert und nun der Hahn geöffnet, so daß er sich mit Luft füllt, so zeigt sich eine erhebliche Gewichtszunahme. Beispielsweise zeigt ein Kolben von $8,2 \cdot 10^{-3}$ Liter Inhalt eine Zunahme von etwa 0,01 kg. Hieraus folgt, daß 1 cbm Luft etwa 1,2 kg wiegt. Für Leuchtgas findet sich 0,54 kg. Genauer sind die Dichten verschiedener Gase bei 0° und 760 mm Barometerstand (Normalzustand): Luft 1,293, Sauerstoff 1,429, Stickstoff 1,251, Wasserstoff 0,090, Kohlensäure 1,965, Kohlenoxyd 1,251 Kilogramm pro Kubikmeter.

Baroskop mit ausziehbarem Zylinder. Vakuumwaage. Fehler bei porösen Körpern. Absolut schwere und leichte Gase. Wage mit zwei Bechergläsern mit Leuchtgas und Kohlensäure. Ausfluß von gasförmigem Brom und Chloroform.

46. Reduktion einer Wägung auf den leeren Raum. Da mit die Wägung des Gases richtig ausfalle, muß die Tara des Ballons einschließlich der Gewichtsstücke gleichen Auftrieb haben wie der Ballon selbst. Man verwendet deshalb zweckmäßig einen geschlossenen zweiten Ballon gleicher Größe. Die Wage kommt nämlich nicht dann ins Gleichgewicht, wenn die auf beiden Seiten befindlichen Massen einander gleich sind, sondern

wenn ihre Schwere, die Kraft, mit welcher sie von der Erde angezogen werden, vermindert um den Auftrieb, gleich ist. Würde man z. B. den Ballon statt auf der gewöhnlichen Wage auf der Federwage abwiegen, so würde sich der Ausschlag derselben nicht nur mit dem Orte ändern, wo man sich befindet, sondern auch mit dem Luftdruck. Unter dem Rezipienten der Luftpumpe z. B. würde der Ausschlag größer, wenn man evakuiert, da nun der Auftrieb der Luft wegfällt. Bringt man eine kleine gewöhnliche Wage, an welcher ein Ballon durch ein Massengewicht tariert ist, unter den Rezipienten, so wird aus gleichem Grunde, weil der Auftrieb der Messinggewichte sehr klein ist, der Ballon beim Evakuieren anscheinend schwerer. Man kann eine solche Luftwage, Baroskop oder Dasymer (Wagemanometer), aus diesem Grunde auch an Stelle der Barometerprobe zur Messung des Luftdrucks benutzen.

Um den Einfluß des Auftriebs auf die Wägung zu eliminieren, werden sehr genaue Wägungen im Vakuum ausgeführt (Vakuumwagen), bei anderen reduziert man das Messungsergebnis durch Rechnung auf den leeren Raum. Ist M die wahre Masse des zu wägenden Körpers und d seine Dichtigkeit, so ist sein Volumen M/d , also wenn λ die Dichtigkeit der Luft ist, der Auftrieb $M/d \cdot \lambda$ und das scheinbare Gewicht $M - M \cdot \frac{\lambda}{d} = M \left(1 - \frac{\lambda}{d}\right)$. Ebenso ist, wenn m die wahre Masse der Gewichtstücke und D deren Dichte, das scheinbare Gewicht derselben $m \left(1 - \frac{\lambda}{D}\right)$. Da sich die Wage im Gleichgewicht befindet, ist $M \left(1 - \lambda/d\right) = m \left(1 - \lambda/D\right)$, somit das gesuchte $M = m \frac{D - \lambda \cdot d}{D(d - \lambda)}$ oder angenähert $M = m \left(1 + \frac{\lambda}{d} - \frac{\lambda}{D}\right)$, d. h. zu dem gefundenen, scheinbaren Gewicht ist $m \lambda (1/D - 1/d)$ hinzuzufügen. Wird z. B. eine Wassermenge mit Messinggewichten gewogen, so hat man auf jedes Gramm 1,06 mg hinzuzuzählen, um die wahre Masse zu erhalten, eine nicht unbedeutende Korrektur, die namentlich auch bei quantitativen chemischen Analysen in Betracht kommt.

47. Aerostatische Wage. In gleicher Weise, wie bei der hydrostatischen Wage ein Senkförper zur Bestimmung der Dichtigkeit von Flüssigkeiten durch den Auftrieb benutzt wird, wird ein geschlossener, an der Wage hängender Ballon bei der aerostatischen Wage zur Bestimmung der Gasdichte benutzt. Ist derselbe in Luft tariert und wird nun in ein schwereres Gas, z. B.

Kohlensäure oder Chloroformdampf, eingesenkt, so muß er belastet werden, um wieder Gleichgewicht herzustellen. Die Belastung ist die Differenz der Auftriebe, d. h. das Gewicht einer dem Ballon gleichen Gasmenge vermindert um das Gewicht einer gleich großen Luftmenge. Beispielsweise wäre für einen Ballon von 8 Liter Inhalt das Luftgewicht im Normalzustand $1,293 \cdot 10^{-3} \cdot 8$ kg, das Gewicht der gleichen Menge Gas $d \cdot 10^{-3} \cdot 8$ kg, somit der Auftrieb $A = (d - 1,293) \cdot 10^{-3} \cdot 8$ und die gesuchte Gasdichte $d = 1,293 + \frac{A \cdot 10^3}{8}$. Für Kohlensäure ist $A = 5,4 \cdot 10^{-3}$ kg, somit $d = 1,293 + 5,4/8 = 1,965$.

48. Luftballon. Nach gleichem Prinzip berechnet sich die Tragkraft eines Luftballons. Sei der Radius 0,08 m, der Inhalt somit $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8^3 \cdot 10^{-6}$ cbm, so ist das Gewicht des Gases: $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8^3 \cdot 10^{-6} \cdot 0,45 \cdot 1,293$, da das Leuchtgas 0,45 mal so schwer als Luft ist. Der Auftrieb ist $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8^3 \cdot 10^{-6} \cdot 1,293$, somit die Tragkraft, wenn das Gewicht des Ballons selbst $0,9 \cdot 10^{-3}$ kg beträgt: $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8^3 \cdot 10^{-6} \cdot 1,293 (1 - 0,40) \cdot 9,81 - 0,9 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 = 0,0149 - 0,0088 = 0,0061$ Decimegadynen = dem Gewicht von 0,64 g, da das Gewicht von 1 g $9,81 \cdot 10^{-3}$ Decimegadynen beträgt. Auftrieb im Chloroformdampf. Seifenblasen auf Chloroformdampf.

49. Volumenenergie. Man könnte auch durch Leerpumpen eines starren Behälters eine Art Luftballon herstellen. Dabei ergibt sich die merkwürdige Schwierigkeit, daß der leere Raum, also das Nichts, anscheinend potentielle Energie, d. h. Arbeitsfähigkeit besitzen kann, da man die Steigkraft dazu gebrauchen könnte, Arbeit zu leisten, z. B. Gewichte zu heben. Die Schwierigkeit ist nur eine scheinbare, denn die potentielle Energie kommt nicht dem Vakuum zu, sondern der äußeren Luft. Zieht man bei der Luftpumpe den Kolben vom Querschnitt q Quadratmeter um die Strecke s Meter heraus, so hebt man die darüberstehende Luftmenge, deren potentielle Energie ist also $p \cdot q \cdot s = p \cdot v$ Joule. Steigt der evakuierte Raum nach oben, so sinkt die gehobene Luftmenge nach unten und verliert also ihre potentielle Energie. Dieser ist die beim Steigen geleistete Arbeit gleich. Insofern jeder Körper Luft verdrängt, kommt ihm ebenfalls eine scheinbare potentielle Energie zu, die man Raumenergie nennt. Sie ist zu berücksichtigen, wenn aus irgend einem Grunde der Körper sein Volumen ändert, wenn z. B. ein gepreßtes Gas sich ausdehnt oder sich auf chemischem Wege aus einer Flüssigkeit ausscheidet; dabei leistet es eine dem Zuwachs an Volumenenergie entsprechende Arbeit.

VI. Gase.

50. **Kompressibilität der Gase.** Sie ist die Volumenverminderung in Kubikmeter pro Kubikmeter bei Druckzunahme um 1 Decimegadyne pro Quadratmeter. Der Versuch ergibt das einfache sogen. Boyle=Marriottsche Gesetz, daß Volumen v und Druck p umgekehrt proportional sind, daß also $v \cdot p = \text{Const.}$ Wächst z. B. der Druck auf das 2-, 3-, 4-... fache, so nimmt das Volumen ab auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... und umgekehrt. Am besten erhält man eine Vorstellung von dieser Beziehung durch graphische Darstellung, indem man die Volumina als Abszissen, die Drücke als Ordinaten in ein rechtwinkeliges Koordinatensystem einträgt. Auf solche Weise erhält man eine gleichseitige Hyperbel als Ausdruck des Boyle=Marriottschen Gesetzes.

Ist der Anfangsdruck p , der Enddruck $2p$, das Anfangsvolumen v , also das Endvolumen $v/2$, so ist die Volumenänderung pro Kubikmeter Endvolumen, die sogen. Kompression $= (v - v/2) : v/2 = 1$, also da die Druckzunahme $2p - p = p$ Decimegadynen pro Quadratmeter beträgt, die Kompressibilität $= 1/p$, d. h. gleich dem Reziproken des Drucks. Dies gilt allgemein für Gase; denn ist der Anfangsdruck p , der Enddruck $n \cdot p$, das Anfangsvolumen v , also das Endvolumen v/n , so ist die Kompression $(v - v/n) : v/n$, und da die Druckzunahme $n \cdot p - p = (n - 1)p$, die Kompressibilität $= \frac{(n - 1)v \cdot n}{n \cdot v \cdot (n - 1) \cdot p} = \frac{1}{p}$. Man kann auch sagen,

bei Drucksteigerung auf das 3-, 4-, 5-... fache ist die Kompression 2, 3, 4... Die Druckzunahme $2p, 3p, 4p$... also die Kompressibilität $1/p$. Sie hängt also vom Druck ab. Ebenso die Volumenelastizität, die $= p$ Decimegadynen pro Quadratmeter ist. Verbindet man einen Kessel mit Druckluft mit einem gleich großen evakuierten Kessel, so ist der wahre Druck nach Herstellung des Gleichgewichts die Hälfte des anfänglichen. Anwendung findet das Gesetz z. B. bei dem sogen. Finimeter, einem Manometer, an welchem der noch vorhandene Gasinhalt in Stahlflaschen erkannt werden kann. Ist die Flasche auf die Hälfte entleert, hat also der vorhandene Gasrest sich auf das doppelte Volumen ausgedehnt, so ist der Druck nur noch die Hälfte des Anfangsdrucks. Umgekehrt, ist der Druck auf die Hälfte des Anfangsdrucks gesunken, so enthält die Flasche nur noch die Hälfte der früheren Füllung, ebenso nach Sinken des Drucks auf $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$... den 3., 4., 5... Teil der Anfangsfüllung.

Verschiedene Apparate für Boyle-Mariottes Gesetz. Auszugröhre. Kautschukballon in Holzkasten gepreßt. Glockenmanometer mit variabler Belastung (Wasserbelastung). Blase unter dem Rezipienten der Luftpumpe, Sprengen dünner Glaskugeln. Glasbolben mit Wasserabsperrung. Einfen von Holz in Wasser. Beseitigung der Luft im Hygrometer. Wasser ein-saugende Kugel. Medizinische Pumpen. Funktion der Lungen. Aspirator. Gasometer mit und ohne konstanten Druck. Gasometer direkt mit der Wasserleitung verbunden. Gasometer mit selbsttätigem Ventil. Kartes-tianischer Taucher (Modell, Teufelchen). Taucher in langem Rohr. Schwimms-blaste der Fische. Taucherglocke. Senfkästen für Fundamentierungen.

Expansion des Gases im Luftballon. Jamins Kette. Störungen in Wasserleitungsröhren. Scheinbare Elastizität der Luft beim Einpressen des Kolbens in die abgeschlossene Pumpe. Blasebalg. Aufstisches Gebläse. Druckpumpen. Bierpressionspumpe. Radfahrerpumpe. Pumpe mit os-zillierenden Cylindern. Kompressor. Gasuhr. Trockener Gasmesser.

51. Geschlossenes Manometer. Wird eine oben geschlossene Glasröhre in ein Gefäß mit Wasser gestellt und nun der Luftdruck auf das Wasser erhöht, so steigt letzteres in der Röhre empor unter Zusammenpressung der darin enthaltenen Luft. Das Volumen oder, da die Röhre cylindrisch ist, die Länge h der Luftsäule ist, wenn eine an die Druck-luftleitung angeschlossene Manometer $u = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$ Atm. Überdruck anzeigt, wenn H das ursprüngliche Volumen bezw. die ursprüngliche Länge der Luftsäule ist (unter Vernach-lässigung des geringen Gewichts der Wassersäule):

$$h = \frac{H}{u+1}, \text{ somit z. B. für } H = 1,04 \text{ m und}$$

$$\begin{array}{cccccc} u & = & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ h & = & 0,52 & 0,32 & 0,26 & 0,20 & 0,17. \end{array}$$

52. Aragos Manometer. Sehr kleine Drücke, z. B. 0,001 mm Quecksilber, lassen sich an der gewöhnlichen Barometerprobe nicht ohne weiteres mit Sicherheit ablesen. Es wird aber möglich, wenn man ein Quantum dieser verdünnten Luft abschließt und z. B. auf 0,001 komprimiert. Der Druck wird dann 1000 mal so groß, d. h. 1 mm, läßt sich also messen.

53. Reduktion eines Gasvolumens auf Normaldruck. Wirkt beim Abmessen eines Gases im Meßrohr über der pneumatischen Wanne dem Luftdruck b die Wassersäule h , die der Quecksilber-säule $\frac{h}{13,6}$ äquivalent ist, entgegen, so ist das Volumen bei Normal-

$$\text{druck} = v \cdot \frac{b - \frac{h}{13,6}}{760}. \text{ Beispielsweise war } h = 1400 \text{ mm und } b$$

Fig. 23.



= 760 mm, somit $b - \frac{h}{13,6} = 760 - 116 = 644$ und das Volumen

bei Normaldruck $v \cdot \frac{644}{760} = v \cdot 0,879$.

54. Verdünnungsgrad der Luftpumpe. Ist das Volumen des Rezipienten V , das des Stiefels v , so ist nach einem Kolbenhub der Druck gesunken auf $V/(V+v) = 1/x$, nach n Kolbenzügen auf $(1/x)^n$. Beispielsweise war $V = 11000$ ccm, $v = 243$ ccm, $n = 30$, der Anfangsdruck 760 mm Quecksilber. Der Enddruck ergibt sich = $\left(\frac{11000}{11243}\right)^{30} \cdot 760 = 394,6$ mm oder da 760 mm = 101366 Decimegadynen pro Quadratmeter sind, = $\frac{394,6 \cdot 101366}{760}$ = 52000 Decimegadynen pro Quadratmeter.

55. Volumenmeter. Sei wieder V das Volumen des Rezipienten, p der Anfangsdruck (Atmosphärendruck), v das Volumen des Stiefels (Gefäß einer Quecksilberluftpumpe), so ist nach einem Pumpenzug der Druck vermindert auf $p-h$, d. h. die Quecksilberniveaus zeigen eine Differenz von h , wobei $V \cdot p = (V+v)(p-h)$. Beispielsweise war $p = 76$ cm, $V+v = 2620$ ccm, $h = 27$ und $p-h = 49$ cm; also $V = 1700$ ccm. Bringt man nun den Körper, dessen Volumen x sein möge, in den Rezipienten, so ist das Anfangsvolumen nur noch $V-x$, das Endvolumen $(V-x+v)$ und demgemäß der Enddruck ein anderer, etwa $p-f$, derart, daß $(V-x)p = (V-x+v)(p-f)$. Beispielsweise war $f = 34$, also $(1700-x) \cdot 76 = (2620-x) \cdot 42$. Hieraus folgt $x = 830$ ccm als Volumen des Körpers.

56. Barometrische Höhenmessung. In einem U-förmigen Rohre befindet sich etwas Quecksilber, darüber Vakuum. Würde in dem linken Schenkel 1 m Luft von gewöhnlicher Dichte aufgeschichtet, so würde in dem rechten das Quecksilber um h steigen, derart, daß nach dem Gesetz der kommunizierenden Gefäße $1:h = 13600:1,29$, oder $h = 0,09 \cdot 10^{-3}$ m = 0,09 mm. Wäre die Dichte der Luft gleichmäßig bis zur Grenze des Luftmeeres, so müßte man $\frac{760}{0,09} = 8000$ m Luft im linken Schenkel aufschichten, um im rechten den Druck 0,760 m, den gewöhnlichen Barometerstand zu erhalten, d. h. es würde folgen, daß die Höhe des Luftmeeres 8 km beträgt und somit das Gewicht der ganzen Atmosphäre $0,5 \cdot 10^{18} = 0,5$ Trillionen Kilogramm.

Diese Annahme ist indes unzutreffend. Schichtet man nämlich über den ersten Meter Luftsäule einen zweiten, so steigt die

Quecksilbersäule um h_1 , welches kleiner ist als h , da in 1 m Höhe die Dichte der Luft nur $1,29 \cdot \frac{760 - 0,09}{760}$ beträgt, woraus folgt $h_1 = 0,09 \cdot \frac{760 - 0,09}{760}$.

Bei abermaliger Aufschichtung von 1 m Luft ergibt sich ebenso eine Zunahme des Quecksilberstandes um $0,09 \left(\frac{760 - 0,09}{760}\right)^2$ usw., also bei x Meter Höhe der Luft $h_x = 0,09 \left(\frac{760 - 0,09}{760}\right)^x$. Demnach ist der Barometerstand bei 1 m Lufthöhe = $760 - h = 760 \cdot \frac{760 - 0,09}{760}$, bei 2 m $760 - h - h_1 = 760 \cdot \left(\frac{760 - 0,09}{760}\right)^2$, bei x Meter $760 - h - h_1 \dots h_{x-1} = 760 \left(\frac{760 - 0,09}{760}\right)^x$. Wäre beispielsweise bei einer Luftballonfahrt der Barometerstand 380 mm beobachtet, so ergäbe sich die Höhe x des Luftballons aus der Gleichung $380 = 760 \left(\frac{760 - 0,09}{760}\right)^x$ oder $x = \frac{\log 0,5}{\log \frac{759,9}{760}}$

= 5500 m. Bei 10° ist in der Höhe

0	500	1000	1500	2000 m
$b = 760$	716	674	635	598 mm.

Differentialbarometer. Differentialmanometer von Recknagel. Wasserbarometer von Guericke. Nivellierbarometer von August. Variometer mit Drucklibelle. Höhenmessung mit Barometer. Pneumatischer Tiefenmesser. Barometer, Gaswaage. Odonometer für Rauchgase. Gasniveau. Gasheber (Heber an einem umgekehrten, mit Leuchtgas gefüllten Wecherglas). Gasflammen in verschiedener Höhe. Höherbrennen bei Öffnen eines unteren Hahns. Spezifisches Gewicht von Rauch. Fliege in der tarirten Flasche.

57. Pneumatische Energieaufspeicherung. In ähnlicher Weise, wie beim hydraulischen Akkumulator Energie aufgespeichert wird durch Heben eines Gewichts durch Wasserdruck, geschieht dies beim pneumatischen Akkumulator durch Heben mittels Druckluft. Das gehobene Gewicht kann auch eine Wasser- oder Luftmasse sein, wie bei Schiffshebewerken oder im Falle eines evakuierten Kessels, der einen Druckluftmotor betreibt, indem die gehobene Luft in den Kessel zurücksinkt. Ein Kessel mit komprimierter Luft vermag ebenfalls einen Druckluftmotor zu treiben, also Arbeit zu leisten, z. B. durch Heben von Gewichten; es ist scheinbar in ihm potentielle Energie aufgespeichert wie in der aufgezogenen Feder eines Uhrwerks, welche der bei der Kompression geleisteten

Arbeit entspricht. Auch hier liegt indes wie beim Vakuumkessel eine Täufchung vor, die aber erst später näher besprochen werden kann.

Druckluftmotoren. Druckluftkraftübertragung. Modell einer Wase zum Schiffheben. Trockendock. Stahlflaschen für komprimierte Luft. Geronsball. Zaubertonne. Druckfaß (Montejus). Vierpressionsapparate. Sprigflasche. Modell einer Druckpumpe mit Windkessel. Feuerzprige. Saugwindkessel. Unterbrochener Heber. Pumpe mit Saugwindkessel.

58. Diffusion und Partialdruck. Sind in zwei gleichen Gefäßen etwa Luft und Bromdampf von Atmosphärendruck vorhanden und bringt man die beiden Gefäße in Verbindung, so ist nach einiger Zeit eine gleichmäßige Mischung durch Diffusion entstanden. Jedes der beiden Gase hat sich auf das doppelte Volumen ausgedehnt, sein Partialdruck ist also nur noch die Hälfte. Der Gesamtdruck als Summe der Partialdrücke (Dalton's Gesetz) ist der frühere geblieben. Wäre das Anfangsvolumen des Broms nur $\frac{1}{10}$ des Luftvolumens, so hätte es sich auf das 11fache ausgedehnt, die Luft auf 1,1, entsprechend wäre der Partialdruck des Broms $\frac{1}{11}$, der der Luft $\frac{1}{1,1}$. Der Gesamtdruck ist $\frac{1}{1,1} + \frac{1}{11} = 1$, d. h. der anfängliche. Das Diffusionsgesetz ist dasselbe wie bei Flüssigkeiten, an Stelle der räumlichen Konzentration wird aber hier gewöhnlich der ihr proportionale Partialdruck gesetzt. Ist dieser für ein schwereres Gas in der Höhe z über dem Boden eines vertikalen Cylinders zurzeit $t = p$, so ist $\frac{d p}{d t} = K \cdot \frac{d^2 p}{d z^2}$, worin der Diffusionskoeffizient K in Quadratcentimeter pro Sekunde beträgt für:

CO ₂ —Luft	O ₂ —H ₂	O ₂ —N ₂	SO ₂ —H ₂	CO ₂ —H ₂
0,14	0,72	0,17	0,48	0,55.

Sind die Gase durch eine poröse Platte getrennt, so wird die Diffusion verschieden stark beeinträchtigt. Es ließe sich eine halbdurchlässige Platte denken, welche nur das eine Gas durchläßt. Verschließt diese ein mit dem anderen gefülltes Gefäß, so wird darin bei der Diffusion der Druck um 1 Atm. steigen, ähnlich der Entstehung des osmotischen Drucks bei Flüssigkeiten.

Scheinbare Federn zwischen den Molekülen. Bewegungszustand derselben und Stoßwirkung. Diffusionswaage von Röntgen. Diffusionsgeschwindigkeit in Luft und Wasserstoff. Diffusion durch Tonzelle und Fliesspapier. Osmotischer Druck. Springbrunnen durch Osmose. Gasinhibitor.

59. Absorptionskoeffizient. Schüttelt man Wasser mit Kohlen säure, so löst sich diese im Wasser und die Sättigung ist erreicht, wenn 1 cbm Wasser 1 cbm Kohlen säure vom Normaldruck aufgenommen hat. Scheinbar gilt also das Dalton'sche Gesetz, die

Kohlensäure diffundiert in den von Wasser erfüllten Raum, wie wenn das Wasser nicht vorhanden wäre. Entsprechend absorbiert das Wasser bei 1, 2, 3... Atm. Überdruck, d. h. bei 2, 3, 4... Atm. wahren Druck 2, 3, 4... cbm Kohlensäure; ebenso bei $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... Atm. Druck $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ cbm, d. h. die absorbierte Menge ist dem Druck proportional. Der Proportionalitätsfaktor, d. h. die von 1 cbm beim Druck 1 Decimegadyne pro Quadratmeter absorbierte Zahl Kubikmeter heißt Absorptionskoeffizient. Um denselben zu bestimmen, kann man etwa den Überdruck in einer Sodawasserflasche mit Siphon mittels eines Federmanometers bestimmen. Derselbe sei = 3,14 Atm., somit der wahre Druck 4,14 Atm. = 4,14. 101366 Decimegadynen pro Quadratmeter. Man lasse nun, wie durch die Gewichtsabnahme der auf einer Waage tarierten gefüllten Flasche festgestellt wird, 0,8 Liter Wasser unter die Glocke eines geeichten Glockengasometers austreten. Die angesammelte Gasmenge betrage bei 1 Atm. 2,5 Liter, also bei 1 Decimegadyne pro Quadratmeter $2,5 \cdot 10^{-3}$. 101366 cbm. Diese ist die Differenz der gesamten in 0,8 Liter bei 4,14 Atm. enthaltenen Kohlensäuremenge, welche, wenn η der Absorptionskoeffizient ist, $\eta \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 4,14 \cdot 101366$ cbm beträgt und der noch bei 1 Atm. Druck zurückbleibenden $\eta \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 101366$, somit besteht die Gleichung $2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 101366 = \eta \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot (4,14 - 1) \cdot 101366$, also $\eta = \frac{2,5}{0,8 \cdot 3,14} = 1$, d. h.

bei Erhöhung des Druckes um eine Decimegadyne pro Quadratmeter erhöht sich die in 1 cbm Wasser absorbierte Kohlensäuremenge um 1 cbm vom Druck 1 Decimegadyne pro Quadratmeter. Da das Gasvolumen dem Drucke umgekehrt proportional ist, absorbiert bei jedem Druck 1 cbm Wasser 1 cbm Kohlensäure, gemessen unter dem betreffenden Druck p , weil bei diesem 1 cbm p mal soviel Gas enthält als bei 1 Decimegadyne pro Quadratmeter.

Bei 15° sind die Absorptionskoeffizienten in Wasser für:

O ₂	H ₂	N ₂	CO ₂	NH ₃
0,0342	0,0186	0,0148	1,0020	727,2

Bei der Lösung in Alkohol für:

O ₂	H ₂	N ₂	CO ₂	SO ₂
0,28397	0,06725	0,12142	3,19930	144,55.

Moleculartheorie, die Flüssigkeitsoberfläche ist gleichsam eine halb-durchlässige Membran. Siphon. Sodawasser im Vacuum. Liebig's Krug. Maschinen für Sodawasserfabrikation. Verflüchtigung absorbierter Gase an der Luft (a. langsam an der Oberfläche, b. rasch in Blasen). Übersättigung (Ausscheidungsverzug). Aufhebung der Übersättigung durch umponnenen Draht. Taucherkrankheit. Bergkrankheit. Rauchvergiftung. Sauerstoffbehandlung. Abfallen eines Wassertropfens beim Nähern von

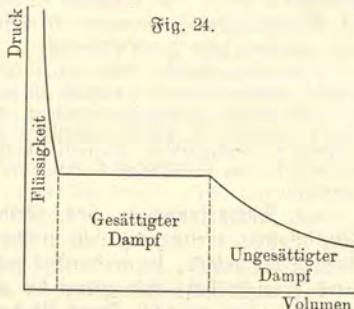
Äther. Diffusion durch Seifenlamellen. Seifenblasen in Ätherdampf. Chemische Verbindung der Gase. Stickoxyd und Luft. Salmiaknebel bei Wasserdampf als Katalysator. Atommobilität. Chemische Bindung von Gasen in Flüssigkeiten. Untersalpetersäure in Wasser. Kohlensäure in Kalklauge. Schwefelwasserstoff und Weizenderlösung. Dissoziation von Flüssigkeiten. Phosphorwasserstoff und Salzsäure.

60. **Henry-Dalton's Gesetz.** Befindet sich ein Gemenge verschiedener Gase, z. B. Luft, d. h. ein Gemisch von 21/100 cbm Sauerstoff, 78/100 cbm Stickstoff, 0,94/100 cbm Argon und 0,03/100 Kubikmeter Kohlensäure pro Kubikmeter mit einer Flüssigkeit, z. B. Wasser, in Berührung, so werden die Bestandteile des Gemisches nach Maßgabe ihrer Partialdrucke absorbiert. 1 cbm Wasser enthält deshalb bei Normaldruck 0,0342 cbm O_2 , 0,0148 cbm N_2 und 0,0410 cbm Argon, also relativ viel Sauerstoff, was sich durch den größeren Absorptionskoeffizienten erklärt. Dies ist von Wichtigkeit für die Möglichkeit der Atmung von Fischen im Wasser.

61. **Gesättigte und ungesättigte Dämpfe.** Bringt man kohlenstoffhaltiges Wasser in das Vakuum eines Barometers, indem man es durch die Quecksilbersäule aufsteigen läßt oder saugt man Kohlensäure mit der Luftpumpe ab, so entweicht so lange Kohlensäure unter Herabdrückung der Quecksilbersäule, bis der Rest dem vorhandenen, durch die Depression der Quecksilbersäule gemessenen Druck entspricht, der von dem Volumen des Vakuums abhängt. Macht man den gleichen Versuch mit Chlorschwefel, so entweicht daraus Chlor in beträchtlicher Menge, obschon solches nur in geringem Maße gelöst ist. Der Vorgang erklärt sich dadurch, daß an Stelle des ausgetretenen Chlors sich sofort durch Zersetzung (Dissoziation) des Chlorschwefels neues bildet, welches abermals entweicht u. s. w., bis sich ein bestimmter Druck, die Dissoziationstension, hergestellt hat. Sucht man den Druck über dieses Maß durch Volumenverminderung zu vergrößern, so wird das Chlor in solcher Menge absorbiert, daß sich genau wieder die Dissoziationstension herstellt. Diese ist also unabhängig vom Volumen. Bringt man einfach Wasser in das Torricellische Vakuum, so wird das Quecksilber ebenfalls herabgedrückt, indem aus dem Wasser Dampf entweicht und zwar so lange, bis eine vom Volumen unabhängige Dampftension erreicht ist. Sie beträgt bei 20° 2320 Decimegadynen pro Quadratmeter = 17,39 mm Quecksilber, d. h. statt 760 mm steht das Quecksilber nur rund 740 mm hoch und behält diesen Stand, wenn man das Vakuum durch Heben oder Neigen der Röhre beliebig ändert. Dies gilt aber nur, solange noch flüssiges Wasser übrig, der Dampf, wie man sagt, „gesättigt“ ist. Zieht man das Barometerrohr so weit aus dem Quecksilber heraus, daß auch der letzte Rest Wasser

verschwunden ist, also kein neuer Dampf sich bilden kann, so ändert sich der Druck annähernd entsprechend dem Boyle=

Mariotte'schen Gesetz. Solchen Dampf nennt man ungesättigt. Die graphische Darstellung der Beziehung zwischen p und v ergibt also für Dämpfe eine gebrochene Linie (Fig. 24), bestehend aus einem Stück einer gleichseitigen Hyperbel wie bei Gasen, einem horizontalen Stück und einem fast vertikal aufsteigenden Teil, da wegen der geringen Kompressibilität der Flüssigkeiten, sobald aller Dampf zu Flüssigkeit bei Volumenverminderung kondensiert ist, ein enorm hoher Druck dazu gehört, eine auch nur sehr geringe Verminderung des Volumens herbeizuführen.



Für verschiedene Flüssigkeiten sind die Dampftensionen in Millimeter Kilogramm bei 20°:

Alkohol	Ather	Benzol	Schwefelkohlenstoff	Chloroform	Quecksilber
44,00	442,3	75,65	298,03	160,47	0,00133.

Die Tension des Quecksilbers muß natürlich auf anderem Wege bestimmt werden.

Dampftensionsapparat. Vakuum der Wasserluftpumpe. Tension bei sehr kleinem Volumen. Liquesfaction der Gase. Ammoniak im Piezometer. Cailletet's Pumpe mit Kohlensäure. Ratterers Pumpe. Kohlensäureflasche. Permanente Gase. Löslichkeit von Dämpfen. Dämpfe im luftersfüllten Raum. Flasche mit Ather in Glasfugel. Reagenzglas umgekehrt in Ather. Sieden unter der Luftpumpe. Stößen beim Sieden. Umspannener Draht und Sand zur Aufhebung des Siedeverzugs. Wasserhammer.

62. Verdunsten. Füllt man eine Schale mit Wasser und läßt sie stehen, so verdunstet das Wasser, indem sich Dampf bildet, welcher in die Luft diffundiert. Nach dem Dalton'schen Gesetz ist der in begrenztem Raume schließlich erreichte Dampfdruck ebenso groß, wie wenn die Luft nicht vorhanden wäre, die Dampfbildung vollzieht sich nur langsamer als im Vakuum. Hiervon kann man sich überzeugen, wenn man in eine mit Manometer versehene Flasche mit trockener Luft eine dünne mit Wasser gefüllte Glasfugel einbringt und nach Verschließen der Flasche durch Schütteln derselben zertrümmert. Als bald steigt das Mano=

meter und weist schließlich (bei 20°) auf die Dampfspannung 17,39 mm. Sind kristallisierbare Stoffe in der verdunstenden Flüssigkeit gelöst, so scheiden sie sich in Kristallen aus, sobald die Sättigungskonzentration überschritten wird, amorphe bilden eine gleichmäßige Haut (Firnis).

Verdunstungsmesser (Atmometer, Evaporometer, Atmidoskop). Verdunstungsgeschwindigkeit. Einfluß des Sättigungsgrades. Wäschetrocknen. Kontaktbewegung durch Verdunstung. Weintränen. Figuren beim Eintrocknen von Firnis. Emulsionsfiguren. Kristallzucht. Effloreszenz. Heberwirkung der Salzkrusten. Kristallisationskraft. Misch- und Schichtkristalle. Molekulare und atomistische Verbindung. Saugwirkung von Dochten und Membranen.

63. Dampfspannung von Gemengen. Bringt man zwei Flüssigkeiten, welche sich nicht mischen, gleichzeitig in das Vakuum eines Barometers, so verdunstet jede, bis sie ihren Sättigungsdruck erreicht hat, wie wenn die andere nicht vorhanden wäre, der schließlich erreichte Druck ist deshalb die Summe der beiden Dampfspannungen. Solche Flüssigkeiten sind z. B. Wasser und Äther, die Tension des ersteren ist etwa 2 cm, die des anderen 44 cm, die gemeinsame Tension somit 46 cm. Anders verhalten sich Flüssigkeiten, welche sich in allen Verhältnissen mischen, z. B. Wasser und Alkohol. Hier ist die gemeinsame Tension das arithmetische Mittel zwischen den Einzelntensionen 2 cm und 5 cm, nämlich bei Mischung zu gleichen Teilen $\frac{2+5}{2} = 3,5$ cm, oder bei x Teilen Wasser auf 100 Mischung $2 + (5 - 2) \cdot \frac{x}{100}$.

64. Absorptionshygrometer. Die Tension der Schwefelsäure ist äußerst klein. Da sich Wasser in allen Verhältnissen damit mischt, ist auch die Tension des Gemenges sehr klein, z. B. bei 20°, falls der Schwefelsäuregehalt

84,48	64,47	52,13	37,69	24,26	Proz.
20	30	77	144	192	} Decimegadynen pro } Quadratmeter
oder 0,15	2,241	5,792	10,831	14,482	

Leitet man feuchte, d. h. wasserdampfhaltige Luft aus einem Gasometer durch konzentrierte Schwefelsäure, oder bringt man eine mit Manometer (Steigrohr) versehene Flasche mit Wasserdampf in Verbindung mit einem Gefäß mit Schwefelsäure, so wird deshalb die Dampfspannung nahezu Null, d. h. der Wasserdampf wird von der Schwefelsäure absorbiert, man kann somit durch Abwägen derselben vor und nach dem Durchleiten der Luft dessen Menge finden.

Um ein bekanntes Volumen Luft durchströmen zu lassen, kann man sich eines Aspirators bedienen, d. h. einer geeichten Flasche mit Tubulus unten und oben, von welcher man, nachdem die Flasche ganz mit Wasser gefüllt ist, den oberen mit dem die Schwefelsäure enthaltenden Gefäß verbindet, so daß beim Öffnen des unteren ein der ausgeflossenen (mittels Maßcylinders zu messenden) Wassermenge gleiches Luftvolumen durch die Schwefelsäure durchgesaugt wird. Hätte z. B. das Gewicht der Schwefelsäure beim Hindurchsaugen von 20 Liter Luft um 0,268 g zugenommen, so wären in $20 \cdot 10^{-3}$ cbm Luft um $0,268 \cdot 10^{-3}$ kg Wasserdampf enthalten, somit in 1 cbm $50 \cdot 0,268 = 13,4$ g. Dies nennt man die absolute Feuchtigkeit der Luft. Wäre die Temperatur 20° , so wäre dies nicht die größtmögliche Menge Wasserdampf, welche die Luft aufnehmen kann, d. h. diejenige, bei welcher der Wasserdampf gesättigt ist. Diese beträgt vielmehr, wie man etwa in gleicher Weise feststellen könnte, indem man Luft aus einem Glocken Gasometer durch Schwefelsäure leitet, 17,03 g pro Kubikmeter, d. h. soviel als 1 cbm reiner gesättigter Wasserdampf bei dieser Temperatur wiegt. Das Verhältnis $13,4 : 17,03 = 0,73 = 73$ Proz. nennt man relative Feuchtigkeit, 73 den Feuchtigkeitsgrad. Zur Bestimmung desselben können z. B. Haarhygrometer dienen, nachdem sie zuvor mit dem Absorptionshygrometer geeicht sind. Beim Einbringen in mit Schwefelsäure getrocknete Luft muß der Zeiger auf den Feuchtigkeitsgrad 0 weisen, beim Einbringen in mit Feuchtigkeit gesättigte, d. h. mit Wasser in Berührung befindliche 100° .

Bringt man frisch ausgeglühte Kohle in Ammoniak, welches sich in einem Barometer befindet, so wird es adsorbiert. Kristallwasserhaltige Salze, in ein Barometer gebracht, verwitern und geben eine bestimmte Dissoziationstension. Bei flüchtigen festen Körpern, z. B. Jod, beobachtet man eine Dampftension wie bei Flüssigkeiten (Sublimationstension). Tritt chemische Verbindung von Gasen mit flüssigen und festen Körpern ein, so erfolgt sie gewöhnlich unter Feuererscheinung (Verbrennung).

Tension verschieden konzentrierter Lösungen fester Körper. Differentialenometer. Hygroscopische feste Körper. Exsikkatoren. Schwefelsäure oben, weil Wasserdampf leichter. Trockentürme. Chlorcalcium- und Phosphorsäureeröhren. Waschflaschen. Beseitigung von Quecksilberdampf mit Blattgold. Absorptionshygrometer nach Edelmann. Vakuum durch chemische Absorption (Phosphor und Sauerstoff). Wetterbilder mit Kobaltchlorür. Goffarts Homöotrop. Adsorption und Diffusion. Palladium und Wasserstoff. Katalyse. Gauchbilder. Bestimmung der Wasserhaut auf Glas durch Wägung. Schweißung von Metallpulvern im Vakuum. Entgasung von Zucker im Vakuum unmöglich. Tonerdebenriten bei Aluminiumamalgam. Färbung von Haloidsalzen durch Natriumdampf.

Krümmung von Gelatinefolie beim Behauchen. Haarhygrometer. Polymeter. Saitenhygrometer. Holzhygrometer. Eichen in Glode mit trockener und feuchter Luft. Aufquellen von Kautschuk in Kohlen- und Kohlensäure. Gasdiffusion durch Kautschuk. Penetration der Gase. Verwitterung wasserhaltiger Kristalle. Dissoziation fester Körper (Chloräthylberammoniat). Verdunften fester Körper (Eis, Jod). Geruch von Moschus (Teilbarkeit). Kristallbildung durch Sublimation. Kondensationskerne (Staub).

VII. Temperatur.

65. Die Ausdehnung der Gase. Verbindet man einen mit trockener Luft gefüllten Glaskolben durch eine passend gebogene Röhre mit einem Meßrohr über der pneumatischen Wanne oder einem kleinen geeichten Glockengasometer und erwärmt den Kolben, etwa durch Bestreichen mit einer Gasflamme oder besser durch Eintauchen in heißes Wasser, so sieht man Luft austreten, d. h. das Volumen der Luft vergrößert sich. Wollte man es konstant halten, so müßte man dem Mariotteschen Gesetz entsprechend den Druck vermehren. Hierauf gründet sich die Messung des Wärmegrades, der Temperatur, mittels des Luftthermometers, welches mit Vorrichtung zur Messung der Volumens- oder Druckzunahme versehen ist. Bei Guericques Wasserbarometer ändert sich sowohl der Druck wie das Volumen, es läßt sich auch, weil das Gasvolumen vom Barometerstande abhängt, nur für kurze Zeit ohne Korrektion gebrauchen.

Man kann aber damit leicht nachweisen, daß sowohl der Gefrierpunkt wie der Siedepunkt des Wassers bei bei normalem Barometerstand (760 mm) konstanten Temperaturen eintritt, da das Thermoskop seinen Stand nicht ändert, auch wenn man mit einem Brenner erhitzt, so lange noch ungeschmolzenes Eis bezw. unverdampftes Wasser vorhanden ist.

Erwärmt man nun z. B. einen 8 Liter fassenden mit trockener Luft gefüllten Kolben von der Temperatur des schmelzenden Eises bis zu der des siedenden Wassers und fängt die austretende Luft in einer von Dampf von siedendem Wasser umspülten Meßröhre (etwa über Quecksilber) auf, so findet sich deren Volumen = 2,93 Liter, somit hat sich 1 Liter ausgedehnt um 0,366. Ebenjoviel würde sich 1 cbm in Kubikmetern vergrößern. Versieht man den Kolben mit einem Federmanometer, welcher anfänglich den Druck 1 Atm. (= 760 mm) zeigte, so zeigt es nachher 1,366 Atm., also beträgt auch die Druckzunahme bei konstantem Volumen

$$0,366 = \frac{100}{273}.$$

Das gleiche Ergebnis wird erhalten, wenn man den Kolben statt mit Luft mit Leuchtgas oder irgend einem andern Gase füllt, auch tritt keine Änderung ein, wenn der anfängliche Druck höher oder niedriger als 1 Atm. gewählt wird.

Diese Gleichmäßigkeit der Ausdehnung aller Gase berechtigt anzunehmen, daß gleiche Bruchteile der Ausdehnung gleichen Temperaturintervallen entsprechen. Celsius teilte das Temperaturintervall zwischen Gefrier- und Siedepunkt in 100 gleiche Teile, jedem solchen Celsiusgrad entspricht also eine Volumen- bzw. Druckzunahme des Gases im Luftthermometer um $\frac{1}{273}$ = 0,00366. Der Gefrierpunkt wird mit 0°, somit der Siedepunkt mit 100° bezeichnet.

Wärme als Energiequelle der Dampfmaschine. Ausdehnung (scheinbares Aufquellen) der Luft in einem Glaskolben. Galileis Thermoskop. Kirchers Thermoskop. Gericke's Wasserbarometer. Selbstkorrigierendes Luftthermometer. Aneroidthermosp. Montgolfière. Apparate von Regnault und Hoffmann. Abschmelzflugeln. Luftthermometer nach Joly (gleichmäßige Skala, Abhängigkeit vom Luftdruck). Brauns Pyrometer. Pyrometer mit Federmanometer. Gefäßluftthermometer mit Kurbel. Differentialthermometer. Differentialthermosp. Doppelthermosp. Verdünnungsthermometer. Mundbarometer. Luftdruckbarometer.

66. Das kombinierte Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz. Volumen, Druck und Temperatur einer bestimmten Gasmenge, z. B. von 1 kg Luft, seien zu Anfang = v_0 , 760 mm und 0°. Erwärmt man bei konstantem Druck auf t Grad, so ist das Volumen $v_1 = v_0 + v_0 \left(\frac{t}{273}\right)$ oder $v_1 = v_0 \cdot \frac{273+t}{273}$. Dies kann einfacher geschrieben werden, wenn man als Nullpunkt der Temperatur nicht den Gefrierpunkt des Wassers nimmt, sondern -273°C . Dann wird der Gefrierpunkt 273° und die Temperatur t wäre nach dieser sogen. absoluten Temperaturskala $273^\circ + t$. Die so gemessene absolute Temperatur soll mit τ bezeichnet werden, der Gefrierpunkt 273 mit τ_0 , dann ist $v_1 = v_0 \cdot \frac{\tau}{\tau_0}$. Bleibt der Druck nicht 760 mm = p_0 , sondern geht er in den Druck p über, so ist nach dem Mariotteschen Gesetze $p_0 \cdot v_1 = v \cdot p$, wenn v das neue Volumen bedeutet. Setzt man für v_1 den gefundenen Wert ein, so folgt: $\frac{v p}{\tau} = \frac{v_0 \cdot p_0}{\tau_0}$, d. h. dieser Ausdruck bleibt konstant und ist immer gleich dem anfänglichen Wert, welcher gewöhnlich mit R bezeichnet und „Gas konstante“ genannt wird, so daß allgemein $\frac{v \cdot p}{\tau} = R$. Ferner ist:

$$v = v_0 \cdot \frac{p_0}{p} \cdot \frac{\tau}{\tau_0}$$

Beispielsweise wiegt 1 cbm Luft von 0° und 760 mm, wie gezeigt, 1,293 kg, somit ist v_0 für 1 kg = $\frac{1}{1,293}$ cbm. Die Konstante des kombinierten Gasgesetzes ist also, wenn der Druck in Millimetern Quecksilber angegeben wird, $R = \frac{760}{1,293 \cdot 273} = 2,16$. Wird der Druck in Decimegadynen pro Quadratmeter gemessen, so wäre die Gaskonstante $R = \frac{101366}{1,293 \cdot 273} = 287$. Für jeden beliebigen Zustand des Gases wäre also bei der ersten Art der Druckmessung für 1 kg $\frac{p \cdot v}{\tau} = 2,16$, bei der anderen $\frac{p \cdot v}{\tau} = 287$.

67. Reduktion eines Gasvolumens auf Normalzustand. Wie bereits bemerkt, wird das Gasvolumen gewöhnlich auf 0° und 760 mm reduziert, d. h. es wird angegeben, wie groß das Gasvolumen wäre, wenn die Temperatur des Gases nicht die herrschende Zimmertemperatur (z. B. 20°), sondern 0° und sein Druck nicht der herrschende Barometerstand (z. B. 740 mm) wäre, sondern 760 mm. Aus dem kombinierten Gasgesetz ergibt sich ohne weiteres das reduzierte Gasvolumen $v_0 = v \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{\tau_0}{\tau}$
 $= v \cdot \frac{740}{760} \cdot \frac{273}{293}$ cbm.

Graphische Darstellung von Boyle-Gay-Lussacs Gesetz. Draht-, Leinwand-, Gipsmodell. Gasbürette. Spezifisches Gewicht verschiedener Gase. Verdrängungsverfahren. Temperaturregulatoren. Arbeit bei Ausdehnung eines Gases. Heißluftmotoren. Verbindung von Gasen beim Erwärmen. Reaktionsgeschwindigkeit. Einfluß der Temperatur darauf. Chemisches Gleichgewicht. Dissoziation der Gase. Umwandlungstemperatur.

68. Ausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten. In ähnlicher Weise wie bei Gasen könnte die Ausdehnung bei Flüssigkeiten bestimmt werden, sie ist aber hier so gering, daß die Änderung des Gefäßvolumens durch die Temperatur nicht vernachlässigt werden kann. Gleiches gilt für die Bestimmung der Dichteverminderung mittels des Aräometers; dagegen liefern das Hydrometer und das pneumatische Densimeter brauchbare Resultate. Sind die beiden Flüssigkeitssäulen (warm und kalt), welche sich selbst oder dem gleichen Luftdruck das Gleichgewicht halten, h und h_1 , die Dichten d und d_1 , so ist: $h : h_1 = d_1 : d$, oder wenn v und v_1 die spezifischen Volumina bezeichnen, $d_1 : d = v : v_1$. Nennt man γ den Ausdehnungskoeffizienten, d. h. die Volumenänderung

eines Kubikmeters in Kubikmeter bei Änderung der Temperatur um einen Grad, ist ferner v das Volumen bei t^0 , v_1 bei t_1^0 , also

$$v_1 = v + v \cdot \gamma \cdot (t_1 - t) = v(1 + \gamma[t_1 - t]),$$

so wird

$$d_1 : d = 1 : (1 + \gamma[t_1 - t]) = h : h_1$$

oder

$$(1 + \gamma[t_1 - t]) h = h_1,$$

woraus

$$\gamma = \frac{1}{t_1 - t} \left(\frac{h_1}{h} - 1 \right).$$

Beispielsweise war für zwei mit Wasser gefüllte Röhren $h = 1,100$, $h_1 = 1,105$, $t = 20^0$, $t_1 = 100^0$, also

$$\gamma = \frac{1}{80} \left(\frac{1,115}{1,100} - 1 \right) = 0,00018,$$

d. h. 1 cbm Wasser vergrößert sich beim Erwärmen um 1^0 um 0,18 Liter. Die Ausdehnungskoeffizienten einiger Flüssigkeiten sind:

Äther	Alkohol	Benzol	Petroleum	Wasser	Quecksilber
0,00163	0,0010	0,00124	0,00092	0,00018	0,000181

Äther dehnt sich also fast zehnmal so stark aus wie Wasser.

69. Reduktion von Barometer- und Manometerstand auf 0°.

Da der Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers 0,000181 beträgt, genügt die Quecksilbersäule b_0 von 0°, welche einer gemessenen Quecksilberhöhe b bei t^0 entspricht, d. h. den gleichen Druck ausübt wie diese, der Gleichung:

$$b_0 : b = v(1 - 0,000181 \cdot t) : v \quad \text{oder} \quad b_0 = b(1 - 0,000181 \cdot t).$$

Man hat also, um den äquivalenten Barometer- oder Manometerstand bei 0° zu erhalten, von dem beobachteten das $0,000181 \cdot t$ -fache desselben in Abzug zu bringen.

Ausdehnung von Wasser in einem Kolben. Dilatometer. Schwimmer. Indikatoren. Kaltes und heißes Barometer. Berücksichtigung der Ausdehnung bei spezifischer Gewichtsbestimmung. Änderung des Ausdehnungskoeffizienten mit der Temperatur. Kalibrieren und Füllen eines Thermometers. Vergleich mit Normalthermometer. Quecksilberthermometer von Stahl. Empfindlichkeit eines Thermometers. Hochgehende Thermometer. Petrolätherthermometer für tiefe Temperaturen. Herausragender Faden. Ausflussthermometer. Beckmanns Thermometer. Absolutes Thermometer. Reicherts Temperaturregulator. Maximum- und Minimumthermometer nach Rutherford, Sigt und Walferdin. Fieberthermometer. Änderung der Oberflächenspannung mit der Temperatur. Änderung der Dissoziationsstension mit der Temperatur. Erwärmen eines Barometers mit Alkohol.

70. Einfluß der Temperatur auf Gasabsorption und Dampfension. Der Absorptionskoeffizient wird im allgemeinen mit steigender Temperatur kleiner, ja man kann durch genügend starkes Erhitzen eine Flüssigkeit in der Regel von dem größten Teil der absorbierten Gase befreien. Beispielsweise enthält 1 cbm Wasser beim Druck 1 Decimegadynes pro Quadratmeter Kilogramm:

	Luft	Kohlensäure	Schwefl. Säure	Ammoniak
bei 0° . .	0,32 · 10 ⁻⁶	35 · 10 ⁻⁶	2880 · 10 ⁻⁶	8000 · 10 ⁻⁶
bei 20° . .	0,22 · 10 ⁻⁶	18 · 10 ⁻⁶	1130 · 10 ⁻⁶	5000 · 10 ⁻⁶

Entsprechend wird auch die Dissoziationstension, sowie die Dampftension mit steigender Temperatur größer, sowie das Gewicht des in 1 cbm enthaltenen Dampfes.

Beispielsweise beträgt für Wasser die Tension in Millimetern Quecksilber bei:

— 20°	0°	20°	40°	100° (Sauptunkt)
1,3	5,0	17,3	53,0	760,0 (Partialdruck).

In Atmosphären beträgt die Tension bei:

100°	121°	134°	145°	160°	172°	182°	200°	215°
1	2	3	4	6	8	10	15	20.

Für andere Flüssigkeiten sind die Sättigungsdrucke in Millimetern:

	— 20°	0°	+ 20°	+ 60°	+ 100°
Alkohol	3,3	12,5	44,1	351	1690
Äther	66	185	440	1730	4900
Benzol	6	26	75	389	1342
Schwefelkohlenstoff	47	128	298	1160	3320
Ammoniak	1,8	4,2	8,4	26	61
Schweflige Säure .	0,6	1,5	3,3	10,9	28.

Heizbarer Dampftensionsapparat. Vaporimeter. Papin'scher Topf. Kessel mit Dampf gefüllt (Abkühlung beim Öffnen). Dampfessel. Digestoren. Anallugeln. Pulshammer. Wasserhammer. Kirchers Thermoskop mit Äther. Temperaturregulatoren mit Dampf. Änderung der Verdunstungsgeschwindigkeit mit der Temperatur. Trocknen feuchter Körper.

71. Barometerkorrektur bezüglich Dampftension. Sollte man eine Barometerprobe, um sie empfindlicher zu machen, mit Wasser anstatt Quecksilber füllen, so wäre zu berücksichtigen, daß, wenn das Wasser in beiden Schenkeln gleich hoch steht, der Druck keineswegs Null, sondern gleich der Dampftension des Wassers bei der betreffenden Temperatur ist. Im Prinzip gilt gleiches auch für die gewöhnliche Barometerprobe, d. h. zu dem abgelesenen Druck muß noch die Tension des Quecksilberdampfes hinzugerechnet werden. Sie beträgt bei

0°	20°	40°	60°
0,0004	0,0015	0,006	0,021 mm.

Besonders großen Wert erlangt diese Dampftensionskorrektur beim Gebrauch von Luftpumpen, wenn Wasserdampf in das Manometer gelangen kann, wie das bei Tragos Manometer der Fall ist. Die Tension des Wasserdampfes beträgt bei gewöhnlicher Temperatur 0,05 bis 0,08 mm Quecksilber. Wäre also der abgelesene

Druck 0,0002 mm, so wäre der wirkliche (im zweiten Fall) 0,0802 mm, der Fehler ist somit so groß, daß die Druckmessung überhaupt keinen Wert hat, da die Korrektion mit der Beschaffenheit des Ols und der Temperatur sich erheblich ändert.

Auch bei genauen Barometer- oder Baromanometerbeobachtungen, z. B. zur Bestimmung der Intensität der Schwerkraft aus der Größe des Quecksilberdruckes, etwa auf dem Meere, muß die Korrektion angebracht werden.

72. Siedepunkt und Druck. Damit eine Flüssigkeit siedend kann, d. h. damit Dampfblasen in derselben aufsteigen können, muß die Dampfspannung gleich dem darauf lastenden Druck sein. Normaler Siedepunkt ist deshalb derjenige, bei welchem die Dampfspannung 1 Atm. beträgt. Beispiele sind:

Äther	Schwefelkohlenstoff	Alkohol	Anilin	Quecksilber
34,9°	46,8°	78,4°	184°	357°.

Bei Thermometereichungen ist zu berücksichtigen, daß der Siedepunkt des Wassers vom Druck abhängt. Er ist nämlich bei

730	740	750	760	770	780	790
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

98,88	99,26	99,63	100	100,37	100,73	101,09.
-------	-------	-------	-----	--------	--------	---------

Hierauf gründet sich die Bestimmung des Barometerstandes mittels des Thermobarometers oder Hypsothermometers. Der

beobachtete Siedepunkt beträgt $100 + \frac{b - 760}{27,25}$, wenn b der Barometerstand ist, z. B.

90°	95°	98°	99°	100°
bei 525,9	634,0	707,3	733,2	760 mm.

Seizbares Barometer mit Wasser. Sieden unter der Luftpumpe. Bestimmung der Dampfspannung durch den Siedeapparat. Eichapparat für Thermometer. Siedeverzug. Überhitzen von Natronlauge durch Dampf. Beseitigung des Stößens beim Kochen durch Sand, Platin oder eingeleitete Luft. Einfluß der Temperatur auf die Feuchtigkeit.

73. Dampfdichte. Zur Bestimmung dient am einfachsten das Verdrängungsverfahren, d. h. man läßt den aus einer abgewogenen Menge Flüssigkeit sich bildenden Dampf Luft verdrängen und mißt diese in einem Meßrohr auf der pneumatischen Wanne. Die Dampfdichte ist eigentlich das Dampfsgewicht pro Kubikmeter. Nach dem Satz von der Erhaltung des Stoffes, nach welchem sich die Masse, somit auch das Gewicht (deren Schwere) nicht ändert, wenn der Stoff in irgend einen anderen Zustand übergeht, ist das Dampfsgewicht ebenso groß wie das Gewicht der verdampften Flüssigkeitsmenge. Beispielsweise war es bei einem Versuch mit Chloroform, welches bei 100° verdampft wurde, 0,22 · 10⁻³ kg. Das Volumen der verdrängten, auf 20° = 293° absolut abge-

kühlten Luft war unter dem Drucke 740 mm 42 ccm = $42 \cdot 10^{-6}$ cbm. Bei der Temperatur des Dampfes, d. h. bei 100° , war es $42 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{373}{293}$ und beim Normaldruck 760 mm wäre es, somit auch das Volumen des Dampfes, $42 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{373}{293} \cdot \frac{740}{760}$. Demnach ist das Gewicht von 1 cbm Chloroformdampf bei 100°

$$= \frac{0,22 \cdot 10^{-3} \cdot 293 \cdot 760}{42 \cdot 10^{-6} \cdot 373 \cdot 740} = 4,1 \text{ kg.}$$

Flüssig wird das spezifische Gewicht des Dampfes bezogen auf Luft von gleicher Temperatur und gleichem Druck angegeben. Da die Dichte der Luft bei 0° und 760 mm = 1,293 kg pro Kubikmeter ist und das Volumen der 42 ccm Luft im Normalzustande $42 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{273}{293} \cdot \frac{740}{760}$ cbm, wäre somit ihr Gewicht

$$42 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{273}{293} \cdot \frac{740}{760} \cdot 1,293 = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ kg.}$$

Demgemäß ist das spezifische Gewicht des Chloroformdampfes bezogen auf Luft $\frac{0,22 \cdot 10^{-3}}{0,05 \cdot 10^{-3}} = \frac{22}{5} = 4,4$, d. h. 1 cbm Chloroformdampf wiegt 4,4 mal soviel als 1 cbm Luft bei gleicher Temperatur und gleichem Druck.

Nennt man m das Substanzgewicht in Grammen, v das Volumen der verdrängten Luft in Kubikcentimetern bei t° absoluter Temperatur und p Millimetern Druck, so ist die Dampfdichte

$$d = \frac{m}{v \cdot \frac{273}{t} \cdot \frac{p}{760} \cdot 0,001293},$$

wobei $p = b - \frac{h}{13,16}$, wenn b der Barometerstand und h die Höhe der Wasserfäule im Meßrohr in Millimetern, welche einer Quecksilberfäule von $\frac{h}{13,6}$ mm äquivalent wäre, wenn die Luft im Meßrohr vollkommen trocken wäre, aber durch $\frac{h}{13,16}$ ersetzt werden muß, um den Partialdruck des Wasserdampfes in Abrechnung zu bringen (die relative Feuchtigkeit = 66 Proz. gesetzt).

Beispielsweise ist das Gewicht von 1 cbm Wasserdampf bei

- 20°	0°	20°	30°	40°
1,5	5,0	17,1	29,4	49,2

d. h. bei niedrigeren Temperaturen beträgt das Gewicht von 1 cbm Wasserdampf etwa ebensoviel Gramm, als die Tem-

peratur Grade Celsius. Bei höheren Temperaturen, also höheren Dampfspannungen, ist das Gewicht von 1 cbm Wasserdampf:

1	4	8	12	14 Atm.
0,606	2,230	4,275	6,254	7,228.

Man sieht, daß bei 1 Atm. 1 cbm Wasserdampf nur etwa die Hälfte von 1 cbm Luft wiegt, Wasserdampf ist somit wesentlich leichter als Luft. Feuchte Luft vermindert den Barometerstand.

Das spezifische Volumen des Wasserdampfes, d. h. das Volumen von 1 kg Wasserdampf, ist beim Druck

1	4	8	12	14 Atm.
1,650	0,448	0,234	0,160	0,138 cbm.

Zur angenäherten Bestimmung der fälschlich sogen. Dampfdichte, d. h. des spezifischen Gewichts bezw. auf Luft, kann man die

Formel benutzen: $d = \frac{m}{v \cdot 0,0012}$. Soll das spezifische Gewicht

auf Wasserstoff bezogen werden, so hat man mit 14,45 zu multiplizieren, da Wasserstoff 14,45 mal leichter ist als Luft, es wäre also z. B. für Chloroform: 4,4 · 14,45.

Dampfdichte nach Dumas und Hoffmann. Genfir. Arbeit durch Ausdehnung des Dampfes. Saverys Dampfmaschine. Pulsometer. Kolbendampfmaschine. Dampfessel als Vakuumessel, einen Luftdruckmotor betreibend. Niederdruckmaschine. Hochdruckmaschine. Kochflasche mit Kolben. Schiebermodell. Zentrifugalregulator. Woher stammt die durch Dampfmaschinen erzeugte Energie?

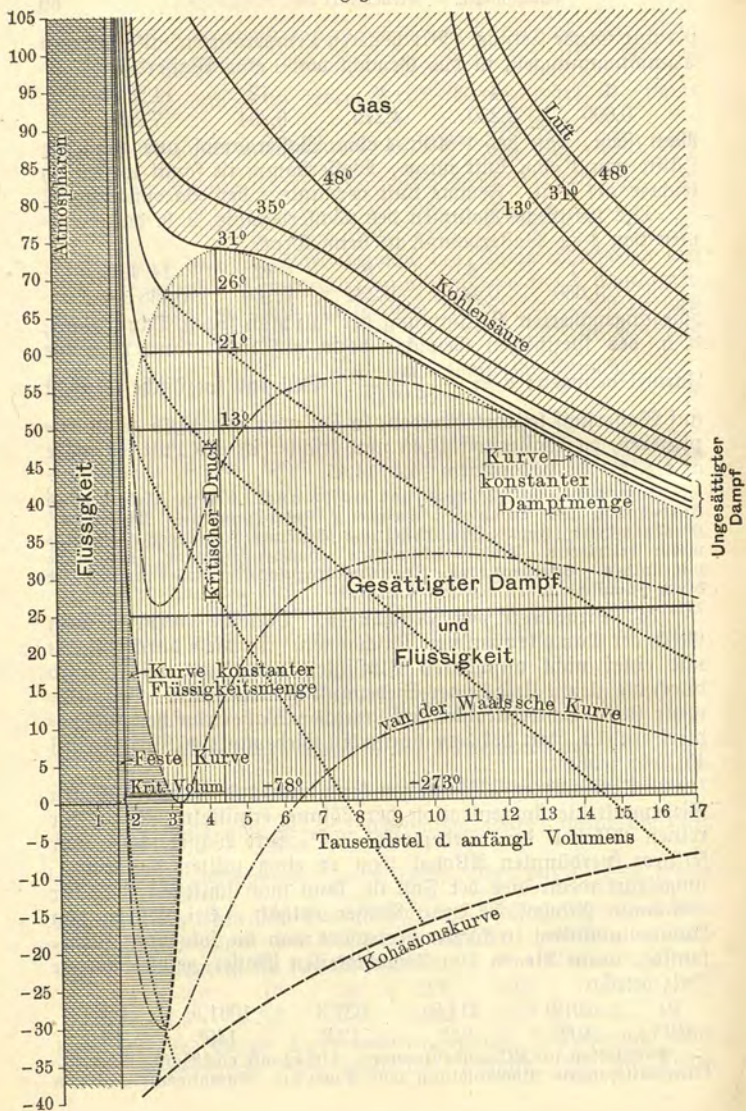
74. Siedepunkt von Mischungen. Derselbe entspricht dem Gesetz der Dampfension von Mischungen. Da diese durch Kontakt mit einer nicht mischbaren Flüssigkeit vergrößert wird, wird durch die gleiche Ursache der Siedepunkt herabgedrückt. Beispielsweise siedet Schwefelkohlenstoff, welcher Wassertropfen suspendiert enthält, statt bei dem normalen Siedepunkt 46,8°, schon bei 45° sehr lebhaft.

Bei mischbaren Flüssigkeiten kann man aus dem betrachteten Siedepunkt die Konzentration der Lösung ermitteln. So ist für reinen Alkohol der Siedepunkt 78,4°, für Wasser 100°, für 50 Proz. verdünnten Alkohol liegt er etwa mitten dazwischen; umgekehrt wenn dies der Fall ist, kann man schließen, daß der verdünnte Alkohol 50 Proz. Wasser enthält. Bei Lösung von Ammoniumnitrat in Wasser beobachtet man die folgenden Siedepunkte, wenn die in 100 Gewichtsteilen Wasser gelöste Menge Salz beträgt:

10	101,9	314,0	537,3	1081,5	2084
101°	109°	122°	132°	148°	164°.

Ebullioskop zur Alkoholbestimmung. Siedepunkt von Wasser-Schwefelsäure-Mischungen. Umwandlung von Phosphor. Dampftemperatur von

Fig. 25.



Salzlösungen. Destillation (die Tension entspricht der niedersten Temperatur). Liebig's Kühler. Kühlschlange aus Glas. Kühlschlange aus Metall. Rückflusfühler. Kondensationshygrometer. Taupunkt hygrometer. Fraktionierte Destillation. Destillation im Vakuum. Extraktionsapparate. Quecksilberdestillation. Sieden im abgekühlten Kolben. Dunst bei ausströmendem Dampf. Erzeugung von Alkoholregen. Unterkühlter Dampf. Nebelbildung bei Rauch. Salmiatnebel. Rauchfiguren.

75. Kritische Temperatur. Konstruiert man die Isothermen der Dämpfe für verschiedene Temperaturen, so wird das horizontale, gerade Stück, welches dem gesättigten Dampf entspricht, mit steigender Temperatur immer kleiner und verschwindet schließlich ganz bei der sogenannten „kritischen Temperatur“. Der entsprechende Druck heißt der kritische, ebenso das spezifische Volumen das kritische Volumen. Diese Daten sind ausgedrückt bezw. in Graden Celsius, Atmosphären und in Kubikmetern pro Kilogramm für:

Wasser . . .	$t = 364^{\circ}$	$p = 195$ Atm.	$v = 0,0039$ cbm/kg
Kohlensäure .	31	72,9 "	0,0043 "
Äther	197	35,7 "	0,0158 "
Alkohol . . .	244	63 "	0,0071 "

Ersetzt man nach van der Waals die gebrochenen Isothermen durch stetig \sim -förmig gekrümmte (Fig. 25), so ist deren Gleichung

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) (v - b) = \text{Const.},$$

welche man Zustandsgleichung nennt. Man kann sich vorstellen, daß a die durch Vergrößerung der Kohäsion bedingte Zunahme des inneren Druckes ist, b eine Verminderung des Volumens, die hinsichtlich der Druckerzeugung durch die molekularen Stöße deshalb in Betracht kommt, weil die Moleküle selbst einen Raum einnehmen, nämlich dann, wenn das Volumen durch Annäherung an den Flüssigkeitszustand überhaupt relativ gering geworden ist.

Die Werte der kritischen Daten sind nach der Zustandsgleichung:

der Druck $\pi = \frac{a}{27 \cdot b^2}$, das Volumen $\varphi = 3b$ und die kritische Temperatur ϑ genügt der Gleichung:

$$1 + \frac{\vartheta}{273} = \frac{8a}{27b}.$$

Drückt man die tatsächlichen Zustandsgrößen durch diese kritischen aus, d. h. setzt man:

$$p = \varepsilon \cdot \pi \quad v = n \cdot \varphi \quad \text{und} \quad 1 + \frac{t}{273} = m \left(1 + \frac{\vartheta}{273}\right),$$

so ergibt sich die „reduzierte Zustandsgleichung“

$$\left(\varepsilon + \frac{3}{n^2}\right) (3n - 1) = 8m,$$

welche für alle Substanzen übereinstimmen soll, insofern die Natur der Substanz darin gar nicht zum Ausdruck kommt. Tatsächlich finden indes erhebliche Abweichungen statt, die darauf beruhen dürften, daß die Moleküle im Gas- und Flüssigkeitszustand nicht dieselben sind.

Ungleichmäßige Ausdehnung der Flüssigkeiten. Einfluß der Temperatur auf die Kompressibilität. Kraft der thermischen Ausdehnung. Erscheinungen bei der kritischen Temperatur. Anomale Ausdehnung bei derselben. Graphische Darstellung der Isothermen. Modelle von Ritter. Überhitzte Dämpfe und Gase. Kurve konstanter Flüssigkeits- bzw. Dampfmenge. Korrespondierende Zustände. Übergangskurven. Kohäsionskurve. Änderung der Oberflächenspannung an der gemeinsamen Grenze zweier Flüssigkeiten. Änderung der Mischbarkeit mit der Temperatur. Kritische Lösungstemperatur. Phenol und Wasser. Trimethylamin und Wasser. Phasenregel. Umwandlungskurven. Dreifacher Punkt bei flüssigen Kristallen.

76. Ausdehnungskoeffizient fester Körper. Man versteht darunter die Längenzunahme eines Stabes von 1 m Länge bei Temperaturerhöhung um 1°. Beispielsweise werde ein Messingrohr von 2,3 m Länge von 10° auf 100°, also um 90° erhitzt. Der Ausdehnungskoeffizient sei α , die Verlängerung betrage dann $\alpha \cdot 2,3 \cdot 90$ m. Dieselbe werde dadurch gemessen, daß das Messingrohr in der Entfernung 0,03 m vom Drehpunkt gegen einen Zeiger drückt, dessen ganze Länge 1,30 m ist. Die gemessene Verschiebung sei 0,2 m; dann ist die Verlängerung des Messingrohres

$$0,2 \cdot \frac{0,03}{1,30}, \text{ somit } 0,2 \cdot \frac{3}{130} = \alpha \cdot 2,3 \cdot 90,$$

$$\text{oder } \alpha = \frac{0,2 \cdot 3}{130 \cdot 2,3 \cdot 90} = 22,2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 22 \text{ tausendstel Millimeter pro Meter und Grad Celsius.}$$

Für ein Eisenrohr betrug unter gleichen Umständen die Verschiebung der Zeiger Spitze 0,13 m, somit

$$\alpha = \frac{0,13 \cdot 3}{130 \cdot 2,3 \cdot 90} = 14 \cdot 10^{-6}.$$

Beispiele von Ausdehnungskoeffizienten sind:

Platin	Zinn	Glas	Holz	Quarz \perp // Achse
0,000009	0,000029	0,000007	0,000006	0,0000 ¹³ / ₀₇ .

Der kubische Ausdehnungskoeffizient ist annähernd das dreifache des linearen, denn denkt man sich einen Würfel von 1 m Seitenlänge, so entsteht nach jeder der drei Richtungen ein Volumenzuwachs von $1 \text{ qm} \times \alpha = \alpha$ Kubikmeter, somit im ganzen 3α . Beispielsweise wächst das Volumen von 1 cbm Messing bei Erwärmung um 1° um $66,6 \cdot 10^{-6}$ cbm.

Kugel und Ring. Einseitig erhitzte Waage. Eisen- und Messingpyrometer. Nickelstahl. Fühlhebelapparat. Röhrenaussdehnungsapparat. Würfelmodell. Metallpyrometer. Kraft der Kontraktion. Ausdehnung

der Kristalle. Kontraktion bei Beryll u. s. w. Maßstäbe aus Kristallen. Ausdehnung unter konstantem Druck. Abhängigkeit der Elastizität von der Temperatur. Doppelstab. Metallthermometer. Taschennmetallthermometer. Graphit- Thermo- und Pyrometer. Metallthermograph. Einfluß der Temperatur bei Längenmessungen. Barometer- und Manometerkalen. Temperaturregulatoren mit Stab. Dilatometerkorrektion wegen kubischer Ausdehnung. Bestimmung der Ausdehnung durch die Dichte. Scheinbare Ausdehnung der Flüssigkeit beim Ausflussthermometer. Korrektion beim Luftthermometer. Korrektion beim Pyknometer. Korrektion beim Sentförper. Bestimmung eines Hohlvolumens durch Wägung. Kalibrierung einer engen Glasröhre. Druckerhöhung bei konstantem Volumen. Kontraktion von gespanntem Kautschuk.

77. Zunahme der Löslichkeit mit der Wärme. Löst man Ammoniumnitrat in Wasser, so zeigt sich, daß die Sättigungskonzentration außerordentlich stark von der Temperatur abhängt. In der Nähe des Schmelzpunktes genügt eine ganz geringfügige Menge Wasser zur Lösung, Lösung und Schmelzung scheinen ineinander überzugehen, Erstarrung erscheint als Kristallisation der festen Modifikation aus ihrer Lösung in der flüssigen. Einige Beispiele der Änderung der Löslichkeit in Kilogramm pro Kilogramm mit der Temperatur sind:

	Chlornatrium	Salpeter	Silbernitrat	Rohrzucker
0°	0,355	0,13	1,22	1,79
18°	0,360	0,29	2,20	2,01
100°	0,396	2,50	9,00	4,90.

Demonstration der Kristallisations- und Auflösungserscheinungen mit dem Projektionsmikroskop. Fraktionierte Kristallisation. Kristallanalyse. Chemisches Gleichgewicht. Einfluß der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit. Kobaltchlorürlösung. Jod in Äther. Schwefelsaures Ammonium in verdünntem Alkohol. Jodstärke. Entstehung von Petroleum. Anomale Ausdehnung von Flüssigkeiten (flüssiger Schwefel). Anomale Löslichkeit (Glauberzsalz bei 33°). Kristallwasserverbindungen. Mehrfache Sättigungspunkte (Aufzehrung bei Eisenchlorür). Kupfercalciumacetat. Bitterzsalz und Kochzsalz.

78. Schmelzpunkt. Beispiele einiger Schmelzpunkte sind: Quecksilber: — 39°, Schwefel 114°, Blei 327°, Zink 419°, Messing 900°, Silber 962°, Gold 1064°, Kupfer 1084°, Gußeisen 1200°, Eisen 1400°, Nickel 1484°, Platin 1780°. Dafür, daß z. B. Eis vor der Erstarrung des Wassers in demselben gelöst ist, spricht die Anomalie der thermischen Ausdehnung des Wassers in der Nähe des Gefrierpunktes. Die Kontraktion beim Abkühlen pro Grad wird dort immer kleiner, bei + 4° erreicht das Wasser das Maximum seiner Dichtigkeit und dehnt sich von hier an bis zum Gefrierpunkt aus, anstatt sich zusammenzuziehen, entsprechend dem Umstand, daß die Dichtigkeit des Eises nur 917,0, dessen spezifisches Volumen 1,0909. Die Dichtigkeit des Wassers beträgt in Kilogramm pro Kubimeter bei:

0°	4°	8°	30°
999,87	1000	999,87	995,67.

Das spezifische Volumen in Kubikmetern pro Kilogramm ist bei:

0°	4°	8°	30°	100°
1,00013	1,00000	1,00013	1,00435	1,04327.

Kristallisation durch Erstarren. Siehen, Löten. Sprengen einer Bombe durch Gefrieren des Wassers. Schmelzpunktsbestimmung. Zusammenhang von Löslichkeit und Schmelzbarkeit. Änderung der Sättigungstemperatur durch Druck. Änderung des Schmelzpunkts durch Druck. Doppelte Schmelzpunkte (Quecksilberorthotolyl). Volumenänderung in der Nähe des Schmelzpunkts. Farbenänderung bei farbigen Erstarrungsprodukten (Dichlorhydrochinondicarbonsäureäther, Metanitroparaacetoluid). Physikalische Isomerie. Schwefel. Quecksilberjodid. Jodsilber. Farbenthermostop. Quecksilberkupferjodid auf Kupferplatte. Quecksilber Silberjodid auf Papier erwärmt durch Bügelseisen. Modifikationen von Eisen, Zinn, Zink, Messing. Enantiotropie von salpetersaurem Ammoniak. Labile (metastabile) Zustände. Umwandlungsgeschwindigkeit labiler Modifikationen. Monotrope Modifikationen. Quecksilberorthotolyl. Schwefel. Umwandlung von Mischkristallen. Härten und Anlassen von Stahl. Thermische Nachwirkung. Maßstab aus hartem Stahl. Allmähliche Änderung von Metallpatronenhälsen.

79. Schmelzen und Erstarren von Gemengen. Löst man wenig Ammoniumnitrat in Wasser auf, so kristallisiert beim Abkühlen zunächst Eis aus; wird viel Ammoniumnitrat aufgelöst, so erhält man dagegen beim Kristallisationspunkt zunächst Ammoniumnitrat. Bei bestimmter Konzentration scheiden sich beide gleichzeitig, aber nebeneinander, als feinkörniges Gemisch aus. Ein solches nennt man Kryohydrat. Gleiches gilt für Metallegierungen; hier nennt man das Gemisch, welches ebenso beim Erwärmen wie ein einziger Körper schmilzt, eutektische Legierung. Der Schmelz- oder Erstarrungspunkt wird in jedem Fall durch die Beimischung für beide Stoffe erniedrigt, am stärksten für das Kryohydrat oder die eutektische Legierung. Dies gilt nicht für isomorphe Stoffe, dann ist der Schmelz- oder Erstarrungspunkt ein mittlerer.

Durch Mischung mehrerer Stoffe können leicht schmelzbare Legierungen hergestellt werden. Z. B. schmelzen

	Wismut	Blei	Zinn	Cadmium	Woods Legierung
bei	260°	325°	230°	320°	75,5°.

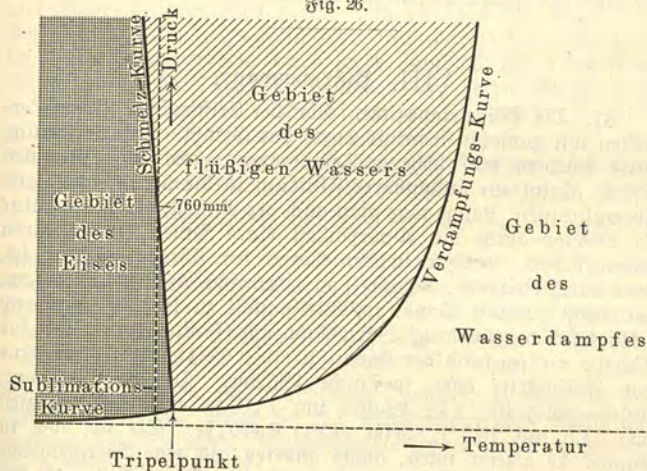
Letztere besteht aus 52,43 Proz. Bi, 25,84 Proz. Pb, 14,73 Proz. Sn und 6,99 Proz. Cd. Legierungen in verschiedenen Mischungsverhältnissen können zur Temperaturbestimmung dienen (thermometrische Indikatoren), wenn ihr Schmelzpunkt bekannt ist.

Überfüllte Lösungen (essigsaures Natrium). Überfüllte Schmelzen (Thymol, Salol). Gefrierthermometer. Amorphe Erstarrung. Quarzfäden. Maximum der Erstarrungsgeschwindigkeit. Innere Änderungen, Erweichung, Glasblasen, Glaslöten. Glas- und Schlackenwolle. Durchbiegung eines einseitig erwärmten Glasstabes. Abhängigkeit der Thermo-

meterkala von der Art des Glases. Veränderlichkeit der Fixpunkte. Thermische Nachwirkung bei amorphen Körpern. Nachwirkungsdilatationen. Viskosität und Oberflächenspannung von Schwefel. Glas mit inneren Spannungen. Glastränen, Bologneserfläschchen. Hartglas, Entglasung. Glas mit Sphäroliten. Reaumursches Porzellan. Amorpher Zucker. Arsenige Säure. Schwefelglobuliten. Erniedrigung des Sättigungspunktes beim Kontakt zweier Lösungen. Rosés Metall. Metallfitt. Stereotypplatten. Kalium und Natrium. Salz und Eis. Kryohydrate. Bleinitrat und Salpeter. Silberhaloidsalze. Schmelzpunkt von Mischkristallen. Einzschmelzglas. Harzlot. Fritten. Sintern. Sägern. Segerfegel. Wedgewoods Pyrometer. Biegen von Holz, Ebonit. Erstarren von Kautschuk in der Kälte. Schmelzen im Kristallwasser. Polymerisation von Leinöl bei langem Kochen. Elektralact. Kryoflag (Phenol, Japone, Campher). Gelatinieren von Leim, Gallerten. Gerinnen von Eiweiß.

80. Sublimation und Umwandlungskurven. In gleicher Weise wie die Dampftension einer Flüssigkeit, z. B. Wasser, mit der Temperatur steigt, wächst auch die des festen Körpers, des Eises, doch nach anderem Gesetz, so daß bei der graphischen Darstellung (Fig. 26) die Dampftensionkurven verschieden verlaufen.

Fig. 26.



Sie kreuzen sich beim Schmelzpunkt, unterhalb desselben ist die Tension der Flüssigkeit größer, darüber die des festen Körpers. Die beiden Kurven werden auch bezw. Verdampfungs- und Sublimationskurve genannt. Erniedrigt man den Druck unter den durch diese Kurven bestimmten Wert, so wird der Dampf ungesättigt, man sagt daher, dies sei das Gebiet des Wasserdampfes. Erhöht man umgekehrt den Druck über den genannten Wert, so kon-

denziert sich die ganze vorhandene Stoffmenge, über der Sublimationskurve liegt deshalb das Gebiet des Eises, über der Verdampfungskurve das des flüssigen Wassers. Die Grenze dieser beiden Gebiete, die Schmelzkurve, geht durch den Schnitt von Sublimations- und Verdampfungskurve, dort berühren sich alle drei Gebiete, der Punkt wird darum Tripelpunkt (dreifacher Punkt) genannt. Die Schmelzkurve gibt den Temperaturpunkt, bei welchem bei gegebenem Druck das Eis schmilzt. Sie schneidet die Ordinatenachse beim Druck 760 mm, da bei diesem Druck der Schmelzpunkt gerade 0° ist. Für höhere Drucke wird er negativ, für niedrigere positiv.

Lösung von Salzen in schweflicher Säure über der kritischen Temperatur. Dissociation fester Körper durch Erhitzung (Chlorsilberammoniak, Salmiak). Verwitterung durch Erhitzung. Sublimation. Umwandlung von Phosphor. Irreversible Zerlegung. Pharaoschlange. Trockene Destillation von Holz. Leuchtgasbereitung. Verbrennung von Eisen. Erhöhung der Reaktionsgeschwindigkeit durch die Temperatur. Flammen. Öllampe, Gasgebläse, Gebläseofen, Schmiedesse.

VIII. Wärmemenge.

81. Die Wärmekapazität. Von der Existenz der Wärme erhalten wir zunächst Kenntnis durch das Gefühl. Bei Berührung eines Körpers von höherer Temperatur, z. B. eines warmen Ofens, scheint ein unsichtbares Fluidum in die berührende Hand überzufließen. Lange war man auch der Ansicht, die Temperatur sei bedingt durch die Anwesenheit eines feinen, unwägbaren Wärmestoffes, welcher in den Poren der Körper versteckt sei, aber durch Reibung, Kompression, chemische Verbindung u. s. w. veranlaßt werden könne, in Wirksamkeit zu treten. Hierdurch erklärt sich der Ausdruck Wärmekapazität (Fassungsvermögen für Wärme, entsprechend der Kapazität eines Gefäßes zur Aufnahme von Flüssigkeit) oder spezifische Wärme. Die Wärmemenge, welche nötig ist, 1 kg Wasser um 1°C zu erwärmen (speziell von $14,5$ auf $15,5^\circ$), heißt (15°) Kalorie. Sie ist, wie in Kapitel XI gezeigt wird, nichts anderes als eine Energiemenge und zwar = 4189 Joule. Man könnte also auch sagen, die spezifische Wärme des Wassers bei 15° sei 4189 Joule¹⁾. Wäre diese Wärme bei allen Temperaturen bis zum absoluten Nullpunkt dieselbe, so wäre die Wärme, welche 1 kg Wasser beim

¹⁾ Es wäre wünschenswert, wenn die überflüssige Bezeichnung Kalorie verlassen würde, da die fortgesetzte Umrechnung von Kalorien in Joule und umgekehrt eine zwecklose, zeitraubende und nur das Verständnis erschwerende Arbeit ist (Fr. Emde).

Gefrierpunkt enthält, 273 Kalorien, beim Siedepunkt 373 Kalorien. Würde man 1 kg Wasser von 0° und eines von 100° zusammenbringen, so würde sich die gesamte Wärme zwischen beiden gleichmäßig verteilen, d. h. man erhielte eine Mischtemperatur x derart, daß $2 \cdot (273 + x) = 273 + 373$ oder $x = 50°$.

Tatsächlich ist die gemachte Annahme nicht zutreffend, es ist aber gar nicht nötig zu wissen, wieviel Wärme das Wasser bei 0° besitzt, da bei den Rechnungen dieselbe stets auf beiden Seiten der Gleichung erscheint, somit fortfällt. Der Einfachheit halber setzt man deshalb die Wärme bei 0° = Null. Die Mischtemperatur ergibt sich dann ohne weiteres, da die vorhandenen 100 Kalorien sich auf 2 kg verteilen, = 50°. Bei Mischung von 2 kg von 0° mit einem von 100° hätte man für die Mischtemperatur x die Gleichung $3x = 100$, somit $x = 33,3°$.

Zur Erwärmung von 1 kg einer anderen Substanz, z. B. Petroleum, um 1°, ist eine andere Wärmemenge nötig. Das Verhältnis derselben zu der für gleiche Erwärmung von gleich viel Wasser erforderlichen nennt man die spezifische Wärme des Petroleums. Um sie zu bestimmen, kann wieder das Mischungsverfahren benutzt werden. Sie werde zunächst mit c bezeichnet. Mischt man z. B. 2 kg Petroleum von 10°, deren Wärmemenge im genannten Sinne 2. c. 10 beträgt, mit 1 kg Wasser von 100°, so ist die gesamte Wärme vor der Mischung 2. c. 10 + 100. Ist t die Mischtemperatur, so ist nach der Mischung die Wärme 2. c. t + t , somit ist $2. c. 10 + 100 = 2. c. t + t$ oder $c = \frac{100 - t}{2t - 20}$. Gefunden wurde $t = 55$, also $c = \frac{45}{110 - 20} = 0,5$.

Natürlich muß der Körper nicht notwendig flüssig sein, auch ein fester Körper, mit Wasser in Berührung gebracht, tauscht seine Wärme aus (Wasserkalorimeter). Beispielsweise ist die spezifische Wärme für:

Eisen	Messing	Blei	Quecksilber	Glas	Alkohol
0,11	0,09	0,03	0,03	0,19	0,60.

Bei Gasen ergeben sich verschiedene Zahlen, je nachdem das Volumen oder der Druck bei der Erwärmung oder Abkühlung konstant gehalten wird. Beispielsweise ist die spezifische Wärme bei konstantem Druck für:

Sauerstoff	Stickstoff	Luft	Wasserstoff	Kohlensäure	Wasserdampf
0,218	0,244	0,238	3,405	0,248	0,475.

Temperatur vergleichbar Druck. Absoluter Nullpunkt. Verschiedene Kalorien. Große spezifische Wärme des Wassers. Regnaults Kalorimeter. Wasserwert. Kalorimeter von Kopp. Rumfords Kunstgriff. Andrews Kalorifer. Kalorimeter für hohe Temperaturen. Differentialkalorimeter. Abhängigkeit der spezifischen Wärme von der Temperatur.

82. Kalorimetrische Pyrometer, Umwandlungswärme. Ist die spezifische Wärme eines Körpers bekannt, so kann er an Stelle des Thermometers zur Temperaturbestimmung gebraucht werden, was besonders bei sehr hohen und sehr niedrigen Temperaturen in Betracht kommen kann. Beispielsweise wurde, um die Temperatur in der Feuerung eines Ofens zu erfahren, ein Eisenklotz von 0,822 kg Gewicht und der spezifischen Wärme 0,16 eingelegt. Nachdem er die Temperatur der Feuerung x angenommen hatte, wurde er in ein mit 3 Liter Wasser von 11° gefülltes Kalorimeter gebracht. Die Temperatur stieg auf 47° . Somit war $3(47 - 11) = 0,822 \cdot 0,16(x - 47)$ oder $x = 867^\circ$.

Daß hier statt 0,11 als spezifische Wärme des Eisens 0,16 gesetzt wurde, beruht darauf, daß beim Erhitzen des Eisens bei etwa 870° die zugeführte Wärme so lange keine Temperaturerhöhung bewirkt, bis das gesamte gewöhnliche sogen. α -Eisen in eine andere Modifikation, das β -Eisen, umgewandelt ist. Diese Umwandlung ist von einer plötzlichen Kontraktion begleitet. Beim Abkühlen tritt, wieder bei 870° , plötzliche Umwandlung unter sprungweiser Ausdehnung ein. Dabei sinkt die Temperatur nicht, bis die Umwandlung vollzogen ist, es entsteht ebensoviele Wärme, als vorher verschwunden war. Die zur Umwandlung von 1 kg erforderliche „latente“ Wärme nennt man Umwandlungswärme. Der Vorgang gleicht ganz der Umwandlung eines festen Körpers in die flüssige Modifikation beim Schmelzen, wobei in der Tat ebenfalls Wärme latent wird.

Umwandlungswärme bei salpetersaurem Ammoniak. Refraktion des Eisens. Umwandlung monotroper Modifikationen. Dissoziationswärme fester Körper.

83. Schmelz- und Erstarrungswärme. Sucht man Eis über den Gefrierpunkt zu erwärmen, so gelingt dies nicht, weil alle zugeführte Wärme latent wird, bis das Eis völlig geschmolzen ist. Bringt man zu 1 kg Eis von 0° 1 kg Wasser von 100° und nennt die latente Schmelzwärme x , so ist die Wärme vor der Mischung 100 Kalorien, nachher, falls t die Mischtemperatur, $x + 2 \cdot t$; somit $x + 2t = 100$ oder $x = 100 - 2t$. Beobachtet wird $t = 10^\circ$, somit $x = 80$ Kalorien, d. h. zum Schmelzen von 1 kg Eis sind 80 Kalorien erforderlich.

Für einige andere Körper ist die latente Schmelzwärme:

Schwefel	Salpeter	Blei	Zinn	Zink
9,4	47,4	5,4	14,2	28,1

Die Ausdehnungsanomalie des Wassers in der Nähe von 0° läßt vermuten, daß darin schon vor der Erstarrung Eis gelöst sei, daß diese Eislösung bei Annäherung an den Nullpunkt immer

konzentrierter und daß bei diesem selbst die Sättigung erreicht werde, so daß der Erstarrungsvorgang in Wirklichkeit ein Kristallisationsvorgang ist. Umgekehrt würde beim Erwärmen des Wassers von 0° an zunächst das darin gelöste Eis zerstört, also latente Wärme verbraucht. In der Tat ist in der Nähe von 0° die spezifische Wärme des Wassers nicht konstant, sondern ändert sich wie folgt:

0°	5°	10°	15°	20°
1,0065	1,0044	1,0017	1,0000	0,9988.

Zimmerfählung durch Eis. Schneeschmelzen im Frühjahr. Temperatur bei Schneefall. Bestimmung von Schmelzwärmen über 0°. Paraffinscheibe mit Kugeln. Umwandlungswärme flüssiger Kristalle. Bestimmung der spezifischen Wärme von Luft mit dem Eiskalorimeter.

84. Eiskalorimeter und Pyrometer. Bringt man einen wärmen Körper in Eis, so entsteht pro Kalorie, die er abgibt, $\frac{1}{10}$ kg Schmelzwasser. Da sich dasselbe nicht gut vom Eis trennen läßt, beurteilt man die Menge zweckmäßig nach der Volumenänderung in einem mit Quecksilber abgesperrten Dilatometer (Bunsens Eiskalorimeter). Man eicht die Skala direkt in Kalorien, indem man nacheinander gleiche Portionen von warmem Wasser einbringt, dessen Wärmeabgabe ohne weiteres angegeben werden kann, wenn seine Temperatur bekannt ist.

Um das Eiskalorimeter als Pyrometer zu verwenden, verfährt man ebenso wie beim Wasserkalorimeter. Beispielsweise ergaben sich beim Einbringen des auf t° erhitzten Eisenstücks von 0,822 kg Gewicht und der spezifischen Wärme 0,16 1,55 kg Schmelzwasser. Man hat also: $0,822 \cdot 0,16 \cdot x = 1,55 \cdot 80$ oder $x = 887^{\circ}$.

85. Lösungs- und Reaktionswärme. Da der Lösungsvorgang ganz dem Schmelzvorgang gleicht, wird auch beim Lösen eines festen Körpers (z. B. von Ammoniumnitrat in Wasser) Wärme gebunden und bei der Kristallisation entbunden, falls nicht gleichzeitig chemische Reaktionen stattfinden. In diesem Fall tritt noch die Reaktionswärme hinzu. Mischt man beispielsweise 1 Liter Wasser, in welchem 36,45 g Salzsäure gelöst sind, mit 1 Liter Wasser, welches die zur Neutralisation der Salzsäure erforderliche Menge 0,05 g Ägnatron enthält, und war die anfängliche Temperatur $3,87^{\circ}$, die Temperatur nach der Mischung $20,02^{\circ}$, also die Temperaturerhöhung der 2 kg Flüssigkeit = $6,85^{\circ}$, so ist die entwickelte Wärmemenge, da die spezifische Wärme = 1 gesetzt werden kann, = $2 \cdot 6,85 = 13,7$ Kalorien.

Ein spezieller Fall der Reaktionswärme ist die Hydratationswärme, d. h. die bei Verbindung des Stoffs (z. B. H_2SO_4) mit

Wasser frei werdende Wärme, welche häufig zu der Reaktionswärme hinzutritt. Es gibt ferner auch chemische Reaktionen, die unter Abkühlung, d. h. unter Verbrauch von Wärme, vor sich gehen. Sie werden im Gegensatz zu den von Entbindung der Wärme begleiteten, den sogen. exothermen Reaktionen als endotherme bezeichnet.

Dissoziation durch Verdünnung. Wärmedünnung bei umkehrbaren Reaktionen. Kalflöschchen. Gipsbrei. Kupfercalciumacetat. Bittersalz und Kochsalz. Bittersalz und Glaubersalz. Essigsaures Natron und unterschwefligsaures Natron. Thermophor. Kältemischungen. Lösung von salpetersaurem Ammoniak. Lösung von Rhodankalium. Eis und Schnee. Meidingers Eismaschine. Trocknen von Gasen durch Kälte. Kondensationshygrometer. Wärme beim Erstarren überkühlter Lösungen. Erwärmung überkühlten Wassers beim Erstarren auf 0° . Schnee in Schwefelsäure und Wasser in Schwefelsäure.

86. Verdampfungs- und Kondensationswärme. Daß beim Erhitzen von siedendem Wasser dessen Temperatur nicht steigt, erklärt sich ebenfalls durch Latentwerden von Wärme. Beim Kondensieren des Dampfes wird die verbrauchte latente Verdampfungswärme wieder frei und kann dann leicht gemessen werden, etwa indem man den Dampf durch ein Schlangrohr leitet, welches in ein Wasserkalorimeter eingesetzt ist. Beispielsweise war die Menge des Wassers 20 Liter, dessen Temperaturerhöhung 16° , die Menge des Kondensationswassers 0,570 kg, also $20 \cdot 16 = 0,570 \cdot x$ und $x = 560$ Kalorien. Man kann auch den Dampf direkt in das Wasser des Kalorimeters hineinleiten. Die Gewichtszunahme desselben gibt die Menge des Kondenswassers. Beispielsweise war das Wassergewicht zu Anfang 3 kg, nachher 3,165 kg; die Temperatur anfänglich 11° , nachher 44° , die Temperaturzunahme somit 33° und die von dem Wasser ausgenommene Wärme $3 \cdot 33 = 99$ Kalorien. Die von den 0,165 kg Kondenswasser abgegebene Wärme beträgt, da dessen Temperatur von 100 auf 44° gesunken ist, $0,165 \cdot 56 = 8,24$ Kalorien, somit ist $99 = 8,24 + x \cdot 0,165$ und $x = 548$ Kalorien.

Man könnte die Verdampfungswärme des Wassers auch zur Bestimmung von Wärmemengen gebrauchen. Ein glühendes Eisen, in Wasser von 100° eingetaucht, würde eine Gewichtsunabnahme, entsprechend der Menge gebildeten Dampfes, hervorbringen, und da 1 kg Dampf zu seiner Bildung $\frac{1}{536}$ Kalorie bedarf, ergibt sich daraus die von dem Eisen abgegebene Wärmemenge (Dampfkalorimeter).

Man kann auch ein kaltes Eisenstück an eine Wage anhängen, tarieren und nun Dampf herumleiten. Es wird sich eine der zur Erhitzung des Eisens auf 100° nötigen Wärme entsprechende

Dampfmenge darauf kondensieren. Beträgt das Gewicht 5 kg, die spezifische Wärme 0,1, die Temperaturerhöhung 80° , so ist die Menge des kondensierten Dampfes x , die sich in einem angehängten Tropfgefäß sammelt, bestimmt durch die Gleichung $5 \cdot 0,1 \cdot 80 = x \cdot 536$, also $x = \frac{40}{536} = 0,06$ kg. Umgekehrt

könnte hiermit die spezifische Wärme des Eisens ermittelt werden. Beispiele von Verdampfungswärmen verschiedener Stoffe sind: Wasser 536, Quecksilber 62, Chloroform 58,5, Schwefelkohlenstoff 105,7, Alkohol 205, Äther 90 Kalorien pro Kilogramm.

Mit steigender Temperatur, d. h. steigendem Dampfdruck, wird die latente Verdampfungswärme kleiner und erreicht bei der kritischen Temperatur den Wert Null, was sich von selbst versteht, da bei dieser Temperatur Flüssigkeit und Gas nicht mehr verschieden sind. Man kann annehmen, daß sich in der Nähe derselben in der Flüssigkeit immer mehr Dampf auflöst, in Dampf immer mehr Flüssigkeit, bis die beiden Zustände gleich geworden sind. Beispielsweise ist für Kohlensäure die Verdampfungswärme in Kalorien bei

- 25°	0°	+ 22°	30,82°
72,23	57,48	31,80	3,72.

Natürlich gehört zur Verdampfung einer Flüssigkeit bei höherer Temperatur im ganzen doch mehr Wärme als zur Verdampfung bei niedriger Temperatur, da zunächst das Wasser auf die betreffende Temperatur erhitzt werden muß, und die spezifische Wärme infolge der Bildung von Dampf in Lösung um die Verdampfungswärme vergrößert erscheint. Diesen ganzen Wärmeverbrauch nennt man die Gesamtwärme.

Bestimmung der Verdampfungswärme mit dem Eiskalorimeter. Dampfkochapparate. Transportable Dampfentwickler.

87. Schwefelätherhygrometer und Psychrometer. Bei der Verdunstung einer Flüssigkeit sinkt die Temperatur infolge des Wärmeverbrauchs bei der Dampfbildung. Da die Verdunstung aufhört, wenn die Luft in der Nähe der Oberfläche mit Dampf gesättigt ist, kann durch Blasen die Abkühlung befördert werden. Man könnte auch aus dieser Abkühlung die Verdampfungswärme ermitteln. Beispielsweise wurde durch 1 kg Schwefeläther, welches in einem Becherglase auf der Wage tariert war, Luft hindurchgeleitet, bis die Temperatur um 5° gesunken war. Das Gewicht hatte dann um 0,03 kg abgenommen, somit war, wenn die Verdampfungswärme mit x bezeichnet wird, der Wärmeverbrauch $x \cdot 0,03 = (1 - 0,03) \cdot 0,54 \cdot 5$, da die spezifische Wärme des Äthers = 0,54. Hieraus folgt $x = 90$ Kalorien. Beim Schwefeläther-

hygrometer wird von der Verdunstungskälte Gebrauch gemacht, zunächst zur Erniedrigung des Dampfdrucks in dem den Äther enthaltenden Gefäß, so daß durch dessen Verdampfung das Gefäß bis zum Taupunkt t' abgekühlt wird. Da das spezifische Gewicht des Wasserdampfes bezogen auf Luft = 0,623, also das Gewicht von 1 cbm Wasserdampf, wenn e' dessen Tension bei der Temperatur t' bezeichnet, $= 0,623 \cdot 1,293 \cdot \frac{273}{273+t'} \cdot \frac{e'}{760}$ kg $= \frac{1,060 \cdot e'}{1+0,00367 \cdot t'}$ Gramm, so ist dies die maximale absolute Feuchtigkeit bei dem am inneren Thermometer abgelesenen Taupunkt t' . Sie ist identisch mit der tatsächlichen absoluten Feuchtigkeit bei der am äußeren Thermometer abgelesenen Lufttemperatur t ; um also die relative Feuchtigkeit zu erhalten, hat man durch die der letzteren entsprechend maximale absolute Feuchtigkeit zu dividieren. Dies gibt $\frac{e'}{e} \cdot \frac{1+0,00367 \cdot t}{1+0,00367 \cdot t'} = \frac{e'}{e}$, d. h. man findet die relative Feuchtigkeit, indem man die der Temperatur des inneren Thermometers entsprechende Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes durch die der Temperatur des äußeren Thermometers entsprechende dividirt. Hierzu dienen die Spannkraftstabellen.

Bei dem Psychrometer zeigt das feuchte Thermometer in Folge der Verdunstung dauernd niedrigere Temperatur t' als das trockene Thermometer t . Bedeutet x die tatsächliche Spannung des Wasserdampfes, f' die Tension des bei der Temperatur t' gesättigten Wasserdampfes, so ist, wenn $t' > 0^\circ$ $x = f' - 0,60(t - t')$, wenn $t' < 0^\circ$ $x = f' - 0,52(t - t')$. Die relative Feuchtigkeit ist $\frac{x}{f}$, wenn f die Tension des bei t° gesättigten Wasserdampfes. Der Taupunkt ist die Temperatur, bei welcher gesättigter Wasserdampf die Tension x hat. Die absolute Feuchtigkeit y beträgt, wenn q die Menge Wasserdampf pro Kubikmeter in Grammen im Fall der Sättigung bei der Temperatur t' , $y = q - 0,64(t - t')$.

Kohlensäureröhre abgekühlt durch Äther. Aneroidthermoskop gekühlt durch Äther. Anfrieren einer benetzten Metallschale. Alkazazza. Äther-eismaschine. Eisbildung unter der Luftpumpe. Schwefelsäureeismaschinen. Kryo-phor. Einschmelzen flüssiger Gase in Glasröhren. Ammoniak-eismaschine. Dicks's Flüssigkeit (Kohlensäure und schweflige Säure). Verflüssigung von Kohlensäure. Ratterer's Pumpe. Kohlensäureflasche. Auflösen von Kohlensäureschnee in Äther oder Aceton. Gefrieren von Quecksilber. Gefrorenes Quecksilber in Wasser. Temperaturmessung des Kohlensäureschnees mit dem Luftthermometer. Kompression fester Kohlensäure. Chemische Reaktionen bei tiefer Temperatur (Abnahme der Reaktionsgeschwindigkeit).

88. **Expansionskälte bei Gasen.** Besonders intensive Kälte wird erhalten durch Verdunsten flüssiger Kohlenäure, wobei dieselbe zu Kohlenäureschnee erstarrt und eine Temperatur von etwa -100° annimmt. Man könnte denken, da die Verdampfungswärme beim kritischen Punkt gleich Null wird, daß über dieser Temperatur Verdunstungskälte nicht mehr auftreten kann. Indes erhält man Kälte sogar nach mäßiger Kompression weit über der kritischen Temperatur, ja selbst bei gewöhnlicher Luft und anderen Gasen, deren kritische Temperatur so niedrig liegt, so daß man sie früher für permanente, d. h. nicht verflüssigbare Gase hielt. Diese Kälte ist indes anderen Ursprungs. Dehnt sich z. B. Druckluft aus, indem sie einen Druckluftmotor treibt, welcher eine Last hebt, so muß nach dem Gesetz der Erhaltung der Energie eine der gewonnenen potentiellen Energie äquivalente Wärmemenge verschwinden, d. h. pro Joule $\frac{1}{4189}$ Kalorie. Wenn erwärmte Luft aufsteigt, muß sie sich abkühlen, denn sie hebt ihr eigenes Gewicht. Der Wasserdampf scheidet sich dann, sobald die Temperatur unter den Taupunkt gesunken, in Form von Wolken aus. Wird ein Druckluftkessel mit einem Vakuumkessel verbunden, so ist nach der Expansion, da keine Arbeit geleistet wurde, die gesamte Wärme dieselbe wie zuvor, im Gegensatz zu der Verdampfung einer Flüssigkeit im Vakuum.

Beim Komprimieren von Luft in einem Kessel erwärmt sich dieselbe, ebenso erwärmt sich ein Gas, welches durch Absorption in den Poren von Kohle verdichtet wird u. s. w.

Abnahme der Temperatur mit der Höhe. Nebelbildung im Luftpumpenrezipienten. Hand im Dampfstrahl. Pneumatisches Feuerzeug. Adsorptionswärme. Döbereiners Zündmaschine. Katalyse. Gaselbstzünder. Zündvillie. Brandmalerei (Pyrochromie). Medizinische Glühinstrumente. Selbstentzündung von Heu, Fuzwolle u. s. w. Platinglühlämpchen. Wärme bei Absorption von Gasen in Flüssigkeiten. Kälte beim Entweichen absorbierten Gase. Tierische Wärme. Blutwärme. Verdichtung von Wasserdampf durch Schwefelsäure. Natronampfkessel. Wärme bei Kristallwasseraufnahme. Hydratationswärme (Kalk, Gips). Chemische Verbindung von Gasen. Selbstentzündung von Phosphorwasserstoff.

89. **Verbrennungswärme.** Man versteht darunter die beim Verbrennen von 1 kg einer Substanz frei werdende Wärmemenge. Es werde z. B. ein kleiner Gasherd, auf welchem sich eine Schale mit 8 kg Wasser befindet, mit einem 50 Liter Leuchtgas von normalem Druck enthaltenden Glockengasometer verbunden und das Gas angezündet. Das Wasser erwärmt sich von 10° auf 27° , also um 17° . Die entwickelte Wärmemenge ist also: $8 \cdot 17 = 136$ Kalorien. Das Gewicht des Leuchtgases beträgt $50 \cdot 0,00054$, da $0,00054$ das Gewicht von 1 Liter Gas, somit die von 1 kg ent-

wickelte Wärmemenge $\frac{8.17}{50.0,00054} = 5000$ Kalorien. Die Verbrennungswärmen einiger anderer Stoffe sind:

Wasserstoff	Petroleum	Alkohol	Holzkohle	Steinkohle	Rüböl
34400	11040	6960	7290	8000	9310.

Brennwertmesser. Feuerwerkerei. Thermit. Aluminothermie. Explosivkörper. Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Explosion. Bombenkalorimeter. Eiskalorimeter zur Messung der Verbrennungswärme. Dissoziation. Flammentemperatur. Gas-, Petroleum-, Benzin-, Schießpulvermotoren.

IX. Dynamik.

90. Gleichförmig beschleunigte Bewegung. Da, wie gezeigt, die Wärme als eine Form von Bewegung, sowie als aufgespeicherte Energie zu betrachten ist (Arbeit eines Dampfstrahnes), so setzt eine vollkommenerer Aufklärung der Wärmeerscheinungen genaueres Studium der Bewegungsercheinungen und ihrer Beziehungen zur potentiellen Energie voraus.

Nennt man den Zuwachs an Geschwindigkeit pro Sekunde, welchen eine konstant wirkende Kraft erzeugt, die Beschleunigung g , so ist die Endgeschwindigkeit nach Galilei $v = g \cdot t$. Hieraus ergibt sich der in den t Sekunden zurückgelegte Weg $s = \frac{g \cdot t^2}{2}$.

Da nämlich die Geschwindigkeit bei gleichförmiger Bewegung = Weg : Zeit, so ist der Weg = Geschwindigkeit \times Zeit. Zu Anfang der ersten Sekunde ist die Geschwindigkeit = 0, zu Ende derselben g , im Mittel somit $g/2$. Diese konstant gedachte Geschwindigkeit \times 1 Sekunde gibt den Weg $g/2$ in der ersten Sekunde.

In der zweiten Sekunde ist die mittlere Geschwindigkeit $\frac{g+2g}{2} = \frac{3}{2}g$, ebenso der Weg, in den folgenden Sekunden findet sich dieser $\frac{3}{2}g$ $\frac{7}{2}g$... Demgemäß hat der Körper zurückgelegt nach 1, 2, 3, 4... t Sekunden den Weg $g/2$ $4g/2$ $9g/2$ $16g/2$... $t^2 \cdot g/2$.

Da $t = v/g$, kann man auch schreiben: $s = \frac{v^2}{2g}$ oder $v = \sqrt{2gs}$

Meter pro Sekunde; die Geschwindigkeit ist also keineswegs, wie vor Galilei (nach Aristoteles) angenommen wurde, der zurückgelegten Wegstrecke einfach proportional, sondern der Quadratwurzel aus derselben.

Blasrohr, Windbüchse, Federbüchse, Pistole. Wirkung und Gegenwirkung. Federbüchse auf Wagen. Kleiner Wagen auf großem. Rückstoß der Schießwaffen. Erde zurückgetrieben. Hin- und Herziehen eines Ge-

wichtiges auf einem Wagen. Schwerpunkt einer plagenben Bombe. Trägheitswiderstand. Wahre Kräfte und Trägheitskräfte. Spiralfeder mit Griff. Pogendorffs Wage. D'Alemberts Prinzip. Anzugskraft beim Wagen. Wagen durch einen Faden gezogen.

91. Bewegungsenergie. Wirkt auf die Masse m Kilogramm eine Kraft von p Decimegadynen, so ist die erzielte Beschleunigung

$g = \frac{p}{m}$ Meter pro Sekunde. Dabei verschwindet an potentieller

Energie ein der geleisteten Arbeit entsprechender Betrag $p \cdot s$ Joule,

wenn $s = \frac{g t^2}{2}$ der vom Angriffspunkt der Kraft zurückgelegte

Beg ist. An Stelle der verschwundenen potentiellen Energie hat

nunmehr der bewegte Körper, z. B. ein herabgefallener Stein, ein

fortgestoßener Wagen, eine abgeschossene Kanonenkugel, eine neue

Art von Arbeitsfähigkeit erhalten, welche durch ihren Bewegungs-

zustand bedingt ist, sogen. Bewegungs- oder kinetische Energie.

Nach dem Gesetz der Erhaltung der Energie muß sie ebenso groß

sein wie die verschwundene potentielle, also $= p \cdot s = m \cdot g$

$\cdot \frac{g t^2}{2} = m \cdot \frac{v^2}{2}$ Joule, da die durch die Kraftwirkung auf der

Strecke s hervorgebrachte Endgeschwindigkeit $v = g \cdot t$ Meter pro

Sekunde beträgt.

Bewegt sich der Körper, z. B. ein Wagen, auf einer Bahn

mit konstanter Reibung, so tritt gleichförmige Verzögerung ein,

die kinetische Energie setzt sich in Wärme um, nämlich in $m \cdot \frac{v^2}{2}$

$\cdot \frac{1}{4189}$ Kalorien. Ist g' die Verzögerung, so ist der „Bremsweg“

$s = \frac{v^2}{2 \cdot g'}$ Meter.

Trägheit bei Entziehung der Bewegung. Durchschossene Glasscheibe.

Ver schlagen eines Stabes auf Gläsern. Durchschießen einer Panzerplatte.

Stoßfestigkeit. Sprödigkeit. Durchschießen eines Holzstabes durch ein Brett.

Einschießen hölzerner Pfähle in die Erde. Durchreiben einer Nähnadel

durch eine Kupfermünze. Rückwärtsfallen bei plötzlichem Anhalten eines

Wagens. Stoßfreie Aufhängung. Kartenblatt und Münze. Befestigung

von Feilenheften, Besen. Gleiche Endgeschwindigkeit bei verschiedener

Neigung der schiefen Ebene, aber gleicher Höhe. Entziehung der Be-

wegungsenergie durch die Schwere. Gleichförmig verzögerte Bewegung.

Anfangsgeschwindigkeit aufwärts. Erreichte Höhe stets gleich. Zwei Fall-

rinnen gleicher oder verschiedener Neigung einander entgegengesetzt.

Krumme und gewundene Fallrinne. Wurfsöhe der Federbüchse. Auffallen

der Körper auf eine Federwage. Brechung der Bewegungsrichtung auf

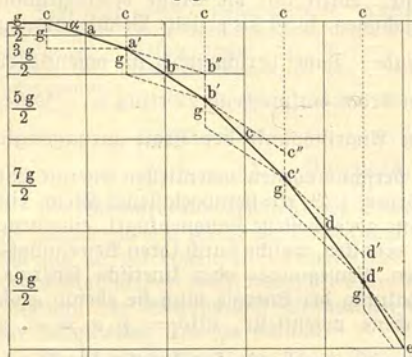
Sammet. Notierendes Uhrglas mit Puppe auf benetztem Spiegel. Absolute

und relative Ruhe. Kinetische Energie kann nicht negativ sein. Zusammen-

setzung von Bewegungsenergien. Parallelogramm der Bewegungen. Kinegraph. Morins Fallmaschine.

92. **Wurfbewegung.** Da nach dem Parallelogrammgesetz der Kräfte zwei Kräfte sich in ihren Wirkungen nicht stören, gilt gleiches auch von den erzeugten Bewegungen. Erteilt man

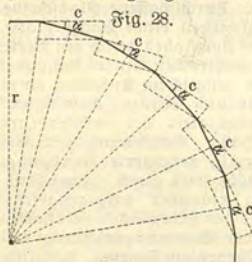
Fig. 27.



z. B. einem Körper durch Stoß eine Geschwindigkeit c in horizontaler Richtung, so wird er in dieser Richtung nach 1, 2, 3, 4... Sekunden die Strecken c $2c$ $3c$ $4c$... zurückgelegt haben, aber gleichzeitig infolge der Einwirkung der Schwere vertikal abwärts die Strecken $g/2$ $4g/2$ $9g/2$ $16g/2$... so daß er in Wirklichkeit eine Parabel beschreibt. Man kann diese, wie Fig. 27 zeigt, auch auf Grund der Überlegung konstruieren, daß der Körper in jeder Sekunde einen Geschwindigkeitszuwachs g vertikal abwärts erhält und daß er die in einer Sekunde beschriebene Bahn in der nächsten Sekunde nach dem Trägheitsgesetz in gleicher Weise zu durchlaufen sucht.

Wurfparabel auf beruhtem Glanzpapier. Gewehrfeuer und freifallender Körper. Flacher und Bogenwurf. Bogen, Armbrust, Katapulten und Ballisten, Federbüchse, Knallbüchse, Feuerwaffen.

93. **Zentrifugalkraft.** Ein Spezialfall der Wurfbewegung ist die Bewegung des Mondes um die Erde. Ein mit genügend



großer Geschwindigkeit horizontal geworfener Körper würde (vom Luftwiderstand abgesehen) eine so flache Bahn beschreiben können, daß er die Erde nicht mehr erreicht, sondern sie beständig wie der Mond umkreist. Die Richtung der Kraft (Gravitationskraft) ist in diesem Falle nicht sich immer parallel, sondern zielt beständig nach dem Schwerpunkt (Mittelpunkt) der Erde, sie heißt deshalb Zentripetalkraft. Nennt man c die Tangentialgeschwindigkeit, α den Winkel (Fig. 28), um welchen sich ihre Richtung in jeder Sekunde ändert,

in Bogenmaß, und g die durch die Zentripetalkraft erzeugte Beschleunigung, so ist:

$$g = c \cdot \alpha \quad p = m \cdot g \quad p = m \cdot c \cdot \alpha,$$

oder wenn T die Umlaufszeit, da der Körper in T Sekunden die ganze Kreissphäriperipherie $2\pi r$ zurücklegt, also $c = \frac{2\pi r}{T}$, und da ferner die Summe aller α in T Sekunden 2π beträgt, folglich in einer Sekunde d. h. die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ sein muß:

$$p = m \cdot \frac{2\pi r}{T} \cdot \frac{2\pi}{T} = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

oder

$$p = m \cdot r \cdot \omega^2 \text{ Decimegadynen,}$$

d. h. die Zentripetalkraft muß, damit die Bahn eine kreisförmige vom Radius r werde, gleich sein dem Produkte der Masse des Körpers mit dem Abstände desselben vom Drehungszentrum und Quadrate der Winkelgeschwindigkeit in Radianen pro Sekunde. Ist beispielsweise

$$m = 0,103 \text{ kg} \quad r = 0,28 \text{ m} \quad \omega = 2\pi \cdot \frac{100}{38}$$

Radianen pro Sekunde, d. h. erfolgen 100 Umläufe in 38 Sekunden, was mittels eines Tourenzählers, der nach je 100 Touren eine Klingel anschlägt, leicht konstatiert werden kann, so ist

$$p = 0,103 \cdot 0,28 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 100}{38}\right)^2 = 38,5 \text{ Decimegadynen.}$$

Die Arbeit der Zentripetalkraft ist Null, weil die Verschiebung senkrecht zur Krafrichtung erfolgt. Schwungmaschine mit Tourenzähler. Zwei durch Schnur verbundene Kugeln. Schräge Röhren, Kugelschwebe. Schwungfugel. Gyrometer mit Federwage. Lotrichtung. Zirkusreiter. Geleiseerhöhung. Zentrifugaleisenbahn. Ausbalanzieren von Maschinenachsen. Schwungrad aus Draht. Schleifsteinexplosionen. Schwungrad für periodischen Widerstand.

94. Gyroskop. Bei einem rotierenden Körper suchen sich die einzelnen Massenteilchen nach dem Trägheitsgesetz in der Tangente zur Kreisbahn zu bewegen, also von der Rotationsachse zu entfernen und wecken dadurch in radialer Richtung eine Spannung, welche ansteigt, bis die der Rotationsbewegung entsprechende Zentripetalkraft erreicht ist. Diese elastische Spannung wirkt aber nicht nur auf das Massenteilchen, sondern auch nach dem Gesetz von Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung auf die Rotationsachse, so daß diese einen Druck auf ihre Lager ausübt. Heben sich alle diese sogen. Zentrifugalkräfte in ihrer Wirkung auf, so heißt die Achse freie Rotationsachse. Dann sind die Lager (wie beim Kreisel) überflüssig. Eine freie Rotationsachse kann

aber stabil oder labil sein, d. h. es kann im letzten Falle beim Fehlen von Lagern ein geringer Anstoß genügen, um Änderung der Drehung in Rotation um eine andere freie Achse, die stabile Rotationsachse, herbeizuführen. Beispielsweise ist bei Drehung eines Cylinders um seine eigene Achse diese nur dann stabil, wenn die Höhe kleiner ist als $0,866 \times \text{Radius}$. Ist sie größer, so klappt der rotierende Cylinder, wenn er um seine Achse in Rotation gesetzt wurde, von selbst (infolger kleiner Erschütterungen) um und rotiert dann um eine durch seine Mitte gehende Achse quer zur ersteren (der Symmetrieachse).

Sucht man einen rotierenden Kreisel umzustößen, so gelingt dies nicht ohne weiteres, seine Achse ist stabile Drehachse, sie wird durch die elastischen Spannungen der Zentrifugalkräfte gemäss wie durch axial radial nach allen Richtungen hin gespannte elastische Fäden gehalten. Indes hat man, falls man den (z. B. in eine Holzugel eingeschlossenen) Kreisel wirklich um eine zur Rotationsachse senkrechte Achse umlegt, keineswegs einen Widerstand zu überwinden, der der Verschiebungsrichtung entgegengesetzt ist, es wird auch keine Arbeit geleistet, denn der gewekte oder induzierte Widerstand ist senkrecht zur Richtung der Verschiebung, die wirkende Kraft erzeugt die sogen. Präzessionsbewegung, welche senkrecht zu ihrer eigenen Richtung verläuft und sich aus dem Parallelogrammgesetz erklärt, nach welchem die vorhandene Bewegung zusammengesetzt mit der Präzessionsbewegung eine Bewegung ergibt, die der Krafrichtung entspricht.

Infolge der Stabilität der Rotationsachse scheint sich die Achse eines frei aufgehängten Kreisels zu drehen, weil sich die Erde nicht in Ruhe befindet. Man kann geradezu mit einem solchen Kreisel (Gyroskop) die Rotation der Erde nachweisen. An einem Pol mit horizontaler Drehachse aufgestellt, müßte er sich in 24 Stunden scheinbar um 360° drehen, also pro Stunde um 15° . Am Äquator ist diese scheinbare Drehung natürlich Null. In der geographischen Breite φ (Winkel gegen den Äquator) kann man die wahre Geschwindigkeit v der Erde in zwei Komponenten zerlegt denken, eine Rotation mit der Geschwindigkeit $v \cdot \sin \varphi$ und eine dazu senkrechte Komponente, von welchen nur die erstere eine scheinbare Drehung des Gyroskops bedingt. Beispielsweise ist für $48\frac{1}{2}^\circ$ geographische Breite die scheinbare Drehung des Gyroskops nicht 15° pro Stunde, sondern nur $15 \cdot \sin 48\frac{1}{2} = 15 \cdot \frac{3}{4} = 11\frac{1}{4}^\circ$. Umgekehrt kann man aus dieser beobachteten scheinbaren Rotation schließen, daß die wahre Winkelgeschwindigkeit der Erde 15° pro Stunde beträgt.

Loose Verbindung von Gefäß und Achse bei Zentrifugen. Stabile und labile Achsen bei Cylinder, Scheibe und Kette. Fahrrad als Kreisel. Kreisel in Kapsel auf Eisenschienen. Himmelspole. Geotroposkop. Fahrrad als Rotationsapparat. Fessels Apparat. Kreisel am Faden. Scheinbare Aufhebung der Schwerkraft. Kreisel auf Spitze. Kreisel auf Drehstativ. Kreisel an drehbarer Stange. Zwei Kreisel aufeinander (Somdotropie, Gleichrichtung derselben). Doppelrotationscheibe. Gyrotopischer Drehbaum. Polytrop. Schiffskreisel. Zusammenfassungen von Drehungen.

95. Veränderlichkeit der Schwerkraft. Da der Erdradius $\frac{40 \cdot 10^6}{2\pi} = 6366200$ m beträgt und in der Stunde Drehung um einen Winkel von $\frac{360}{24} = 15^\circ$ erfolgt, ist die Umfangsgeschwindigkeit

am Äquator (da $57,2958^\circ = 1$ Radian, also $15^\circ = \frac{15}{57,3}$

Radianen) $= \frac{6366200 \cdot 15}{57,3 \cdot 3600} = 464$ m/sec, somit die Zentripetal-

kraft $K = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{464^2}{6366200} = \frac{m}{291}$ Decimegadynen. Falls sich die Erde nicht drehen würde, wäre das Gewicht der Masse m Kilogramm, ebenso wie am Pol $m \cdot 9,832$ Decimegadynen, da aber die Zentrifugalkraft der Schwere entgegenwirkt, muß am Äquator das Gewicht geringer, nämlich

$$= m \cdot 9,832 - \frac{m}{291} = m \left(9,832 - \frac{1}{291} \right)$$

erscheinen. Tatsächlich ist die Differenz noch größer, nämlich $m \left(9,832 - \frac{1}{189} \right)$, weil in Folge der Zentrifugalkraft die Erde an den Polen abgeplattet, somit der Erdradius am Äquator größer ist und die angezogene Masse dort vom Schwerpunkt der Erde, in welchem die ganze Masse derselben konzentriert gedacht ist, weiter absteht, somit die Anziehungskraft nach dem Gravitationsgesetz entsprechend kleiner sein muß. In der geographischen Breite φ ist deshalb:

$$g = 9,78 (1 + 0,00531 \cdot \sin^2 \varphi).$$

g würde = 0, wenn die Zentrifugalkraft gleich dem Gewicht

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = mg,$$

oder $v = \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9,832 \cdot 6366800} = 7900$ m pro Sekunde,

d. h. $\frac{7900}{464} = 17$ mal schneller.

96. Bewegung des Mondes. Newton (1666) kam zuerst auf den Gedanken, die Zentripetalkraft, welche den Mond nötig, die

Erde zu umkreisen, sei seine Schwere. Diese ist bestimmt durch das Gravitationsgesetz:

$$K = 66,8 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \text{ Decimegadynen,}$$

wenn m_1 und m_2 die beiden sich anziehenden Massen in Kilogramm und r der Abstand ihrer Schwerpunkte in Metern. Die Masse der Erde wurde gefunden:

$$m_1 = 5,88 \cdot 10^{24} \text{ kg.}$$

Der Abstand des Mondes beträgt $r = 384 \cdot 10^6 \text{ m}$, somit

$$K = 66,8 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{5,88 \cdot 10^{24} \cdot m_2}{384^2 \cdot 10^{12}} = 960 \cdot m_2 \text{ Decimegadynen,}$$

wenn m_2 die Masse des Mondes in Kilogramm ist. Ist wirklich die Gravitationskraft die Zentripetalkraft, welche den Mond nötigt, die Erde zu umkreisen, so muß:

$$K = m_2 \cdot \frac{v^2}{r} = m_2 \cdot \frac{4\pi^2 \cdot v}{t^2} \text{ Decimegadynen}$$

sein, wenn t die Dauer eines Umlaufs in Sekunden. Diese ist, da die Umlaufszeit rund 28 Tage beträgt:

$$= 28 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 2419200, \text{ genauer } 2360580 \text{ Sekunden,}$$

also $K = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 384 \cdot 10^6}{2360580^2} \cdot m_2 = 390 \cdot m_2 \text{ Decimegadynen.}$

Dies stimmt der Größenordnung nach mit dem oben gefundenen Werte $960 \cdot m_2$. Daß die Übereinstimmung keine genaue ist, beruht auf Vernachlässigungen (z. B. daß die Mondbahn kein genauer Kreis, sondern eine Ellipse ist u. s. w.).

Abnahme der Schwere mit der Höhe. Schleifen der Planetenbahnen. Epicyklen des Ptolemäus. Keplers Gesetze. Prinzip der Flächen. Erhaltung des Schwerpunkts. Kometen. Doppelsterne. Dreikörperproblem. Massendefekte. Dichte der Planeten. Entstehung der Himmelskörper. Erdmodell auf der Schwungmaschine. Tonkugel. Geoid. Abhängigkeit der Schwere vom Ort. Erdglobus. Abplattung. Ekliptik. Äquinoktialpunkte. Präzession der Tag- und Nachtgleichen. Bohlenbergers Maschinchen. Nutation beim Fahrrad. Autoskop. Platonisches Jahr. Eiszeit. Ebbe und Flut. Vibration des Mondes. Saturnring. Modell der Planetenbahnen. Nebelflecke. Wachsen der Geschwindigkeit mit Abnahme des Radius.

97. Energie eines Schwungrades. Nennt man ω die Winkelgeschwindigkeit in Radianen pro Sekunde, d. h. in Bogen vom Radius 1 m, so ist die Peripheriegeschwindigkeit v , d. h. der pro Sekunde zurückgelegte Bogen vom Radius r Meter, wenn r der Radius des Rades ist, $v = \omega \cdot r$, somit, falls die ganze in Betracht kommende Masse des Schwungrades der Radkranz vom Radius r ist, die Energie $E = m \cdot \frac{v^2}{2} = m \cdot r^2 \cdot \frac{\omega^2}{2}$ Joule.

Das Produkt $m \cdot r^2$ heißt das „Trägheitsmoment“. Es entspricht der „Masse“ in dem Ausdruck $m \cdot \frac{v^2}{2}$. Die Einheit ist das Quadratmeterkilogramm¹⁾.

Hätte das Schwungrad die Form einer massiven Scheibe, so könnte man diese in konzentrische Ringe von den Massen $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \dots$ und den Radien $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \dots$ zerlegt denken und demgemäß wäre das Trägheitsmoment $\mu_1 \rho_1^2 + \mu_2 \rho_2^2 + \mu_3 \rho_3^2 \dots = \sum \mu \rho^2$, die Winkelbeschleunigung wäre somit dieselbe wie bei einem einfachen Radkranz, für welchen $m \cdot r^2 = \sum \mu \rho^2$, dessen Radius also

$$r = \sqrt{\frac{\sum \mu \rho^2}{m}}$$

Dieser Radius heißt der Trägheitsradius, er ist der Abstand einer Masse $m = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 \dots$ von der Drehachse, für welche das Trägheitsmoment den gleichen Wert hat. Diese Masse kann man sich auch in einem Punkt konzentriert denken, dem sogen. Drehungsmittelpunkt. Für eine Kreisscheibe von gleichmäßiger Dichte ist $\sum \mu \rho^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$, wenn M die Masse der Scheibe und R ihr Radius.

Würde beispielsweise eine schmiedeeiserne Scheibe von 1 m Durchmesser und 1 cm Dike mit 200 Touren pro Minute umlaufen, so wäre die darin aufgespeicherte Energie $= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4}$

$$0,01 \cdot 7800 \cdot 0,5^2 \cdot \left(\frac{200}{60} \cdot 2\pi\right)^2 = 1675 \text{ Joule.}$$

Würde man also mit der Reibungskraft 1 Decimegadyne am Umfang bremsen, so würde die Scheibe, wenn keine Kraft ihre Bewegung unterhält, zur Ruhe kommen, wenn sich der Umfang um 1675 m weiter bewegt hat,

$$\text{d. h. nach } \frac{1675}{\pi} = 53 \text{ Umdrehungen.}$$

98. Beschleunigung eines Wagens. Setzt man einen Wagen von der Masse M Kilogramm durch ein an einer Schnur ziehendes Gewicht von m Kilogramm in Bewegung, so ist die treibende

¹⁾ Durch das Weglassen der Bezeichnung der Einheit entsteht häufig Konfusion, da bei technischen Berechnungen das Kilogramm als Kräfteinheit dient und demgemäß die Einheit des Trägheitsmoments 1 Meterkilogramm-Quadratsekunde ist, ferner dadurch, daß die Formel $G D^2$ gebraucht und D als Durchmesser gedeutet wird ($G = \text{Gewicht}$). Es bleibt dann beim Fehlen der Bezeichnung ungewiß, ob das Trägheitsmoment α bedeuten soll α Quadratmeterkilogramm oder $\frac{\alpha}{9,81}$ oder 4α oder $\frac{4\alpha}{9,81}$, selbst vorausgesetzt, daß das Meter und nicht etwa das Centimeter als Längeneinheit gebraucht wurde (Fr. E m d e).

Kraft $m \cdot g$ Decimegadynen, aber auch, wenn g' die tatsächlich erzielte Beschleunigung bedeutet $(M + m) \cdot g'$, somit

$$m \cdot g = (M + m) g' \quad \text{oder} \quad g' = g \cdot \frac{m}{M + m}.$$

Beispielsweise war die Masse des Wagens nebst treibendem Gewicht 13,3 kg, letzteres selbst 0,7 kg, also $g' = \frac{0,7 \cdot 9,81}{13,3 + 0,7} = 0,5\frac{1}{4}$ m pro Sekunde.

Aus den Formeln $v = g' \cdot t$ und $s = g' \cdot \frac{t^2}{2}$ ergibt sich für

$t = 1$	2	3	Sekunden
$v = 0,5$	$1,0$	$1,5$	Meter pro Sekunde,
$s = 0,25$	$1,00$	$2,25$	Meter.

Beschleunigungsmesser. Poggendorfs Wage. Die Fadenspannung ist das Mittel der scheinbaren Gewichte. Scheinbarer Gewichtsverlust im Fahrstuhl und im Luftballon.

99. Beschleunigung eines Schwungrades. Ist M die Masse des Radfranzes, gegen welche die übrigen Massen zu vernachlässigen seien, und R dessen Radius, ε die Winkelbeschleunigung in Radianen, also $R \cdot \varepsilon = g'$ die Peripheriebeschleunigung, so ist die treibende Kraft $P = M \cdot g' = M \cdot R \cdot \varepsilon$, oder die Winkelbeschleunigung

$$\varepsilon = \frac{P}{M \cdot R} = \frac{P \cdot R}{M \cdot R^2} = \frac{\text{Drehmoment}}{\text{Trägheitsmoment}} = \frac{p \cdot r}{MR^2}.$$

Dies bleibt auch richtig, wenn die Kraft an einem anderen Hebelarm angreift, wenn nur das Drehmoment dasselbe ist. Die Formel ist ganz analog der Formel $g = \frac{p}{m}$, der linearen Beschleunigung g entspricht die Winkelbeschleunigung, der Kraft p das Drehmoment, der Masse m das Trägheitsmoment.

Beispielsweise ist für ein Schwungrad von 0,33 m Radius und 45,5 kg Masse, welches durch den Zug eines Gewichtes von 5 kg an einer um eine Trommel von 0,09 m Radius gewickelten Schnur in Bewegung gesetzt wird, das Drehmoment $0,09 \cdot 5 \cdot 9,81$, das Trägheitsmoment $= 45,5 \cdot 0,33^2$; also die Winkelbeschleunigung $\varepsilon = \frac{0,09 \cdot 5 \cdot 9,81}{0,45 \cdot 0,33^2} = 0,9$ und die Peripheriebeschleunigung am Radfranz $g' = 0,9 \cdot 0,33 = 0,295$ und die an der Trommel $g'' = 0,9 \cdot 0,09 = 0,081$, somit nach der Formel $s = g'' \cdot \frac{t^2}{2}$ die Wege des Gewichtes nach 1, 2, 3 ... Sekunden $= 0,04, 0,16, 0,36, 0,65, 1,05, 1,46, 1,99, 2,60, 3,28, 4,0$ Meter.

Durchgehen eines Motors. Centrifugalregulator. Verzögerung einer Radwelle. Weinhold's Fallmaschine. Rollen auf schiefer Ebene. Arbeit bei Überwindung der Trägheit. Federmotor und Schwungrad. Die Arbeit zum Inbetriebsetzen eines Schwungrades wird zurückerstattet beim Stillgehen, die Überwindung der geduckten Gegenkraft der Trägheit bedingt bei wechselnder Richtung der Bewegung keinen Arbeitsverbrauch.

100. Fallmaschine. Ist M die Masse eines der beiden durch die Schnur verbundenen Gewichte (Wagschale und Gewichtstück), m die Masse des treibenden Übergewichts und R die Masse des Radkranzes, so ist die erzielte Beschleunigung nach dem vorigen:

$$g' = \frac{mg}{2M + m + R}$$

Beispielsweise war:

$$M = 0,007 + 0,24 \quad m = 0,006 \quad R = 0,1 \text{ kg,}$$

$$\text{somit } g' = \frac{0,0061 \cdot 9,81}{2(0,007 + 0,24) + 0,006 + 0,1} = \frac{1}{100} g,$$

also rund 0,1 m pro Sekunde und nach

	2	3	4	5	6	Sekunden
$v =$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	Meter pro Sekunde,
$s =$	0,2	0,45	0,8	1,25	1,8	Meter.

101. Effektübertragung. Die bei der Fallmaschine dem gehobenen Gewicht pro Sekunde mitgeteilte potentielle Energie, der übertragene Effekt, wächst mit der Zeit entsprechend den in den einzelnen Sekunden zurückgelegten Wegen. Gleiches gilt für den Fall, daß nicht ein Gewicht gehoben, sondern Reibung überwunden, die verschwindende potentielle Energie des treibenden Gewichts somit in Wärme umgesetzt wird, z. B. beim Gleiten eines durch eine Schnur gezogenen Klotzes auf horizontaler Bahn. Die treibende Kraft ist hier die Differenz zwischen der Schwere des Gewichts und dem Reibungswiderstand, die erzielte Beschleunigung ergibt sich wieder durch Gleichsetzung der treibenden Kraft und des Produktes der Beschleunigung und der gesamten in Bewegung gesetzten Masse.

Wenn ein Federmotor durch einen endlosen Riemen mit einem Gewichtsmotor (Uhrwerk) verbunden wird, so daß die im Federmotor aufgespeicherte Spannungsenergie dazu verwendet wird, das Uhrwerk aufzuziehen, d. h. das Gewicht zu heben, ihm potentielle Energie zu erteilen, so entspricht letztere wegen der Reibung in den Achsenlagern nicht genau der verbrauchten Energie, diese ist vielmehr gleich der Summe derselben und der geleisteten Reibungsarbeit, d. h. der erzeugten Wärme in Joule. Wäre die Reibung vollkommen unabhängig von der Geschwindigkeit, so wäre auch in diesem Falle die Bewegung eine beschleunigte, der über-

tragene Effekt würde mit der Zeit wachsen. In Wirklichkeit nimmt die Reibung indes mit der Geschwindigkeit zu, es wird deshalb eine maximale Geschwindigkeit erreicht und ein konstanter Effekt der treibenden Maschine. Gleiches gilt für andere Motoren, wie Wasser-, Druckluft-, Dampf-, Gasmotoren und beliebig getriebene Maschinen, Hebevorrichtungen, Bremsvorrichtungen, Werkzeugmaschinen u. s. w.

Beispielsweise war ein Uhrwerk imstande, ein Gewicht von 0,1 Decimegadyne mit gleichmäßiger Geschwindigkeit in vier Sekunden 1,5 m hoch zu heben, der Effekt war somit

$$\frac{1,5 \cdot 0,1}{4} = 0,037 \text{ Watt} = \frac{0,037 \text{ kgm}}{9,81 \text{ sec}} = \frac{0,037}{9,81 \cdot 75}$$

$$= \frac{0,037}{736} \text{ PS (Pferdekräfte)}.$$

Zum Betrieb des Uhrwerks diente ein Gewicht von 200 Decimegadynen, welches in vier Sekunden um 0,005 m herabsank, demgemäß ist das Verhältnis des übertragenen Effekts (der effektiven Arbeit) zum aufgewendeten, der Wirkungsgrad des Motors:

$$= \frac{1,5 \cdot 0,1}{0,005 \cdot 200} = 0,15 = 15 \text{ Prozent}.$$

Ein Federmotor vermochte 10 Decimegadynen in 18 Sekunden 1,5 m hoch zu heben, der Effekt war also $\frac{1,5 \cdot 10}{18} = 0,8 \text{ Watt}$.

Ein Pronyscher Zaun befand sich im Gleichgewicht bei einer Belastung mit 25 Decimegadynen am Hebelarm 1,7 m bei einer Umlaufgeschwindigkeit von 100 Touren in 28 Sekunden. Der durch Reibung aufgekehrte (absorbierte) Effekt war somit:

$$\frac{2\pi \cdot 100}{28} \cdot 25 \cdot 1,7 = 950 \text{ Watt}.$$

Bei solchen Messungen ist wohl zu beachten, daß man nicht einfach von dem Effekt eines Motors sprechen kann, der Effekt vielmehr von der Tourenzahl abhängt. Zweckmäßig stellt man die Beziehung zwischen Tourenzahl und Effekt graphisch dar durch Eintragen in ein Koordinatensystem.

(In der Technik rechnet man den Effekt eines Arbeiters = $\frac{1}{20}$ PS, ohne Maschinen acht Stunden täglich $\frac{1}{6}$ PS, an der Kurbel $\frac{1}{10}$ PS, an der Feuerpritze zwei Minuten $\frac{1}{3}$ PS, Frau an der Nähmaschine $\frac{1}{20}$ PS, bei drohender Gefahr momentan 1,25 PS. Nötig sind für eine Sägemühle 3 bis 5 PS, für einen Schleifstein 0,5 PS, für eine Drehbank 0,34 PS.

Der Preis einer Pferdekraftstunde in Mark beträgt bei Verwendung eines Arbeiters 2,50, Wassermotor 1,28, Benzinmotor

0,31, Gasmotor 0,28, Elektromotor 0,28, Lokomobile 0,13, Dieselmotor 0,08, Sauggasmotor 0,07).

Bremsen durch aufgewickeltes Seil. Feuerrettungsseil. Zapfenreibung. Friktionsrollen. Schwungrabbremse. (Druck durch Zentrifugalkraft vergrößert.) Gewicht-Effektmessung durch Bandbremse. Brauers sich selbst einstellende und ausschaltende Bremse.

102. Übertragungsdynamometer. Sie dienen dazu, den bei Kraftübertragung durch eine Schnur, einen Riemen u. dergl. übertragenen Effekt zu bestimmen. Ist v die Geschwindigkeit des Riemens in m/sec , T_1 die Spannung der auslaufenden Riemenhälfte, T_2 die der ablaufenden in Decimegadynen, so ist, da die Kraft $= T_1 - T_2$ und der Weg pro Sekunde $= v$ Meter, der Effekt $= v \cdot (T_1 - T_2)$ Watt. Dabei ist, wenn r der Radius der Riemenscheibe in Metern und n die Tourenzahl pro Minute,

$$v = \frac{2\pi r n}{60} \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Derselbe Effekt kann also mit geringer Riemen Geschwindigkeit und großer Riemen Spannung oder großer Geschwindigkeit und geringer Spannung übertragen werden (z. B. von einem Federmotor auf einen Gewichtsmotor). Die Einrichtung der Dynamometer beruht darauf, daß die Differenz $T_1 - T_2$ mittels einer Federwage oder gewöhnlichen Wage gemessen wird.

Federmotor ein Uhrwerk aufziehend. Dynamometer von Geßner-Altena, Fischinger und Pittler.

103. Stoß unelastischer Körper. Stößt eine mit der Geschwindigkeit U Meter pro Sekunde sich bewegende Masse m Kilogramm auf eine ruhende M Kilogramm, so hindert die Kohäsion die gegenseitige Durchdringung und erteilt der Masse M Beschleunigung, während sie gleichzeitig m verzögert, bis beide gleiche Geschwindigkeit erlangt haben, die mit u bezeichnet werden möge. Nehmen wir an, die Kohäsion habe mit gleichmäßiger Stärke eine Sekunde lang gewirkt, so beträgt ihre Größe, auch „Stoß“, oder „Kraftimpuls“ genannt, $M \cdot u$, sowie $m(U - u)$, es ist also

$$M u = m(U - u) \text{ oder } u = \frac{U \cdot m}{M + m} \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Der Stoß ist mit Energieverlust verbunden, denn ist z. B. $m = M$, so wird $u = \frac{1}{2} U$, somit ist die kinetische Energie nach dem Stoß $2m \cdot \frac{1}{8} U^2$, während sie vorher $m \cdot \frac{1}{2} U^2$, also doppelt so groß war.

Bei dem „ballistischen Pendel“ ergibt sich u aus der Höhe s , auf welche das Pendel steigt, denn $u = \sqrt{2g \cdot s}$; da m und M bekannt, kann man somit U , die Geschwindigkeit der in das Pendel eingeschlossenen Kugel, berechnen.

104. **Elastischer Stoß.** Sind die Körper elastisch, so sucht sich die entstandene Abplattung, nachdem die Geschwindigkeit gleich geworden ist, wieder auszudehnen, die Masse M erfährt aufs neue eine Beschleunigung, so daß ihre Geschwindigkeit V wird, während m abermals verzögert wird, etwa nur noch die Geschwindigkeit v behält. Die Kraft, mit der die Ausdehnung erfolgt, ist dieselbe, mit welcher die Zusammendrückung erfolgte, also

$$M(V - u) = Mu \quad \text{und} \quad m(u - v) = m(U - u),$$

somit $V = 2u$ und $v = 2u - U$.

Wären beispielsweise beide Massen gleich, etwa zwei gleichgroße Eisenkugeln, so wäre $u = \frac{1}{2}U$ und $V = U$, also $v = 0$, d. h. die gestoßene Kugel nimmt die Geschwindigkeit der ruhenden an, während die stoßende zur Ruhe kommt.

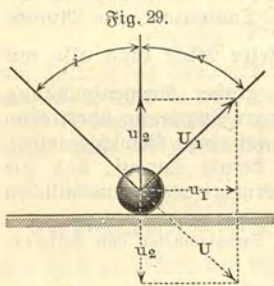


Fig. 29.

Wäre die Masse M sehr groß, so würde $u = 0$ und $V = 0$, also $v = -U$, d. h. die stoßende Kugel prallt mit derselben Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie aufgestoßen war.

Hieraus ergibt sich für schiefen Stoß das Gesetz, daß der Einfallswinkel i gleich dem Reflexionswinkel r (Fig. 29), da die Komponente der Geschwindigkeit parallel zur Stoßfläche u_1 unverändert bleibt.

Stoß zweier Wagen aufeinander. Prinzip der Erhaltung des Schwerpunkts. Hammer. Rammbar. Nachweis der Abplattung. Wagenfedern. Puffer. Gummireifen. Stoßapparat. Drei Kugeln. Reihe kleiner und großer Kugeln. Stoßwirkung von Schrot. Sandstoßmotoren. Trägheitspendel. Wage. Stoßzeit. Oszillierendes Schwungrad mit Gewicht. Joujou. Fliegendes Pendel.

105. **Mittelpunkt des Stoßes.** Soll ein Stab AB (Fig. 30) so gestoßen werden, daß er sich um den Punkt A dreht und auf die Drehachse keinen Druck ausübt, so muß die Kraft p an einem Punkt C (dem „Mittelpunkt des Stoßes“) angreifen, dessen Entfernung von $A = \frac{2}{3}AB$ ist. Während des Stoßes entsteht eine elastische Spannung, welche einerseits den Widerstand p im Punkte C erzeugt, andererseits die Massenteilchen beschleunigt. Deren Trägheitswiderstände nehmen von Null bei A

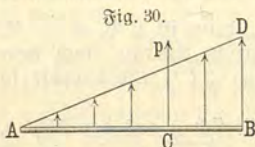


Fig. 30.

gleichmäßig zu bis BD bei B . Die stoßende Kraft p muß ihnen also im ersten Moment das Gleichgewicht halten (oder nach d'Alemberts Prinzip, man kann sich den Körper in Ruhe und die Trägheitskräfte im umgekehrten Sinn als wahre Kräfte mit der wirkenden Kraft im Gleichgewicht befindlich denken). Der Fall ist somit ganz derselbe wie die Unterstützung eines gleichmäßig schweren Dreiecks ABD in einem Punkte C derart, daß Gleichgewicht besteht. Dieser Punkt C muß unter dem Schwer-

Fig. 31.

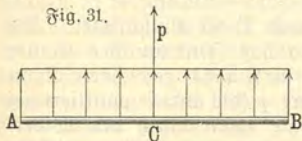
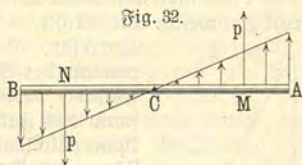
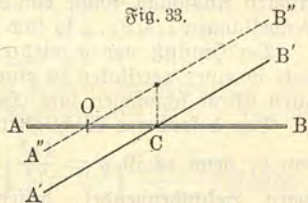


Fig. 32.



punkt liegen, d. h. auf $\frac{2}{3}$ der Höhe, und der Druck ist gleich der Summe der Kräfte. Soll eine Stange so gestoßen werden, daß nur Translation, keine Drehbewegung eintritt, so muß die Kraft p im Schwerpunkt C angreifen (Fig. 31), d. h. in der Mitte, entsprechend dem Fall der Unterstützung einer gleichmäßig beschaffenen rechteckigen Platte. Sollte sich die Stange AB um ihren Mittelpunkt C drehen (Fig. 32), so müssen, da jede Hälfte der Fig. 30 entspricht, zwei gleiche und entgegengesetzte Kräfte p in je $\frac{2}{3}$ der halben Länge von C entfernt angreifend wirken. Dieselben bilden ein Kräftepaar. Man kann dieses natürlich durch irgend ein anderes, welches gleiches Moment hat, d. h. für welches das Produkt Kraft und Hebelarm dasselbe ist, ersetzen.

Fig. 33.



Wirkt auf AB gleichzeitig ein Kräftepaar und eine im Schwerpunkt C angreifende Kraft, welche Translation hervorruft, so erhält man die resultierende Lage, wenn man erst die Drehung nach $A'B'$ und dann die Translation nach $A''B''$ hervorgebracht denkt, nach dem Satz von der Superposition, daß sich Bewegungen gegenseitig nicht stören. In diesem Fall ergibt sich somit eine Drehung um einen Punkt O , der nicht mit dem Schwerpunkt zusammenfällt.

Zusammensetzung von Kräftepaaren. Grimsehl's Doppelkanone. Prinzip der Flächen. Döpler's Universalapparat. Mechanische Induktion. Dreyfelmobelle. Mechanische Prinzipie.

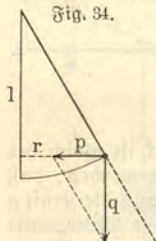
Lehmann, Leitfaden der Physik.

106. Konisches und ebenes Pendel. Das konische Pendel ist eine punktförmige schwere Masse m an einer gewichtlosen Schnur, welche, in geeigneter Weise angestoßen, im Kreise schwingt. Damit eine Kreisbewegung zustande komme, muß die Zentripetalkraft sein:

$$p = m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} \text{ Decimegadynen,}$$

also
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot r}{p}} \text{ Sekunden,}$$

wenn r der Radius der Bahn ist und T die Umlaufszeit. Die Kraft p , welche die Masse m gegen das Zentrum des Kreises



hintreibt, ist die in Fig. 34 gezeichnete Komponente der Schwere q (die andere punktierte gezeichnete Komponente wird durch den Widerstand des Fadens aufgehoben). Man hat für kleine Elongationen: $p : q = r : l$, wenn l die Länge des Pendels, somit

$$p = \frac{q \cdot r}{l} = \frac{m \cdot g \cdot r}{l} \text{ Decimegadynen}$$

und
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot r \cdot l}{m \cdot g \cdot r}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ Sekunden.}$$

Diese Kreisbewegung kann man sich zusammengesetzt denken aus zwei senkrecht zueinander erfolgenden ebenen Schwingungen, deren Dauer somit durch dasselbe Gesetz bestimmt wird. Die Schwingungsdauer ist also unabhängig von der Amplitude, dem größten Ausschlag, sowie von der Masse des Pendels. Sind die Pendellängen 1, 4, 9 ..., so sind die Schwingungsdauern 1, 2, 3 ...

Der Einfluß von g wird ersichtlich, wenn man das Pendel statt in einer vertikalen in einer geneigten oder nahezu horizontalen Ebene schwingen läßt (Horizontalpendel).

Von besonderer Wichtigkeit ist das Pendel zur Bestimmung von g , denn es ist $g = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot l$, also beispielsweise bei einem fogen. Sekundenpendel, dessen halbe Schwingungsdauer eine Sekunde beträgt, somit $T = 2$ und dessen Länge L Meter sei: $g = \pi^2 \cdot L$. Umgekehrt ist die Länge des Sekundenpendels $L = \frac{g}{\pi^2}$ Meter, also für die geographische Breite:

φ	0°	20°	40°	60°	80°	90°
L	0,9910	0,9915	0,9931	0,9949	0,9960	0,9962.

Projektion des kreisförmigen Punktes, Erhaltung der Pendelebene. Kugel in konkaver Schüssel oder ringförmiger Rinne (Kompensation der Reibung durch konische Bewegung derselben). Foucaults Pendel. Modell des-

selben auf der Schwungmaschine. Pendel von verschiedenem Stoff. Cykloidenpendel. Pendel von variabler Länge. Stiftpendel.

107. Das physikalische Pendel. Die genaue Bestimmung der Pendellänge stößt auf die Schwierigkeit, daß man nicht, wie im Falle des Gleichgewichts, die ganze Masse des Pendels im Schwerpunkt konzentriert denken darf, sondern, da es sich um eine Drehbewegung handelt, sie im Drehungs- oder Schwingungsmittelpunkt angehäuft betrachten muß. Wären z. B. zwei schwere Massen in verschiedener Entfernung vom Aufhängepunkt an einer Schnur befestigt, so hätte man eine Kombination von zwei Pendeln, die sich gegenseitig stören, derart, daß die Schwingungen des kürzeren durch die Anwesenheit des längeren verlangsamt werden, umgekehrt letztere durch die Verbindung mit dem kürzeren Pendel beschleunigt. Das System schwingt also so, wie ein Pendel von mittlerer Länge, doch nicht von einer Länge, die dem Schwerpunkt der beiden Massen entspricht. Denkt man sich das Pendel soweit wie möglich abgelenkt, d. h. horizontal gestellt, und läßt es nun fallen, so wirkt darauf ein Drehmoment $= \Sigma p \cdot r = \Sigma m \cdot g \cdot r$, wenn p die Schwerkräfte der einzelnen Massenteilchen und r ihre Abstände bedeuten. Beispielsweise befanden sich an einer Schnur vier Bleifugeln von m Kilogramm Gewicht in den Abständen 1, 2,45, 3,94 und 5,48 m vom Drehpunkt. Das genannte größte Drehmoment oder Direktionsmoment war also: $m \cdot g (1 + 2,45 + 3,94 + 5,48)$. Dasselbe erteilt dem Pendel eine Winkelbeschleunigung ϵ , welche nach dem über Beschleunigung einer rotierenden Masse gesagten gleich dem Quotienten von Drehmoment und Trägheitsmoment ist, somit:

$$\epsilon = \frac{g \cdot \Sigma m \cdot r}{\Sigma m \cdot r^2} = \frac{m \cdot g (1 + 2,45 + 3,94 + 5,48)}{m (1 + 2,45^2 + 3,94^2 + 5,48^2)}$$

Nennt man ρ den Abstand des Drehungsmittelpunktes vom Drehpunkt, so ist dessen lineare Beschleunigung $= \rho \cdot \epsilon$ und die Schwingungsdauer:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\rho}{\rho \cdot \epsilon}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\epsilon}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Sigma m r^2}{g \Sigma m r}} \text{ Sekunden,}$$

d. h. die Schwingungsdauer eines zusammengesetzten Pendels ist gleich 2π mal der Wurzel aus dem Quotienten von Trägheitsmoment und Drehmoment; im obigen Beispiel also

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1 + 2,45^2 + 3,94^2 + 5,48^2}{g (1 + 2,45 + 3,94 + 5,48)}} = 3,9 \text{ Sekunden.}$$

Vergleicht man die Formel mit der für die Schwingungsdauer des einfachen Pendels, so erkennt man, das Pendel schwingt ebenso wie ein einfaches Pendel, dessen Länge

$$\frac{\sum m r^2}{\sum m r} = \frac{1 + 2,45^2 + 3,94^2 + 5,48^2}{1 + 2,45 + 3,94 + 5,48} = 4,06 \text{ m}$$

wäre. Diese Länge ρ heißt die korrespondierende oder reduzierte Pendellänge. Sie ist der Abstand des Schwingungsmittelpunkts vom Aufhängepunkt.

108. Das Reversionspendel. Zur Bestimmung von g mittels des Pendels ist die Kenntnis der reduzierten Pendellänge nötig. Die Berechnung ist aber umständlich. Einfacher ist die experimentelle Bestimmung auf Grund folgender Überlegung. Das Pendel werde auch unten mit einer Schneide zum Aufhängen versehen. Schwingt es um die obere Schneide, so ist die reduzierte Pendellänge $L = \frac{\sum m r^2}{\sum m r}$. Kehrt man es nun um und

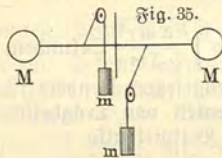
läßt es um die andere Schneide schwingen, welche von der ersten l Meter entfernt sei, so hat das Teilchen m , welches vorher im Abstand r vom Drehpunkt sich befand, nunmehr den Abstand $l - r$, somit ist jetzt die reduzierte Länge: $L_1 = \frac{\sum m (l - r)^2}{\sum m (l - r)}$.

Reguliert man die Verteilung der Massen so, daß in beiden Fällen die Schwingungsdauer die gleiche wird, z. B. 2 Sekunden, so muß $L_1 = L$ sein, also

$$\frac{l^2 \sum m - 2l \sum m r + \sum m r^2}{\sum m l - \sum m r} = \frac{\sum m r^2}{\sum m r}$$

woraus $l = \sum m r^2 : \sum m r$, d. h. $L = l$. In diesem Falle ist also der Abstand l der beiden Schneiden die gesuchte reduzierte Pendellänge und ist T wie angenommen = 2, so hat man nach obigem $g = \pi^2 \cdot l$ m/sec.

Kreuzpendel. Zwei Metronome (Methode der Koinzidenzen). Pendelapparat für relative Schweremessung. Massendefekte. Horizontalpendel als Seismometer. Kontrastrahpendel. Waage. Unterschied von Gewicht- und Trägheitspendel. Pendeluhr nach Galilei. Modelle der Dämpfung. Pendeluhromodell. Alte Schwarzwälderuhr. Rostpendel. Quecksilber- und Nickelstahlpendel.



109. Der horizontal schwingende Stab. Ein horizontaler Stab sei drehbar um eine vertikale Achse (Fig. 35). An den Enden seien die Massen M im Abstand l von der Drehachse befestigt. Im Abstand ρ seien nach entgegengesetzten Richtungen geführte Schnüre angebracht, an welchen die Gewichte m wirken. Die Schwingungsdauer ist

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot M \cdot l^2}{2 \cdot g \cdot m \cdot \rho}}$$

Beispielsweise war $M = 7 \text{ kg}$, $l = 0,25 \text{ m}$, $m = 4 \text{ kg}$, also $p = g \cdot m = 9,81 \cdot 4$, $q = 0,31 \text{ m}$, somit

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{7 \cdot 0,25^2}{9,81 \cdot 4 \cdot 0,31}} = 1,18 \text{ Sekunden.}$$

110. Das Bifilarpendel. Werden zwei gleichlange Pendel mit der Masse M und der Länge l durch eine starre gewichtslose Stange verbunden (Fig. 36), so ist die Schwingungsdauer nach wie vor

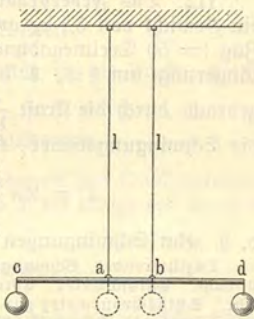
Fig. 36.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ aber auch, wie bei der eben}$$

$$\text{besprochenen Stange, } = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot M \cdot \varrho^2}{x}}$$

wenn ϱ die Hälfte der Stangenlänge ab ist und x das unbekannte Direktionsmoment. Letzteres ist also $x = \frac{2 \cdot g \cdot M \cdot \varrho^2}{l}$. Hieran ändert sich,

da sich die Stange bei der Drehung parallel bleibt, nichts, wenn man die beiden Massen M an c und d anbringt,



d. h. im Abstand $r = \frac{cd}{2}$ vom Drehpunkt. Der Hebelarm ist jetzt wohl länger, aber die Neigung der schiefen Ebene geringer. Also ist

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot M \cdot r^2 \cdot l}{2 \cdot g \cdot M \cdot \varrho^2}} = 2\pi \frac{r}{\varrho} \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ Sekunden.}$$

Beispielsweise war $l = 4,3 \text{ m}$, $r = 0,6 \text{ m}$, $\varrho = 0,32 \text{ m}$. Daraus folgt: $T = 8$ Sekunden.

111. Das Kettenpendel. Ist q das Gewicht der Pendellinse, l die Pendellänge und r die Elongation, so ist die Kraft, welche die Pendellinse zur Ruhelage zurücktreibt, $p = q \cdot \frac{r}{l} = f \cdot r$, wenn man die dem Ausschlag $r = 1$ entsprechende Kraft f setzt, so daß $f = q/l$. Die Schwingungsdauer ist dann:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m l^2}{q \cdot l}} = 2\pi \sqrt{\frac{m l^2}{f \cdot l^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{f}} \text{ Sekunden.}$$

Beispielsweise waren die Enden einer Kette von $3,5 \text{ m}$ Länge und $3,125 \text{ kg}$ Gewicht durch einen über eine Rolle geführten Faden verbunden und durch Höherziehen des einen Endes und Loslassen wurden Schwingungen erregt. Ist das eine Ende 1 m hoch gezogen, das andere also 1 m unter Null, so ist die zurücktreibende Kraft

$$f = 2 \cdot \frac{3,125}{3,5} \cdot 9,81 \text{ Decimegadynen,}$$

da 1 m Kette $\frac{3,125}{3,5}$ kg wiegt. Demgemäß ist:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3,125 \cdot 3,5}{2 \cdot 3,125 \cdot 9,81}} = 1,5 \text{ Sekunden,}$$

oder es erfolgen zehn Schwingungen in 15 Sekunden.

112. Das Federpendel. Am Ende einer Spiralfeder wurde ein Gewicht von 5,1 kg angehängt. Die Feder wurde durch dessen Zug (= 50 Decimegadynen) um 1,15 m verlängert. Eine Verlängerung um 1 m, d. h. der Ausschlag 1 würde also hervorgerufen durch die Kraft $\frac{50}{1,15} = 43,5$ Decimegadynen. Somit ist die Schwingungsdauer, wenn das Gewicht auf- und abpendelt

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{5,1}{43,5}} = 2,4 \text{ Sekunden,}$$

d. h. zehn Schwingungen dauern 24 Sekunden.

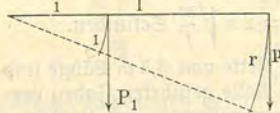
Oszillierendes Schwungrad mit Feder. Unruhe. Kompensationsunruhe. Chronometer. Chronograph. Sekunden schläger. Astronomische Uhr. Schiffschronometer zur Bestimmung der geographischen Länge. Uhr mit rotirender Trommel. Pendel zur Messung kleiner Zeiten.

113. Torsionsschwingungen. Ein horizontaler Stab sei in der Mitte an einem elastischen Draht aufgehängt. Dreht man ihn, so daß der Draht gedreht wird, so entstehen beim Loslassen infolge der Torsionselastizität Schwingungen, deren Dauer, da die Torsionselastizität proportional dem Ausschlag ist (wie die treibende Kraft beim gewöhnlichen Pendel), sich wieder nach der Pendelformel

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Sigma m r^2}{q \cdot l}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Sigma m r^2}{f l^2}}$$

bestimmen läßt. Hierin war q die Schwere der Pendellinie und $q \cdot l$ das größte Drehmoment, d. h. das Moment bei rechtwinkelig abgelenktem Pendel.

Fig. 37.



Bei der Elongation r war die zurücktreibende Kraft $p = \left(q \cdot \frac{r}{l} \right)$

= $f \cdot r$, wenn f die Kraft für die Elongation 1 bedeutet. Das Moment derselben ist $p \cdot l = f \cdot r \cdot l$. Nennt man nun die Kraft,

welche in der Entfernung 1 m vom Drehpunkt angreifend die Elongation 1, also eine Torsion von einem Radian hervorzubringen

würde, P_1 (Fig. 37), so wäre die zur Erzeugung der Torsion $\frac{r}{l}$ Radianten erforderliche Kraft $P_1 \cdot \frac{r}{l}$ und ihr Moment $P_1 \cdot \frac{r}{l} \cdot l = P_1 \cdot r$; dieselbe wirkt ebenso wie die vorher angenommene Kraft p , wenn ihr Moment das gleiche ist, d. h. wenn $P_1 \cdot r = f \cdot r \cdot l$ oder $P_1 = f \cdot l$, somit ist auch

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum m r^2}{P_1}} \text{ Sekunden.}$$

Nach dem Satz von der Torsionselastizität ist die Kraft, welche die Torsion 1 Radiant hervorbringt,

$$P_1 = \frac{F \cdot \pi \cdot \varrho^4}{2 \cdot L} \text{ Decimegadynen,}$$

wenn F der Schubmodul in Decimegadynen pro Quadratmeter, ϱ der Querschnittsradius in Metern und L die Länge des Drahtes in Metern bedeutet, somit

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum m r^2 \cdot 2L}{F \cdot \pi \cdot \varrho^4}} \text{ Sekunden.}$$

Beispielsweise waren an einem als gewichtlos zu betrachtenden Stab im Abstand von 0,45 m von der Drehachse zwei Gewichte von je 8 kg angehängt. Der Stab wurde in der Mitte getragen von einem Messingdraht von $L = 4,66$ m Länge und $\varrho = 0,0014$ m Querschnittsradius. Der Schubmodul des Messings ist $F = 2650 \cdot 10^6$ Decimegadynen pro Quadratmeter, somit

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 0,45^2 \cdot 2 \cdot 4,66}{2650 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,0014^4}} = 60 \text{ Sekunden.}$$

Umgekehrt könnte man aus der beobachteten Schwingungsdauer den Schubmodul ableiten. Für eine Kreisscheibe vom Radius R Meter ist $\sum m r^2 = \frac{1}{2} M \cdot R^2$, wenn M die Masse der Scheibe in Kilogrammen bedeutet. Wird eine solche in der Mitte an einem elastischen Draht von L Meter Länge und ϱ Meter Querschnittsradius aufgehängt und in drehende Schwingungen versetzt, so ist

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M \cdot R^2 \cdot L}{F \cdot \pi \cdot \varrho^4}} \text{ Sekunden,}$$

oder der Schubmodul F des Drahtes

$$F = \frac{4\pi \cdot M \cdot R^2 \cdot L}{\varrho^4 \cdot T^2} \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Ferner kann man auch den Versuch benutzen, um die Trägheitsmomente beliebiger Körper statt durch Rechnung experimentell zu finden, denn es ist

$$\Sigma m r^2 = \frac{T^2 \cdot F g^4}{8 \pi L} \text{ Quadratmeterkilogramm.}$$

Hat bei Anwendung desselben Drahtes die Kreisscheibe von M Kilogramm Gewicht und R Meter Radius die Schwingungsdauer T , ergeben, so ist das gesuchte Trägheitsmoment, wie sich durch Division der beiden Gleichungen ergibt, einfach

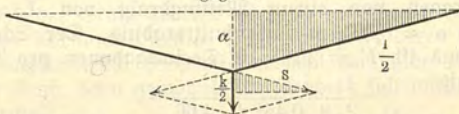
$$\Sigma m r^2 = \frac{M R^2}{2} \cdot \frac{T^2}{T_1^2}.$$

Man kann so auch nachweisen, daß die berechneten Trägheitsmomente (Viereck, Dreieck, Ring u. s. w.) mit den beobachteten stimmen.

Polygonalpendel. Kegelpendel. Federpendel mit Kreisfel. Schreibendes Pendel. Lissajous Figuren. Harmonograph. Doppelpendel. Schwebungen. Pendelenergie. Zwei verbundene Pendel. Resonanz. Serie verbundener Pendel. Wellenmaschinen von Eisenlohr, Mach, Stähler u. s. w. Lange Messingspirale. Stahlbrahtspirale. Saite mit Reitern.

114. Gespannte Saiten. Die 3,5 m lange Stahlbrahtspirale wurde an beiden Enden befestigt und nun in der Mitte quer zu ihrer Längsrichtung (transversal) gezerrt. Die Kraft k , welche den Ausschlag α hervorbringt, ist nach dem Elastizitätsgesetz pro-

Fig. 38.



portional zu α , also $k = f \cdot \alpha$, somit die Kraft, welche den Ausschlag 1 hervorbringt, $f = k/\alpha$ und die Dauer der entstehenden Schwingungen $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{f}}$. Aus der Ähnlichkeit der schraffierten Dreiecke in Fig. 38 (Kräfteparallelogramm) folgt $k/2 : s = \alpha : l/2$, worin s die Spannung und l die Länge der Feder, somit

$$f = k/\alpha = 4 \cdot \frac{s \cdot \alpha}{l \cdot \alpha} = 4 \cdot s/l \quad \text{und} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m l}{4 \cdot s}}.$$

Bedeutet μ die Masse der Längeneinheit der Saite, also μl ihre ganze Masse, so wäre $m = \mu l$ zu setzen, wenn diese ganze Masse im Mittelpunkt der Feder konzentriert wäre. Da sie aber in Wirklichkeit auf die ganze Länge verteilt ist, kommt nur ein Bruchteil davon in Betracht.

Man kann sich etwa die Vorstellung machen, die beiden Hälften der Saite seien pendelnde Stangen, deren Schwingungsmittelpunkte $\frac{2}{3}$ ihrer Länge vom Drehpunkte entfernt sind, so daß die Summe der Trägheitsmomente nicht $2 \times m \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2$, sondern $2 \times m \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2$, d. h. so groß, als ob die Masse nicht m , sondern $m \cdot \frac{4}{9}$ wäre. Da die Stangen sich während des Pendelns durchbiegen, tritt an Stelle von 9 im Nenner π^2 . Statt μl ist somit in die Formel einzusetzen $\frac{4}{\pi^2} \cdot \mu l$, also ist

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{4 \cdot \mu l^2}{\pi^2 \cdot 4s}} = 2l \sqrt{\frac{\mu}{s}} \text{ Sekunden.}$$

Beispielsweise wurde eine der oben benutzten ähnliche Feder durch ein Gewicht von $s = 50$ Decimegadynen belastet und nun am Ende befestigt, wodurch sich die vorhandene Spannung natürlich nicht ändert. Das Gewicht der Feder war 2,5 kg, somit die Masse von 1 m $\mu = 2,5/4,1$, da die Länge 4,1 m betrug. Somit folgt:

$$T = 2 \cdot 4,1 \sqrt{\frac{2,5}{4,1 \cdot 50}} = 0,9 \text{ Sekunden}$$

oder 10 Schwingungen erfordern nahezu 9 Sekunden.

Rennt man q den Querschnitt einer Saite in Quadratmeter, d deren Dichte und l die Länge in Metern, so ist $\mu = q \cdot d$, also

$T = 2l \sqrt{\frac{q \cdot d}{s}}$, worin wieder s die Spannung in Decimegadynen.

115. Fortschreitende und stehende Wellen. Während ein Teilchen eine Schwingung vollendet, d. h. in T Sekunden, schreitet die Welle um die Wellenlänge λ voran, somit ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = \frac{\lambda}{T}$ Meter pro Sekunde. Die Schwingungszahl oder Frequenz n ist das Reziproke der Schwingungsdauer, denn, wenn z. B. eine Schwingung $\frac{1}{4}$ Sekunde dauert, so ist die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde = 4. Da also $n = \frac{1}{T}$, so ist auch $v = n \cdot \lambda$, d. h. auf der in einer Sekunde zurückgelegten Wegstrecke liegen n ganze Wellen.

Die Länge einer ganzen Welle ist das Doppelte des Knotenabstandes l bei der stehenden Wellenbewegung, man hat somit

auch $v = 2n \cdot l$. Für die Grundschwingung ist der Knotenabstand gleich der Saitenlänge. Beispielsweise ergibt sich für die oben benutzte Feder

$$v = \frac{2 \cdot 4,1}{0,9} = 9,15 \text{ m pro Sekunde.}$$

Eine weiße geflöppelte Seidenschnur von 13,5 m Länge und 0,1 kg Gewicht wurde mit 3 Decimegadynen gespannt und in stehende Schwingungen versetzt durch eine Kurbel, welche in 23 Sekunden 100 Umläufe machte. Man hat hier

$$0,23 = 2 \cdot l \sqrt{\frac{0,1}{13,5 \cdot 3}} \quad \text{oder} \quad l = 2,3 \text{ m.}$$

In der That ergab sich dies als Knotenabstand. Daraus folgt weiter:

$$v = \frac{2 \cdot 2,3}{0,23} = 20 \text{ m pro Sekunde.}$$

Da die von einem Stoß hin und zurück durchlaufene Strecke $2 \cdot 13,5 = 27 \text{ m}$ beträgt, ist die dafür erforderliche Zeit

$$\frac{27}{20} = 1,35 \text{ Sekunden.}$$

10 Hin- und Rückläufe würden somit 13,5 Sekunden in Anspruch nehmen.

116. Die Form und Zusammensetzung von Wellen. Die Form der durch eine umlaufende Kurbel oder besser durch einen von einer solchen betriebenen hin- und hergehenden Schieber erzeugten Welle ist eine Sinuslinie. Ist l der Knotenabstand und a die Amplitude, d. h. der größte Ausschlag, so ist die Elongation y des Teilchens im Abstand x vom ersten Knoten, da, während die Bewegung um l Meter fortschreitet, die Kurbel um π Radianen sich dreht, gleich der Kurbelhöhe, welche einer Drehung um $\frac{\pi}{l} \cdot x$ Radianen entspricht, d. h.

$$y = a \cdot \sin \frac{\pi}{l} \cdot x = a \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x \text{ Meter}$$

oder, da $\lambda : x = T : t$, wenn T die Dauer einer ganzen Periode und t die Zeit, zu welcher der Ausschlag x Meter beträgt,

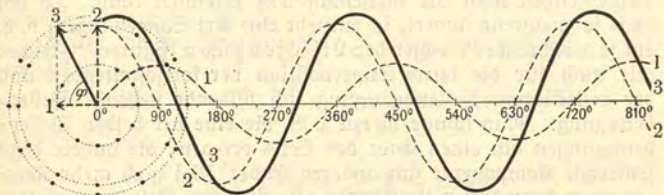
$$y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t \text{ Meter.}$$

Für $x = \lambda/4$ oder $t = T/4$ wird $y = a$.

Werden in demselben Seil gleichzeitig mehrere Wellen von verschiedener Phase, aber gleicher Schwingungszahl erregt, so erhält man die resultierende Wellenform durch algebraische Addition

der einzelnen Elongationen, $y = \Sigma a \cdot \sin \frac{\pi}{T} \cdot x$. Einfacher kann dasselbe Resultat erzielt werden, indem man, wie Fig. 39 an- deutet, die Kurbel aufsucht, welche die resultierende Bewegung

Fig. 39.



erzeugen würde. Sie ergibt sich nach dem Parallelogrammgesetz einfach als Diagonale des aus den beiden Komponenten ent- sprechenden Kurbeln gebildeten Parallelogramms.

Werden zwei Schwingungen von verschiedener Schwingungs- dauer erregt, so fallen die Phasen periodisch zusammen und werden wieder entgegengesetzt, die Interferenz ergibt also Schwebungen, d. h. abwechselnde Vergrößerungen der Am- plitude und Verminderungen bis zum Verschwinden.

Durch Zusammenfegung zahlreicher Wellen von verschiedener Schwingungsdauer wird eine von der Sinusform mehr oder minder stark abweichende resultierende Welle erhalten, deren Form sich wieder durch algebraische Addition der Elongationen der Komponenten ergibt ($y = \Sigma a \cdot \sin \frac{x}{T}$). Umgekehrt kann

man sich jede beliebig geartete Wellenbewegung durch Super- position einfacher Sinuswellen entstanden denken (Fouriers Reihe). Zwei zueinander senkrechte Wellen von gleicher Länge und gleicher Amplitude können sich nicht aufheben, auch wenn ihre Phasendifferenz eine halbe Periode beträgt, sie setzen sich vielmehr zu einer resultierenden ebenen (geradlinig polarisierten) Wellenbewegung zusammen, deren Schwingungsebene unter 45° gegen die der beiden Komponenten geneigt ist. Nach dem Gesetz vom Parallelogramm der Bewegungen läßt sich dies auch leicht ableiten. Beträgt die Phasendifferenz nur $\frac{1}{4}$ der Periode, so entsteht, wie schon beim konischen Pendel gezeigt wurde, eine kreisförmige Bewegung der Teilchen, also eine zirkular=polari- sierte Wellenbewegung. Wäre die Phasendifferenz nur $\frac{1}{8}$ Periode, so erhielte man eine elliptisch=polarisierte Wellenbewegung; ebenso bei der Phasendifferenz $\frac{1}{4}$, wenn die Amplituden ungleich

groß sind. Sind auch die Wellenlängen, d. h. die Schwingungszahlen der Komponenten, ungleich groß, so durchläuft jedes schwingende Teilchen ähnlich wie beim Doppelpendel (Kombination zweier zueinander senkrecht schwingender Pendel von verschiedener Länge) eine sogen. Lissajoussche Figur, aus deren Beschaffenheit man die Phasendifferenz erkennen kann. Da sich diese fortwährend ändert, so entsteht eine Art Schwebungen, d. h. ein fortwährender Wechsel der Lissajousschen Figuren. Gleiches gilt auch für die durch Superposition der fortschreitenden und der reflektierten Wellenbewegung sich bildende stehende Wellenbewegung. Man könnte hierzu z. B. die eine der beiden Wellenbewegungen am einen Ende des Seils erregen, die andere dazu senkrechte Komponente am anderen Ende. Bei noch mehr Komponenten kann unter Umständen ein einfaches Resultat erhalten werden, z. B. entsteht bei Kombination von zwei zirkular-polarisierten Wellen von entgegengesetzter Drehrichtung und gleicher Amplitude wieder eine geradlinig polarisierte Welle, deren Schwingungsebene, also auch Polarisationssebene (die dazu senkrechte Ebene), aber an jeder Stelle gegen die vorangehende um einen bestimmten von der Wellenlänge abhängigen Winkel verdreht ist. (Drehung der Polarisationssebene.)

Pfaunders Wellenmaschine. Eisenlohrs Interferenzapparat. Volkmanns Apparat.

117. Schwingungen elastischer Stäbe. Die zur Durchbiegung eines am einen Ende eingeklemmten Stabes von l Meter Länge, b Meter Breite und h Meter Dicke erforderliche Kraft ist, wenn die Senkung des Endes a Meter beträgt und E den Elastizitätsmodul in Decimegadynen pro Quadratmeter bedeutet,

$$P = \frac{E \cdot h^3 \cdot b \cdot a}{4 \cdot l^3} \text{ Decimegadynen } ^1).$$

Die Masse des Stabes ist, wenn d die Dichte in Kilogramm pro Kubikmeter,

$$M = l \cdot h \cdot b \cdot d.$$

Hiervon kommt für die Berechnung der Schwingungsdauer nur in Betracht $m = \frac{4}{\pi^2} \cdot M$; ferner ist die Kraft, welche die Senkung 1 m erzeugt,

$$f = \frac{E \cdot h^3 \cdot b}{4 \cdot l^3},$$

$$\text{somit } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{f}} = 2\pi \sqrt{\frac{4 \cdot M \cdot 4 \cdot l^3}{\pi^2 \cdot E \cdot h^3 \cdot b}} = 8 \frac{l^2}{h} \sqrt{\frac{d}{E}} \text{ Sekunden.}$$

¹⁾ Siehe Kohlrausch, Praktische Physik, 10. Aufl., S. 212.

Beispielsweise war für ein Stück Bandstahl: $l = 1,8$ m, $h = 0,0026$ m, $d = 7800$, $E = 178000 \cdot 10^9$, $b = 0,025$, somit

$$T = \frac{8 \cdot 1,8^2}{26 \cdot 10^{-4}} \sqrt{\frac{7800}{178 \cdot 10^9}} = 2,1 \text{ Sekunden}$$

unabhängig von der Breite.

Ferner, da der Knotenpunkt $\frac{1}{4} \lambda$ vom Ende entfernt, somit $l = \lambda/4$ ist,

$$v = n \cdot 4l = \frac{4 \cdot 1,8}{2,1} = 3,44 \text{ m pro Sekunde.}$$

Allgemein wird

$$v = \frac{4lh}{8l^2} \sqrt{\frac{E}{d}} = \frac{h}{2l} \sqrt{\frac{E}{d}} \text{ m/sec.}$$

Um die Schwingungsdauer oder Schwingungszahl eines elastischen Stabes zu bestimmen, kann man denselben am Ende mit einer Schreibspitze versehen und die Schwingungen z. B. auf einer mit Papier bezogenen oder beruhten Trommel, welche sich mit konstanter Geschwindigkeit um ihre Achse dreht und gleichzeitig in der Längsrichtung verschiebt, aufzeichnen lassen. Aus der beobachteten Schwingungszahl kann man den Elastizitätsmodul ableiten, denn es ist:

$$n = \frac{h}{8l^2} \sqrt{\frac{E}{d}},$$

somit $E = \frac{n^2 \cdot 64 \cdot l^4 \cdot d}{h^2}$ Decimegadynen pro Quadratmeter.

Kautschukschläuch am Faden. Stahlband mit der Hand bewegt. Stahlband im Schraubstod. Oberschwingungen. Fallmaschine mit schwingender Feder. Pefograph (Lapsometer). Schreibende Stimmgabel. Vibrationschronograph. Kaleidophon. Klangfiguren. Glocke. Schwebungen bei Stimmgabeln. System von Klangscheiben. Systeme schwingender Lamellen. Kombination von Saiten und Lamellen. Umwandlung von Transversalwellen in Longitudinalwellen bei Mach's Wellenmaschine.

118. Longitudinalwellen. Die bereits oben benutzte Spiralfeder von 2,5 kg Gewicht und 3,5 m Länge sei oben befestigt und durch ein Gewicht von 5 kg = 5.981 Decimegadynen gespannt, wodurch ihre Länge um 1,5 m sich vergrößert hat. Zerrt man sie nun vorübergehend in der Längsrichtung, so schwingt sie in der Mitte hin und her, während die Enden fest bleiben. Die Schwingungsdauer muß nach der Pendelformel sein:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{f}} \text{ Sekunden,}$$

wobei aus gleichem Grunde wie bei den Transversalschwingungen für m nicht die ganze Masse M , welche, wenn die Feder

als elastischer Faden (d = Dichte, l = Länge, q = Querschnitt) gedacht wird, = $d \cdot l \cdot q$ wäre, eingesetzt werden darf, sondern nur

$$\frac{4}{\pi^2} \cdot M = \frac{4}{\pi^2} \cdot d l q,$$

somit
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{4 d l q}{\pi^2 \cdot f}}.$$

Zerrt man die Feder in der Mitte, so ist nach dem Hooke'schen Elastizitätsgesetz die zur Erzeugung der Elongation α für die obere Hälfte erforderliche Kraft

$$K_1 = \frac{\alpha \cdot q \cdot E}{l/2} \text{ Decimegadynen,}$$

wenn E der Elastizitätsmodul in Decimegadynen pro Quadratmeter. Ebenfogroß ist die Kraft K_2 zur Zusammenrückung der unteren Hälfte um α , somit die ganze Kraft

$$K = K_1 + K_2 = \frac{4 \cdot E q \cdot \alpha}{l}$$

und
$$f = K/\alpha = 4 E q/l,$$

also
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{4 d l q l}{\pi^2 4 E q}} = 2l \sqrt{\frac{d}{E}}.$$

Nun ist $l = 3,5 \text{ m}$, $\alpha = 1,5 \text{ m}$, $M = 2,5 \text{ kg} = d \cdot 3,5 \cdot q$, also

$$d = \frac{2,5}{3,5 \cdot q} \quad \text{und} \quad E = \frac{5 \cdot 3,5 \cdot 9,81}{1,5 \cdot 9},$$

somit
$$T = 2 \sqrt{\frac{2,5 \cdot 1,5}{9,81 \cdot 5}} = 0,5 \text{ Sekunden.}$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, welche im Falle der Transversalschwingungen = $8,6 \text{ m/sec}$ gefunden wurde, ergibt sich hier größer, denn es ist:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2l}{T} = \sqrt{\frac{E}{d}},$$

somit
$$v = 12,7 \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Dieselbe Formel gilt auch für longitudinal schwingende Stäbe. Beispielsweise ist für Eisen

$$E = 196200 \cdot 10^6 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter,}$$

$$d = 7800 \text{ kg pro Kubikmeter,}$$

somit
$$v = \sqrt{\frac{196200 \cdot 10^6}{7800}} = 5020 \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Ist die Schwingungszahl etwa nach Art der schreibenden Stimmgabel bestimmt, so kann man den Elastizitätsmodul berechnen, denn

$$E = v^2 \cdot d = 4n^2 l^2 \cdot d \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

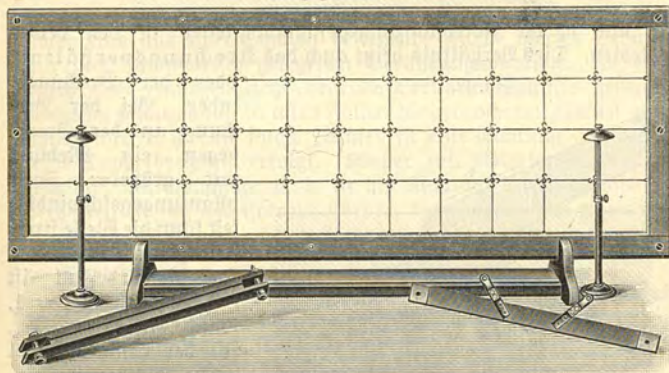
Beispielsweise war für einen Eisenstab $l = 1,361 \text{ m}$, $n = 1843$,
 $d = 7610$, somit

$$E = 4 \cdot 1843^2 \cdot 1,361^2 \cdot 7610 = 190000 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Eisenlohrs Wellenmaschine. Stöhrers Projektionswellenmaschine. Bei Longitudinalwellen keine Polarisation möglich. Bestimmung des Elastizitätsmoduls. Holzstab mit Scheibe. Glasrohr mit gezahntem Storf. Pendelkreisen nebeneinander verbunden. Molekularmodell aus Holzwürfeln durch Spiralfedern verbunden.

119. Wellen in ausgedehnten Medien. Denkt man sich in einem aus Spiralfedern hergestellten Gitter mit quadratischen

Fig. 40.



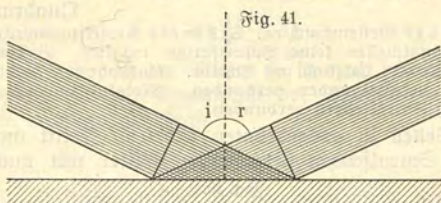
Maschen (Fig. 40) Schwingungen in dessen Ebene erregt parallel der einen Federrichtung, so pflanzt sich in dieser Richtung eine longitudinale Wellenbewegung fort, gleichzeitig in der dazu senkrechten Richtung eine transversale mit geringer Geschwindigkeit. Unter 45° erfolgende Stöße würden gleichzeitig in beiden Richtungen longitudinale und transversale Wellen erregen. Gleiches gilt für eine isotrope, elastische Platte. Beispiele der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten sind:

	Eisen	Stahl	Messing	Lithographenstein	Opal
Longitudinal	4310	5560	3620	5150	3840
Transversal	2560	3180	2090	2980	2600

An der Grenze zweier Medien tritt teilweise Reflexion (Fig. 41) ein nach dem Satz, daß der Einfallswinkel i gleich dem Ausfallswinkel r , teils Brechung (Fig. 42) nach dem Satz

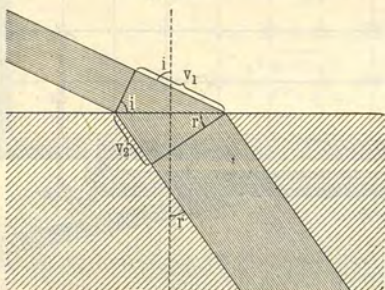
$$\sin i : \sin r = v_1 : v_2 \left(= \frac{\lambda_1}{T} : \frac{\lambda_2}{T'} = \lambda_1 : \lambda_2 \right),$$

wenn i der Einfallswinkel (Winkel der Fortpflanzungsrichtung, des Strahles) mit dem Einfallslot, r der Brechungswinkel und



v_1 und v_2 die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in den beiden Medien. Dies Verhältnis heißt auch das Brechungsverhältnis

Fig. 42.



oder der Brechungsindex. Bei der Brechung an der Grenze gegen ein Medium mit größerer Fortpflanzungsgeschwindigkeit kann die Welle streifend gebrochen werden. In diesem Fall ist $r = 90^\circ$, d. h. $\sin r = 1$, somit $\sin i = v_1/v_2$. Ist der Einfallswinkel größer als dieser sogen. Grenzwinkel, so tritt

kein gebrochener Strahl mehr auf, die ganze Energie ist in dem reflektierten enthalten (Totalreflexion).

Bei Erdbebenwellen tritt Brechung durch den dichteren Erdkern wie durch eine Linse ein. Beispielsweise geht ein Strahl parallel zur Achse nach der Brechung durch den sogen. Brennpunkt, und umgekehrt, ein durch die Mitte gehender Strahl wird nicht gebrochen. Strahlen, die von einem beliebigen Punkt der Achse ausgehen, sammeln sich nach der Brechung in dem sogen. Bildpunkt, welcher so gelegen ist, daß der Winkel zwischen einfallendem und austretendem Strahl ebenso groß ist wie in dem Falle, wenn der eine Strahl durch den Brennpunkt geht. Wahrscheinlich ist übrigens der Erdkern wegen der sehr hohen, die kritische übersteigenden Temperatur gasförmig, so daß transversale Wellen überhaupt nicht hindurchgehen.

Bei einer anisotropen Platte erregt jeder Stoß zwei zueinander senkrechte (linear polarisierte) Wellen, bezw. parallel der Richtung der kleinsten und der größten Elastizität (den Achsen der Schnittellipse der Plattenebene mit dem Elastizitätsellipsoid), welche sich entsprechend mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. Ebenso entstehen in einem anisotropen Körper zwei transversale Wellensysteme (neben den Longitudinalen) und man nennt den geometrischen Ort der Punkte, wo die Bewegung nach Ablauf einer Sekunde angelangt ist, die Wellenfläche. Ist das Elastizitätsellipsoid ein Rotationsellipsoid, so besteht diese aus einem Rotationsellipsoid und einer Kugel, welche letztere das Ellipsoid an den Polen der Symmetrieachse tangiert. Umhüllt die Kugel das Ellipsoid, so heißt der Körper positiv, anderenfalls negativ. Für ein dreiaxiges Elastizitätsellipsoid wird die Wellenfläche eine aus zwei Schalen bestehende Fläche vierter Ordnung mit vier symmetrisch gelegenen Berührungspunkten. In einer durch zwei entgegengesetzt liegende Berührungspunkte gehenden Richtung pflanzen sich in allen Fällen die gebrochenen Wellen gleich schnell fort, d. h. eine solche „Achse“ ist eine Richtung, in welcher keine Doppelbrechung erfolgt. Körper mit Rotationselastizitätsellipsoid sind einachsige, d. h. in der Richtung der Rotationsachse verhalten sie sich wie isotrope Körper, die anderen sind zweiaxig.

Huygens Prinzip. Schiefe Ebene mit Sammet. Modelle des Elastizitätsellipsoids und der Schnittellipse. Wellenflächenmodelle. Modell der Strahlenbrechung. Modell der Wellenfortpflanzung.

120. Energie der Schwingungen. Die Kraft, mit welcher ein Pendel von der Länge l in die Ruhelage zurückgezogen wird, ist, wenn α die maximale Elongation und g das Gewicht, d. h. die Schwere, m die Masse der Pendellinse bedeuten:

$$p = g \cdot \frac{\alpha}{l} = m \cdot g \cdot \frac{\alpha}{l}.$$

Da nun $n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$ oder $n^2 \cdot 4\pi^2 \cdot l = g$,

so ist $p = m \cdot n^2 \cdot 4\pi^2 \cdot \alpha$ und die Arbeit zur Erzeugung der Elongation α , da die Kraft allmählich von Null bis zum Werte p ansteigt, also im Mittel die Größe $p/2 = m \cdot n^2 \cdot 2\pi^2 \alpha$ hat: $A = 2n^2 \pi^2 m \alpha^2$ Joule.

Die Schwingungsenergie einer Saite, welche als Aggregat vieler Pendel betrachtet werden kann, etwa indem man auf jedem Meter die Masse m dieses Meters in einen Punkt konzentriert denkt, wobei der Ausschlag der im Abstand x Meter befindlichen Masse im Falle stehender Schwingungen beträgt $\alpha \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$, ist

$$N = 2n^2 \pi^2 m a^2 \Sigma \sin^2 \frac{\pi x}{l} = \pi^2 n^2 a^2 \cdot m \cdot l = \pi^2 n^2 a^2 \cdot M,$$

wenn M die ganze Masse der Saite ist. Dieses Produkt gibt die Bewegungsenergie, wenn die Teilchen eben die Nulllage passieren. Außer dieser Bewegungsenergie tritt aber (besonders in den Knotenpunkten) auch Spannungsenergie auf, welche, da der Schwingungszustand in einer fortwährenden Umkehrung von Bewegung = in Spannungsenergie und umgekehrt besteht, ihrem Betrage nach ebenso groß ist. Die gesamte Energie der Saite beträgt somit $2\pi^2 n^2 a^2 M$. Soll beispielsweise eine Saite von 0,003 kg Gewicht durch einmaliges Streichen mit einem Violinbogen mit 0,2 mm wirksamer Länge zu Schwingungen von 1 mm Amplitude erregt werden, wobei die etwa nach dem Prinzip der schreibenden Stimmgabel experimentell ermittelte, oder nach der Formel für die Schwingungsdauer berechnete Frequenz der Schwingungen 6000 betrage, so ist die mittlere Kraft K , mit welcher der Bogen geführt werden muß, bestimmt durch die Gleichung $K \cdot 0,2 = 2 \cdot \pi^2 \cdot 36 \cdot 10^6 \cdot 0,003 = 10,4$ Decimegadymen.

121. Die Intensität der Wellenbewegung. Man versteht darunter die in einem Kubikmeter enthaltene Energiemenge in Joule. Bei der Saitenschwingung z. B. beträgt dieselbe, da die ganze Masse der Saite $M = \rho \cdot v$, wenn ρ die Dichte in Kilogramm pro Kubikmeter und v das Volumen in Kubikmetern, $J = 2\pi^2 n^2 a^2 \frac{M}{v} = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho$ Joule pro Kubikmeter. Diese Formel gilt allgemein und zwar gibt sie für stehende Schwingungen die Summe von Bewegungsenergie und potentieller Energie, für fortschreitende Wellen die Bewegungsenergie allein, da hier die Spannungsenergie fehlt.

Bei der allseitigen Ausbreitung der Wellenbewegung nimmt dieselbe naturgemäß umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung ab, also $J_1 : J_2 = r_2^2 : r_1^2$, denn die Energiemenge, die im Abstand 1 m von 1 qm aufgenommen wurde, entfällt im Abstand 2, 3, 4... m auf 4, 9, 16... qm, so daß 1 qm nur $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$... soviel Energie empfängt, als im Abstand 1 m.

122. Gedämpfte Schwingungen und Wellen. Durch Reibung kann die Energie von Oszillationen allmählich, d. h. mit wachsender Zeit, in Wärme umgesetzt, als Schwingungsenergie also vernichtet werden. Ist beispielsweise r_0 die Länge des Radius der Bahn eines konischen Pendels zu Anfang, so ist dieselbe nach Durchlaufen von φ Radianen nur noch $r = r_0 \cdot e^{-\gamma \cdot \varphi}$, wenn $e (= 2,718)$ die Basis der natürlichen Logarithmen. Wählt

man eine schwere Pendelfugel und befestigt an derselben einen mit Tinte gefüllten Pinsel, welcher an einem horizontalliegenden Papierblatt anstreift, so verzeichnet er auf dem Papier der Formel gemäß eine Spirallinie. Entsprechend sind die Elongationen eines in einer Ebene gedämpft schwingenden Pendels gegeben durch die Formel

$$a = a_0 \cdot e^{-\gamma \cdot \varphi} \cdot \sin \varphi.$$

Die erste Amplitude (größte Elongation) ist $a_0 \cdot e^{-\gamma \cdot \pi/2}$. Setzt man diese = A , so sind die folgenden, d. h. die Elongationen für

$$\varphi = \frac{3\pi}{2} \quad \frac{5\pi}{2} \quad \frac{7\pi}{2} \quad \frac{9\pi}{2} \quad \frac{11\pi}{2} \dots$$

$$-A \cdot e^{-\gamma\pi} + A \cdot e^{-2\gamma\pi} - A \cdot e^{-3\gamma\pi} + A \cdot e^{-4\gamma\pi} - A \cdot e^{-5\gamma\pi} \dots$$

Das Verhältnis zweier aufeinander folgender Amplituden ist somit immer $e^{\pi\gamma}$. Dieses heißt Dämpfungsverhältnis und $\pi\gamma$, d. h. sein natürlicher Logarithmus, das natürliche logarithmische Dekrement.

Ist a_p die p te, a_q die q te Amplitude, so ist das Dämpfungsverhältnis $K = \left(\frac{a_p}{a_q}\right)^{\frac{1}{q-p}}$. z. B. ist $a_2 = A e^{-\gamma\pi}$, $a_3 = A e^{-4\gamma\pi}$,

$$\text{somit } K = \left(\frac{A \cdot e^{-\gamma\pi}}{A \cdot e^{-4\gamma\pi}}\right)^{\frac{1}{5-2}} = e^{\frac{3\gamma\pi}{3}} = e^{-\gamma\pi}. \text{ Hieraus folgt}$$

$$\text{das logarithmische Dekrement } \lambda = \log K = \frac{\log a_p - \log a_q}{q - p}$$

und $K = 10^\lambda$, ferner das natürliche logarithmische Dekrement $A = \ln K = 2,3026 \cdot \lambda$, also $K = e^A$. Für schwache Dämpfung ist nahe $A = K - 1$.

Aus dem logarithmischen Dekrement ergibt sich die Größe der dämpfenden Reibungskraft. Wirkt dieselbe z. B. am Umfang eines Cylinders vom Radius R Meter und ist ihre Größe K Decimegadynen, so ist das dämpfende Moment $K \cdot R$ Decimegadynen \times Meter. Es ist, wie die Kraft selbst, proportional der Winkelgeschwindigkeit, welche, wenn n' die Umlaufszahl pro Sekunde bedeutet, $2\pi n'$ beträgt, somit $K \cdot R = p \cdot 2\pi n'$, oder wenn T' die Umlaufszeit bzw. Schwingungsdauer des gedämpften Pendels, $K \cdot R = p \cdot \frac{2\pi}{T'}$. Der Proportionalitätsfaktor p wird

„Dämpfungs-konstante“ genannt. Er ist, falls $\Sigma m r^2$ das Trägheitsmoment des Pendels

$$p = \frac{4 A \cdot \Sigma m r^2}{T'} = \frac{4 A \cdot \Sigma m r^2}{T \cdot \sqrt{1 + \frac{A^2}{\pi^2}}}$$

wenn T die Umlauf- bzw. Schwingungsdauer des ungedämpften Pendels ist. Somit wird

$$K = \frac{8\pi \cdot A \cdot \Sigma m r^2}{R \cdot T^2 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{\pi^2}\right)} \text{ Decimegadynen.}$$

Zur Zeit t ist die Amplitude

$$y = A \cdot e^{-\frac{1}{4} \frac{p \cdot t}{\Sigma m r^2}} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Bei genügend großer Dämpfung erlischt die Bewegung bereits für $t = T/2$, sie heißt dann aperiodisch. Bei noch größerer Reibung tritt sogen. „Kriechen“ ein.

X. Hydrodynamik.

123. Messung der Strömungsgeschwindigkeit. Am einfachsten benutzt man bei Wasser, welches in einer offenen Rinne strömt, einen leichten Schwimmer und beobachtet die Geschwindigkeit des letzteren. Beispielsweise wurde gefunden, daß er in 13 Sekunden 2 m zurücklegte, somit war die Geschwindigkeit $v = \frac{2}{13}$ m/sec. Hieraus ergibt sich die Durchflußmenge pro Sekunde durch Multiplikation mit dem Querschnitt der Rinne. Dieser war $q = 0,08 \cdot 0,04$ qm, somit die Stromstärke, d. h. das pro Sekunde durchfließende Wasservolumen, $i = 0,08 \cdot 0,04 \cdot \frac{2}{13} = 0,5 \cdot 10^{-3}$ cbm $= 0,5 \frac{\text{Liter}}{\text{Sef.}}$ und die Ausflußmenge in 10 Sekunden = 5 Liter. Die wirkliche Messung mittels des Maßcylinders bestätigte dieses Ergebnis.

124. Ausflußgeschwindigkeit. Wird eine Öffnung am Boden eines Wassergefäßes von q Quadratmeter Fläche angebracht und tritt eine kleine Wassermenge von m Kilogramm aus, beträgt ferner s die Höhe des Wasserstandes in Metern, so ist die verlorene potentielle Energie $m \cdot s$ Joule. Die gewonnene kinetische Energie beträgt $m \cdot \frac{v^2}{2}$ Joule, somit muß sein $ms = m \frac{v^2}{2}$, woraus ganz wie für einen frei fallenden Körper folgt $v = \sqrt{2gs}$ Meter pro Sekunde, unabhängig von der Beschaffenheit der Flüssigkeit. Bei gleicher Höhe des Flüssigkeitsspiegels über der Öffnung würden also Wasser, Öl und Quecksilber gleich schnell

ausfließen. Beispielsweise war $q = 112 \text{ qmm} = 112 \cdot 10^{-6} \text{ qm}$
 $s = 0,6 \text{ m}$, somit $v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,6} = 3,6 \text{ m/sec}$ und das Aus-
 flußquantum pro Sekunde $= 112 \cdot 10^{-6} \cdot 3,6$, also beispielsweise
 in 38 Sekunden $112 \cdot 10^{-6} \cdot 3,6 \cdot 38 = 15,3 \cdot 10^{-3} \text{ cbm} = 15,3 \text{ Liter}$.
 Tatsächlich wurden 14 Liter gemessen.

Einfluß der Zentrifugalkraft auf die Ausströmungsgeschwindigkeit.
 Wassergefäße auf der Zentrifugalmaschine. Brauns Gyrometer. Vi-
 sfluidgyrometer. Manometergyrometer. Gefäß mit Wasser und Quecksilber.
 Zentrifugen. Sedimentierungsapparate. Abweichung eines Quecksilber-
 spiegels von der Horizontalebene. Federnde und plastische Kugel zur
 Demonstration der Erdabplattung. Plateaus Ostugel. Ablenkung von
 Wasserströmen durch Erdrotation. Bestimmung der Geschwindigkeit durch
 aufgestreutes Lytopodium. Trichterförmige Wasseruhr. Walgeruhr.
 Quecksilbermännchen. Schützen.

125. Wasserzoll. Läßt man aus der zuerst benutzten Rinne
 das Wasser in ein Gefäß mit Öffnung fließen, in welchem es
 sich bis zur Höhe s staut, so kann nach der eben gefundenen
 Torricellischen Formel aus der Stauhöhe s die Geschwindigkeit
 berechnet werden. Man kann dieses Gefäß, den sogen. Wasser-
 zoll oder Strommesser, mit einer Skala versehen, an welcher
 sich durch Beobachtung der Stauhöhe des Wassers ohne weiteres
 die Durchflußgeschwindigkeit oder Stromstärke ablesen läßt.
 Beispielsweise war $s = 0,64$, also $v = \sqrt{2g \cdot 0,64} = 3,5$ und
 $Q = v \cdot a \cdot t = 3,5 \cdot 0,01^2 \cdot \pi \cdot 4 = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ cbm} = 4,4 \text{ Liter}$. In
 das Staugefäß floß das Wasser aus einer Rinne vom Querschnitt
 $0,08 \cdot 0,04 \text{ qm}$, in dieser war somit die Geschwindigkeit $= 4,4$
 $\cdot 10^{-3} \cdot \frac{0,01^2 \cdot \pi}{0,08 \cdot 0,04} = 4,3 \cdot 10^{-6} \text{ m/sec}$.

126. Wurfweite. Ein horizontal austretender Wasserstrahl
 nimmt den Wurfgesetzen entsprechend die Form einer Parabel
 an. Die Wurfweite beträgt, wenn t die Zeit bis zum Erreichen
 des Bodens bedeutet, $v \cdot t$. Die Zeit t ergibt sich aus der Fall-
 höhe s nach der Formel

$$s = \frac{gt^2}{2} \quad \text{zu} \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

beispielsweise für

$$s = 1,3 \text{ m} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,3}{9,81}} = 0,51 \text{ Sekunden.}$$

Beobachtet wurde die Wurfweite 1,42 m, somit muß

$$v \cdot 0,51 = 1,42 \quad \text{oder} \quad v = 2,8 \text{ m/sec}$$

sein. Dies entspricht einer Druckhöhe von $\frac{v^2}{2g} = \frac{2,8^2}{2 \cdot 9,8} = 0,40 \text{ m}$,
 was auch an einem angelegten Manometer direkt beobachtet werden

konnte. Die Öffnung hatte $117 \cdot 10^{-6}$ qm Querschnitt und in 50 Sekunden flossen 15 Liter aus, somit war $v = \frac{15 \cdot 10^{-6}}{50 \cdot 117} = 2,8$ m/sec, was mit dem vorigen Wert übereinstimmt.

Bogen- und Flachwurf. Feuerlöschschlauch. Ausfluß mehrerer Strahlen aus demselben Gefäß in verschiedener Höhe. Springbrunnen. Artesische Brunnen. Springbrunnen aus Mariottescher Flasche. Unabhängigkeit vom spezifischen Gewicht. Erzeugung eines Wasserstrahls durch Quecksilberdruck. Heronsbrunnen.

127. Pitots Röhre. Läßt man das in einer Rinne herabströmende Wasser gegen die Öffnung einer schräg aufwärts gerichteten offenen Röhre stoßen, so müßte es in dieser, falls es seine Geschwindigkeit durch freien Fall erlangt hat, auf gleiche Höhe hinaufsteigen, aus welcher es herabgekommen ist. Gleiches gilt auch in jedem anderen Fall, die Höhe, bis zu welcher das Wasser aufsteigt, muß stets der Formel $s = \frac{v^2}{2g}$ Meter entsprechen, man kann somit diese sogen. Pitotsche Röhre, welche auch beliebig gekrümmt sein und vertikal aufsteigen kann, mit einer Skala versehen, an welcher sich die Wassergeschwindigkeit unmittelbar ablesen läßt.

Kontraktion des Strahls. Strebekäse. Wirbel im Trichter. Trinkglas an Schleuder. Kontraktion beim Wasserfall in Folge der Fallbeschleunigung. Vermehrung der Ausflussmenge bei tonischer Verengung. Verjüngung bei tonischer Erweiterung. Einfluß der Oberflächenspannung. Auflösung des Strahls in Tropfen. Wirkungen der Adhäsion beim Ausfluß. Ausfluß von Quecksilber.

128. Druckhöhenverlust in Röhren. Fließt das Wasser aus einem Gefäß nicht einfach durch eine Öffnung, sondern durch eine angefezte Röhre aus, so wird in Folge der Reibung die Ausströmungsgeschwindigkeit geringer. Wäre beispielsweise ohne Schlauch die Ausflussmenge in 40 Sekunden 15 Liter, mit Schlauch 5 Liter, also nur $\frac{1}{3}$ der vorigen, so erscheint die Geschwindigkeit in gleichem Maße vermindert, d. h. sie berechnet sich nach der Formel $v = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2gs}$, welche sich durch den zugefügten „Ausflußkoeffizienten“ $\frac{1}{3}$ von der früheren unterscheidet. Man kann auch schreiben $v = \sqrt{2g \cdot \frac{s}{9}}$, d. h. der Ausfluß erfolgt so, als ob die Druckhöhe nicht s , sondern $s/9$ wäre, oder wenn in Folge der Reibung ein Druckhöhenverlust von $\frac{8}{9}$ der ganzen Druckhöhe = 89 Proz. entstanden wäre.

Einfluß der Schlauchlänge beim Springbrunnen. Kegelförmiges Einströmen von rotem in gelbes Öl.

129. Innere Reibung oder Viskosität. Benetzt die Flüssigkeit die Rohrwandung, so wird sie dort durch Reibung festgehalten,

es entsteht also keine Reibung zwischen Rohrwand und Flüssigkeit (Gleitung), sondern der gesamte Reibungswiderstand ist bedingt durch die innere Reibung (Viskosität). Befindet sich die Flüssigkeit zwischen zwei parallelen Platten von f Quadratmeter Fläche und h Meter Abstand, welche sich mit der Geschwindigkeit v Meter gegeneinander verschieben und ist η der Reibungs-
koeffizient, so ist die Reibung $K = \eta \cdot f \cdot \frac{v}{h}$ Decimegadynen. Zur Bestimmung derselben kann man die Flüssigkeit zwischen zwei konaxiale Cylinder bringen, von welchen der eine durch eine belastete, über Rollen geführte Schnur in Umdrehung versetzt werden kann. v ist dann die Geschwindigkeit der Verdrehung, h der Abstand der beiden Cylinder, f ihre Oberfläche. Die Geschwindigkeit v ist natürlich anfänglich nicht konstant, das Gewicht bewegt sich beschleunigt, da aber mit der Geschwindigkeit die widerstehende Kraft wächst, wird bald konstante Geschwindigkeit erreicht, welche sich der Formel entsprechend der Kraft proportional erweist.

Beispielsweise senkte sich ein Gewicht von 0,04 kg in 30 Sekunden um 0,5 m, während ein Gewicht von 0,20 kg in 15 Sekunden um 1,2 m herabsank. Die Kräfte verhalten sich wie 1:5, ebenso die Geschwindigkeiten. Bei 50 g und 100 g waren die Zeiten für dieselbe Senkung 78 bezw. 39 Sekunden.

Wenn r der Radius, l die Länge des inneren Cylinders, s der in der Zeit t vom Gewicht zurückgelegte Weg, R der Radius der Rolle, an welcher das Gewicht zieht, ist:

$$K = \eta \cdot 2\pi r l \cdot \frac{s}{t} \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{h} \text{ Decimegadynen.}$$

Beispielsweise war $s = 1,2$ m, $t = 15$ Sekunden, $r = 0,015$ m, $R = 0,11$ m, $l = 0,33$ m, $h = 0,03$, $K = 0,2$ kg = 0,2 · 9,81 Decimegadynen. Hieraus folgt:

$$\eta = \frac{K \cdot t \cdot R \cdot h}{2\pi r \cdot l \cdot s \cdot r} = \frac{0,2 \cdot 15 \cdot 0,11 \cdot 0,03 \cdot 9,81}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,015 \cdot 0,33 \cdot 1,2 \cdot 0,015} \\ = 174 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter}$$

bei 1 m Abstand und 1 m/sec Geschwindigkeit.

Man kann ferner zur Messung der Viskosität die Dämpfung von Torsionschwingungen benutzen. Hierzu dient der früher für Torsionschwingungen eines Messingdrahtes benutzte Apparat, indem man die Verlängerung des Messingdrahtes mit dem oben benutzten Torsionsapparat, d. h. mit der Achse des drehbaren Cylinders, kuppelt. Nach § 122 (S. 101) ergibt sich die Reibungskraft bezw. der Reibungskoeffizient.

130. Durchfluß durch Kapillaren. Ist V die in t Sekunden ausfließende Flüssigkeitsmenge in Kubikmetern, p die Druckdifferenz an den Enden der Kapillare in Kilogramm pro Quadratmeter, l Länge und ρ Halbmesser der Kapillare in Metern, η der Reibungskoeffizient, so ist nach Poiseuille:

$$V = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{p}{l} \cdot \frac{\rho^4}{\eta} \cdot t \text{ Kubikmeter.}$$

Für Wasser ergab sich bei einem Druck p von 2 kg pro Quadratcentimeter = 20000 · 9,8 = 196000 Decimegadynen pro Quadratmeter bei einer Kapillare von $\rho = 0,0006$ m und $l = 0,78$ m in der Zeit $t = 97$ Sekunden eine Ausflußmenge von 1 Liter = 10^{-3} cbm. Somit ist die Viskosität des Wassers

$$\eta = \frac{3,14 \cdot 196000 \cdot 6^4 \cdot 10^{-16} \cdot 97}{8 \cdot 0,78 \cdot 0,001} = 0,0017 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter, Meter und m/sec.}$$

Genauer ist bei:

$$\begin{array}{cccccc} \Theta = & 0^\circ & 15^\circ & 20^\circ & 25^\circ & 30^\circ \\ \eta = & 0,001797 & 0,001140 & 0,001004 & 0,000895 & 0,000803. \end{array}$$

Ist für eine Flüssigkeit die Viskosität bestimmt, so kann sie für eine zweite leicht gefunden werden, indem man das Verhältnis der Ausflußzeiten ermittelt. Ein vertikales Kapillarrohr wird mit einer Erweiterung versehen und unten in ein mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefülltes Gefäß eingetaucht. Man saugt die Flüssigkeit bis zu einer über der Erweiterung angebrachten Marke auf und beobachtet die Zeit, die verfließt, bis sie zu einer unterhalb der Erweiterung angebrachten zweiten Marke zurückgesunken ist. Bedeuten t und t' diese Zeiten für die beiden Flüssigkeiten, s und s' deren Dichten, so ist

$$\eta : \eta' = s \cdot t : s' \cdot t'.$$

Mitnehmen des Wassers beim Notieren des Gefäßes. Rohes und hartes Ei sich drehend. Torsionsapparat mit Sirup. Relaxationszeit. Torsionschwingungen einer Scheibe. Dämpfer mit festen Scheidewänden. Reibungsapparat von Joule. Konsistenzmesser. Reibung einer Welle in ihren Lagern. Elastische Nachwirkung bei Gallerten. Kugel in strömender Flüssigkeit. Sinken einer Kugel im Wassergefäß auf der Wage. Spezifisches Gewicht von Schlammmassen.

131. Ohm's Gesetz. Für ein Bündel von n Kapillaren, etwa einen Docht, ist nach dem Poiseuilleschen Gesetz die Durchflußmenge

$$V = n \cdot \frac{\pi}{8} \cdot \frac{p}{l} \cdot \frac{\rho^4}{\eta} \cdot t \text{ Kubikmeter pro Sekunde,}$$

somit, wenn man die Stromstärke $\frac{V}{t} = J$ setzt, die Druckdifferenz zwischen Anfang und Ende des Röhrenbündels (man müßte

eigentlich auch den Druck der Atmosphäre angeben, es kommt aber nur die Druckdifferenz in Betracht) $p = E$ und der Komplex der übrigen Faktoren $= \frac{1}{R}$, so lautet das Gesetz $J = \frac{E}{R}$ Kubikmeter pro Sekunde. Dabei ist der sogen. Widerstand $R = s \cdot \frac{l}{q}$, wenn l die Länge und q den Querschnitt des Röhrenbündels, welcher n proportional ist, und s eine Konstante, den spezifischen Widerstand, bedeutet. Besteht das Bündel aus n Kapillaren von ρ Meter Querschnittsradius, so ist $s = \frac{8 \cdot \eta}{n \cdot \rho^2}$.

Besteht die Leitung aus Stücken von verschiedenem spezifischen Widerstand, so ist das Druckgefälle (die Abnahme des Druckes pro Meter) in denselben entsprechend verschieden, denn

$$\frac{E}{l} = J \cdot \frac{s}{q}.$$

132. Stromverzweigung. Bei der Verteilung des Stromes durch ein nebartiges Röhrensystem, wie bei Wasserleitungs- oder Kanalisationsanlagen, kann man Gleichungen erhalten, welche die Bestimmung der Stromstärke in jedem Zweig des Netzes ermöglichen, indem man berücksichtigt 1. daß an sogen. Knotenpunkten, d. h. da, wo mehrere Zweige zusammentreffen, keine Anhäufung des Wassers eintreten kann, vielmehr die Summe der abströmenden Wassermassen gleich der der zuströmenden oder die algebraische Summe der Stromstärken Null sein muß ($\Sigma J = 0$, erstes Kirchhoffsches Gesetz), daß ferner, falls das Wasser keine merkliche Geschwindigkeit annimmt, die Röhren also als Bündel von Kapillarröhren betrachtet werden können, für welche das Ohm'sche Gesetz gilt, die algebraische Summe aller stetigen und plötzlichen Druckzunahmen (letztere da, wo Pumpwerke oder Wassermotoren eingeschaltet sind) gleich Null sein muß, wenn man die Summation über eine ganze in sich zurücklaufende Masche des Netzes erstreckt [$\Sigma (J \cdot R - E) = 0$, zweites Kirchhoffsches Gesetz], da man eben schließlich zum Ausgangspunkt zurückkommt. Hieraus ergibt sich z. B. der Satz von der Wheatstoneschen Brücke. Der Strom J verzweige sich in zwei Ströme i_1 und i_2 , welche sich wieder vereinigen. Zwischen denselben werde eine Verbindungsleitung mit eingeschaltetem Wassermesser (Strommesser) angelegt und zwar so, daß der Strom in dieser sogen. „Brücke“ Null wird. Dann muß nach dem Ohm'schen Gesetz der Druck an beiden Enden gleich, also $e_1 \neq e_2$ sein. Nennt man E_1 den Druck am ersten, E_2 den

am zweiten Verzweigungspunkt, so ist ferner nach dem Ohm'schen Gesetz

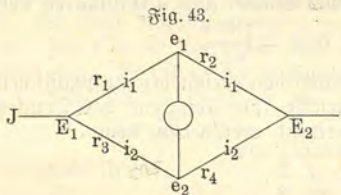
$$\begin{aligned} E_1 - e_1 &= r_1 \cdot i_1 & e_1 - E_2 &= r_2 \cdot i_1 \\ E_1 - e_2 &= r_3 \cdot i_2 & e_2 - E_2 &= r_4 \cdot i_2, \end{aligned}$$

somit $r_1 \cdot i_1 = r_3 \cdot i_2$ $r_2 \cdot i_1 = r_4 \cdot i_2$

und $r_1 : r_2 = r_3 : r_4$.

Sind z. B. r_3 und r_4 gleich, so müssen auch r_1 und r_2 gleich sein; man kann also einen unbekanntem Widerstand auf solche Weise

durch Vergleichung mit bekannten ermitteln.



Die Stromlinien und Niveaulinien in porösem Erdreich werden durch dieselben Tafeln dargestellt wie die Diffusionsstromlinien und die Linien gleicher Konzentration.

Rohr mit angelegten Manometern. Querschnittsverengung durch Einschleiben eines Glasstabes. Modelle aus Blech zu Ohm's Gesetz. Desgleichen für verzweigte Leitungen. Tafeln der Niveaus und Stromlinien. Brunnen, Senkgruben, Sickerschläge, Quellen. Potentialbewegung. Kontinuitätsgleichung. Stromlinien. Brechung der Stromlinien an sonnigen Stellen. Wirbelsäden. Wirbel in einem Teich. Wirbel an der Schattengrenze. Wolfenschatten an sonnigem Fluß.

133. Stoßwirkung des Wassers. Ein Wasserstrahl stoße senkrecht von oben gegen eine auf einer Federwage befestigte ebene Platte. Bedeutet K die an der Wage gemessene Stoßkraft in Decimegadynen, m die Masse des pro Sekunde ausfließenden Wassers in Kilogramm und v dessen Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde, so ist, da die Wasserteilchen rechtwinkelig abgelenkt werden, also die gesamte Geschwindigkeit in der ursprünglichen Richtung verloren geht, die Verzögerung $= v$ und $K = m \cdot v$. Beispielsweise war die Ausflußmenge 13 Liter in 14 Sekunden, somit die Masse pro Sekunde $\frac{13}{14}$ kg. Der Querschnitt der Ausflußöffnung war $0,01^2 \cdot \pi$, somit

$$v = \frac{13 \cdot 10^{-3}}{14 \cdot 0,01^2 \cdot \pi} \quad \text{und} \quad K = \frac{13^2 \cdot 10^{-3}}{14^2 \cdot 0,01^2 \cdot \pi} = 3 \text{ Decimegadynen.}$$

In der Tat zeigte die Wage diesen Druck an.

Stoß auf eine schiefe Platte. Stoß auf halbkugelförmige Schale. Kugel auf Springbrunnen. Wassermesser mit pendelndem Flügel.

134. Wasserräder. Bei den Wasserrädern ist die Stoßkraft kleiner, da sich die Schaufeln bewegen, so daß dem Wasser nicht die ganze Geschwindigkeit entzogen wird, sondern, wenn c die Geschwindigkeit der Schaufeln bedeutet, nur $v - c$. Demnach ist

$K = m \cdot (v - c)$ Decimegadynen. Der Effect, mit welchem das Rad umgedreht wird, ist daher $E = K \cdot c = m(v - c)c$.

Setzt man $c = \frac{1}{2}v \pm x$, so folgt

$$E = m \left(\frac{1}{4}v^2 - x^2 \right).$$

Da x^2 unter allen Umständen positiv ist, wird hiernach E ein Maximum für $x = 0$, d. h. für $c = v/2$, oder wenn die Schaufelgeschwindigkeit halb so groß ist als die Strahlgeschwindigkeit. Dann wird $E = \frac{1}{4}m \cdot v^2$, während die kinetische Energie des stoßenden Wassers $\frac{1}{2}m v^2$ beträgt. Der Wirkungsgrad ist somit in diesem Fall (ebene Schaufeln vorausgesetzt) nur 50 Proz. (beim Rösselrad größer). Würde das Wasser nicht stoßend, sondern drückend wirken, so ergäbe sich ein größerer Wirkungsgrad, doch ist die effektive Arbeit kleiner als die berechnete oder indizierte.

Beispielsweise war ein kleiner Wassermotor imstande, eine Arbeit von 5 Decimegadynen auf 4 m in 17 Sekunden zu leisten.

Der Effect betrug somit $\frac{5 \cdot 4}{17} = 1,2$ Watt. Der zugeführte Effect

war, da in 17 Sekunden 1 Liter Wasser austrat und die Arbeit bei Verschiebung eines Kolbens unter dem Drucke p Decimegadynen pro Quadratmeter um das Volumen v Kubikmeter $= p \cdot v$ Joule ist, da der Wasserdruck 2 Atm. betrug, $= \frac{2 \cdot 10330 \cdot 9,81 \cdot 10^{-3}}{17}$

$= 12$ Watt. Der Wirkungsgrad war somit nur $\frac{1,2}{12} = \frac{10}{100}$

$= 10$ Proz. Bei einer Turbine, einem Wasserrad mit schrägen Schaufeln (Schraube), wurde der Effect mittels einer Sandbremse bestimmt zu $2\pi r \cdot p \cdot \frac{100}{t} = 2\pi \cdot 0,018 \cdot 7 \cdot \frac{100}{33} = 2,4$ Watt. Die

Durchflußmenge wurde gemessen zu 100 Liter in 33 Sekunden, woraus sich, da das Gefälle 0,6 betrug, der zugeführte Effect zu $\frac{100}{33} \cdot 0,6 \cdot 9,81 = 18$ Watt ergibt. Der Wirkungsgrad wäre hier-

nach $\frac{2,4}{18} = \frac{13}{100} = 13$ Proz.

135. Hydrodynamische Mühle, Log und Wasserruhr. Da der Effect eines Wasserrades von der Wassergeschwindigkeit abhängt und bei konstanter Bremsung der Tourenzahl proportional ist, kann ein mit dem Rad verbundener Tourenzähler so geeicht werden, daß er nicht die Umdrehungszahl des Rades, sondern die Wassergeschwindigkeit angibt. Eine solche Vorrichtung ist Voltmanns Flügel oder die hydrodynamische Mühle, die zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers in Kanälen

dient. Nach gleichem Prinzip kann auch die Geschwindigkeit eines fahrenden Schiffs in ruhenden Wasser bestimmt werden (Log, Sillometer), da natürlich das Ergebnis dasselbe ist, ob sich das Wasser fortbewegt oder die hydrodynamische Mühle. Die Wasseruhr gibt das gesamte Durchflußquantum an.

Ober- und unterschlächtige Wasserräder. Laboratoriumsrad. Peltonrad (Düffelrad). Rad mit schrägen Schaufeln. Schiffschraube. Chemischer Rührer.

136. Reaktion. Die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser ausströmt, geht hervor aus dem Druckzustand, ähnlich wie bei einer Federbüchse die Kugel fortgeschneit wird durch den Druck der Feder. Und so wie hier die Kraft der Feder nach zwei entgegengesetzten Richtungen mit gleicher Stärke wirkt und der Büchse den sogen. Rückstoß erteilt, so erfährt auch das Gefäß, aus welchem das Wasser ausströmt, einen Rückstoß, die „Reaktion“, welche sich nach derselben Formel berechnet wie die Stoßkraft des Wassers $K = m \cdot v$ Decimegadynen, wenn m die sekundliche Wassermenge in Kilogramm und v die Geschwindigkeit in m/sec . Beispielsweise flossen aus einem rechtwinkelig umgebogenen Rohr horizontal in 20 Sekunden 14 Liter Wasser aus. Die Fläche des Querschnitts betrug $0,006^2 \cdot \pi$, somit war die Geschwindigkeit $\frac{14 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 0,006^2 \cdot \pi}$ Meter pro Sek. und die Reaktionskraft $\frac{14^2 \cdot 10^{-3}}{20^2 \cdot 0,006^2 \cdot \pi} = 3$ Decimegadynen. Tatsächlich mußte eine über Rollen geführte Schnur mit dieser Kraft in der Richtung des Wasserstrahls ziehen, um das beweglich gemachte Winkelrohr in der ursprünglichen Lage zu halten.

Ausfluß auf der Wage. Expansion des komprimierten Wassers an der Mündung. Reaktion bei einem Wassergefäß auf Wagen. Reaktion bei einem Schlauch mit gebogenem Endstück. Feuerspritzenschlauch.

137. Das Reaktionswasserrad. Vier winkelförmig gebogene Röhren waren an eine gemeinsame Zuflußröhre als Reaktionsrad drehbar angelegt. Die Ausflußmenge betrug bei einer der vier Röhren 10,5 Liter in 60 Sekunden, also, da der Strahlquerschnitt $78,5 \cdot 10^{-6}$ qm war, die Geschwindigkeit $v = \frac{10,5 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 78,5 \cdot 10^{-6}}$ die sekundliche Wassermasse $\frac{4 \cdot 10,5}{60}$ kg und das Kraftmoment bei ruhendem Rad, da die Länge der Speichen 0,3 m war, $K \cdot r = \frac{4 \cdot 10,5}{60} \cdot \frac{10,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,3}{60 \cdot 78,5 \cdot 10^{-6}} = 0,425$ Decimegadynen \times Meter.

138. Stoß- und Reaktionsstrommesser. Sowohl der Stoß wie die Reaktion des Wassers können zur Konstruktion eines

Strommessers verwendet werden. Man kann z. B. in einem von dem Wasser durchflossenen Gehäuse einen beweglichen Flügel anbringen, welcher auf eine Feder wirkt oder einfach nach Art einer Zeigerwage den Stoß des Wassers auf einer Skala angibt. Diese kann dann so geeicht werden, daß sie die momentane Stromstärke in Kubikmetern pro Sekunde angibt. Ebenso könnte man ein gekrümmtes federndes Ausflußrohr durch einen daran befestigten Zeiger auf einer Skala die Wasserstromstärke angeben lassen. Zweckmäßiger wird aber ein Wasserrad oder ein Reaktionsrad benutzt, dessen Achse eine Spiralfeder zusammendrehet und dadurch wachsenden Widerstand findet.

Notierende Springbrunnenaufsätze. Masensprenger. Reaktionsmotoren. Schiff getrieben durch Reaktion. Kreiselpumpe im Schiff.

139. Trägheitswiderstand. Wird ein Wasserrad oder eine Schraube nicht durch bewegtes Wasser getrieben, sondern in ruhendem Wasser in Drehung versetzt, so entsteht ein Wasserstrom. Der Widerstand, welcher sich dabei der Drehung entgegensetzt, ist nicht einfach der Reibungswiderstand, sondern vorzugsweise Trägheitswiderstand und wird „Widerstand des Mittels“ genannt. Denkt man sich z. B. einfacher eine Kugel in Wasser fallen lassen und sei die Reibung derselben gegen das Wasser Null, so wird nichtsdestoweniger Widerstand auftreten, weil die Kugel während ihrer Bewegung Wasser verdrängt, also demselben Geschwindigkeit mitteilt. Die hierzu erforderliche Kraft ist einerseits proportional der hervorgebrachten Beschleunigung, also der Geschwindigkeit der fallenden Kugel, außerdem proportional der Masse des pro Sekunde verdrängten Wassers, welche ebenfalls mit der Geschwindigkeit der Kugel wächst. Der Widerstand muß also dem Quadrat der Geschwindigkeit entsprechen. Benutzt man eine Kugel von gleichem spezifischen Gewicht wie die Flüssigkeit, die (z. B. durch eingefülltes Quecksilber) beschwert werden kann, so gebraucht dieselbe bei vierfachem Gewicht nur die Hälfte der Zeit, um bis zum Boden des Gefäßes zu gelangen.

Ist ein Wasserrad oder die Schraube auf einem Schiff befestigt, so wird im wesentlichen nicht das Wasser, sondern das Schiff bewegt. Auch hier ist der Widerstand, den dieses findet, dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional. Der Proportionalitätsfaktor hängt von der Form des Schiffes ab.

Bendel unter Wasser schwingend (Glastrog). Zeit des Untersinkens. Scheibe in freiem Wasser rotierend oder schwingend.

140. Stromarbeit. Die Arbeit eines Wassermotors entspricht der einer Pumpe. Tatsächlich können die Wasserräder oder Wasserschrauben, in geeigneter Weise in ein Gefäß eingebracht, auch als

Pumpen verwendet werden, als sogen. Kreisel- oder Zentrifugalpumpen. Die erzeugte Niveaudifferenz oder Druckdifferenz ist von der Tourenzahl und der Beschaffenheit der Pumpe abhängig. Man kann den Zusammenhang graphisch darstellen, indem man die Tourenzahl als Abszisse, die Druckdifferenz als Ordinate in ein Koordinatensystem einträgt. Die entstandene Kurve kann man die „Charakteristik“ der Maschine nennen, da man daraus leicht deren Leistung in einem bestimmten Fall ersehen kann.

Ist das Gefäß, aus welchem das Wasser herausgepumpt wird, ebensoweit wie das, in welches es hineingepumpt wird, so fällt in ersterem das Niveau ebensoviel wie es im anderen steigt, ist aber eines der Gefäße unendlich weit gegen das andere, so tritt in demselben keine merkliche Änderung des Wasserstandes ein; dennoch ist die erzeugte Niveaudifferenz dieselbe, da sie eben nur von der Tourenzahl abhängt. Es kommt also immer nur die Niveaudifferenz in Betracht und deshalb genügt es auch, diese Druckhöhen des Wassers allein zu berücksichtigen an Stelle des wahren Drucks, der sich zusammensetzt aus dem Wasserdruck und dem auf dem Wasser lastenden Atmosphärendruck.

Sei nun die Druckdifferenz E Meter, und die gegen dieselbe zu bewegend Wasser­masse m Kilogramm, so ist die Arbeit dieselbe, als ob m auf die Höhe E gehoben werden sollte, d. h. $m \cdot g \cdot E$ Joule. Zur Erhaltung eines Wasserstroms von J Kubikmeter pro Sekunde bei der Druckdifferenz E Meter ist somit der Effekt $A = g \cdot J \cdot E$ Watt erforderlich. Zur Bestimmung von J kann ein in die Leitung eingefügter Strommesser dienen, ebenso zur Messung von E ein in Metern Wasserdruck geeichtes, wenig Wasser verzehrender Strommesser, welcher in einen an die Enden der betrachteten Leitung, z. B. eines Zweiges eines Wasserleitungsnetzes, angeschlossenen Nebenschluß eingefügt wird. Die Messung gibt selbstverständlich nur ein angenähertes Resultat, welches um so weniger genau ist, je mehr durch das Anfügen des Nebenschlusses die zu messende Druckdifferenz geändert wird.

Dieselbe Formel gibt umgekehrt die Arbeit, welche dies Rad leistet, wenn es nicht als Pumpe wirkt, sondern durch den Wasserstrom J bei der Druckdifferenz E als Wassermotor getrieben wird.

Dient die Pumpe dazu, einen Wasserbehälter vom Niveau 0 bis zum Niveau E zu füllen, so ergibt sich die gesamte geleistete Arbeit, indem man berücksichtigt, daß der mittlere zu überwindende Druck $\frac{E}{2}$ ist, zu $\frac{1}{2} g \cdot Q \cdot E$ Joule, wenn Q die gesamte

eingepumpte Wassermenge bedeutet. Diese Arbeit ist in der Wasserfüllung als potentielle Energie enthalten. In der That ist diese, da der Schwerpunkt der Wassermasse um $\frac{E}{2}$ gehoben wurde, ebenso wie die Arbeit $\frac{1}{2} \cdot g \cdot Q \cdot E$ Joule.

Wird das Wasser in den Behälter, in welchem der Wasserstand z. B. durch einen Überfall konstant auf E erhalten wird, durch eine gleichmäßig beschaffene Röhre von der Länge l Meter hineingepumpt, und ist die hierzu nötige Kraft K Decimegadynen, so ist die Arbeit $K \cdot l$ Joule, also, da $Kl = m \cdot g \cdot E$ sein muß, $\frac{K}{m} = g \cdot \frac{E}{l}$, d. h. die pro Kilogramm aufzuwendende Kraft in Decimegadynen ist das g fache des Druckgefälles in Metern pro Meter.

Spritzloch. Füllung eines Hebbers durch Stoß. Stoßheber. Pufferpumpe. Wechselstrompumpen und Motoren. Drehtrompumpen und Motoren. Versuche von Bierknes. Wirbel bei kleinen Partikelchen. Toter Raum. Strahlbildung im Wasser. Springbrunnen unter Wasser. Stellerpumpe. Injektor. Strahlpumpe. Verengungen und Erweiterungen bei einer Wasserleitung. Wirbel beim Eintritt eines Wasserstroms in ruhendes Wasser. Wirbelringe. Lavendelöl in Alkohol. Kohäsions- und Diffusionsfiguren. Stillstehender Tropfen. Bewegungsfiguren. Wasser-scheibe. Wasserglocke. Anie- und Bogenstücke in einer Wasserleitung.

141. Wassererschwingungen. In einer U-förmigen Röhre pendelt die Wassermasse m hin und her. Die Schwingungsdauer

ist $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{f}}$, wobei f die Kraft beim Ausschlag 1 m bedeutet,

d. h. wenn die eine Wasserfläche 1 m über, die andere 1 m unter dem ursprünglichen Niveau steht. Diese ist gleich dem Gewicht einer Wasserfäule von 2 m Länge, also wenn q den Querschnitt in Quadratmetern bedeutet, $2 \cdot q \cdot 10^3 \cdot g$ Decimegadynen. Somit wird, falls l die Länge der Wasserfäule ist, also $m = l \cdot q \cdot 10^3$ kg

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cdot q \cdot 10^3}{2 \cdot q \cdot 10^3 \cdot g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}} \text{ Sekunden.}$$

Beispielsweise war $l = 1,5$ m, also

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1,5}{2 \cdot 9,81}} = 1,73 \text{ Sekunden.}$$

Durch die innere Reibung werden die Schwingungen rasch gedämpft. Das logarithmische Dekrement würde ermöglichen, die Reibung zu berechnen.

142. Wasserwellen. Während bei den Seilwellen die Teilchen sich in gerader Linie auf- und abbewegen, beschreiben sie bei den Wasserwellen, da auch eine seitliche Verschiebung stattfindet,

Kreise oder Ellipsen und zwar nimmt die Amplitude ab mit zunehmender Tiefe unter der Oberfläche. Die Betrachtungen über Ausbreitung, Reflexion und Brechung sind im allgemeinen dieselben, wie bei festen Körpern, man kann hier aber weiter sehr schön die Biegung der Fortpflanzungsrichtungen (Strahlen) sehen, wenn die Wellenbewegung eine enge Öffnung passiert und die Interferenz bei zwei gleichzeitig erregten Wellensystemen, sowie die Bildung stehender Wellen durch Interferenz der fortschreitenden und reflektierten Wellen. Es gelten die früher behandelten Gesetze.

Rohr mit aufgesetzten Manometern. Wellenrinne. Eisenlohrs Wasserwellenmaschine. Wellenabdrücke in Sandstein. Gipsmodell der Interferenz von Wellen. Huygens Prinzip. Stredwellen.

143. Kapillarwellen. Bei sehr kleinen Flüssigkeitswellen ist nicht wie bei großen die Schwere die Kraft, welche die pendelnde Bewegung der Teilchen hervorruft, sondern vorwiegend die Oberflächenspannung. Diese kann deshalb aus der Wellenlänge bestimmt werden, indem man z. B. die Wellen erregt durch eine Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl n , an deren Zinken Spitzen befestigt sind, die in die Flüssigkeit eintauchen. Ist λ das Doppelte des Abstandes benachbarter Wellenberge in Metern, s die Dichte der Flüssigkeit in Kilogramm pro Kubikmeter, a die Oberflächenspannung in Decimegadynen pro Meter, so ist

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{a}{0,16 \cdot s \cdot n^2}} \text{ Meter.}$$

144. Longitudinalschwingungen in Flüssigkeiten. Dieselben können als stehende Wellen sichtbar gemacht werden durch Einbringen von Staub in die Flüssigkeit, welcher sich in den Knotenpunkten ansammelt. Der Abstand zweier aufeinander folgender Staubbäufchen ist die halbe Wellenlänge λ . Zur Erregung der Schwingungen dient ein eingeklemmter, durch Reiben in Longitudinalschwingungen versetzter Stab, dessen Schwingungszahl n , wie früher angegeben, ermittelt wurde. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v ist dann

$$v = n \cdot \lambda = \sqrt{\frac{E}{d}} \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Der scheinbare Elastizitätsmodul E des Wassers ergibt sich aus der Kompressibilität, welche $460 \cdot 10^{-12}$ beträgt, d. h. 1 cbm Wasser zieht sich um $460 \cdot 10^{-12}$ cbm zusammen, wenn der Druck um 1 Decimegadynes pro Quadratmeter steigt. Um somit eine Wassersäule von l Meter Länge und q Quadratmeter Querschnitt

um d Meter zusammenzudrücken, ist hiernach eine Kraft von $10^{12} \cdot \frac{d \cdot g}{l}$ Decimegadyne erforderlich, d. h. das Wasser verhält sich so, wie wenn es einen Elastizitätsmodul $E = \frac{10^{12}}{460}$ Decimegadyne pro Quadratmeter hätte, demnach ist

$$v = \sqrt{\frac{10^{12}}{460 \cdot 1000}} = 1441 \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Quecksilberwellen. Interferenzoskop. Wellen auf Klangscheiben. Schwingungen eines Wasserstrahls. Projektion von feinen Wasserstrahlen. Gestalt des Strahls bei verschieden geformten Öffnungen. Wellenberuhigung durch Bl. Aufspritzen des Wassers beim Eintropfen.

XI. Aerodynamik.

145. Die Ausströmungsgeschwindigkeit von Gasen. In einem Behälter sei Gas unter dem Druck einer Wassersäule eingeschlossen. Man öffne den Hahn und lasse 1 Liter Gas entweichen. Dann sinkt 1 Liter Wasser um die Druckhöhe s herunter, d. h. es geht potentielle Energie im Betrage von $g \cdot s$ Joule verloren. Dafür gewinnt das ausströmende Gas eine gleich große Menge Bewegungsenergie. Ist d das spezifische Gewicht des Gases bezogen auf Wasser, so ist dieselbe $1/2 \cdot d \cdot v^2$, somit

$$v = \sqrt{2g \cdot \frac{s}{d}} \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Ist ρ die Dichte des Gases in Kilogramm pro Kubikmeter und p der Druck in Decimegadyne pro Quadratmeter, so ist $p = s \cdot 1000 \cdot g$ und $\rho = d \cdot 1000$, also

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{p}{\rho}} \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Unter dem normalen Atmosphärendruck ist das spezifische Gewicht der Luft = 0,00129, ist aber das Gas außer mit dem Atmosphärendruck, welcher einer Wassersäule von 10,33 m entspricht, noch mit dem Druck der Wassersäule s belastet, so ist das spezifische Gewicht

$$d = 0,00129 \cdot \frac{10,33 + s}{10,33},$$

somit

$$v = \sqrt{2g \cdot \frac{s \cdot 10,33}{0,00129 (10,33 + s)}}.$$

Beispielsweise wird für $s = 0,1 \text{ m}$ $v = 38,79 \text{ m/sec}$. Aus einem Gasometer ströme die Luft mit dieser Geschwindigkeit durch eine Öffnung von $0,0001 \text{ qm}$ Fläche aus, dann ist die Zeit des Leerens, wenn der Gasometer $0,25 \text{ cbm}$ faßt,

$$t = \frac{0,25}{38,79 \cdot 0,0001} = 64,8 \text{ Sekunden.}$$

Genauere Übereinstimmung mit der wirklichen Ausströmungsgeschwindigkeit ist nicht vorhanden, da sich das Gas bei der Expansion abkühlt. Dagegen ergeben sich vergleichbare Werte bei zwei verschiedenen Gasen. Man hat

$$v_1 : v_2 = \sqrt{\frac{2gs}{d_1}} : \sqrt{\frac{2gs}{d_2}}$$

oder die Ausströmungszeiten für dasselbe Quantum t_1 und t_2 (die den Geschwindigkeiten umgekehrt proportional sind):

$$t_1 : t_2 = \sqrt{d_1} : \sqrt{d_2}.$$

Beispielsweise betrug die Zeit der Entleerung eines Glockengasometers bei Füllung mit Luft 150 Sekunden, bei Füllung mit Leuchtgas 100 Sekunden. Setzt man also die Dichte des Leuchtgases $= x$, wenn die der Luft $= 1$ genommen wird, so folgt

$$100 : 150 = 1 : \sqrt{x}, \text{ somit } x = 0,45.$$

Das spezifische Gewicht der Kohlensäure ist $1,5$, das des Wasserstoffgases $0,069$ bezogen auf Luft. Die Ausströmungsgeschwindigkeit der Kohlensäure ist also $\frac{v}{\sqrt{1,5}} = 0,816 \cdot v$, die des Wasser-

stoffs aber $\frac{v}{\sqrt{0,069}} = 3,8 \cdot v$, wenn v die Ausströmungsgeschwindigkeit der Luft unter gleichen Verhältnissen bedeutet.

Messung der Windgeschwindigkeit mit Ballon. Trichter mit Manometer. Abkühlung beim Ausströmen. Effusionsapparat. Anemometer.

146. Innere Reibung der Gase. Durch Beobachtung der Dämpfung einer schwingenden Scheibe oder der Durchflußmenge durch Kapillarröhren kann dieselbe in gleicher Weise bestimmt werden wie bei Flüssigkeiten. Man findet so bei 15° für Wasserstoff $9,2 \cdot 10^{-6}$, Kohlensäure $15,2 \cdot 10^{-6}$, Kohlenoxyd $16,8 \cdot 10^{-6}$, Stickstoff $17,7 \cdot 10^{-6}$, Sauerstoff $20,2 \cdot 10^{-6}$ Decimegadyne pro Quadratmeter bei einer Geschwindigkeitsdifferenz von 1 m pro Sekunde auf die Entfernung von 1 m .

Die Reibung erweist sich in beträchtlichem Maße abhängig von der Temperatur, was auch natürlich ist, da die Temperatur

dem Bewegungszustand der Moleküle entspricht. Man findet beispielsweise den Reibungskoeffizienten für:

	Luft	Wasserstoff	Kohlensäure
bei 0°	17,14. 10 ⁻⁶	8,64. 10 ⁻⁶	14,31. 10 ⁻⁶
" 180°	24,06. 10 ⁻⁶	12,32. 10 ⁻⁶	21,54. 10 ⁻⁶
" 1200°	54,81. 10 ⁻⁶	30,19. 10 ⁻⁶	—

Windleitungen mit Erweiterungen. Beutel an Gasmotor. Pumpendämpfung. Luftpumpe von DeLéuil. Poiseuilles Gesetz. Luftschicht bei Adhäsionsplatten. Verschlagen eines mit Papier bedeckten Brettes. Transpiration von Wasserstoff durch Fliesspapier. Durchlässigkeit von Mauern für Wind. Ohms Gesetz. Nachweis mittels der Gasuhr. Stromverzweigung. Mitreißen der Luft durch einen Kreisel. Bewegung fester Körper in Gasen. Seitenabweichung rotierender Geschosse. Luftströmefäden. Ausblasen eines Lichts hinter einer Flasche. Einfluß der Temperatur. Luftdämpfung. Einfluß des Druckes. Reibung im Vakuum. Verminderung der Reibung zwischen Platten durch Lufteinblasen.

147. Trägheitswiderstand bei Gasen. Derselbe ist ebenso und aus gleichem Grunde wie der von Flüssigkeiten proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit. Man macht davon z. B. Gebrauch bei der Luftdämpfung von schwingenden Körpern, indem man Flügel an dieselben befestigt, die die Luft durch Stoß mit in Bewegung setzen, ebenso bei den Windflügeln zur Mäßigung des Ganges von Uhrwerken. An ein solches wurde ein Gewicht angehängt, welches eben die Reibung kompensiert. Ginge man nun weiter 12,5 kg an, so erfolgten 100 Umläufe in 40 Sekunden. Um Verdoppelung der Geschwindigkeit zu erzielen, d. h. 100 Touren in 20 Sekunden, müßten somit $4 \times 12,5 = 50$ kg angehängt werden, was sich auch bestätigt fand.

Reibungslinse flach- und hochfantschwingend. Uhrwerk mit Windflügeln. Windflügel unter der Luftpumpe. Blasenbildung beim Fallen von Seifenwasser. Fallschirm. Schweben der Vögel. Drachen. Flugmaschinen. Schweben von Staub und Wolken. Fliege in der Flasche auf einer Wage. Federball. Dämpfung schwingender Platten. Herabfallen von Körpern in Luft (Fallröhre). Spezifisches Gewicht von Rauch und Nebel. Mitreißen von Luft durch Wasserstrahlen. Wassertrommelgebläse. Wind beim Trommelbad. Körtings Wasserstrahlventilatoren. Wasserstrahlgebläse und Pumpe. Quecksilberstrahlpumpe. Zerstäuber. Fidißus am Druckluftstrahl. Luftstrahl beim Lötlöhr. Injektor für Luft. Parfüm- und Blumensprige. Fixieren von Zeichnungen. Petroleumlampe mit Zerstäuber. Naphtafueerung. Pneumatischer Pinsel. Funfendrenner. Großes Modell desselben. Gasherde. Dampfinjektor. Dampfstrahl-Luftpumpe. Dampfstrahlgebläse. Dampfstrahlventilator. Inhalationsapparate.

148. Kompressionsarbeit. Die kinetische Energie, welche das Gas beim Ausströmen aus einem Druckluftkessel erhält, entspricht der zum Füllen des Kessels verbrauchten Kompressionsarbeit. Diese läßt sich nur umständlich berechnen. Ändert sich das Volumen um v Kubikmeter beim Druck von p Decimegadynen

pro Quadratmeter, so beträgt die Arbeit $p \cdot v$ Joule. Die Gesamtarbeit findet sich durch Addition aller dieser Beträge. Ist p_0 der anfängliche, p_1 der schließliche Druck und v_1 das Volumen des Kessels, so findet man so als Wert der Kompressionsarbeit:

$$A = p_1 v_1 \log \text{nat} \frac{p_1}{p_0} = p_1 v_1 \cdot 2,3026 \log \frac{p_1}{p_0} \text{ Joule.}$$

Beträgt beispielsweise das Volumen des Kessels 0,25 cbm, der Anfangsdruck 1 Atm., der Enddruck 10 Atm., so wäre die Kompressionsarbeit $0,58 \cdot 10^6$ Joule. Bei Anfangsdrücken von 0,1, 0,01, 0,001, 0,0001 ... Atm. wäre sie das 2-, 3-, 4-, 5-... fache dieses Wertes. Scheinbar ist die dieser Arbeitsleistung entsprechende Energie als potentielle Energie aufgespeichert, die um so größer ist, auf je kleineres Volumen die Luftmenge zusammengepreßt wurde; man spricht deshalb wohl auch von der Volumenergie eines Gases, tatsächlich wurde indes durch die Arbeitsleistung Wärme erzeugt.

149. Geschossgeschwindigkeit und Rückstoß. Eine einfache Form von Motoren, bei welchen durch ausströmende Gase feste Körper bewegt werden, sind das Blasrohr, die Windbüchse, Flinte, Kanonen u. s. w. Sei der Druck des Gases 18000 000 kg pro Quadratmeter = $18 \cdot 10^6 \cdot 9,81 = 177 \cdot 10^6$ Decimegadynen pro Quadratmeter, das Gewicht des Geschosses 3 kg und der Querschnitt $q = 10^{-3}$ qm, so ist die Beschleunigung desselben

$$g' = \frac{177000}{3} \text{ Meter pro Sekunde,}$$

und falls die Rohrlänge $s = 2$ m beträgt, die erzielte Geschwindigkeit $v = \sqrt{2g' \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 58860 \cdot 2} = 485$ m pro Sekunde. (Bei sehr großen Geschützen kommen Geschwindigkeiten bis 725 m pro Sekunde vor und mehr.) Durch dieselbe Kraft wird das Geschütz, dessen Masse P Kilogramm sei, mit einer geringeren Geschwindigkeit c rückwärts getrieben. Berücksichtigt man, daß auch etwa die Hälfte der Pulverladung, welche l Kilogramm wiegen möge, mit dem Geschosß hinausgetrieben wird, so ergibt sich wie beim Stoß die Geschwindigkeit c aus der Gleichung

$$\left(p + \frac{l}{2}\right) \cdot v = P \cdot c,$$

welche auch ausdrückt, daß der Schwerpunkt des ganzen Systems beim Schuß seine Lage nicht verändert. Demnach ist die Bewegungsenergie, welche das Geschütz annimmt,

$$\frac{P \cdot c^2}{2} = \frac{\left(p + \frac{l}{2}\right)^2 \cdot v^2}{2P} \text{ Joule} \left(= \frac{\left(p + \frac{l}{2}\right)^2 \cdot v^2}{2gP} \text{ Kilogramm} \right).$$

Aus dieser Rückstoßenergie ergibt sich der „Rückstoßdruck“, wenn die Druckfläche und die Widerstandskraft des Widerlagers bekannt sind oder der „Rücklauf“, wenn das Geschütz infolge des Rückstoßes eine schiefe Ebene hinaufläuft.

Stoß der Luft gegen eine Platte auf der Wage. Saugwirkung dabei. Winddruck bei Gebäuden. Fortblasen eines schweren Gewichtsteins. Gachettes Versuch. Filter im Trichter. Kugel auf senkrechtem und schrägem Luftstrahl. Kugel auf Dampfstrahl. Weiches und hartes Ei auf Dampfstrahl. Windfahne. Pendelanemometer. Windrad als Anemometer. Windmühle. Windmotor. Polnische Windräder. Panemoren. Horizontalewindräder. Sirenen für Druckluft und Kohlensäure. Wagen mit Dampf-rad. Dampfseirene. Dampfturbine. Reaktion bei einem Schlauch mit geträumtem Endstück. Dampfkanone, Schwärmer, Raketen. Reaktions-schiffen. Luftreaktionsrad. Dampfreaktionsrad. Schaufelradventilator. Schraubenventilator. Ventilator mit Windrad als Transformator für Luftströme. Ventilator mit Manometer als Tachometer. Chinesischer Flieger. Luftschraube, Luftkreisel. Bumerang. Wirbelbewegung. Rauchringe. Wetterkanonen. Ringe bei Phosphorwasserstoff. Klappatronen. Lichtauslöser durch Rauchringe. Auflösen eines Gasstrahls in Wirbel. Windwogen.

150. Luftwellen. Solche können z. B. durch eine schwingende Stimmgabel erregt werden. Sie sind naturgemäß immer longitudinal, da die Luft keine Verschiebungselastizität besitzt und auch keine freie Oberfläche. Nur an der Grenze der Atmosphäre können transversale „Windwogen“ entstehen, welche den Wogen des Meeres vergleichbar sind. Es mögen longitudinale Luftwellen hervorgebracht werden etwa durch einen Kolben, welcher in einer Röhre hin- und herschwingt. Die Dichte desselben sei s Kilogramm pro Kubikmeter, das Volumen v Kubikmeter, somit seine Masse $s \cdot v \cdot 10^3$ kg. Die Amplitude in Metern gemessen sei a , somit die größte Geschwindigkeit $\frac{2\pi a}{T}$, da der schwingende Kolben als Projektion eines gleichmäßig in einem Kreise vom Radius a umlaufenden Kolbens betrachtet werden kann, dessen Umlaufsdauer T Sekunden sein möge.

Ist die Energie des schwingenden Kolbens vollständig in Form von Bewegungsenergie vorhanden, so beträgt sie demnach

$$A = \frac{1}{2} \cdot s \cdot v \cdot 10^3 \left(\frac{2\pi a}{T} \right)^2 \text{ Joule.}$$

Die Energie der erregten Wellenbewegung in der Luft beträgt, wenn ρ die Dichte in Kilogramm pro Kubikmeter,

$$J = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(\frac{2\pi a}{T} \right)^2 \text{ Joule pro Kubikmeter.}$$

Dies ist die Intensität der von dem Kolben ausgesandten oder von ihm ausstrahlenden Wellenbewegung. Ist die Fortpflanzungs-

geschwindigkeit der Wellen = c Meter pro Sekunde und der Kolbenquerschnitt q Quadratmeter, also der von den sekundlich (nach einer Seite) ausgestrahlten Wellen erfüllte Raum = $q \cdot c$, so ist der Energieverlust des Kolbens pro Sekunde

$$= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q \cdot c \left(\frac{2\pi a}{T} \right)^2 \text{ Joule.}$$

Seine Schwingungen werden durch diese Ausstrahlung von Energie rasch gedämpft.

Sei beispielsweise das Gewicht des Kolbens = 1 kg, die Amplitude = 0,046 mm und die Schwingungszahl pro Sekunde 435, somit $T = \frac{1}{435}$, so ist seine Energie = $2 \cdot 3,14^2 \cdot 0,046^2 \cdot 10^{-6} \cdot 435^2 = 78,5 \cdot 10^{-4}$ Joule. Dicht an der Fläche des Kolbens ist die Energie der Luftbewegung pro Kubikmeter, wenn 1 cbm 1,29 kg wiegt:

$$J = 1,29 \cdot 2 \cdot 0,046^2 \cdot 10^{-6} \cdot 3,14^2 \cdot 435^2 = 101 \cdot 10^{-4} \text{ Joule.}$$

Beträgt der Kolbenquerschnitt 0,04 qm und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen 340 m, so ist die pro Sekunde ausgestrahlte Energie:

$$J' = 0,04 \cdot 340 \cdot 101 \cdot 10^{-4} = 0,014 \text{ Joule.}$$

Da der Kolben nur 0,00785 Joule Energie enthält, können somit seine Schwingungen nicht einmal eine Sekunde lang andauern.

Die Geschwindigkeit der Luftwellen ergibt sich aus der für die Fortpflanzung der Longitudinalwellen gültigen Formel

$$v = \sqrt{\frac{E}{d}}, \text{ worin } E \text{ den Elastizitätsmodul, } d \text{ die Dichte be-}$$

zeichnet. E ist definiert durch die Gleichung $E = \frac{P \cdot l}{d \cdot q}$, d. h. er

ist die Kraft, welche einen Würfel von 1 m Seitenlänge um 1 m zusammendrückt. Nun bewirkt bei einem Gase Zunahme des Drucks um 1 Decimegadynes pro Quadratmeter eine Verkürzung der Seitenlänge des Würfels (den Querschnitt konstant angenommen), falls der Druck p Decimegadynen pro Quadratmeter beträgt, um $\frac{1}{p}$, denn dies ist, wie früher gezeigt, die Kompressibilität der Gase, somit ist

$$E = p \text{ und } v = \sqrt{\frac{10330 \cdot 9,81}{1,293}} = 280 \text{ m pro Sekunde}$$

bei 0° und 760 mm Barometerstand, da die Dichte nur für diesen Normalzustand den Wert 1,293 besitzt. In Wirklichkeit ist die Geschwindigkeit $\sqrt{1,405}$ mal größer, nämlich 331 m/sec (in freier

Luft), weil noch die Temperaturänderungen bei Verdichtung und Verdünnung eines Gases in Betracht gezogen werden müssen. In trockener Luft von t^0 ist $v = 331 \cdot \sqrt{1 + 0,00367 \cdot t}$, in engeren Röhren ist sie etwas kleiner wegen der Reibung an den Rohrwänden.

Fortpflanzung von Wirbelringen und Verdichtung in einer Röhre. Kundt's Ventil zum Nachweis der Wellen in freier Luft. Sensitive Flammen. Empfindliche Wasserstrahlen. Resonierende Stimmgabel. Resonierende Klangscheibe. Phonograph. Tonograph. Membranklasche. Reflexion der Wellen. Reflexion an Hohlspiegeln. Fortleitung in Röhren. Lange Röhre mit Flammezeiger zur Bestimmung der Geschwindigkeit. Membranschreiber. Explosionswellen. Entstehung der Luftwellen bei der Lippenpfeife. Interferenz. Beugung. Keine Polarisation.

151. Kundt's Staubfiguren. Erregt man in einer innen bestäubten Glasröhre, etwa durch einen hineinragenden, durch Reiben in longitudinale Schwingungen versetzten Glasstab stehende Longitudinalwellen, so häuft sich der Staub an den Knotenpunkten an und der Abstand zweier solcher Staubhäufchen ist die halbe Wellenlänge.

Um aus der in einer Röhre von d Millimeter Weite gefundenen halben Wellenlänge l die entsprechende in freier Luft zu erhalten, muß man $0,02 \cdot l \cdot \frac{1}{d}$ Millimeter addieren, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der freien Luft wegen der fehlenden Reibung größer ist.

Erzeugt man mit demselben Glasstab Staubfiguren in zwei Röhren, von welchen die eine mit einem anderen Gas gefüllt ist, und beträgt der Knotenabstand in diesem l bei der Temperatur t^0 , während er in Luft l' bei t'^0 ist, so ist

$$v \cdot \sqrt{1 + 0,00367 \cdot t} : 331 \cdot \sqrt{1 + 0,00367 \cdot t'} = l : l',$$

somit die Geschwindigkeit im Gas im Normalzustand

$$v = 331 \cdot \frac{l}{l'} \sqrt{\frac{1 + 0,00367 \cdot t'}{1 + 0,00367 \cdot t}} \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Beispielsweise war bei gleicher Temperatur der Knotenabstand in Luft $\frac{120}{10} = 12$ cm, in Gas $\frac{110}{6} = 16$ cm, somit für Gas

$$v = 331 \cdot \frac{16}{12} = 430 \text{ m/sec.}$$

Ist der Stab in der Mitte eingeklemmt, beträgt seine Länge L (d. h. die Länge der halben stehenden Welle im Stabe), der Knotenabstand in Luft l und v die Geschwindigkeit für den Stab, so ist

$$v : 321 \cdot \sqrt{1 + 0,004 \cdot t} = L : l,$$

somit $v = 321 \cdot \sqrt{1 + 0,004 \cdot t} \cdot \frac{L}{l}$ Meter pro Sekunde.

Daraus kann man den Elastizitätsmodul finden, wenn das spezifische Gewicht s bekannt ist, da $v = \sqrt{\frac{E}{d}}$, also $E = v^2 \cdot 1000 \cdot s$. Beispielsweise war für einen Glasstab $L = 0,9000$ m $l = 0,0629$ m, $t = 17^\circ$, $s = 2,7$, somit

$$E = 331^2 \left(1 + \frac{17}{273}\right) \cdot \left(\frac{0,9}{0,0629}\right)^2 \cdot 2700 = 65800 \cdot 10^{-6} \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

152. **Intensität der Strahlung.** Die von einer gewöhnlichen Stimmgabel ausgestrahlte Energiemenge beträgt etwa 3 Milliontel Kilogramm pro Sekunde. Man nennt dies die Gesamtstrahlung; denjenigen Teil derselben, der durch eine Fläche von 1 qm senkrecht hindurchgeht, die Intensität der Strahlung. Diese ist umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung, da dieselbe Energiemenge, die in 1 m Entfernung vom Oszillator durch 1 qm hindurchgeht, sich z. B. in 2 m Entfernung auf die Fläche 4 qm verteilt, so daß auf 1 qm nur $\frac{1}{4}$ der früheren Menge kommt. In sehr großer Entfernung vom Oszillator sind die Strahlen nahezu parallel. Die in der Sekunde durch 1 qm hindurchgehende Strahlung erfüllt also einen prismatischen Raum von etwa 340 m Länge und in 1 cbm ist eine Energiemenge enthalten gleich $\frac{1}{340}$ der Strahlungsintensität. Bei-

spielsweise ist die Strahlungsintensität der obigen Stimmgabel in 10 m Entfernung $\frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81}{4 \pi \cdot 100}$ Joule pro Quadratmeter und

die Energie pro Kubikmeter $\frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81}{4 \pi \cdot 100 \cdot 340} = 7,8 \cdot 10^{-12}$ Joule.

Ist die Schwingungszahl = 435 pro Sekunde und das Gewicht von 1 cbm Luft = 1,2 kg, so beträgt dieselbe nach obigem $2\pi^2 \cdot 1,2 \cdot a^2 \cdot 435^2$ Joule. Durch Gleichsetzung beider Ausdrücke folgt $a = 0,79 \cdot 10^{-3}$ m = 0,79 mm als Größe der Amplitude der Luftteilchen in 10 m Entfernung von der Stimmgabel.

Schallgeschwindigkeit in festen Körpern. Geschwindigkeit in engen Röhren. Knoten in Orgelpfeifen. Nachweis mit Hopkins Membran, Runds Bentiil, Stroboskopventil von Wien oder durch manometrische Flammen. Resonatoren mit Membran. Dämpfung durch Resonatoren (Absorption der Energie). Dopplers Prinzip (bewegter Resonator). Geschwindigkeitsbestimmung durch dasselbe. Streifenwellen. Interferenz von Luftwellen. Quinces Interferenzröhre. Interferenzgabel. Akustische Abtöpfung. Akustisches Drehkreuz. Schallmanometer. Phonooskop. Rippen.

XII. Thermodynamik.

153. **Mechanische Wärmetheorie.** Die Stofftheorie der Wärme wurde unhaltbar, nachdem Graf Rumford zu Ende des 18. Jahrhunderts gezeigt hatte, daß durch Reibung ohne wesentliche Änderung der Körper beliebig viel Wärme erhalten werden könne, die Wärme somit eine Form von Energie sein müsse. In der Tat erhält man Wärme immer dann, wenn Energie scheinbar verloren geht, z. B. bei Arbeitsleistung gegen die Reibungskraft, etwa beim Pronyschen Baum oder beim Zusammendrücken von Gasen (pneumatisches Feuerzeug), bei der Adsorption von Gasen (Döbereiners Feuerzeug) oder bei der chemischen Bindung derselben (Leuchtgasflamme, Verbrennen von Kohlen). Umgekehrt gibt es eine Menge von Motoren, sogen. thermodynamische Motoren, welche mechanische Energie unter Aufwendung von Wärme erzeugen, ohne daß eine andere Energieform verschwindet, so daß man, um das Gesetz der Erhaltung der Energie auch hier anwenden zu können, notgedrungen annehmen muß, auch die Wärme sei eine Form von Energie und die Leistung jener Motoren beruhe auf direkter Umsehung von Wärmeenergie in Bewegungsenergie. Der erste, welcher dies klar erkannt hat, war Robert Mayer, Arzt in Heilbronn (1842). Übrigens war man auch schon zuvor durch das Verhalten der Gase zu der Vermutung gekommen, das Wesen der Wärme sei ein Bewegungszustand der Moleküle, da sich auf solche Weise die Hauptgesetze der Gase erklären ließen.

Reiben einer Thermometerkugel. Wasserlochen durch Reibung. Ankohlen von Holz. Feuerentzünden durch Reibung. Funkensprühen beim Schleifstein. Feuerstein im Vakuum. Schlagen von Calcium. Sternschnuppen. Feuerkugeln.

154. **Kinetische Gastheorie.** Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Molekülgeschwindigkeit geht aus folgender Betrachtung hervor. Das Gas sei in einen würfelförmigen Behälter von 1 m Seitenlänge eingeschlossen. Ein Molekül von m Kilogramm Gewicht bewege sich mit der Geschwindigkeit von c Meter pro Sekunde senkrecht gegen die eine Seitenfläche. Beim Aufstoßen wird ihm zunächst die Geschwindigkeit c entzogen, sodann dieselbe Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung erteilt. Die Geschwindigkeitsänderung bei einem Zusammenstoß ist also $2c$. Zwischen zwei Stößen legt das Molekül, da es an der entgegengesetzten Seite abprallt und wieder gegen die erste Seite geworfen wird, den Weg 2 m zurück, die Zahl der Zu-

sammenstöße mit der ersten Seitenfläche beträgt also $c/2$ pro Sekunde und die gesamte Änderung der Geschwindigkeit pro Sekunde $2c \cdot c/2 = c^2$. Der Druck, den das Molekül durch seine fortgesetzten Stöße auf die Seitenfläche ausübt, beträgt somit $m \cdot c^2$ Decimegadynen. Da alle Bewegungsrichtungen gleichmäßig vertreten sind, kann man annehmen, je ein Drittel der Moleküle bewege sich senkrecht zu einem der drei Seitenpaare. Ist also N die Gesamtzahl der Moleküle pro Kubikmeter, so stoßen auf die betrachtete Seitenfläche $N/3$ Moleküle, der Druck beträgt somit $p = \frac{1}{3} N m \cdot c^2$ Decimegadynen pro Quadratmeter, da die Größe der Seitenfläche 1 qm ist. $N \cdot m$ ist nun aber die gesamte Masse des Gases in dem Würfel von 1 cbm, d. h. dessen Dichte, welche mit ρ bezeichnet werden möge, es ist also:

$$p = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot c^2 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Hieraus folgt ohne weiteres das Boyle=Marriottsche Gesetz, indem man beispielsweise mit dem Volumen v multipliziert:

$$p \cdot v = \frac{1}{3} \rho \cdot v \cdot c^2 = \text{Const.}$$

denn $\rho \cdot v$ ist die Masse des Gases, die immer dieselbe bleibt, und c die Geschwindigkeit, die sich bei konstanter Temperatur, wie sie das Gesetz voraussetzt, ebenfalls nicht ändert.

Um das Charles=Gay=Lussac'sche Gesetz ableiten zu können, muß man die Annahme machen, die absolute Temperatur τ sei proportional der kinetischen Energie der Moleküle. Denn dividiert man die obige Gleichung mit τ , so folgt

$$\frac{p \cdot v}{\tau} = \frac{1}{3} \frac{m \cdot N \cdot v \cdot c^2}{\tau}.$$

Ist nun $\tau = \text{const.} \cdot \frac{m \cdot c^2}{2},$

so wird $\frac{p \cdot v}{\tau} = \frac{2 \cdot m \cdot N \cdot v \cdot c^2}{3 \cdot \text{const.} \cdot m \cdot c^2},$ d. h. = Const,

da $N \cdot v$ die Gesamtzahl der Moleküle bedeutet, die natürlich bei der Zustandsänderung des Gases dieselbe bleibt.

155. Gesetz von Avogadro. Hat man gleiche Volumina zweier verschiedener Gase, z. B. Würfel von 1 m Seitenlänge, welche bezw. N_1 und N_2 Moleküle enthalten sollen, und sind die Drücke p_1 und p_2 , sowie die Temperaturen τ_1 und τ_2 bei beiden Gasen dieselben, so ist, wenn m_1, c_1 und m_2, c_2 die Massen bezw. Geschwindigkeiten der Moleküle bedeuten:

$$p_1 = p_2 \quad \text{oder} \quad \frac{1}{3} m_1 N_1 c_1^2 = \frac{1}{3} m_2 N_2 c_2^2$$

$$\tau_1 = \tau_2 \quad \text{oder} \quad \frac{1}{2} \cdot m_1 c_1^2 = \frac{1}{2} m_2 c_2^2,$$

somit

$$N_1 = N_2,$$

d. h. die beiden Gasmengeen enthalten gleichviel Moleküle pro Kubikmeter (Avogadros Gesetz). Die Molekulargewichte zweier Gase verhalten sich hiernach wie ihre spezifischen Gewichte (Dampf= dichten). Das Molekulargewicht des Sauerstoffs wird willkürlich = 32 gesetzt, seine Dichte bezüglich der Luft ist 1,1053, das Molekulargewicht eines Dampfes, dessen spezifisches Gewicht bezogen auf Luft δ ist, ist also bestimmt durch

$$M : 32 = \delta : 1,1053 \quad \text{oder} \quad M = \frac{32}{1,1053} \cdot \delta = 28,95 \cdot \delta.$$

Umgekehrt ist $\delta = M/28,95$. Die so berechnete Dampfdichte heißt die theoretische Dampfdichte.

Beispielsweise wurde bei Anwendung eines Ballons von 8,2 Liter Inhalt gefunden: Gewicht der Luft 9,8 g, Gewicht der Kohlensäure 16 g, somit Dichte der letzteren $16/9,8 = 1,64$ und deren Molekulargewicht $1,64 \cdot 28,9 = 47$.

156. Stöchiometrie. Tritt chemische Verbindung zweier Gase ein, so stehen die Volumina der Komponenten unter sich und zu dem Volumen der Verbindung in einfachem Verhältnis, was auf Grund des Gesetzes von Avogadro dahin zu deuten ist, daß die Atome immer in bestimmten Verhältnissen sich vereinigen (Gesetz der multiplen Proportionen). Die Chemie hat ermittelt, daß jedem Atom eine gewisse Wertigkeit zukommt, d. h. die Fähigkeit, eine bestimmte Anzahl Wasserstoffatome oder anderer sogen. einwertiger Atome (z. B. Cl, Br, J), d. h. solcher, welche sich mit einem Wasserstoffatom verbinden können, zu binden; z. B. ist Sauerstoff O zweiwertig, da es sich mit zwei Wasserstoffatomen zu Wasser vereinigt. Das Molekulargewicht, d. h. das Gewicht des entstandenen Moleküls, ist die Summe der Gewichte der darin vereinigten Atome. Da 1 Liter Sauerstoff normal 1,429 g wiegt, ist das Volumen von 1 Mol (Grammmolekül), d. h. von so viel Gramm, als das Molekulargewicht beträgt — in diesem Falle 32, also nach dem Avogadroschen Gesetz das Molvolumen jedes Gases = $32/1,429 = 22,4$ Liter, oder das von einem Kilogramm-molekül (kg-Mol.) = 22,4 cbm. Auf 1 Liter bzw. Kubikmeter komprimiert, würde der Druck bei 0° 22,4 Atm. = 22,4 · 101366 Decimadynen pro Quadratmeter betragen und nach Erwärmung auf t° 22,4 (1 + αt) Atm., worin $\alpha = 1/273 = 0,00367$.

Die sogen. Gasconstante R , die Constante des Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetzes, wird auf 1 Kilogramm-Mol bezogen für alle Gase dieselbe, nämlich, da der Atmosphärendruck = 101366 Decimegadynen pro Quadratmeter beträgt und 0°C nach absoluter Skala 273° ist,

$$R = \frac{p \cdot v}{\tau} = \frac{101366 \cdot 22,4}{273} = 8310.$$

Zuweilen tritt mit steigender Temperatur Dissoziation ein. Dann wird nach dem Avogadro'schen Gesetz die wirkliche Dampfdichte d kleiner als die theoretische d_0 . Unter Dissoziationsgrad versteht man das Verhältnis der Zahl der Moleküle, welche sich gespalten haben, zu der ursprünglichen Gesamtzahl. Er ist beim Zerfall in zwei Moleküle $\frac{d_0}{d} - 1$, beim Zerfall in n Moleküle $(d_0/d - 1) \cdot 1/(n - 1)$.

Das Produkt der spezifischen Wärme eines festen Elements mit seinem Atomgewicht, die sogen. Atomwärme, ist nahezu 6,5, für Elemente mit veränderlicher spezifischer Wärme wenigstens in der Nähe des absoluten Nullpunktes (Gesetz von Dulong und Petit). Für zusammengesetzte feste Körper ist die Molekularwärme, d. h. das Produkt von Molekulargewicht und spezifischer Wärme, gleich der Summe der Atomwärmen. So besteht z. B. ein Molekül Kupferglanz aus zwei Atomen Kupfer und einem Atom Schwefel, somit ist die Molekularwärme = $2 \cdot 6,02 + 5,68 = 17,72$. Der Versuch ergibt 19,1 (Neumanns Gesetz). Diese Sätze ergeben sich auch aus Betrachtungen auf Grund der kinetischen Theorie der Materie, verlieren aber für Flüssigkeiten und Gase ihre Gültigkeit.

157. Molekulargeschwindigkeit. Die Größe der mittleren Molekulargeschwindigkeit folgt aus der Formel

$$c = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} \text{ Meter pro Sekunde,}$$

wobei p den Druck in Decimegadynen pro Quadratmeter und ρ die Dichte in Kilogramm pro Kubimeter bedeutet. Der Wert ist ungefähr gleich der Geschwindigkeit, mit welcher sich Stöße in dem Gase fortpflanzen, da naturgemäß diese Fortpflanzung von der fortschreitenden Bewegung der Moleküle abhängt.

Beispielsweise ist für Luft im Normalzustand $p = 10330 \cdot 9,81$ und $\rho = 1,29$. Indes ist Luft kein einfaches Gas. Für solche findet sich

Wasserstoff	Stickstoff	Sauerstoff	Kohlensäure
1844	492	461	392.

Hieraus ergibt sich das Gesetz der Effusion, da für zwei Gase, deren Dichten ρ_1 und ρ_2 sind, die Gleichsetzung der Drucke $p_1 = p_2$ ergibt:

$$\frac{1}{3} \rho_1 c_1^2 = \frac{1}{3} \rho_2 c_2^2$$

oder

$$c_1 : c_2 = \sqrt{\rho_2} : \sqrt{\rho_1},$$

d. h. bei gleichem Druck sind die Molekulargeschwindigkeiten, somit auch die Ausströmungsgeschwindigkeiten, den Quadratwurzeln aus den Dichten umgekehrt proportional.

Da die Dichte eines Gases mit der Temperatur entsprechend dem Gay-Lussacschen Gesetz abnimmt, ändert sich auch die Molekulargeschwindigkeit mit der Temperatur und zwar proportional der Quadratwurzel aus der Temperatur, denn $\rho_1 : \rho_2 = \tau_2 : \tau_1$, also $c_1 : c_2 = \sqrt{\tau_1} : \sqrt{\tau_2}$. Hierdurch erklären sich die großen Geschwindigkeiten der Projektile moderner Schusswaffen (bis 900 m/sec), welche aber natürlich nicht größer sein können als die Molekulargeschwindigkeiten der erhitzten Pulvergase, da anderenfalls durch diese auch bei beliebiger Länge des Geschützrohres keine weitere Beschleunigung des Geschosses mehr hervorgerufen werden könnte.

158. Weglänge, Stoßzahl und Molekulardurchmesser. Die Reibung, welche zwei mit verschiedener Geschwindigkeit aneinander gleitende Gaschichten aufeinander ausüben, kann man erklären durch Hineindiffundieren der langsamer bewegten Moleküle in die rascher gleitende Schicht, insofern sie die Schicht verzögern (und umgekehrt), ähnlich wie ein Straßenbahnwagen durch aufspringende Personen, welche nicht die Geschwindigkeit des Wagens haben, verzögert wird.

Bei dreifacher Dichte wird die Zahl der diffundierenden Moleküle die dreifache, aber auch die Masse, welche durch sie verzögert wird, daher ist die Reibung annähernd unabhängig von der Dichte. Sie wächst aber mit der Temperatur, d. h. mit der Geschwindigkeit der Moleküle und, wenn diese gemessen, in Metersekunden mit c bezeichnet wird, die Dichte in Kilogramm pro Kubikmeter mit ρ und die mittlere Weglänge der Moleküle zwischen zwei Zusammenstößen in Metern mit L , ist der Reibungskoeffizient $\eta = \frac{10^6}{3} \cdot \rho \cdot c \cdot L$ Decimegabdynen pro Quadratmeter und Meter bei der Geschwindigkeitsdifferenz 1 m pro Sekunde. Man ist somit imstande, die mittlere Länge des Weges, welchen ein Molekül zwischen zwei Zusammenstößen

zurücklegt, aus dem Reibungskoeffizienten zu berechnen. Sie ergibt sich für den Normalzustand in Millimeter bei

Wasserstoff	Sauerstoff	Stickstoff
0,0001855	0,0001059	0,0000986.

Hieraus folgt weiter durch Division in c die mittlere Stoßzahl pro Sekunde

Wasserstoff	Sauerstoff	Stickstoff
9480	4065	4760.

Legt man ferner die van der Waals'sche Ansicht zugrunde, der Vorgang der Kondensation eines Dampfes bestehe darin, daß sich die Moleküle dicht aneinanderlegen, das spezifische Volumen der Flüssigkeit müsse also im wesentlichen durch den Molekulardurchmesser, das des Dampfes durch die mittlere Weglänge bestimmt sein, so ergibt sich der Durchmesser eines Moleküls z. B. für Wasserstoff etwa gleich $1,4 \cdot 10^{-7}$ mm, d. h. etwas mehr als ein 10-milliontel Millimeter. 1 mg Wasserstoff müßte demnach aus etwa 140 Trillionen Molekülen bestehend gedacht werden, 1 cbmm enthielte 6800 Billionen Moleküle. 10000 Trillionen Luftmoleküle wiegen 1 Kilogramm.

Nach Avogadro's Satz muß die Zahl der Moleküle pro Kubikmeter für jedes Gas unter gleichen Umständen dieselbe sein. Man kann also sagen, jedes Gas enthält im Normalzustand pro Kubikcentimeter etwa 21 Quadrillionen Moleküle in 3 bis 4 milliontel Millimeter Abstand.

Verdünn't man die Luft auf 1 milliontel Atmosphäre, die äußerste praktisch erreichbare Grenze, so enthält ein Raum, der vorher von 1 Quadrillion Molekülen erfüllt war, immer noch 1 Trillion. Man beobachtet deshalb selbst im äußersten Vakuum noch Gasreibung.

Atomvolumina. Periodisches Gesetz. Isomerie. Polymerie. Metamerie. Allotrope Modifikationen. Enantiotropie. Monotropie. Physikalische Moleküle.

159. Mechanisches Wärmeäquivalent nach R. Mayer. R. Mayer machte zuerst darauf aufmerksam, daß die Quelle der Arbeit eines Luftdruckmotors keineswegs, wie man aus der Analogie mit einem Federmotor schließen könnte, potentielle Energie ist, bedingt durch abstoßende Kräfte zwischen den Molekülen, die nach der kinetischen Gastheorie nicht vorhanden sind, sondern lediglich die Wärme.

In einem Cylinder sei durch einen beweglichen, dicht schließenden Kolben 1 kg Luft abgegrenzt (Fig. 44). Bei 0°C , d. h. 273° sei die Höhe des Kolbens über dem Boden = h Meter. Hält man den Kolben fest und erwärmt auf 273° , d. h. 546° absolut,

so beträgt die dem Gase zugeführte Wärmemenge $c_v \cdot 273$ Kalorien. Läßt man den Kolben los, so fühlt sich das Gas infolge der Expansion ab, man muß also noch mehr Wärme zuführen, um die Temperatur konstant auf 546° zu halten. Bei dem konstanten Drucke von $760 \text{ mm} = p_0$ Decimegadynen pro Quadratmeter, also $p_0 \cdot q$ Decimegadynen auf den Kolben, dessen Querschnitt q Quadratmeter sei, erreicht der Kolben nach dem Gay=Lussac'schen Gesetze in der Höhe $2h$ seine endgültige Lage. Die dabei geleistete Arbeit beträgt $p_0 \cdot q \cdot h = p_0 \cdot v_0$ Joule, wenn v_0 das Volumen von 1 kg in Kubikmetern bezeichnet. Die Wärme, die man nachträglich noch zuführen müßte, ist $c_p \cdot 273 - c_v \cdot 273$. Entsprechen also x Joule einer Kalorie, so muß sein $(c_p - c_v) \cdot 273 \cdot x = p_0 \cdot v_0$, also

$$x = \frac{p_0 \cdot v_0}{273} \cdot \frac{1}{c_p - c_v} = \frac{R}{c_p - c_v},$$

wenn R die sogen. Gaskonstante, d. h. die Konstante des Mariotte=Gay=Lussac'schen Gesetzes für die Masse 1 kg Gas ist. Für Luft ist $c_p - c_v = 0,273 - 0,168 = 0,069$, ferner das Volumen von 1 kg bei 0° und 760 mm Druck $v = \frac{1}{1,293}$, somit, da $p = 10334 \cdot 9,81$ Decimegadynen pro Quadratmeter ist,

$$R = \frac{10334 \cdot 9,81}{1,293 \cdot 273} = 287,00$$

und $x = \frac{287,00}{0,069} = 4189$ Joule pro Kalorie,

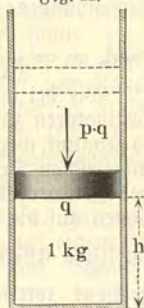
d. h. eine Kilogrammkalorie ist äquivalent 4189 Joule oder eine Grammkalorie 4189000 (rund 42 Millionen) Erg, oder der Hubarbeit von 427 g auf 1 m Höhe in Karlsruhe. Umgekehrt ist $329 \cdot 10^{-10}$ das Wärmeäquivalent von 1 Erg in Grammkalorien.

Nach dem Gesetze von Robert Mayer ist $R = 4189 (c_p - c_v)$ für 1 kg, also für 1 kg=Mol, wenn M das Molekulargewicht, $= M \cdot 4189 (c_p - c_v)$. Demnach ist $8310 = M \cdot 4189 (c_p - c_v)$ oder $M (c_p - c_v) = 2$.

Cylinder mit beweglichem Kolben. Abkühlung bei Expansion von 100 Atm. auf eine -200° . Kalkluftmaschine. Kältemaschine.

160. Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents beim Druckluftmotor. Die mit der Bandbremse gemessene Arbeit pro Sekunde war $2\pi \cdot 0,0041 \cdot 10 \cdot 9,81 \cdot \frac{100}{35} = 90$ Watt, da der Radius der Rolle = 0,0041 m, die Differenz der Gewichte (12,5

Fig. 44.



— 2,5) kg = 10.981 Decimegadynen und die Zeit für 100 Umläufe 33 Sekunden. Gemessen wurden beim Durchgang der austretenden Luft durch eine Gasuhr 20 Liter Luft in 17 Sekunden und eine Abkühlung um 11°. Da das Gewicht von 1 Liter Luft = 0,0013 kg beträgt und deren spezifische Wärme 0,238, war die verschwundene Wärme $\frac{20}{17} \cdot 0,0013 \cdot 0,238 \cdot 11 = 0,0026$ Kalorien, somit $x = \frac{90}{0,0026} = 4000$ (statt 4189).

Wie bei anderen Motoren unterscheidet man auch bei Druckluftmotoren zwischen der theoretischen oder indizierten Arbeit — so genannt, weil sie berechnet wird auf Grund des von dem Indikator angezeigten Druckes während der Bewegung des Kolbens — und der effektiven. Beispielsweise wurde ein Gewicht von 50 Decimegadynen auf die Höhe 4 m gehoben in 6 Sekunden, somit war der wirkliche Effekt = $\frac{50 \cdot 4}{6} = 33$ Watt. Der am Manometer abgelesene wirksame Überdruck war 5 Atm. = 5.10330 kg pro Quadratmeter = 5.10330.981 = 500000 Decimegadynen pro Quadratmeter, somit, da der Kolbenquerschnitt $0,0021^2 \cdot \pi$ qm betrug, die wirksame Kraft = $0,0021^2 \cdot \pi \cdot 500000$. Der Weg des Kolbens pro Sekunde ist das austretende Luftvolumen im komprimierten Zustand dividiert durch den Kolbenquerschnitt. Es wurden gemessen 0,007 cbm in 6 Sekunden, welche im komprimierten Zustand, da 5 Atm. Überdruck gleich 6 Atm. wahrer Druck betragen, $\frac{0,007}{6}$, somit der Weg des Kolbens

$$= \frac{0,007}{6 \cdot 6 \cdot 0,0021^2 \cdot \pi} \text{ Meter pro Sekunde}$$

und der indizierte Effekt

$$= \frac{0,0021^2 \cdot \pi \cdot 500000 \cdot 0,007}{6 \cdot 6 \cdot 0,0021^2 \cdot \pi} = 100 \text{ Watt.}$$

Sieraus folgt der Wirkungsgrad $\eta = \frac{33}{100} = 0,33 = 33$ Proz.

Der so berechnete Wirkungsgrad ist kleiner als der ohne Rücksicht auf die mechanische Wärmetheorie zu erwartende, weil durch die Abkühlung eine beträchtliche Verminderung des Druckes eintritt.

161. Mechanisches Wärmeäquivalent nach Joule. Ist Robert Meyers Ansicht zutreffend, so muß auch bei der Rückumwandlung von Arbeit bezw. Bewegungsenergie in Wärme 1 Kalorie äquivalent sein 4189 Joule. Dies hat Joule bewiesen.

Man kann z. B. 1 kg Wasser von bestimmter Temperatur in einen cylindrischen Behälter einfüllen, welcher sich um seine Achse drehen und durch einen Pronyschen Zaun bremsen läßt. Nach einer Anzahl von Umläufen wird man finden, daß ein eingebrachtes Guerich'sches Thermoskop höhere Temperatur anzeigt. Bei einem wirklich ausgeführten Versuch ergab sich nach 800 Touren eine Temperaturzunahme von 13° , somit, da der Wasserwert des Gefäßes 0,2 kg betrug, ein Gewinn an Wärme von $(1 + 0,2) \cdot 13 = 15,6$ Kalorien. Der Hebel des Zaunes war 0,66 m lang, das daran angehängte Gewicht betrug 20 Decimegadynen, somit war die geleistete Arbeit $= 2\pi \cdot 0,66 \cdot 20 \cdot 800 = 66000$ Joule und falls x das mechanische Wärmeäquivalent ist, $15,6 \cdot x = 66000$, also $x = 4250$ (statt 4189).

162. Mechanisches Wärmeäquivalent nach Hirn. In gleicher Weise wie bei einem Druckluftmotor findet auch bei einem Heißluftmotor Umwandlung von Wärme in Arbeit statt. Ebenso bei einer Dampfmaschine. Bei einer solchen wurde durch den Pronyschen Zaun ein Effect von $2\pi \cdot 1,7 \cdot 15 \cdot \frac{100}{31} = 510$ Watt konstatirt, insofern an den Hebelarm von 1,7 m Länge ein Gewicht von 15 Decimegadynen angehängt werden mußte, wenn 100 Umdrehungen in 31 Sekunden erfolgten. Die latente Wärme des in die Maschine eintretenden Dampfes wurde durch Einleiten in ein mit 1,5 kg Wasser auf einer Wage tariertes Becherglas gemessen. Nachdem die Temperatur um 14° gestiegen war, betrug die Gewichtszunahme, d. h. die Menge des kondensierten Dampfes, 0,045 kg, somit war die Verdampfungswärme $\frac{1,5 \cdot 14}{0,045} = 525$ Kalorien. Die in 31 Sekunden aus der Maschine austretende Menge Kondenswasser war 0,33 kg, somit die gesamte pro Sekunde in die Maschine eintretende Wärmemenge $\frac{0,33 \cdot 525}{31} = 5,6$ Kalorien. Die austretende Wärmemenge ergab sich aus Menge und Temperaturzunahme des Kühlwassers. Erstere betrug in 31 Sekunden 5,5 Liter, letztere 25° , die pro Sekunde austretende Wärmemenge war also $\frac{5,5 \cdot 25}{31} = 4,4$ Kalorien und die in mechanische Arbeit (Bewegungsenergie) umgesetzte Wärmemenge $(5,6 - 4,4)$ Kalorien, somit $(5,6 - 4,4) \cdot x = 510$ und $x = 4250$ (statt 4189).

In gleicher Weise läßt sich z. B. bei einem Gasmotor der Effect bestimmen. Der Hebel des Pronyschen Zaunes war Lehmann, Leitfaden der Physik. 10

bei einem solchen Versuch 1,7 m lang, das Gewicht 25 Decimegadynen, die Tourenzahl pro Sekunde $\frac{100}{30}$, somit der Effekt $2\pi \cdot 1,7 \cdot 25 \cdot \frac{100}{30} = 940$ Watt. In 30 Sekunden traten, wie mittels der Gasuhr gemessen wurde, 14 Liter Gas ein, somit chemische Energie im Betrage von $\frac{14}{30} \cdot 0,00056 \cdot 5200 = 1,48$ Kalorien pro Sekunde, da 1 Liter Gas 0,00056 kg wiegt und 1 kg bei der Verbrennung 5200 Kalorien entwickelt. Die in 30 Sekunden austretende Menge Kühlwasser, an welche auch das Abgas seine Wärme abgegeben hatte, betrug 28 Liter, dessen Temperaturerhöhung 12° , somit die aus der Maschine austretende Wärmemenge $\frac{2,8}{30} \cdot 12 = 1,26$ Kalorien pro Sekunde. Demnach ist $(1,48 - 1,26) \cdot x = 940$ und $x = 4150$ (statt 4189).

163. Isothermen. Dehnt sich ein Gas bei konstanter Temperatur aus, so sagt man auch, es bewege sich längs einer Isotherme, da die Zustandsänderungen dargestellt werden durch die so benannte Kurve, welche die Beziehung zwischen Volumen und Druck darstellt. Erfolgt bei konstantem Druck p eine Vergrößerung des Volumens um v , so ist die dabei geleistete Arbeit $p \cdot v$. Beträgt beispielsweise der Druck h Centimeter Quecksilber, also $13590 \cdot \frac{h}{100}$ kg = $13590 \cdot 9,81 \cdot \frac{h}{100} = 1333,2 \cdot h$ Decimegadynen pro Quadratmeter und ist $v = 1$ cbm, so ist die Arbeit $1333,2 \cdot h$ Joule. Dehnt sich ein Gas vom Druck p Decimegadynen pro Quadratmeter isotherm aus um dv Kubikmeter, so ist die geleistete Arbeit $p \cdot dv$ Joule, somit die aufgenommene Wärmemenge

$$dQ = \frac{1}{4189} p dv = \frac{1}{4189} \cdot R \cdot \tau \frac{dv}{v} \text{ Kalorien,}$$

demnach die bei einer größeren Volumenänderung von v_0 bis v aufgenommene Wärme

$$\int_{v_0}^v \frac{1}{4189} \cdot R \cdot \tau \cdot \frac{dv}{v} = \frac{1}{4189} R \tau \log \text{nat} \frac{v}{v_0} \text{ Kalorien,}$$

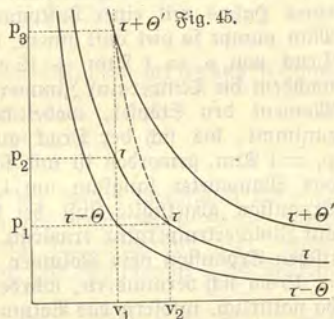
$$\text{oder} \quad Q = \frac{1}{4189} \cdot R \cdot \tau \cdot \log \text{nat} \frac{p_0}{p} \text{ Kalorien,}$$

wenn p_0 der anfängliche und p der schließliche Druck ist.

164. **Adiabaten.** Wie bereits früher gezeigt, hat eine Isotherme die Form einer gleichzeitigen Hyperbel. Hindert man die Zufuhr oder die Ableitung von Wärme während der Zustandsänderungen des Gases, so daß es sich bei Expansion abkühlt, bei Kompression erwärmt, was entsprechende Verminderung bzw. Erhöhung des Druckes zur Folge hat, so verläuft die Druckkurve steiler als die Isotherme. Eine solche heißt Adiabate.

Um die Gleichung derselben zu finden, kann man folgende Betrachtung anstellen. Bei Kompression längs der punktiert gezeichneten Adiabate (Fig. 45)

vom Volumen v_2 und dem Drucke p_1 bis v_1 und p_2 ist eine größere Druckzunahme $p_2 - p_1$ zu beobachten, als bei der gleichen Volumenänderung längs der Isotherme (v_2, p_1 bis v_1, p_2), wobei dieselbe nur $p_2 - p_1$ beträgt. Da, wie früher gezeigt, der Druck das Maß der Volumenelastizität eines Gases ist, kann man ($p_1 = 0$ gesetzt) sagen, die adiabatische Elastizität des Gases sei größer als die isotherme, es leiste bei der Kompression mehr Widerstand.



Nun ist nach Gay-Lussac's Gesetz $p_3 = \text{const} (\tau + \theta')$, $p_1 = \text{const} (\tau - \theta)$, $p_2 = \text{const} \cdot \tau$, somit $p_3 - p_1 = \text{const} (\theta' + \theta)$ und $p_2 - p_1 = \text{const} \theta$, also das Verhältnis beider Elastizitäten $(p_3 - p_1) : (p_2 - p_1) = (\theta + \theta') : \theta$. Um das Verhältnis dieser Temperaturen zu bestimmen, erwärme man bei konstantem Volumen v_1 und dem Druck p_1 von der Temperatur $\tau - \theta$ bis zu $\tau + \theta'$ beim Druck p_3 . Hierzu sind, wenn die Gasmenge 1 kg beträgt, $c_v (\theta + \theta')$ Kalorien nötig. Dieselbe Wärmemenge wird verbraucht, wenn man das Gas auf andere Weise in den gleichen Endzustand versetzt. Erwärmt man bei konstantem Druck p_1 von $\tau - \theta$ bis τ , so ist die erforderliche Wärme $c_p \cdot \theta$. Dabei wird Arbeit erzeugt, die gemessen wird durch den Flächenstreifen, der zwischen v_1 und v_2 liegt und durch die den Druck p_1 darstellende Horizontale abgegrenzt wird. Diese gewonnene Arbeit soll dazu verwendet werden, das Gas längs der Adiabaten bis zum Volumen v_1 zusammenzudrücken, wobei der Druck auf p_2 steigt. Die Temperatur nimmt dabei von selbst, ohne daß weitere Wärmezufuhr nötig wäre, zu bis $\tau + \theta'$, man

hat somit denselben Endzustand erreicht wie anfänglich. Beide Wärmemengen müssen gleich sein, d. h. man hat

$$c_v (\theta + \theta') = c_p \cdot \theta \quad \text{oder} \quad \frac{\theta + \theta'}{\theta} = \frac{c_p}{c_v} = \alpha,$$

demnach ist auch $(p_3 - p_1) : (p_2 - p_1) = \alpha$.

Umgekehrt kann man also dieses Verhältnis durch Beobachtung der Druckänderungen bestimmen. Hierauf beruht die Methode von Clement und Desormes. Eine große Glasflasche (leerer Schwefelsäureballon) wird unter Zwischenschaltung eines Hahns mit einer Luftpumpe (Fahrradpumpe) verbunden. Man pumpt so viel Luft hinein, daß das Wassermanometer einen Druck von $p_3 = 1 \text{ Atm.} + 15 \text{ cm}$ anzeigt. Öffnet man dann, nachdem die Temperatur Zimmertemperatur geworden, für einen Moment den Stöpsel, wobei das Gasvolumen von v_1 auf v_2 zunimmt, bis sich der Druck ausgeglichen hat, d. h. der Druck $p_1 = 1 \text{ Atm.}$ geworden ist und schließt ihn nun wieder, so steigt das Manometer langsam um $4,2 \text{ cm}$, weil sich die infolge der Expansion abgekühlte Luft bei konstantem Volumen v_2 wieder auf Zimmertemperatur erwärmt. Während also bei der adiabatischen Expansion vom Volumen v_1 auf v_2 der Druck um $p_3 - p_1 = 15 \text{ cm}$ sich verminderte, würde er sich bei isothermer Expansion, da natürlich, insofern das Volumen konstant blieb, p_2 auch dann den Wert $1 \text{ Atm.} + (15 - 4,2)$ annehmen würde, wenn die Temperatur nicht erst nachträglich wieder auf den Anfangswert gebracht, sondern während der Kompression auf gleicher Höhe gehalten würde, nur vermindert haben um $p_2 - p_1 = 15 \times 4,2 \text{ cm}$. Man hat also: $(p_3 - p_1) : (p_2 - p_1) = 15 : (15 - 4,2) = K$ oder $K = 1,4134$.

Statt zu verdichten, kann man auch anfänglich den Druck um 15 cm erniedrigen und dann plötzlich Luft einströmen lassen. Doch ist der Fall wegen der neu hinzutretenden Luft etwas komplizierter. Im ersten Fall befindet sich ein Teil $v_2 - v_1$ des Gases außerhalb der Flasche, was natürlich nicht stört. Die Gleichung der Adiabaten ergibt sich durch folgende Betrachtung: Bei einer kleinen Zustandsänderung ist die zugeführte Wärme

$c_v \cdot d\tau + \frac{1}{4189} \cdot p \, dv$. Da sie $= 0$ sein muß, ergibt sich nach der Division durch τ und Substitution von $p \cdot v = R\tau$ und

$$R = 4189 (c_p - c_v) \quad c_v \frac{d\tau}{\tau} + (c_p - c_v) \frac{dv}{v} = 0,$$

$$\text{oder} \quad \frac{d\tau}{\tau} + (\alpha - 1) \frac{dv}{v} = 0,$$

woraus $\log \tau + (x-1) \log v = 1$ und $\tau \cdot v^{x-1} = \text{Const}$
 oder $p \cdot v^x = \text{Const}$ oder $\tau \cdot p^{\frac{x-1}{x}} = \text{Const}$.

165. Geschwindigkeit der Luftwellen. Daß sich bei der früheren Rechnung die Geschwindigkeit der Luftwellen zu klein ergeben hat, beruht darauf, daß statt der adiabatischen Elastizität die isotherme benutzt wurde. Da erstere x mal so groß ist als letztere, ist somit

$$c = \sqrt{\frac{E}{d}} = \sqrt{\frac{x \cdot p}{d}},$$

also $c = \sqrt{\frac{1,4134 \cdot 10330 \cdot 9,81}{1,29}} = 332 \text{ m/sec}$ bei 0° und 760 mm.

Umgekehrt folgt aus dieser Formel

$$x = \frac{c^2}{p} \cdot d,$$

d. h. man kann das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen eines Gases durch Ausmessung der Kundtschen Staubfiguren finden. Beispielsweise findet sich für Sauerstoff 1,41, Stickstoff 1,41, Wasserstoff 1,41, Chlor 1,32, Ammoniak 1,29, Kohlensäure 1,29.

166. Kinetische Energie der Gasmoleküle. Um 1 cbm Gas von der Dichte ρ auf τ° zu erwärmen, sind $4189 \cdot c_v \cdot \rho \cdot \tau$ Joule Wärmeenergie nötig. Ist N die Zahl der Moleküle pro Kubikmeter, m die Masse und c die Geschwindigkeit eines Moleküls, so ist die in 1 cbm in Form von fortschreitender Bewegung der Moleküle enthaltene Energie

$$K = N \cdot \frac{m c^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot p = \frac{3}{2} R \cdot \rho \cdot \tau = \frac{3}{2} 4189 (c_p - c_v) \rho \tau,$$

also $K : E = \frac{3}{2} (c_p - c_v) : c_v = \frac{3}{2} (x - 1)$.

Die innere Energie ist

$$E - E \cdot \frac{3}{2} (x - 1) = E \left(1 - \frac{3}{2} [x - 1] \right),$$

also = 0 für

$$x - 1 = \frac{2}{3} \quad \text{oder} \quad x = \frac{5}{3} = 1,66.$$

Letzteres trifft zu für diejenigen Gase, deren Moleküle nach dem Avogadro'schen Gesetz nur aus einem Atom bestehen, z. B. Quecksilberdampf. Diese Atome haben also nur fortschreitende Bewegung, keine Rotations- oder Schwingungsenergie.

167. Ausströmungsgeschwindigkeit von Gasen. Ist v die gesuchte Geschwindigkeit, so ist die Energie für m Kilogramm $= m \cdot \frac{v^2}{2}$ Joule. Diese entsteht auf Kosten der Wärmemenge $m \cdot 4189 \cdot c_p (\tau_0 - \tau)$ Joule, wenn τ_0 die anfängliche Temperatur des Gases, τ die infolge des Wärmeverbrauchs erniedrigte bedeuten. Somit ist

$$v = \sqrt{2 \cdot 4189 \cdot c_p \cdot (\tau_0 - \tau)}.$$

Diese Formel tritt somit an die Stelle des Torricellischen Ausflußgesetzes, wobei sich τ aus der Gleichung der Adiabaten ergibt.

168. Versuche von Joule und Thomson. Strömt eine Flüssigkeit durch enge Röhren, so erwärmt sie sich entsprechend der verlorenen Energie, die gemessen wird durch das Produkt der Wassermenge mit dem Druckhöhenverlust. Strömt ein komprimiertes Gas durch eine lange enge Röhre aus, so daß seine Bewegungsenergie durch Reibung nahezu vollständig vernichtet wird, so wird auch die Expansionskälte wieder aufgehoben, d. h. durch Vernichtung der Bewegungsenergie entsteht ebensoviel Wärme, als zur Erzeugung dieser Bewegungsenergie erforderlich war. Bei dem Versuch, ob ein durch eine lange enge Röhre adiabatisch ausströmendes Gas sich durch Reibung wieder genau auf die Anfangstemperatur erwärmt, findet man nach Joule und Thomson, daß meist eine Abkühlung übrig bleibt, die auf Leistung innerer Arbeit bei der Expansion zurückgeführt wird. Man nennt Gase, bei welchen dies der Fall ist, wie z. B. Luft, unvollkommene Gase. Bei anderen, wie Wasserstoff, zeigt sich ein Überschuß von Wärme. Diese heißen übervollkommene.

Beträgt die Druckänderung dp Atmosphären, so ist die Temperaturänderung bei Luft $dt = 0,276 \cdot dp \left(\frac{273}{273+t} \right)^3$ Grad Celsius. Dieselbe Abkühlung würde sich zeigen bei sogen. „freier Expansion“, d. h. wenn sich das Gas in den Rezipienten einer Luftpumpe hinein ausdehnt, wobei eigentlich die Abkühlung, da keine Arbeit geleistet wird, = 0 sein müßte. Tatsächlich beobachtet man, wie im vorigen Fall, wenn z. B. der Druck von 100 auf 1 Atm. sinkt, eine Abkühlung von 27,6°. Unter 200° verhält sich auch Wasserstoff als unvollkommenes Gas. Man kann die Abkühlung verstärken, indem man das abgekühlte Gas benutzt, das neu zur Ausströmungsöffnung gelangende vorzukühlen (Gegenstromprinzip, Dynamoprinzip). Hierauf beruht die Verflüssigung der Luft und von Wasserstoff nach Linde. Der kritische Punkt der Luft liegt

bei -140°C , der kritische Druck beträgt 39 Atm. Luft, welche bei 1 Atm. siedet, hat die Temperatur -191° .

Im des Luftverflüssigungsapparats. Dewar'sche Gefäße. Durch Verdunsten steigt der Sauerstoffgehalt von 54 auf 94 Proz. Sauerstoff siedet bei -182° , Stickstoff bei -190° . Benutzung der Verdunstungskälte zur Vorwärmung. Bei -256° (siedender Wasserstoff) ist Seltium noch nicht flüssig.

169. Arbeit durch Dampf. Beim Betrieb eines Motors durch Dampf anstatt Druckluft ist die sehr beträchtliche innere Arbeit bei der Dampfbildung in Betracht zu ziehen. Wird z. B. 1 Liter Wasser bei 760 mm Druck, also 100° verdampft in einem Cylinder von 1 qdm Querschnitt, so entwickeln sich daraus 1650 Liter Wasserdampf. Wird also durch diesen ein Kolben verschoben, auf welchen der Atmosphärendruck mit der Kraft $10^{-2} \cdot 10336 \cdot 9,81$ Decimegadynen wirkt, so wird, da die Verschiebung 165 m beträgt, die Arbeit $10^{-2} \cdot 10336 \cdot 9,81 \cdot 165$ Joule geleistet. Dieselbe ist äquivalent $\frac{103,36 \cdot 9,81 \cdot 165}{4189}$ Kalorien = 40,2 Kalorien.

Die gesamte zur Verdampfung des Wassers nötige Wärme beträgt $536,5 - 40,2 = 496,3$ Kalorien. Diese sogen. innere latente Wärme, d. h. die Differenz der Verdampfungswärme und der sogen. äußeren latenten Wärme ist zur Leistung der inneren Arbeit, d. h. zur Umwandlung der Wasser- in Dampf-moleküle verbraucht worden. Um das Wasser auf 100° zu erhitzen, waren 100,5 Kalorien nötig. Das Verhältnis der äußeren latenten Wärme 40,2 zur Gesamtwärme (Kalorien) $100,5 + 536,5 = 637$ ist der Wirkungsgrad dieser einfachen Dampfmaschine = $\frac{40,2}{637} = 0,063 = 6,3$ Proz.

Wird der Kolben belastet, etwa so, daß der wahre Druck des Dampfes 4 Atm. oder der Überdruck 3 Atm. wird, so ist das Dampfvolumen nur = 448 Liter, somit die Hubhöhe 44,8 m und die Arbeit $10^{-2} \cdot 10336 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot 44,8$ Joule. Dies dividiert durch 4189 gibt die äquivalente Wärmemenge = 43,6 Kalorien. Die Verdampfungswärme beträgt bei diesem Druck 505,1 Kalorien, somit die innere latente Wärme $505,1 - 43,6 = 461,5$ Kalorien. Zur Erhitzung des Wassers von 0° bis zu der dem Druck 4 Atm. entsprechenden Temperatur 144° sind 145,3 Kalorien nötig, somit ist die Gesamtwärme 650,4 Kalorien und der Wirkungsgrad $\frac{43,6}{650,4} = 0,067 = 6,7$ Proz.

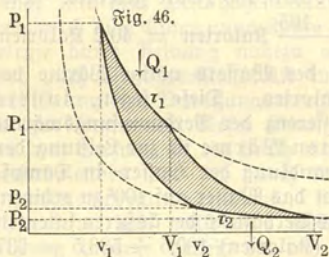
Läßt man den Dampf, wie es bei einer Auspuffmaschine geschieht, nachdem er die Last gehoben hat, in die äußere Atmosphäre entweichen, so daß sein Druck auf 1 Atm. zurückgeht, so leistet er abermals Arbeit (durch Überwindung des Atmosphärendrucks),

aber keine nutzbare. Die Wärme, die er dann noch enthält, ist kleiner als die aufgewandte um das Äquivalent der Arbeitsleistung. Man kann ihm nur noch 596,8 statt 650,4 Kalorien entziehen.

Für Wasserdampf entsprechen sich:

Druck Atm.	Tempe- ratur	Volum von 1 kg	Gesamt- wärme	Innere latente Wärme	Äußere latente Wärme
0,1	46,21	14,552	620,6	538,8	35,5
1	100,00	1,650	637,0	496,3	40,2
5	152,22	0,364	652,9	455,0	44,2
10	180,31	0,190	661,6	432,8	46,0
14	195,53	0,138	666,1	420,7	46,9.

170. Carnots Kreisprozeß. Die Wirkung einer Heißluftmaschine wird durch das Carnotsche Diagramm (Fig. 46), welches sich aus zwei Isothermen und zwei Adiabaten zusammensetzt, veranschaulicht.



Das Anfangsvolumen der Luft, deren Menge 1 kg betragen möge, sei v_1 Kubikmeter. Dieselbe dehnt sich zunächst isotherm aus bei der Temperatur τ_1 bis zum Volumen V_1 . Die dabei aufgenommene Wärmemenge ist

$$Q_1 = \frac{1}{4189} R \tau_1 \log \text{nat} \frac{V_1}{v_1}.$$

Dannmehr folgt adiabatische Expansion bis V_2 , sodann isotherme Kompression bei der Temperatur τ_2 bis v_2 , wobei die abgegebene Wärmemenge beträgt:

$$Q_2 = \frac{1}{4189} R \tau_2 \log \text{nat} \frac{V_2}{v_2}.$$

Weitere adiabatische Kompression führt das Gas zum Anfangsvolumen zurück, wodurch der Kreisprozeß geschlossen ist. Die Gleichungen der Adiabaten sind

$$\begin{aligned} \tau_1 \cdot v_1^{\kappa-1} &= \text{Const}, & \tau_1 \cdot V_1^{\kappa-1} &= \text{Const}, \\ \tau_2 \cdot v_2^{\kappa-1} &= \text{Const}, & \tau_2 \cdot V_2^{\kappa-1} &= \text{Const}, \end{aligned}$$

somit $\frac{\tau_2}{\tau_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}$ und $V_1 : V_2 = v_1 : v_2$

oder $\frac{V_1}{v_1} = \frac{V_2}{v_2}$,

somit $Q_1 : Q_2 = \tau_1 : \tau_2$ oder $\frac{Q_1}{\tau_1} : \frac{Q_2}{\tau_2}$.

Die bei einem Spiel gewonnene Arbeit beträgt

$$L = 4189 (Q_1 - Q_2) = 4189 \frac{Q_1}{\tau_1} (\tau_1 - \tau_2) \text{ Joule.}$$

Sie wird dargestellt durch den Flächeninhalt des schraffierten Diagramms (Fig. 46). Der Wirkungsgrad, d. h. das Verhältnis der in Arbeit umgesetzten Wärmemenge $Q_1 - Q_2$ zur gesamten aufgenommenen Wärmemenge Q_1 ist $\frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1}$, d. h. Temperaturgefälle dividirt durch absolute höchste Temperatur.

Wäre beispielsweise die Temperatur im Feuertopf einer Heißluftmaschine 800° , die des Kühlmantels $= 100^\circ$, so könnte die Maschine höchstens $\frac{800 - 100}{273 + 800} = 0,655 = 65,5$ Proz. der ihr zugeführten mechanischen Arbeit in Wärme umsetzen. Tatsächlich leistet sie erheblich weniger.

Man kann die Wirkung eines solchen thermodynamischen Motors mit der eines Wassermotors vergleichen, indem man das Temperaturgefälle mit dem Wassergefälle in Analogie bringt und das sogen. Wärmegewicht $\frac{Q_1}{\tau_1}$ mit dem Wassergewicht, denn auch die Leistung eines Wassermotors ist das Produkt von Wassergewicht mal Wassergefälle und das austretende Wärmegewicht $\frac{Q_2}{\tau_2}$ ist ebensogroß wie das eintretende, gleich wie die den Wassermotor verlassende Wassermenge ebensogroß ist wie die zugeführte.

171. Zweiter Hauptsatz. Die Carnotsche Maschine hat die Eigentümlichkeit, daß sie auch umgekehrt betrieben werden kann, d. h. als Kompressor, welcher auf Kosten mechanischer Arbeit Wärme erzeugt, indem er die Luft komprimiert, gleichzeitig aber auch dem Kühlwasser in Folge der Expansion der Luft Wärme entzieht, wie eine Kältemaschine, welche zur Fabrikation von Eis dient. Die Formeln sind für diesen umgekehrten Betrieb dieselben, d. h. L bedeutet die pro Spiel verbrauchte Arbeit.

Man denke sich nun zwei genau gleiche derartige Maschinen so miteinander gefuppelt, etwa durch einen Riemen, daß die Arbeit, welche die direkt laufende erzeugt, dazu dient, die umgekehrt laufende zu treiben und beide mit derselben Feuerung und Kühlleitung betätigt, so wird die Wärme, welche die erste der Feuerung entzieht, durch die zweite zurückgegeben und die Wärme, welche

die erste an die Kühlleitung abgibt, durch die zweite wieder entzogen. Wären keine Reibungswiderstände, Undichtigkeiten u. s. w. vorhanden, so könnte dieses System der beiden Maschinen als perpetuum mobile in infinitum weiter im Gange bleiben, es wäre aber nicht imstande, fortwährend Arbeit zu leisten, da eben die von der einen Maschine geleistete Arbeit vollständig von der anderen verbraucht wird.

Gäbe es nun aber irgend eine andere nach dem Carnotschen Prinzip arbeitende umkehrbare Maschine, etwa eine Dampfmaschine, für welche der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{L}{4189 \cdot Q_1} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1}$$

ein anderer ist, d. h. welche bei gleicher Arbeitsleistung L eine andere Wärmemenge Q_1 aufnehmen würde, für welche also, da $L = 4189 \cdot (Q_1 - Q_2)$ dasselbe sein muß, auch die Wärme Q_2 eine andere wäre als für die Heißluftmaschine, so würde bei Verkuppelung derselben mit einer Heißluftmaschine, derart, daß sie umgekehrt betrieben wird, falls sie etwa der Feuerung mehr Wärme zuführt, als die erstere aufnimmt und demnach der Kühlleitung mehr Wärme entzieht, als erstere abgibt, die Wärme nach und nach von der Kühlleitung zur Feuerung übergehen, also von selbst höhere Temperatur annehmen. Dann aber könnte man das so erzeugte Temperaturgefälle durch eine dritte Maschine zu beständiger Arbeitsleistung ausnutzen, man hätte ein Perpetuum mobile.

Nachdem nun alle Versuche, ein solches herzustellen, mißglückt sind, hat Clausius den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik aufgestellt, welcher diese Unmöglichkeit im vorliegenden Fall zum Ausdruck bringt, indem er aussagt: Die Wärme kann niemals von selbst von einem kälteren Körper auf einen heißen übergehen. Von selbst bedeutet dabei „ohne Kompensation“, d. h. ohne daß gleichzeitig eine größere Menge Wärme von hoher Temperatur herabsinkt; denn ebenso wie man mittels des Stoßhebers oder mittels einer durch ein Wasserrad betriebenen Pumpe Wasser auf größere Höhe fördern kann, ist es auch möglich, z. B. durch Reibung Wärme von hoher Temperatur mittels einer bei geringem Gefälle tätigen Heißluftmaschine zu erzeugen, doch geht dabei gleichzeitig eine weitaus größere Wärmemenge durch die Heißluftmaschine an die Kühlleitung über.

Aus dem zweiten Hauptsatz folgt also, speziell wenn die zweite Maschine mehr Wärme aufnimmt, als die erste abgibt, daß der Wirkungsgrad derselbe ist, also der Satz $L = 4189 Q_1 \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1}$

auch für diese gilt, gleichgültig, mit welcher Substanz sie betrieben wird und welches ihre Einrichtung ist. Würde sie weniger Wärme aufnehmen, als die erste abgibt, so braucht man nur diese umgekehrt und die zweite direkt laufen zu lassen. Für alle thermodynamischen Maschinen, welche nach einem vollkommenen Carnotschen Kreisprozeß arbeiten, gilt also der Satz, daß ihr Wirkungsgrad $\frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1}$ ist. Es läßt sich zeigen, daß diese umkehr-

baren Maschinen den größten möglichen Wirkungsgrad haben, alle anderen, welche nicht umkehrbar sind, verwandeln einen geringeren Bruchteil der zugeführten Wärme in mechanische Arbeit. Der zweite Hauptsatz kann deshalb auch so ausgesprochen werden: Eine gegebene Wärmemenge läßt sich niemals vollständig in Arbeit umsetzen, sondern höchstens $\frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1}$ von derselben (die sogen. freie Energie), der Rest ist nicht umwandelbar. Bei den verschiedenen Naturprozessen wird bald Arbeit in Wärme verwandelt, was vollständig geschehen kann, bald umgekehrt Wärme in Arbeit, was selbst im Fall umkehrbarer Prozesse, wie gezeigt, nur unvollkommen möglich ist, da der Fall, daß $\tau_2 = 0$, in der Natur nicht vorkommt. Es wird sonach, besonders weil die meisten Prozesse nicht umkehrbar sind, die kinetische Energie in der Welt immer mehr abnehmen und sich schließlich alle Energie in Wärme umsetzen, die sich in den Weltraum zerstreut. Dann sind weitere Naturerscheinungen, die ja immer Bewegungsvorgänge voraussetzen, ausgeschlossen, auch Lebewesen können nicht mehr existieren. Man hat hieraus geschlossen, die Welt müsse vor einer bestimmten Zeit, die sich berechnen ließe, wenn alle Vorgänge bekannt wären, einen Anfang genommen haben, da, wenn sie seit unendlich langer Zeit bestände, dieser sogen. „Wärmethod“ bereits eingetreten sein müßte. Indes gilt jene Betrachtung nur für endliche Systeme, während die Welt unendlich groß ist, so daß z. B. Wellen sich endlos ausbreiten können, ohne in Wärme überzugehen.

Während bei den umkehrbaren Carnotschen Kreisprozessen das Wärmegewicht unverändert bleibt, nimmt es bei den nicht umkehrbaren zu, man kann also den zweiten Hauptsatz auch so aussprechen: die Summe der Wärmegewichte oder die Entropie¹⁾ strebt einem Maximum zu.

Gegen die Wichtigkeit des Satzes sind Einwendungen gemacht worden. Denkt man sich z. B. ein Gas enthaltendes Gefäß durch

¹⁾ Der Begriff der Entropie deckt sich nicht genau mit dem der Summe der Wärmegewichte.

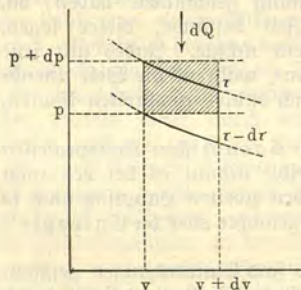
eine Scheidewand mit Klappen in zwei Teile geteilt und an diese Klappen kleine Lebewesen (Dämonen) gestellt, welche rasch bewegte Moleküle nur nach links, langsam bewegte nur nach rechts durchtreten lassen, so würde ganz von selbst der linke Raum immer heißer, der rechte immer kälter werden. Daraus folgt aber nur, daß es Lebewesen, die so klein sind wie Moleküle, nicht geben kann.

Man hat ferner die Tiere und den Menschen als thermodynamische Maschinen betrachtet, die bei sehr geringem Temperaturgefälle, 37° Blutwärme und der Lufttemperatur, die auch an 37° heranreichen kann, arbeiten, und dennoch großen Wirkungsgrad haben. Der Fehler besteht darin, daß dieselben Arbeit nicht aus Wärme, sondern auf Kosten von chemischer Energie erzeugen. Würde man die Kohlen nicht unter dem Dampfkessel der Dampfmaschine verbrennen, also die chemische Energie zunächst in Wärme umsetzen, sondern gelänge es, diese chemische Energie direkt in Arbeit umzusetzen, so könnte mechanisch der gleiche Wirkungsgrad wie bei Lebewesen erzielt werden.

Daß radioaktive Substanzen von selbst Wärme erzeugen, z. B. 1 kg Radium so viel, daß stündlich 1 kg Wasser zum Sieden erhitzt werden könnte, beweist nur, daß in den zerfallenden Radiumatomen, welche in andere Stoffe, wie Blei (?) und Helium, übergehen, große Mengen von Bewegungsenergie enthalten sind, die beim Zerfall, ähnlich wie beim Zerfall endothermer Stoffe, z. B. Ozon, in Wärme übergehen.

Unvollkommene Kreisprozesse. Effekt der Dampfmaschine. Indikator. Güteverhältnis. Wirkungsgrad. Expansionsdampfmaschinen. Mehrstufige Expansion. Dieselmotor. Heißdampfmaschinen.

Fig. 47.



172. W. Thomson's Satz, Umwandlungswärme.

Da der Carnotsche Satz auch gilt für thermodynamische Maschinen, die durch Dampf von siedendem Wasser, durch die Volumenänderung beim Schmelzen von Eis oder bei polymorpher Umwandlung, bei Dissoziation wasserhaltiger Salze und ähnlicher umkehrbarer Vorgänge betrieben werden, ist es möglich, da sich

in solchen Fällen die mechanische Arbeit leicht direkt berechnen läßt, eine Formel für die Umwandlungswärme oder für den

Zusammenhang zwischen Umwandlungstemperatur und Druck zu gewinnen.

Für einen sehr kleinen Kreisprozeß dieser Art (Fig. 47) ist

$$L = dp \cdot dv = 4189 \cdot \frac{dQ}{\tau} \cdot d\tau \quad \text{oder} \quad d\tau = \frac{1}{4189} \cdot \frac{\tau \cdot dp \cdot dv}{dQ}$$

$$\text{und} \quad dp \frac{4189 \cdot dQ \cdot d\tau}{\tau \cdot dv} = \frac{4189 \cdot r}{\tau \cdot u} \cdot d\tau$$

$$\text{oder} \quad r = \frac{\tau \cdot u}{4189} \cdot \frac{dp}{d\tau} \quad \text{Kalorien pro Kilogramm,}$$

wenn, bezogen auf 1 kg, bedeuten: r die Umwandlungswärme und u die Änderung des spezifischen Volumens.

Beispielsweise ist für Wasser bei 100° $r = 536,5$ Kalorien, $u = 1,658 - 0,001$ cbm (Differenz der Volumina von 1 kg Dampf und 1 kg Wasser) oder $u = 1,657$ cbm, also für $d\tau = 1^\circ$

$$dp = \frac{4189 \cdot 536,5}{373 \cdot 1,657} = 1365 \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter}$$

= 370 kg pro Quadratmeter = 0,0357 Atm. = 27,17 mm Hg für $d\tau = 1^\circ$, d. h. um soviel ändert sich die Dampfension, wenn die Temperatur um 1° wächst. Da sie bei $100^\circ = 760$ mm ist, beträgt sie also bei $101^\circ: 760 + 27,17 = 787,17$ mm.

Gewöhnlich kann man das Flüssigkeitsvolumen gegen das des Dampfes vernachlässigen und letzteres nach den Gasgesetzen berechnen, so daß $u = v = \frac{R \cdot \tau}{p}$. Da dieses für ein Gramm-

molekül (Mol) für alle Gase dasselbe, empfiehlt es sich, um eine für alle Gase gültige Formel zu erhalten, auch die Umwandlungswärme auf 1 g=Mol oder besser, nachdem das Kilogramm als Masseneinheit gewählt wurde, auf 1 kg=Mol (Kilogramm=Mol) zu beziehen. Da für diesen Fall die Gaskonstante = 8310, wird die Verdampfungswärme für 1 Kilogramm-Mol

$$r_m = \frac{\tau \cdot v}{4189} \cdot \frac{dp}{d\tau} = 8310 \cdot \frac{\tau^2 \cdot dp}{4189 \cdot p \cdot d\tau} = 1,991 \cdot \tau^2 \frac{d \ln p}{d\tau}$$

oder rund

$$r_m = 2 \cdot \tau^2 \cdot \frac{d \ln p}{d\tau} \quad \text{Kalorien pro Kilogramm-Mol.}$$

Dies ist die Differentialgleichung der Dampfensionsturve nach Clausius. r_m nimmt mit steigender Temperatur ab und wird bei der kritischen Temperatur Null, ist somit eine Funktion von τ .

Für den Fall der Schmelzung ergibt sich ebenso die Änderung der Schmelztemperatur mit dem Druck

$$d\tau = \frac{\tau}{4189} \cdot \frac{u}{r} \cdot dp,$$

wenn r die latente Schmelzwärme in Kalorien pro Kilogramm, τ die Schmelztemperatur nach absoluter Skala, u die Volumenänderung in Kubikmeter pro Kilogramm. Z. B. ist für Wasser:

$$r = 80,3 \text{ Kalorien,} \quad u = 0,001 - 0,001091 \text{ cbm}$$

(Differenz der spezifischen Volumina von Wasser und Eis), $\tau = 273$, somit

$$d\tau = \frac{273 (0,001 - 0,001091)}{4189,80,3} \cdot dp = -0,0845 \cdot 10^{-6} \cdot dp$$

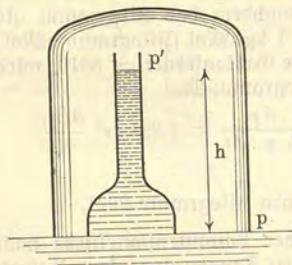
oder $-0,0845 \cdot 10^{-6}$ Grad pro Decimegadyne pro Quadratmeter
 $= -0,0077^\circ$ pro Atmosphäre.

Für den Fall der Polymorphie bedeutet r die Umwandlungswärme. Beispielsweise ist für die Umwandlung von rhombischem in monoklinen Schwefel die Umwandlungstemperatur $\tau = 273 + 95,6^\circ$, $u = 0,000014$ cbm, $r = 2,52$ Kalorien. Daraus folgt die Änderung der Umwandlungstemperatur mit zunehmendem Druck $d\tau = 4,87 \cdot 10^{-7} \cdot dp$, oder $d\tau = 0,049^\circ$ pro Atmosphäre, d. h. für $dp = 101366$ Decimegadynen pro Quadratmeter. Analoge Gleichungen ergeben sich für umkehrbare chemische Prozesse (Reaktionsisotherme und Reaktionsisochore). Sie folgen weiter unten.

Temperaturerhöhung bei Kompression von Flüssigkeiten. Temperaturänderung bei Dehnung elastischer Körper. Energie von Gasen konstant. Phasenlehre.

173. Osmotischer Druck und Molekulargewicht. Die Höhe h Meter, bis zu welcher die Flüssigkeit bei der Osmose steigt (Fig. 48), d. h. der osmotische Druck, muß wegen der Unmöglichkeit der Konstruktion eines

Fig. 48.



Perpetuum mobile in Zusammenhang stehen mit der Erniedrigung der Dampfspannung des Lösungsmittels durch Zusatz der gelösten Substanz im Gefäß. An der Oberfläche dieser Lösung muß nämlich die Dampfspannung p' geringer sein als an der Oberfläche des Lösungsmittels, wo sie p sein möge. Hier wirkt nämlich außer p' auch der Druck p'' der Dampfäule von der Höhe h , so daß eine beständige Destillation aus der Steigröhre in das äußere Gefäß stattfände, wenn man sich den Apparat unter einer Glasglocke abgeschlossen denkt und, da die gelöste Substanz nicht abdestilliert, müßte sich die frühere Steighöhe immer wieder herstellen, man könnte also die hierdurch bedingte Strömung zur

Konstruktion eines Perpetuum mobile verwenden, wenn nicht eben die Summe von p' und dem Druck der Dampfäule p'' gleich p wäre.

Nun ist das Volumen von 1 kg-Mol eines Gases, also z. B. von 18 kg Wasserdampf, $= 8310 \cdot \frac{\tau}{p}$ Kubikmeter, somit das Gewicht von 1 cbm Wasserdampf

$$= \frac{18 \cdot p}{8310 \cdot \tau} \text{ Kilogramm} = \frac{18 \cdot p \cdot 9,81}{8310 \cdot \tau} \text{ Decimegadynen}$$

und der Druck einer Dampfäule von h Meter Höhe

$$p'' = \frac{18 \cdot 9,81 \cdot h}{8310 \cdot \tau} \cdot p \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

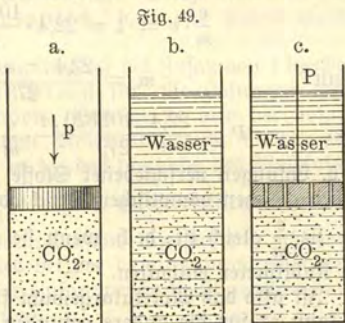
Allgemein wird $p'' = \frac{M \cdot 9,81 \cdot h}{8310 \cdot \tau} \cdot p$, wenn M das Molekulargewicht des Lösungsmittels bedeutet. Um so viel ist also die Dampftension der Lösung kleiner als die des reinen Lösungsmittels, es ist die Dampftensionserniedrigung. (Wird h in Centimetern ge-

messsen, p in Atmosphären, so ist $p'' = \frac{18 \cdot h \cdot 9,81}{83,1 \cdot \tau} \cdot p$.) Wie groß ist aber h ?

Ebenso wie ein eingeschlossenes Gas, z. B. CO_2 , auf einen beweglichen Kolben (Fig. 49 a) gegen das Vakuum einen Druck p ausübt (durch die Stöße der Moleküle), welcher, wenn man den Kolben wegnimmt, zu einer Expansion des Gases führt, die als Diffusion auch dann noch

zu beobachten ist, wenn der ganze Raum mit Wasser erfüllt ist (Fig. 49 b), erfährt im letzteren Fall ein poröser halbdurchlässiger Kolben (Fig. 49 c), welcher wohl die Wassermoleküle durchläßt, nicht aber die Kohlenstoffmoleküle, einen Druck P , den osmotischen Druck, welcher gleich dem Druck ist, den die Kohlenensäure ausüben würde, wenn das Wasser nicht vorhanden wäre. Ersetzt man

den Kolben durch eine unbewegliche halbdurchlässige Membran, so wird natürlich der Druck derselbe sein, da diese Membran



nur eine besondere Form des Kolbens ist, er wird an einem an dem Gefäß angebrachten Manometer, z. B. einer Steighöhre, wie bei dem zuerst betrachteten Versuch abgelesen werden können. Beträgt diese Steighöhe h Meter und die Dichte der Lösung in Kilogramm pro Kubikmeter s , so ist der Druck der Flüssigkeitssäule $h \cdot s \cdot 9,81 = P$ Decimegadynen pro Quadratmeter. Unter Benutzung dieses Ausdrucks für den osmotischen Druck P kann also die Gleichung für die Dampfspankerniedrigung geschrieben werden:

$$p'' = p - p' = \frac{M \cdot 9,81 \cdot P}{8310 \cdot \tau \cdot s \cdot 9,81} \cdot p \quad \text{Decimegadynen pro Quadratmeter,}$$

also der osmotische Druck

$$P = \frac{p - p'}{p} \cdot \frac{8310 \cdot \tau \cdot s}{M} \quad \text{Decimegadynen pro Quadratmeter.}$$

Wie bemerkt, ist dieser Druck derselbe, den der gelöste Körper im Gaszustande bei gleichem Volumen ausüben würde. Dieser läßt sich aber nach dem Gasgesetz berechnen. Das Volumen von 1 kg-Mol ist

$$v = 22,4 \cdot \frac{101320}{p} \cdot \frac{\tau}{273} \quad \text{Kubikmeter.}$$

Sind also in 1 cbm Lösung c Kilogramm, d. h. ist die räumliche Konzentration = c und m das Molekulargewicht des gelösten Stoffes, demnach die Anzahl Kilogramm-Mol in 1 cbm (die Äquivalent- oder Molekularkonzentration) = $\frac{c}{m}$, ferner P der osmotische Druck bei τ° , so ist

$$\frac{c}{m} \cdot v = 1 = 22,4 \cdot \frac{101320}{P} \cdot \frac{\tau}{273} \cdot \frac{c}{m},$$

$$\text{somit} \quad m = \frac{22,4 \cdot \tau \cdot c \cdot 101320}{273 \cdot P},$$

$$\text{oder} \quad P = \frac{22,4 \cdot 101320 \cdot \tau}{273} \cdot \frac{c}{m} = 8310 \cdot \tau \cdot \frac{c}{m},$$

d. h. Lösungen verschiedener Stoffe in demselben Lösungsmittel haben gleichen osmotischen Druck oder sind isosmotisch, wenn für sie $\frac{c}{m}$ gleich ist, d. h. wenn sie gleich viel Kilogrammoleküle im Kubikmeter enthalten.

Ist also das Molekulargewicht für die eine Substanz bekannt, so kann es für die andere gefunden werden.

Setzt man die beiden gefundenen Werte von P gleich, so folgt

$$8310 \cdot \tau \cdot \frac{c}{m} = \frac{p - p'}{p} \cdot \frac{8310 \cdot \tau \cdot s}{M},$$

$$\text{also } m = \frac{8310 \cdot \tau \cdot c \cdot p \cdot M}{(p-p') \cdot 8310 \cdot \tau \cdot s} = M \cdot \frac{c \cdot p}{(p-p') \cdot s}.$$

Den gemachten Annahmen zufolge wiegt 1 cbm Lösung s Kilogramm, darin sind c Kilogramm gelöste Substanz, in 100 kg somit $\frac{c}{s} \cdot 100$, d. h. die Lösung enthält $\frac{c}{s} \cdot 100$ Proz. Wäre die Lösung z. B. 10proz., so wäre demnach $\frac{c}{s} \cdot 100 = 10$, also $c = \frac{s}{10}$ und

$$m = M \frac{p}{10 \cdot (p-p')}.$$

Hierin sind die Dampftensionen p und p' in Decimegadynen pro Quadratmeter gemessen; da sie aber in Zähler und Nenner vorkommen, bleibt die Gleichung auch richtig, wenn das Maß ein beliebiges anderes ist, etwa Millimeter Quecksilber.

Beispielsweise ist die Dampftension von Äther $p = 380$ mm, die einer 10proz. Lösung von Naphthalin in Äther $p' = 362$ mm. Das Molekulargewicht des Äthers ist $M = 62$, also

$$m = 62 \cdot \frac{380}{10 \cdot (380 - 362)} = 130.$$

Tatsächlich ist das Molekulargewicht des Naphthalins 128.

Insofern

$$p-p' = \frac{M}{m} \cdot \frac{c}{s} \cdot p,$$

folgt: Für Gewichtsmengen, welche im Verhältnis der Molekulargewichte stehen, oder wenn $c : s = m : M$, ist auch $p-p'$, d. h. die Depression der Dampftension dieselbe. Solche isosmotische Lösungen sind also auch isotonisch, d. h. sie haben gleiche Dampftension.

Die Erniedrigung der Dampftension bei Zusatz von 1 kg=Mol zu 100 kg=Mol Lösungsmittel beträgt für alle Lösungen etwa 1 Proz. der ganzen Dampftension. Beträgt sie also bei Lösung eines Stoffes von unbekanntem Molekulargewicht 3 Proz., so folgt, daß die gelöste Menge in kg das dreifache des Molekulargewichtes ist, oder dieses = $\frac{1}{3}$ der Zahl gelöster Kilogramme.

Die Erniedrigung der Dampftension läßt sich nur schwierig bestimmen. Besser gelingt dies bei der damit zusammenhängenden Siedepunkterhöhung. Der Zusammenhang ist gegeben durch die Gleichung $r_m = 2 \cdot \tau^2 \cdot \frac{d \ln p}{d \tau}$. Hieraus ergibt sich, daß das Molekulargewicht berechnet werden kann aus der Gleichung

$m = E \cdot \frac{Q}{t}$, worin Q die gelöste Substanzmenge in Prozenten und t die beobachtete Siedepunktserhöhung und E eine Konstante, welche molekulare Siedepunktserhöhung heißt.

Beispielsweise ist für Wasser $E = 5,2$, also $m = 5,2 \cdot \frac{Q}{t}$. Für eine Lösung mit 33 Proz. Zucker wurde beobachtet $t = 0,5$, somit ist $m = 5,2 \cdot 33/0,5 = 340$, was in der Tat der Formel $C_{12}H_{22}O_{11}$ entspricht.

Die molekulare Siedepunktserhöhung ist für Alkohol $11,5^\circ$, Äther $21,2^\circ$, Benzol $26,7^\circ$, Chloroform $36,6^\circ$.

Eine andere Methode, die sich hieran anschließt, ist die Gefrierpunktserniedrigung, denn auch der Gefrierpunkt steht in Beziehung zur Dampfspannung. Es ist nämlich

$$\text{die Verdampfungswärme } r_m = 2 \cdot \tau^2 \cdot \frac{d \ln p}{d \tau},$$

$$\text{die Sublimationswärme } r_m' = 2 \cdot \tau^2 \cdot \frac{d \ln p'}{d \tau},$$

wenn p die Dampfspannung der flüssigen, p' die der gasförmigen Substanz bedeutet. Beim Gefrierpunkt müssen beide gleich sein, da sonst kein Gleichgewicht bestehen könnte, sondern der Stoff mit größerer Tension durch Destillation in den anderen übergehen würde. Hierdurch ergibt sich der osmotische Druck

$$P = \frac{s \cdot w \cdot t \cdot 101320}{24,25 \cdot \tau} \text{ Decimegadynen pro Quadratmeter,}$$

wenn w die Schmelzwärme des Lösungsmittels, in Kalorien pro Kilogramm, τ sein Erstarrungspunkt nach absoluter Skala, s die Dichte in Kilogramm pro Kubikmeter und t die beobachtete Gefrierpunktserniedrigung. Letztere ergibt sich aus

$$t = E \cdot \frac{Q}{m},$$

worin m das Molekulargewicht und E eine Konstante, die molekulare Gefrierpunktserniedrigung genannt wird.

Diese molekulare Gefrierpunktserniedrigung ist für Essigsäure 39° , Phenol 74° , Äthylbromid 118° , Benzol 49° , Thymol 83° , Nitrobenzol $70,7^\circ$, Azobenzol 82° . Bei Auflösung von 5 g Naphthalin in 100 g Benzol ergab sich eine Gefrierpunktserniedrigung von 2° , somit ist das Molekulargewicht des Naphthalins

$$m = E \cdot \frac{Q}{t} = 49 \cdot 5/2 = 122.$$

Auch die relative Löslichkeitserniedrigung kann in gleicher Weise verwertet werden.

174. Gesetz der Massenwirkung (Reaktionsisotherme). Manche chemische Reaktionen können im einen und anderen Sinn stattfinden, was man durch entgegengesetzte Pfeile andeutet, z. B. $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{H}_2\text{O}$, d. h. Wasserstoff und Sauerstoff können sich zu Wasserdampf vereinigen, dieser kann sich aber auch (besonders in hoher Temperatur) in seine Bestandteile zerspalten. Im allgemeinen finden stets beide Reaktionen gleichzeitig statt, aber mit verschiedener Geschwindigkeit, so daß sich ein gewisses Verhältnis der Konzentrationen aller drei Stoffe, ein chemischer Gleichgewichtszustand, herstellt, insofern jede Reaktionsgeschwindigkeit von den vorhandenen aktiven Massen abhängt. Beispielsweise kann die Temperatur der Knallgasflamme niemals den Wert erreichen, der sich aus der Verbrennungswärme und den spezifischen Wärmen ergibt, weil die Verbrennung nie eine vollständige ist, sondern nur bis zum Eintritt des Gleichgewichtszustandes fortschreitet. Mit fortgesetzter steigender Temperatur wird schließlich die Zersetzung des Wasserdampfes die vorwiegende Reaktion. Das Gleichgewicht ist somit von der Temperatur abhängig. Wir betrachten diese zunächst als konstant, untersuchen also die Reaktionsisotherme.

In einem Behälter befinde sich ein Gemisch von H_2 , O_2 und H_2O ; die molekularen Konzentrationen seien bezw. c_1, c_2, c_1' in Kilogramm-Mol pro Kubikmeter. Bei konstanter Temperatur τ mögen durch links angelegte Pumpen 2 kg-Mol H_2 bzw. 1 kg-Mol O_2 hineingedrückt werden mit dem Drucke P Decimegadynen pro Quadratmeter gegen den im Behälter herrschenden Druck p . Durch eine nur für H_2O -Dampf durchlässige Platte mögen ferner auf der rechten Seite $2 \text{ kg-Mol H}_2\text{O}$ durch eine dort angebrachte Pumpe gegen den Druck P herausgezogen werden. Die Menge der H - und O -Atome im Behälter ist dadurch nicht verändert worden und da die Zahl derselben, welche sich zu H_2O verbinden, oder der sich dissoziierenden H_2O -Moleküle nach der Gleichung $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{H}_2\text{O}$ lediglich von der konstanten Temperatur abhängt, so bleibt der Inhalt des Behälters auch der Zahl der Moleküle nach unverändert. Nun ist zum Hineinschieben von 1 kg-Mol , welches unter dem Druck P das Volumen V Kubikmeter und unter dem Druck p das Volumen v Kubikmeter haben möge, die Arbeit $PV - pv$ Joule erforderlich. Bei der Volumenänderung von V auf v leistet das Gas die Arbeit $R\tau \log \text{nat } v/V$, im ganzen ist also die Arbeit $PV - pv + R\tau \ln v/V$, oder, da $PV = pv$ ist, $R\tau \ln v/V$, oder, da sich die spezifischen Volumina umgekehrt verhalten wie die Dichten bezw. Konzentrationen, $R\tau \ln 1/c$. Für 2 kg-Mol ist die Arbeit die doppelte. Demgemäß

werden also links $2R\tau \ln \frac{1}{c_1} + R\tau \ln \frac{1}{c_2}$ Joule gewonnen, rechts $2R\tau \ln \frac{1}{c'}$ Joule verloren. Die gesamte gewonnene Arbeit ist

$$\text{somit} \quad A = R\tau \ln \frac{c'^2}{c_1^2 \cdot c_2} \text{ Joule.}$$

Da in dem Behälter keine Änderung der Konzentrationen eintritt, kann A nicht von dieser abhängen, d. h. $\frac{c'^2}{c_1^2 \cdot c_2}$ muß konstant sein.

Diese Konstante K heißt Gleichgewichtskoeffizient. Allgemein ist, wenn nicht 2, sondern n Moleküle an der Reaktion beteiligt sind:

$$\frac{c_1'^{n_1} \cdot c_2'^{n_2} \dots}{c_1^{n_1} \cdot c_2^{n_2} \dots} = K$$

$$\text{und} \quad A = R \cdot \tau \cdot \ln K \text{ Joule.}$$

Dies ergibt sich auch aus den Betrachtungen der kinetischen Gas-theorie. Damit nämlich eine Reaktion stattfindet, ist notwendig, daß die Moleküle zusammentreffen. Dies wird um so häufiger geschehen, d. h. die Reaktion wird mit um so größerer Geschwindigkeit stattfinden, je größer die Konzentrationen, auch aktive Massen genannt. Gleichgewicht wird eintreten, wenn die Reaktionsgeschwindigkeiten im einen und anderen Sinne (z. B. $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{H}_2\text{O}$) gleich sind, also, da sie den aktiven Massen proportional sind, wenn

$$K \cdot c_1 \cdot c_2 \dots = K' \cdot c_1' \cdot c_2' \dots,$$

oder allgemein

$$\frac{c_1'^{n_1} \cdot c_2'^{n_2} \dots}{c_1^{n_1} \cdot c_2^{n_2} \dots} = \frac{K}{K'} = K.$$

Die Gleichgewichtskonstante K ist demnach der Quotient der beiden Reaktionsgeschwindigkeiten und ist gleich dem Verhältnis der aktiven Massen der entstehenden Stoffe zu denen der verschwindenden. Für den Fall der Dissoziation von Stickoxyd, beispielsweise, ist die Gleichgewichts- oder Dissoziationskonstante $K = \frac{p'^2}{p}$, wenn p der Partialdruck des Stickoxyds, p' der der Dissoziationsprodukte, da die Partialdrücke den Konzentrationen proportional sind.

175. Chemische Kinetik (Reaktionsisochore). Aus $A = R_m \tau \ln K$ folgt, bezogen auf 1 kg-Mol:

$$\frac{dA}{d\tau} = R_m \ln K + R_m \tau \frac{d \ln K}{d\tau}.$$

Nun ist $dA = 4189 \cdot Q \cdot \frac{d\tau}{\tau}$ (II. Hauptsatz)

und $4189 \cdot Q = 4189 \cdot q_m + A$ (I. Hauptsatz),

wenn q_m die innere, A die äußere latente Wärme, Q die gesamte aufgenommene Wärme ist. Also:

$$\tau \cdot \frac{dA}{d\tau} + 4189 \cdot q_m + A$$

$$R \tau \ln K + R_m \tau^2 \frac{d \ln K}{d \tau} = 4189 \cdot q_m + R_m \tau \ln K$$

und $4189 \cdot q = R_m \tau^2 \frac{d \ln K}{d \tau}$,

oder $R_m = 8310$, also $\frac{R_m}{4189} = 1,991$ annähernd $= 2$

$$q_m = 2 \tau^2 \frac{d \ln K}{d \tau}.$$

Diese Gleichung der Reaktionsisochore nach van 't Hoff entspricht ganz der früher gefundenen Gleichung der Dampfspannungskurve von Clausius

$$r_m = 2 \tau^2 \frac{d \ln p}{d \tau} \text{ Kalorien pro Kilogramm-Mol.}$$

Da $d \ln K = \frac{q_m}{2 \tau^2} \cdot d \tau$,

verschiebt sich in hohen Temperaturen die Gleichgewichtskonstante K , d. h. das Produkt der aktiven Massen der entstehenden, dividiert durch das der verschwindenden Stoffe zugunsten der endothermen Prozesse, für welche q_m negativ; diese werden also durch Steigerung der Temperatur begünstigt. Bei Erniedrigung der Temperatur können labile Zustände wie bei Ozon (Explosionen) eintreten.

176. Entropie. Beim Übergang der Wärme von einem heißeren zu einem kälteren Körper durch die Carnotsche Maschine bleibt die freie Energie, d. h. derjenige Teil, welcher in Arbeit umgesetzt werden kann, der wertvolle Teil derselben, ungeändert, denn man kann die gewonnene Arbeit, die etwa in Form von potentieller Energie eines gehobenen Gewichts aufgespeichert ist, dazu verwenden, die Maschine umgekehrt zu betreiben und den früheren Zustand wieder herzustellen. Lassen wir aber die Wärme direkt von dem heißen Körper zum kalten übergehen, so ist die Wiederherstellung des früheren Zustandes nicht möglich, die Energie ist entwertet (Dissipation [Zerstreuung] der Energie).

Im ersten Fall ist das abgegebene Wärmegewicht $\frac{Q_2}{\tau_2}$ gleich dem aufgenommenen $\frac{Q_1}{\tau_1}$, beim direkten Wärmeübergang dagegen ist $Q_2 = Q_1$, also $\frac{Q_2}{\tau_2} > \frac{Q_1}{\tau_1}$, d. h. es findet eine Zunahme des Wärmegewichts oder der Entropie statt, während im Fall der Carnotschen Maschine die Entropie unverändert bleibt.

Eine Zerstreuung der Energie findet auch statt, wenn wir den Inhalt eines Druckluftkessels in einen evakuierten Kessel überströmen lassen. Vorübergehend tritt Abkühlung ein, da das Gas Bewegungsenergie aufnimmt, aber diese wird schließlich wieder durch Reibung in Wärme umgesetzt, so daß der gesamte Energieinhalt des Gases derselbe ist wie zuvor. Derselbe ist aber entwertet, denn mit dem expandierten Gas kann kein Druckluftmotor mehr betrieben werden, die freie Energie ist zerstört. Ebenso wie durch ein Temperaturgefälle kann also das Vorhandensein freier Energie auch durch ein Druckgefälle bedingt sein. Ein dritter Fall ist eine chemische Differenz (Natrondampfkessel).

Während also Bewegungsenergie oder potentielle Energie oder der freie Teil einer gegebenen Wärmeenergie eine Sache (nicht eine Substanz) ist, welche Geldwert besitzt, sind die großen Wärmeporräte, die uns in der Erde, dem Meerwasser, der Luft zur Verfügung stehen, wertlos, weil weder eine Temperatur- noch Druckdifferenz oder chemische Differenz zur Verfügung steht, welche ermöglichte, sie auszunutzen.

Entwertung der Energie beim Stoß einer kleinen Kugel auf eine große Masse. Ein Wasserfall ist wertvoller als geringes Wassergefälle und große Masse bei einem Fluß. Die Energie einer Geschützkugel ist wertvoller als die eines langsam geschobenen Eisenbahnwaggonns. *Bernardis* Motor. Weltanfang und Ende. Radioaktive Substanzen. Direkte Ausnutzung der chemischen Energie der Kohle.

177. **Wärmeleitung.** Man kann den direkten Wärmeübergang von einem heißen zu einem kalten Körper auffassen als Diffusion der Molekularbewegung. Die Wärme verhält sich dabei wie eine diffundierende Flüssigkeit, es gilt das Ohmsche Gesetz: Die Intensität des Wärmestroms oder kurz der Wärmestrom J (die pro Sekunde durch einen Querschnitt hindurchtretende Wärmemenge) ist proportional der Temperaturdifferenz E , also:

$$J = \frac{E}{R} \text{ Kalorien pro Sekunde,}$$

und der Widerstand R (das Reziproke des Wärmeleitungsvermögens) ist proportional zur Dicke l der durchströmten Schicht und umgekehrt proportional zu deren Querschnitt q , also:

$$R = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{l}{q},$$

wenn η eine Konstante ist, die als spezifisches Wärmeleitungsvermögen bezeichnet wird. Sie ist

$$\eta = \frac{J \cdot l}{E \cdot q} \text{ Kalorien pro Sekunde pro Grad und Meter}^1).$$

Beispielsweise läßt eine Eisenplatte von 1 qm Fläche und 1 mm Dicke bei 1° Temperaturdifferenz beider Seiten pro Sekunde eine Wärmemenge von 15 (großen) Kalorien durch. Bei einer Dicke von 2 mm wäre die durchgelassene Wärmemenge nur halb so groß, bei einer Temperaturdifferenz von 10° dagegen das Zehnfache.

Von zwei konaxialen Röhren werde die innere aus Eisen bestehende von Dampf, die äußere von Wasser durchströmt. Es soll das Wärmeleitungsvermögen der inneren Röhre bestimmt werden. Die Länge betrage 1,37 m, der innere Radius 0,023 m, der äußere 0,033 m, somit die innere Oberfläche 0,141 qm, die äußere 0,111 qm und im Mittel 0,126 qm. Die Wandstärke ist 0,0035 m.

Die durch die äußere Röhre fließende Wassermenge betrage 1 Liter in 15 Sekunden, die Eintrittstemperatur des Wassers 10°, die Austrittstemperatur 55°, somit die Temperaturerhöhung 45° und die Wärmemenge pro Sekunde $\frac{45}{15} = 3$ Kalorien. Das mittlere Temperaturgefälle ist

$$100 - \left(\frac{55 + 10}{2} \right) = 68^\circ,$$

somit für Eisen

$$\eta = \frac{3 \cdot 0,0035}{68 \cdot 0,126} = 0,0015 \text{ Kalorien}$$

pro Quadratmeter und Sekunde bei 1° Temperaturdifferenz und 1 m Schichtdicke.

Beispiele anderer Wärmeleitungskonstanten sind: Kupfer 0,0093, Aluminium 0,0048, Zink 0,0026, Messing 0,0020, Blei 0,0008, Porzellan 0,0003, Glas 0,00001, Holz 0,000003.

Die Verbrennungswärme von 1 kg Kohle beträgt 8000 Kalorien, zur Erzeugung von 1 kg Dampf sind 615 Kalorien nötig; würde

¹⁾ Benutzt man nach Fr. Emde an Stelle der Kalorie zur Wärmemessung das Joule, so wäre das Wärmeleitungsvermögen in Watt pro Meter und Grad anzugeben.

also nichts verloren gehen, so würden pro Kilogramm Kohle 13 kg Dampf in einem Dampfkessel sich bilden. Bilden sich nun tatsächlich nur 8 kg, ist, wie man sagt, die Verdampfung eine achtfache, so ist der Wirkungsgrad des Kessels

$$8/13 = 0,62 = 62 \text{ Proz.}$$

Die Temperatur der Erde ändert sich an der Oberfläche entsprechend dem Wechsel der Jahreszeiten, der geringen Wärmeleitfähigkeit wegen dringen die Schwankungen indes nur in geringe Tiefe ein, was von Interesse ist für die Anlage von Wasserleitungen. In 8 m Tiefe herrscht bereits konstante Temperatur. Von hier an nimmt die Temperatur $\frac{1}{30}$ Grad pro Meter zu, was sich bei Tunnelbauten unangenehm bemerkbar macht. Nach dem Wärmeleitungsgesetz kann man schließen, daß schon in 80 km Tiefe die Gesteine flüssig sind und von 160 km an bis ins Zentrum eine Temperatur von etwa 4000° herrscht.

Voetmanns Wärmeleitungsapparat. Wiborgs Thermophone. Wärmeleitung in Platten. Stromlinien und Isothermen. Brechung der Stromlinien. Wärmeschutzmasse. Kochkiste. Eis in Wolle. Eiskeller. Papierumwickelter Eisen- und Holzstab im Feuer. Metallschmelzen in Papier. Stromlinien in anisotropen Körpern. Wärmeleitung in Kristallen. Schnittellipse des Wärmeleitungsellipsoids. Wärmeleitung in Holz und Schiefer. Nachweis mit Farberthermostop. Thermostaten. Sandbäder. Den. Leistungsfähigkeit von Flüssigkeiten. Unterschied ob Heizung oben oder unten. Dichtemaximum des Wassers. Schlieren bei Heizung und Kühlung. Jodstärke als Wärmeindikator. Warmwasserheizungsmodell. Meeresströmungen. Kühlschlange. Kühlmantel. Wasserlöcher in Papier. Durchströmte Kupferröhre im Feuer. Wasserstrompyrometer. Thermostaten mit Flüssigkeiten. Verwendung beim Pyknometer. Natriumsalzheizung. Eisbäder. Wärmeleitung der Gase. Aufsteigen und Niedersinken der Luft. Schlierenbildung. Glaskasten mit Rauch gefüllt. Papierschlange. Licht an der Lücke. Chemischer Nährer mit Windrad. Störung beim Abwägen warmer Körper. Verschiedenheit der Wärmeleitung. Atherindikatoren. Luftbäder. Doppelwandige Ballumgefäße. Luftheizung. Dampfbäder. Dampfheizung. Leidenfrost's Versuch. Eintauchen der Hand in flüssiges Blei. Feste Kohlenäure auf die Hand nehmen. Gefrieren von Quecksilber in glühendem Ziegel. Äußeres Wärmeleitungsvermögen. Temperaturabfall längs eines Stabes. Verschiedenheit bei Eisen- und Kupferstab. Metallstäbe mit Thermoskopfarbe befrichten. Schrot mit Wachs angeklebt. Flammen und Explosionen. Explosionsgeschwindigkeit. Flamme und Drahtnetz. Sicherheitslampe. Lüftung und Heizung. Zug im Ofenrohr (Aufsteigen von Papierschnitzeln darin). Zugregulierungen bei Feuerungen zur Vermeidung von Abkühlung. Zugmesser. Ventilator statt Schornstein. Weidinger's Schornsteinmodell (Einspringen der Flamme beim Darüberblasen; Zurücktreiben durch Gegenwind; Schornstein mit mehreren Öffnungen und Pustüre; Blasen des Schornsteins beim Abkühlen). Winde. Passatwinde. Erhigte feuchte Luft leichter. Der Druck unten kleiner (also Aufströmung), oben größer (also Abströmung). Der Antipassat behält am Pol seine Geschwindigkeit, deshalb der Passat zunächst nicht Nordostpassat. Windzonen. Veränderliche Winde. Durchkreuzung von Passat und Antipassat. Lokale Erhigung. Barometrisches Minimum und Maximum.

Isobaren. Selbsttätige Verstärkung von Depression. Wasserausscheidung. Gewichtsverminderung. Druckvermehrung durch Kondensationswärme. Erschweren des Zutretens durch Zentrifugalkraft. Monsun, Zyklonen. Wasserhosen. Sandhosen. Saugwirkung beim Ventilator. Barometer, reagierend auf Lärzuschlagen. Beim Minimum wird durch Trägheit die Geschwindigkeit größer, beim Maximum kleiner. Nebel beim Austritt komprimierter Luft. Wolkenverteilung um das barometrische Minimum. Trockener Nordost. Haufenwolken. Höhe höchstens 2 km. Cirrus 9 km. Wirbelachse schräg in der Richtung des Fortschreitens, daher Cirrus zuerst sichtbar. Nutzenwendung für die Schifffahrt. Windwogen. Luft über Kohlenäure strömend. Wetterberichte. Regenmesser. Windmesser. Sturmwarnungen. Zugstraßen der Minima. Westwinde bei uns vorherrschend. Westend daher mehr frische, Ostend staubige Luft. Einfluß von Gebirgen. Fallwinde. Pro 100 m 1° Abkühlung bezw. Erwärmung wenn trocken, 0,6° wenn feucht. Schneegrenze (in den Alpen 2708 m). Hagel. Überkühlung. Große Hagelförner. Glatteis. Raufreif. Eiden. Gewitterwalze (Achse horizontal). Blitz. Thales von Milet. Reiben von Bernsteinspindeln. Elektrizität. Unsichtbare Ausflüsse und Wirbel.

XIII. Elektrostatik.

178. Elektrizität. Durch Reibung wird, wie gezeigt, die Bewegungsenergie in Wärme umgesetzt. In manchen Fällen entsteht indes außerdem eine weitere Form von Energie, die bisher nicht in Betracht gezogen wurde, die elektrische Energie, so daß die Wärme der verbrauchten Arbeit nicht genau äquivalent ist. Reibt man z. B. Papier und Seidenzeug aneinander, so tritt eine Anziehungskraft zwischen beiden auf, die dazu verwendet werden könnte, mechanische Arbeit zu leisten. Somit muß eine Form von potentieller Energie vorhanden sein; diese ist die elektrische Energie.

Da man sich, wenn eine Kraftwirkung auftritt, um diese Wirkung begreifen zu können, ein Ding vorstellen muß, welches die Kraft ausübt, so spricht man in unserem Fall von der Elektrizität, als ob diese Träger der Kraft wäre. Sie muß unwägbar (imponderabel) sein, da eine Gewichtszunahme nicht zu bemerken ist. Die Elektrizitätsatome nennt man Elektronen. Reibt man zwei Paare von Papier und Seidenscheiben, so stoßen sich sowohl die Papierblätter wie die Seidenscheiben ab, man zieht hieraus den Schluß, daß es zwei Arten Elektrizität gebe und gleichartige Elektrizitäten sich abstoßen, während ungleichartige sich anziehen.

Reibt man einen an Ebonit befestigten Metallknopf, an welchem Papierblättchen hängen, mit einem Fuchsschwanz, so divergieren die Blättchen, es muß somit die Elektrizität vom Metallknopf zu den Blättchen gewandert sein, man betrachtet

deshalb die Elektrizität als ein Fluidum und das Metall, sowie die Papierblätter als Leiter (Konduktor) der Elektrizität, den Ebonit dagegen als Nichtleiter oder Isolator. Berührt man den Knopf dieses sogen. Elektroskops mit dem Finger, so verschwindet die Divergenz der Blättchen, d. h. die elektrische Ladung, weil auch der metallische Körper und die Erde Leiter der Elektrizität sind.

Verbindet man eine geladene Metallkugel mit einer gleichgroßen nicht geladenen, die ebenfalls mit Elektroskopblättchen versehen ist, so divergieren nachher auch diese Blättchen und zwar gleich stark wie die ersteren, wenn auch weniger stark wie zu Anfang. Man schließt hieraus, daß sich die Elektrizität auf beide Kugeln gleichmäßig verteilt. Entgegengesetzte Elektrizitäten zusammengeleitet vernichten sich scheinbar, man nennt sie deshalb positive und negative Elektrizität.

Nach der Ladungsteilung zwischen zwei gleichen Kugeln besitzt jede die Hälfte der ursprünglichen Ladung. Nochmalige Teilung würde die Ladung auf $\frac{1}{4}$ des Anfangswertes bringen, man hat demnach in der Ladungsteilung ein Mittel, meßbare Elektrizitätsmengen herzustellen, somit auch die Möglichkeit, die Abhängigkeit der Kraftwirkung (der elektrischen Kraft) von der Menge zu bestimmen. Hierzu kann eine Federwaage, eventuell eine Drehwaage oder auch eine gewöhnliche Waage dienen. Ändert man auch den Abstand r der beiden Elektrizitätsmengen m_1 und m_2 , so ergibt sich das Coulombsche Gesetz, daß die Kraft den beiden Massen direkt proportional ist und dem Quadrat des Abstandes umgekehrt. Der Proportionalitätsfaktor hängt natürlich von der gewählten Einheit der Elektrizitätsmenge ab. Man könnte diese willkürlich festsetzen, wie man z. B. die Längeneinheit, das Meter, willkürlich angenommen hat. Zweckmäßiger ist aber, die Wahl so zu treffen, daß die Konstante einen einfachen Wert erhält. Man hat sich aus praktischen Gründen dafür entschieden, als Elektrizitätsmenge 1 oder 1 Coulomb diejenige zu bezeichnen, welche eine gleiche im Abstand 1 m beeinflusst mit der Kraft $9 \cdot 10^9$ oder (9 Milliarden) Decimegadynen¹⁾. Es ist das eine ungeheuer große Elektrizitätsmenge, die man praktisch gar nicht auf einer Metallkugel anhäufen kann, indes hat die Wahl doch ihre Vorteile, wie aus den weiteren Unter-

¹⁾ Man kann auch sagen 900 Megamegadynen. Genau trifft dies nicht zu. Als elektrostatische Einheit CGS_{es} bezeichnet man die Menge Elektrizität, die eine gleiche im Abstand 1 cm mit der Kraft 1 Dyne beeinflusst. Ein Coulomb ist die Menge positiver Elektrizität (entgegengesetzt sich bewegende negative ebenfalls positiv gerechnet), die in einer Leitung, in welcher der Strom 1 Amp. fließt, pro Sekunde jeden Querschnitt passiert. In CGS_{es} gemessen ergibt sie sich von obiger Größe.

fuchungen hervorgehen wird. Die Kraft zwischen m_1 und m_2 Coulomb im Abstand r Meter beträgt also

$$K = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \text{ Decimegadynen.}$$

Sind die beiden Elektrizitätsmengen gleich, etwa beide = m Coulomb, so kann man aus der beobachteten Kraft ihre Größe bestimmen, denn es ist

$$K = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{m^2}{r^2}$$

oder
$$m = r \sqrt{\frac{K}{9 \cdot 10^9}} \text{ Coulomb.}$$

Beispielsweise war bei zwei Kugeln, deren Mitten um $r = 0,35$ m entfernt waren, die Kraft $K = 0,0003 \cdot 9,81 = 2943 \cdot 10^{-6}$ Decimegadynen. Hieraus ergibt sich deren Ladung

$$m = 0,35 \sqrt{\frac{2943 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^9}} = 0,11 \cdot 10^{-6} \text{ Coulomb} = 0,2 \text{ Mikrocoulomb.}$$

Porzellanröhren und Ebonitstäbe. Bifilare oder kontrafilare Aufhängung. Kolloidumballons. Kolloidiumlamellen. Ragenhaarelektroskop. Pergamentpapierelektroskop. Lichtensbergs Pulver. Unsichtbare Schrift auf Ebonit. Versuch von Gray. Nachweis der Leitung mit Lichtensbergschem Pulver. Leitung in Kristallen. Folierschemel. Folierstative. Goldblatt- und Aluminiumblattelektroskope. Büschel-, Gabel-, Quadrantenelektroskop. Tangentenelektrometer. Elektrisieren von Metall. Messingstab mit und ohne Foliergriff. Messingkugel und Glasstab. Reiben des Elektroskopknopfs. Berühren eines geladenen Elektroskops. Elektrischwerden eines Menschen beim Schlagen auf Asphalt, beim Gehen auf dicken Teppichen. Folierschemel. Wasserhaut des Glases. Mascarts Folierstativ. Quarzfäden. Coulombs Drehwage. Pendelwage. Kugel auf schiefer Ebene.

179. Potentielle Energie einer elektrischen Masse. Da das Coulombsche Gesetz von dem Newtonschen Gravitationsgesetz sich nur durch die Konstante unterscheidet, können die früher für das Gravitationsfeld gefundenen Resultate ohne weiteres auf das elektrische Feld, d. h. die Umgebung eines elektrischen Körpers, übertragen werden. Demgemäß ist die Verminderung der potentiellen Energie eines Körpers von der Ladung m Coulomb, wenn er aus sehr großer Entfernung bis auf den Abstand r_1 Meter gegen einen ihn anziehenden Körper herankommt, $9 \cdot 10^9 \cdot \frac{m_1}{r_1}$ Joule. Dort ist also seine potentielle Energie, wenn sie in der großen Entfernung = H Joule war, nur noch $H - 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{m_1}{r_1}$ Joule. Da man praktisch immer nur mit Differenzen der Energie zu rechnen hat, wobei sich H weghebt, setzt man

dieses der Einfachheit halber = 0 und sagt, die potentielle Energie der Masse m Coulomb im Abstand r_1 Meter von der Masse m_1 Coulomb sei

$$P = -9 \cdot 10^9 \cdot \frac{m_1}{r_1} \cdot m \text{ Joule.}$$

Wären die beiden Elektrizitäten gleichnamig, so wäre

$$P = +9 \cdot 10^9 \cdot \frac{m_1}{r_1} \cdot m \text{ Joule.}$$

Wirken mehrere Massen $m_1, m_2 \dots$ in den Abständen r_1 und $r_2 \dots$ gleichzeitig auf die Masse m , so ist deren potentielle Energie, da sich die Kräfte in ihren Wirkungen nicht stören,

$$P = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \dots \right) m \text{ Joule.}$$

Man nennt die potentielle Energie V der Masse $m = \frac{1}{9 \cdot 10^9}$ Coulomb¹⁾ das Potential an der betreffenden Stelle. Dieses ist also

$$V = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \dots \text{ Joule pro } \frac{1}{9 \cdot 10^9} \text{ Coulomb,}$$

somit

$$P = 9 \cdot 10^9 \cdot V \cdot m \text{ Joule.}$$

Die potentielle Energie E der Masse ($m =$) 1 Coulomb heißt die elektrische Spannung an der betreffenden Stelle, ihre Einheit Volt. Sie ist somit

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot V \text{ Joule pro 1 Coulomb} = 9 \cdot 10^9 \cdot V \text{ Volt.}$$

Hiernach herrscht an einer Stelle des elektrischen Feldes die Spannung 1 Volt, wenn dort die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb, die potentielle Energie 1 Joule besitzt, d. h. mit solcher Kraft (im Falle der Abstoßung) fortgetrieben wird, daß man die mechanische Arbeit 1 Joule gewinnen könnte, oder daß zum Heranschieben aus großer Entfernung die Arbeit 1 Joule aufgewendet werden mußte. Ist nur eine wirkende Masse m_1 vorhanden, und wäre diese = 1 Coulomb, so wäre die Spannung $E = \frac{9 \cdot 10^9}{r_1}$ Volt = 1 Volt im Abstände $r_1 = 9 \cdot 10^9$ m. Im Abstand 1 m wäre sie 9 Milliarden Volt. Für den oben (S. 171) benutzten Konduktor mit der Ladung $0,2 \cdot 10^{-6}$ Coulomb ist E in 1 m Abstand $9 \cdot 10^9 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} = 1800$ Volt, in 2 m 900 Volt, in 0,5 m 3600 Volt.

¹⁾ Deshalb hier und im folgenden Paragraphen nicht die Masse 1 Coulomb gewählt ist, erklärt sich aus den schon bei Besprechung der Gravitationserscheinungen (S. 21 ff.) erörterten Gründen.

Die potentielle Energie von m Coulomb ist

$$P = E \cdot m \text{ Joule.}$$

Um einen Überblick über die Beschaffenheit der Felder zu bekommen, zieht man die Linien bzw. Flächen gleicher Spannung, die Niveau- oder Equipotentialflächen. Wären z. B. die Massen $+36$ und -36 Mikrocoulomb im Abstand 1 m gegeben, so könnte man um jede derselben Kreise in Abständen von 0,1 m ziehen, für jeden derselben die Spannung in Volt bestimmen, an den Kreuzungspunkten die Differenzen bilden und nun die Punkte, an welchen gleiche Zahlen stehen, miteinander verbinden. Ebenso würde man die Summen bilden, wenn die Massen $+36$ und $+36$ gegeben wären. Auf diese Weise kann man z. B. die Niveaulinien von 1000 zu 1000 Volt zeichnen (vgl. die Modelle S. 20 und 23).

Die Kraftlinien, welche für jede Stelle des Feldes die Richtung der elektrischen Kraft angeben, erhält man einfach, indem man Kurven zieht, welche die Niveaulinien allenthalben senkrecht durchschneiden, beginnend mit geradlinigen Strahlen, welche in gleichen Abständen von den elektrischen Punkten ausgehen (Tafeln in Fricke's phys. Technik, 7. Aufl., Bd. II [1]).

180. Feldintensität. Aus gleichem Grunde, d. h. wegen der Übereinstimmung der Grundgesetze, gelten die früheren Betrachtungen über die Feldintensität (§ 19, S. 24) auch für das elektrische Feld, d. h. wirken die Massen $m_1, m_2 \dots$ Coulomb in den Abständen $r_1, r_2 \dots$ Meter auf die Masse m Coulomb, so ist die auf letztere in der Richtung der elektrischen Kraftlinien ausgeübte Kraft

$$K = 9 \cdot 10^9 \cdot H \cdot m \text{ Decimegadynen,}$$

wenn H , d. h. die Kraft auf die Masse $\frac{1}{9 \cdot 10^9}$ Coulomb, die Feldintensität bedeutet. Die auf 1 Coulomb wirkende Kraft ist $9 \cdot 10^9 \cdot H$ Decimegadynen.

Verschiebt sich die Masse m in der Richtung der elektrischen Kraftlinien um ds , so ist die geleistete Arbeit $K \cdot ds$, dieselbe muß der Abnahme der potentiellen Energie $-dP$ gleich sein,

$$\text{also } K \cdot ds = -dP \text{ oder } K = -\frac{dP}{ds} \text{ Decimegadynen.}$$

$$\text{Nun ist } P = E \cdot m \text{ Joule,}$$

$$\text{somit } K = -\frac{dE}{ds} \cdot m \text{ Decimegadynen.}$$

Die Arbeit ist

$$K \cdot ds = -dE \cdot m \text{ Joule.}$$

Die Feldstärke

$$H = -\frac{1}{9 \cdot 10^9} \cdot \frac{dE}{ds} \text{ Decimegadynen pro } \frac{1}{9 \cdot 10^9} \text{ Coulomb.}$$

$\frac{dE}{ds}$ ist das Potentialgefälle in Volt pro Meter.

Für den S. 172 betrachteten Konduktor mit $0,2 \cdot 10^{-6}$ Coulomb Ladung war in 0,5 m Abstand die Spannung 3600 Volt, in 1 m Abstand 1800 Volt, somit die Feldstärke (annähernd) $\frac{3600 - 1800}{(1 - 0,5) \cdot 9 \cdot 10^9} = 0,4 \cdot 10^{-6}$ Decimegadynen pro $\frac{1}{9}$ Millimicrocoulomb. Ebenso ergibt sich dieselbe zwischen 1 und 2 m Abstand $= \frac{1800 - 900}{9 \cdot 10^9} = 0,1 \cdot 10^{-6}$.

$$\text{Da } E = 9 \cdot 10^9 V, \text{ ist auch } H = -\frac{dV}{ds}$$

oder

$$dV = -H \cdot ds$$

oder

$$V = \int_s^0 H \cdot ds,$$

d. h. das Potential ist das Linienintegral der Feldstärke¹⁾.

Messung der Feldintensität durch Schwingungen einer elektrischen Nadel. Elektrisches Feld der Erde. Verlauf der Kraftlinien unabhängig von der Größe der Ladung.

181. Spannung auf einem Konduktor. Auf einem Konduktor muß im Falle des Gleichgewichts die Spannung überall dieselbe sein, denn sonst würden Kräfte nach der Formel $K = -\frac{dE}{ds} \cdot m$ wirken, welche die Elektrizitätsteilchen in Strömung versetzen würden, was der Voraussetzung, daß Gleichgewicht bestehe, widerspricht. Man kann ferner sagen, daß im Falle des Gleichgewichts sich alle Elektrizitätsteilchen an der Oberfläche befinden, da sie sich gegenseitig abstoßen, also bis an die Grenze des leitenden Mediums bewegen.

Ist der Konduktor eine Kugel vom Radius R , so wird das Potential im Mittelpunkte, somit auch auf der ganzen Kugel

$$V = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r} \dots = \frac{m_1}{R} + \frac{m_2}{R} + \dots = \frac{Q}{R},$$

¹⁾ Die Spannung ist $9 \cdot 10^9$ mal so groß. Der Satz gilt für die Spannung auch dann, wenn kein Potential existiert. Die Formel gibt deshalb die allgemeinere Definition der Spannung (Fr. Emden).

wenn Q die gesamte Ladung in Coulomb bedeutet. Demnach ist die Spannung auf der Kugel

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot V = 9 \cdot 10^9 \frac{Q}{R} \text{ Volt.}$$

Wäre beispielsweise die Ladung einer Kugel von 0,1 m Radius 1 Mikrocoulomb, so wäre die Spannung auf derselben $9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} / 0,1 = 90000$ Volt. Für den oben (S. 172) betrachteten Konduktor mit $0,2 \cdot 10^{-6}$ Coulomb Ladung ergibt sich die Spannung zu 18000 Volt auf dessen Oberfläche und im Innern, während sie in den Abständen 0,5, 1, 2 m nur bezw. 3600, 1800 und 900 Volt war. Man kann hiernach die Spannungskurve konstruieren, deren Ordinaten die Spannung für jeden Punkt des elektrischen Feldes angeben.

Wird ein Elektroskop mit dem Konduktor durch einen dünnen Draht verbunden, so bildet es mit diesem einen einzigen Leiter, muß also dieselbe Spannung haben. Sie kommt zum Ausdruck durch die Abstoßung der Blättchen. Läßt sich der Konduktor teleskopartig zusammenschieben (elektrisches Rouleaux, elektrische Seifenblase), so nimmt entsprechend der Verminderung der Oberflächen die Divergenz der Blättchen zu. Man hat dabei die gegenseitige Abstoßung der auf dem Konduktor angehäuften Elektronen zu überwinden, also eine Arbeit zu leisten wie beim Zusammendrücken einer Spiralfeder; daher der Ausdruck elektrische Spannung. Die aufgehäuften elektrische Energie läßt sich vergleichen mit der Spannungsenergie der Feder.

Verbindet man das Elektroskop mit einem Konduktor, dessen Spannung berechnet ist und versieht es mit einer Skala derart, daß die Blättchen auf dieser die ermittelte Spannung in Volt anzeigen, so hat man ein Elektrometer, welches in jedem Falle zur Messung der Spannung dienen kann.

Halbkugelapparat. Faradays Käfig. Elektroskop im Wasser mit Kappe. Schuhhüllen. Elektrischer Blasebalg. Elektrisches Ringsystem. Elektrometer von Braun. Sinuselektrometer. Thomsons Wageelektrometer. Großes Quadrantenelektrometer. Empfindliche Quadrantenelektrometer. Ausschlag bei Nähern einer geriebenen Siegelackstange. Elektrostatische Voltmeter.

182. **Influenz.** Da, wie früher (S. 172) gezeigt wurde, beim Zusammenbringen gleicher Mengen positiver und negativer Elektrizität sich der Körper wie unelektrisch verhält, kann man annehmen, in jedem unelektrischen Körper seien beide Arten Elektrizität vorhanden. Wird nun ein isolierter Leiter in ein elektrisches Feld gebracht, so muß in dem Raume, den er einnimmt, das Potential konstant werden, es kann nicht die früheren Werte behalten. Demnach werden sich nach den Stellen höheren Potentials negative,

nach denen niedrigeren Potentials positiv elektrische Theilchen — Elektronen — bewegen, bis das Potential konstant geworden ist. Man nennt diese Erscheinung Influenz. Sie kann z. B. nachgewiesen werden, indem man zwei leitend miteinander verbundenen Elektroskop einen geriebenen Ebonitstab nähert, die Verbindung aufhebt und nun den Ebonitstab entfernt. Benutzt man ein Elektroskop, welches während der Einwirkung des elektrischen Körpers ableitend berührt wird, so erscheint es nachher entgegengesetzt geladen. Gleiches gilt für den Deckel eines Elektrophors.

Trennung sich berührender Kugeln während der Influenz. Nachweis der Influenz Elektrizität mit der Probekugel. Nachweis mit Lichtenbergs Pulver. Anziehung von Papierschnitzeln auf leitender Unterlage, sowie auf Ebonit. Elektrische Nadel. Wimpermark. Elektrische Schiene. Solendermark an Leinen- und Seidenfäden. Metallkugel auf Schienen. Elektrische Springbrunnen. Influenz in Isolatoren. Darstellung der elektrischen Kraftlinien durch schwefelsaures Chinin in Terpentinöl, Florentinerlack in Acetal, verdünnte Milch usw. Kontraktionsbestreben der Kraftlinien. Gleichzeitiges Entstehen beider Elektrizitäten bei der Reibung (auch hier gleichviel von beiden geschieden). Unmöglichkeit der Selbstelektrifizierung. Stabelektrifizermaschine. Unitarische Theorie. Elektrischer Funke. Elektrophor mit doppeltem Deckel. Sehr kleiner und sehr großer Elektrophor. Arbeitsleistung beim Elektrophor. Funkenwärme.

183. Sonde und Tropfenkollektor. Wird eine sogen. Probekugel oder Sonde, welche durch einen langen Draht mit einem Elektrometer verbunden ist, in ein elektrisches Feld gebracht, an eine Stelle, wo das Potential V ist, so ist es nun, wenn die Probekugel $-Q$, das Elektroskop also $+Q$ Coulomb durch Influenz aufnimmt, in der Probekugel $V - \frac{Q}{r}$, wenn r deren Radius und in dem Elektroskop $\frac{Q}{R}$, wenn R der Radius der Elektroskopkugel. Da das Potential konstant sein muß, ist

$$V - \frac{Q}{r} = \frac{Q}{R}, \quad \text{somit} \quad Q = \frac{Vr \cdot R}{r + R},$$

$$\text{d. h. das gemessene Potential } \frac{Q}{R} = V \cdot \frac{r}{r + R},$$

also proportional zu V . Durch Verschiebung der Sonde kann man bei feststehendem Elektrometer die gesamte Spannungsverteilung in dem Felde ermitteln, z. B. konstatieren, daß die Niveauflächen den berechneten Verlauf haben. Nimmt man bei diesem Versuch die Influenz Elektrizität auf der Probekugel fort, etwa indem man aus derselben Wasser austropfen läßt, wobei jeder Tropfen etwas von der Ladung mit sich führt, so wird dort das früher an der betreffenden Stelle vorhandene Potential

wieder hergestellt, somit gibt nun das Elektrometer nicht wie im vorigen Falle nur einen Bruchteil dieses Wertes an, sondern den vollen Betrag.

184. Potentielle Energie geladener Konduktoren. Wir haben bisher nur die Frage behandelt, wie groß die potentielle Energie einer elektrischen Masse in der Nähe von anderen ist. Die eigentliche Aufgabe war aber, zu untersuchen, wieviel potentielle Energie in einem elektrisch geladenen Körper vorhanden ist, welcher Teil der Arbeit z. B. beim Reiben eines Körpers dazu verwendet wird, die elektrische Ladung zu erzeugen und welcher Teil in Wärme umgesetzt wird. Der letztere ist natürlich das, was übrig bleibt, wenn wir von der gesamten Arbeit die Ladungsarbeit abziehen.

Ist die Spannung auf dem Konduktor E Volt und sind die Massen der einzelnen Elektrizitätsteilchen oder Elektronen, welche die Ladung Q zusammensetzen, m_1, m_2, \dots Coulomb, so ist deren potentielle Energie Em_1, Em_2, \dots , also die gesamte Energie auf dem Konduktor $Em_1 + Em_2 + \dots = E \cdot Q$ Joule, wenigstens anscheinend. In Wirklichkeit haben wir bei der Rechnung einen Fehler gemacht, da wir nicht alle diese Beträge addieren dürfen, insofern z. B. die potentielle Energie von m_1 in bezug auf m_2 dasselbe ist wie die potentielle Energie von m_2 in bezug auf m_1 . Demgemäß ist die Ladungsarbeit nur

$$A = \frac{1}{2} E Q \text{ Joule.}$$

Beispielsweise brauchen wir also zur Ladung unseres Zinkkonduktors, welcher $Q = 0,2 \cdot 10^{-6}$ Coulomb enthielt und die Spannung $E = 18000$ Volt hatte,

$$A = 9000 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} = 1800 \cdot 10^{-6} = 0,0018 \text{ Joule.}$$

Bei der Entladung würden somit

$$\frac{0,0018}{4189} = 0,043 \cdot 10^{-6} \text{ Kalorien}$$

entstehen. Könnte man den Konduktor aufblasen wie eine Seifenblase, so würde die aufgespeicherte potentielle Energie kleiner werden, entsprechend der Verminderung der Spannung. Umgekehrt wäre zum Zusammendrücken Arbeit aufzuwenden (Elektrophor durch Motor betrieben).

185. Kapazität. Die Spannung auf einer Kugel vom Radius R Meter war

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{R} \text{ Volt,}$$

demnach ist

$$Q = \frac{R}{9 \cdot 10^9} \cdot E = C \cdot E \text{ Coulomb,}$$

d. h. die Ladung ist der Spannung proportional. Dieser Satz gilt naturgemäß nach Definition der Spannung für jeden beliebigen Konduktor. Der Proportionalitätsfaktor C ist die Anzahl Coulomb, die der Konduktor bei der Spannung 1 Volt aufnimmt. Man nennt diese Ladung analog dem Fassungsvermögen eines Gefäßes die Kapazität des Konduktors, deren Einheit 1 Farad. Demnach ist die Kapazität eines beliebigen Konduktors, welcher bei E Volt Spannung Q Coulomb enthält

$$C = \frac{Q}{E} \text{ Farad.}$$

Speziell für eine Kugel ist die Kapazität

$$C = \frac{R}{9 \cdot 10^9} \text{ Farad,}$$

d. h. bei 1 Volt beträgt die Ladung $\frac{R}{9 \cdot 10^9}$ Coulomb.

Beispielsweise ist die Kapazität unserer Zinkkugel, da $R = 0,1$ m,

$$C = \frac{0,1}{9 \cdot 10^9} = \frac{1}{90} \cdot 10^{-9} \text{ Farad} = \frac{1}{90} \text{ Millimikrofarad,}$$

sie nimmt also bei 1 Volt $\frac{1}{90}$ Millimikrocoulomb auf. Die Kapazität der Erdkugel, deren Radius $= \frac{40000000}{2\pi} = 6363 \cdot 10^3$ m beträgt, ist $707 \cdot 10^{-6}$ Farad = 707 Mikrofarad, d. h. sie würde, wenn Selbstelektrisierung möglich wäre, nach Ladung mit 707 Mikrocoulomb am Elektrometer die Spannung 1 Volt zeigen. Um die Elektrisierung zu bewirken, müßte man einen Standpunkt außerhalb der Erde, etwa auf dem Mond, haben.

Eine Kugel, welche gerade 1 Farad Kapazität haben sollte, müßte einen Radius von 9000000000 m, d. h. etwa 700 mal so großen Durchmesser wie die Erde haben.

Aus der bekannten Kapazität C einer Kugel läßt sich die eines beliebigen Konduktors x finden durch Ladungsteilung. Sinkt nämlich die Spannung bei der Verbindung von E Volt auf e Volt, so ist $C \cdot E = (C + x) e$ oder

$$x = C \left(\frac{E}{e} - 1 \right) \text{ Farad.}$$

186. Elektrische Flächendichte ist die Elektrizitätsmenge, die sich auf der Oberfläche eines elektrisch geladenen Leiters auf der Flächeneinheit befindet, falls die Verteilung der Ladung eine gleichmäßige wäre. Bei einem kugelförmigen Konduktor ist letzteres aus Symmetriegründen der Fall. Beträgt also die Ladung Q Coulomb, der Radius R Meter, somit die Oberfläche

$4\pi R^2$ Quadratmeter, so ist die Dichte $h = \frac{Q}{4\pi R^2}$ Coulomb pro Quadratmeter. Werden zwei Kugeln mit den Radien R und r und den Ladungen Q und q , also den Potentialen $\frac{Q}{R}$ und $\frac{q}{r}$ durch einen dünnen Draht verbunden, so ändern sich die Ladungen in Q' und q' , derart, daß das Potential konstant, also $\frac{Q'}{R} = \frac{q'}{r}$ wird, wobei $Q + q = Q' + q'$. Daraus folgt:

$$Q + q = Q' + Q' \frac{r}{R} \quad \text{und} \quad Q + q = \frac{Q'(R + r)}{R},$$

also das neue Potential

$$\frac{Q'}{R} = \frac{Q + q}{R + r}$$

und die neuen Ladungen:

$$q' = (Q + q) \frac{r}{R + r} \quad \text{und} \quad Q' = (Q + q) \frac{R}{R + r}$$

und die Dichten:

$$h_r = \frac{Q + q}{4\pi r(R + r)} \quad \text{und} \quad h_R = \frac{Q + q}{4\pi R(R + r)},$$

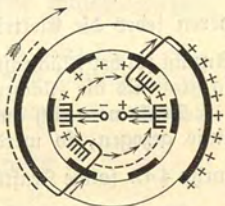
also $h_r : h_R = R : r$. Die Dichten verhalten sich also umgekehrt wie die Radien.

Allgemein ist die Dichte immer um so größer, je stärker die betreffende Stelle der Konduktoroberfläche gekrümmt ist und an einer Spitze sollte sie theoretisch unendlich werden, was aber praktisch insofern nicht zutrifft, als die Elektrizität bei zu großer Dichte ausströmt (Funkenbildung).

Auf der Spitzenwirkung beruht die Aufnahme der Elektrizität durch die Sauger der Elektrifiziermaschine und Influenzmaschine. Letztere ist schematisch (cylindrisch) in Fig. 50 dargestellt.

Konduktor mit Spitze und Vertiefung. Probefugel, Probefleischchen. Dichte auf Ellipsoid, Kreisscheibe, Cylinder. Spitzen- und Flammenkollektor. Was hindert die Elektronen, den Konduktor zu verlassen? Elektrophordeckel. Geriebener Ebonitstab und Elektrostop. Geriebener Ebonitstab durch die Flamme gezogen. Guerdés Elektrifiziermaschine. Cylinderelektrifiziermaschine. Verschiedene Elektrifiziermaschinen. Quadrantelektrometer. Papierbüschel. Viele Papierbogen auf Drähten. Kugel und Puppentanz. Glöckenspiel. Konvektive Fortführung von Tropfen. Doppielektrophor. Duplikator. Ladung einer Hartgummiplatte durch Spitze, Laden mit Flamme.

Fig. 50.



Modell der Elektrophormaschine. Wasserinfluenzmaschine. Selbständige Influenzmaschine. Doppelrotationsmaschine. Hochdruckinfluenzmaschine. Kleine Influenzmaschine. Elektrisches Zintenfaß. Kraftübertragung mit zwei Influenzmaschinen.

187. **Kraftlinienzahl, Feldstärke und Dichte.** Man kann die auf einer Kugel angehäuften Elektronen bezüglich ihrer Wirkung nach außen ebenso wie schwere Massen in ihrem Schwerpunkt, d. h. dem Kugelmittelpunkt, konzentriert denken. Bringen wir also eine elektrische Ladung von m Coulomb in den Abstand r Meter vom Mittelpunkt einer mit Q Coulomb geladenen Kugel, so wird sie beeinflusst mit der Kraft

$$K_r = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot m \text{ Decimegadynen.}$$

Ist $r = R$, d. h. gleich dem Kugelradius, so wird die Kraft

$$K_R = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{R^2} \cdot m.$$

Nun ist $h = \frac{Q}{4\pi R^2}$, also $\frac{Q}{R^2} = 4\pi h$

und $K_R = 9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi h \cdot m$ Decimegadynen.

Die Feldintensität, d. h. die Kraft auf die Elektrizitätsmenge $\frac{1}{9 \cdot 10^9}$ Coulomb wird demnach $H_R = 4\pi h$ Decimegadynen

pro $\frac{1}{9 \cdot 10^9}$ Coulomb, d. h. unmittelbar an der Kugeloberfläche ist die Feldintensität das 4π -fache der Flächendichte.

Man kann dies graphisch zur Anschauung bringen, indem man die Kugeloberfläche in Felder einteilt (vgl. Fig. 18, S. 25), deren jedes die Elektrizitätsmenge $\frac{1}{4\pi}$ Coulomb enthält. Die Anzahl solcher Flächenstückchen pro Quadratmeter ist dann 4π mal so groß als die Flächendichte, somit gleich der Feldintensität.

Denkt man sich auf jedem dieser Flächenstückchen eine Kraftlinie gezogen, so werden in der Entfernung r auf 1 qm nicht mehr $4\pi h$ solche Kraftlinien entfallen, sondern nur $4\pi h \cdot \frac{R^2}{r^2}$.

Nun ist aber auch die Kraft K_r im Abstände r im Verhältnis von $\frac{R^2}{r^2}$ kleiner als die an der Kugeloberfläche K_R oder

$$K_r : K_R = R^2 : r^2,$$

also $H_r = H_R \cdot \frac{R^2}{r^2} = 4\pi h \cdot \frac{R^2}{r^2},$

d. h. auch in einem beliebigen Abstand r gibt die Zahl Kraftlinien, welche durch 1 qm Niveaufläche hindurchgeht, die Feldintensität, vorausgesetzt, daß die Kraftlinien so konstruiert sind, daß sich am Fußpunkt einer jeden die Masse $\frac{1}{4\pi}$ Coulomb befindet.

Dieser Satz gilt nicht nur für eine Kugel, sondern ganz allgemein für jeden Konduktor.

Da sich Anfang und Ende einer Kraftlinie vertauschen lassen, so muß auch am Ende einer Kraftlinie die Elektrizitätsmenge $\frac{1}{4\pi}$ Coulomb angehäuft sein und zwar solche von entgegengesetzter Art. Flächenstücke, welche durch eine aus Kraftlinien gebildete sogen. Kraftrohre abgegrenzt werden (korrespondierende Flächenelemente), enthalten deshalb stets gleiche Mengen entgegengesetzter Elektrizität (Kraftlinien tafeln).

Faradays absolute Ladung. Endigung der Kraftlinien auf Himmelskörpern. Brechung der Kraftlinien. Newtons Kraftzentner. Elektronen vergleichbar Enden von Muskeln. Kraftachse im Vakuum, scheinbare Äthermuskulatur. Kontraktionsbestreben der Kraftlinien. Elektrische Spannkraft. Elektrische Schirmwirkung.

188. Kondensatoren. Sei eine leitende mit Q Coulomb geladene Kugel vom Radius R_1 umgeben von einer zweiten, mit der Erde in Verbindung stehenden konzentrischen leitenden Kugel vom Radius R_2 , so sammelt sich auf dieser durch Influenz die Ladung $-Q$ Coulomb entsprechend dem Satze von den korrespondierenden Flächenelementen, da alle von der ersten Kugel ausgehenden Kraftlinien an der zweiten endigen. Dort muß sich also eine der Ladung der ersteren gleiche Menge entgegengesetzter Elektrizität befinden.

Wäre nur die innere Kugel vorhanden, so wäre das Potential im Zentrum, somit auch auf der ganzen inneren Kugel $= \frac{Q}{R_1}$. Wäre nur die äußere Kugel vorhanden, so wäre es $-\frac{Q}{R_2}$, sind also beide zugleich vorhanden, so ist es

$$V = \frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2} = Q \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot R_2}.$$

Sei die Dicke der Isolierschicht $= \delta$, so wird

$$V = Q \cdot \frac{\delta}{R_1 \cdot R_2}.$$

Somit ist die Kapazität eines kugelförmigen Kondensators

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{Q}{9 \cdot 10^9 \cdot V} = \frac{R_1 \cdot R_2}{9 \cdot 10^9 \cdot \delta} \text{ Farad.}$$

Sei die Oberfläche der Kugel $= 4\pi R_1^2 = F$, so wird, da annähernd $R_1 = R_2$,

$$C = \frac{R_1^2}{9 \cdot 10^9 \cdot \delta} = \frac{F}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \delta} \text{ Farad.}$$

Die Formel gilt auch mit großer Annäherung für einen Platten- oder Zylinderkondensator, wenn F die Belegung in qm. Modellkondensator. Luftkondensator. Kondensatorelektroskop. Anziehung der Kondensatorplatten. Wageelektrometer. Quadrantenelektrometer. Zylinder- und Kugelelektrometer.

189. Dielektrizitätskonstante. Wird in ein elektrisches Feld ein Glasstab gebracht, so tritt in diesem dielektrische Polarisation (gewissermaßen Influxion in den einzelnen Molekülen) ein. Die durch Influxion erregte Elektrizitätsmenge ist der Feldintensität H (= Kraftlinienzahl pro Quadratmeter) proportional, sie sei $= \epsilon \cdot H$. Hierbei heißt ϵ die Elektrifizierungskonstante oder der Elektrifizierungskoeffizient. Da von 1 Coulomb 4π Kraftlinien ausgehen, ist die pro Quadratmeter neu entstandene Kraftlinienzahl $4\pi \epsilon \cdot H$, also da schon H Kraftlinien pro Quadratmeter vorhanden waren, die ganze Kraftlinienzahl im Glas

$$H + 4\pi \epsilon \cdot H = (1 + 4\pi \epsilon) H = \eta \cdot H \text{ pro Quadratmeter.}$$

Dieses Produkt heißt elektrostatistische Induktion, die Konstante $\eta = 1 + 4\pi \epsilon$ Dielektrizitätskonstante.

Die Kapazität einer Kugel in Luft beträgt $\frac{R}{9 \cdot 10^9}$ Farad. Um gibt man dieselbe mit Glas oder Petroleum, so wird sie $C = \eta \cdot \frac{R}{9 \cdot 10^9}$ Farad, denn nun gehen η mal soviel Kraftlinien davon aus, die Ladung ist also bei gleicher Spannung η mal so groß. Die Dielektrizitätskonstante gibt somit auch an, auf das wievielfache die Kapazität durch Umhüllung der Kugel mit dem betreffenden Isolator oder Dielektrikum gesteigert wird.

Auch die Kraft zwischen zwei in Petroleum eingesetzten Kugeln ist bei gleicher Ladung eine andere als in Luft, denn infolge der durch dielektrische Polarisation des Petroleums neu entstehenden Kraftlinien kommen die an den Enden der letzteren befindlichen Ladungen zu den vorhandenen hinzu, und da sie diesen entgegen gesetzt sind, wird die Kraft kleiner, als sie nach dem Coulomb'schen Gesetz sein würde, nämlich

$$K = \frac{1}{\eta} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{m \cdot m_2}{r^2} \text{ Decimegadynen.}$$

Bringt man zwischen die Platten eines ebenen Luftkondensators Glas oder Ebonit, so erscheint die Kapazität entsprechend der Dielektrizitätskonstante vergrößert, sie ist nunmehr

$$C = \eta \cdot \frac{F}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \delta} \text{ Farad.}$$

Der Wert der Dielektrizitätskonstanten ist für Paraffin 1,7—2,3, Ebonit 2—3, Guttapercha 2,5, Schellack 2,8—3,7, Glas 4—7, Glimmer 4—8, Petroleum 2,2.

Für einen Papierkondensator von 840 Blättern mit $0,33 \times 0,49 = 0,16$ qm belegter Fläche und $0,3 \cdot 10^{-3}$ m Dicke ergibt sich, da $\eta = 2$, die Kapazität

$$C = \frac{2 \cdot 0,16 \cdot 840}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ Farad} = 8 \text{ Mikrofarad.}$$

Geladen mit $E = 2000$ Volt würde er aufnehmen $Q = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 = 16 \cdot 10^{-6}$ Coulomb = 16 Millicoulomb. Die Entladungswärme wäre $= \frac{E \cdot Q}{2 \cdot 4189} = 0,004$ Kalorien.

Meßzylinder mit Nagel. Franklins Tafel. Leidener Flasche. Leidener Flasche mit Glockenspiel. Laden mit großem Elektrophor. Große Leidener Flaschen. Kaskadenbatterie. Normalkondensatoren. Kabelnetz. Inflation in leitenden Teilchen würde Wärme erzeugen. Dielektrische Polarisation. Elastische Verschiebung der Elektronen in den Molekülen. Elektrische Elastizitätsgrenze. Zerlegbare Leidener Flasche. Energie außerhalb, nicht innerhalb des Kondensators. Anziehung eines Wasserstoffstrahls. Abstoßung eines Kohlenäurestrahls. Dielektrische Verschiebung im Vakuum. Dielektrische Verschiebung in Leitern. Kraftlinien und Induktionslinien identisch. Relaxationszeit. Kondensator mit spaltbarem Dielektrikum. Brechung der Kraftlinien. Dielektrische Nachwirkung. Dielektrizitätskonstante von Kristallen.

190. Spezifische elektrische Energie. Die Energie auf einem mit Q Coulomb bei E Volt geladenen Kondensator ist:

$$A = \frac{1}{2} E \cdot Q = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{2\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \delta}{\eta \cdot F} \cdot Q^2,$$

oder, da $Q = F \cdot h = F \cdot H \cdot \frac{1}{4\pi}$ und $l \cdot F = v$, wenn v das Volumen bedeutet,

$$A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot v \cdot H^2}{8\pi \cdot \eta} \text{ Joule}$$

und die spezifische elektrische Energie

$$A_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot H^2}{8\pi \cdot \eta} \text{ Joule pro Kubikmeter.}$$

H bedeutet hierbei die wirkliche Kraftlinienzahl pro Quadratmeter. Versteht man unter H_1 die Feldintensität, d. h. Kraftlinienzahl pro Quadratmeter, welche vor Einbringen des Dielektrikums zwischen die Kondensatorplatten vorhanden war, so ist $H = \eta \cdot H_1$, somit

$$A_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot H_1^2}{8\pi} \cdot \eta.$$

Entladungswärme. Elektrophorzündmaschine. Gaszünder. Minners = Ieys's Thermometer. Elektrischer Mörser. Durchschlagen von Papier und Pappe. Zersplittern von Holz. Entzünden von Papier und Holz. Sprengen von Röhren mit Wasser. Entzünden einer Kerze oder von Kolophonium. Petroläther. Eisen und Kaliumchlorat, Schießpulver. Zündelektroskopmaschine. Benzinbrände und Warnapparat. Explosion von Aluminiumbronz. Mehlstaub- und Kohlenstaubexplosion. Selbsttätige Entzündung von Luftballons. Gasanzünder mit der Hand. Elektrophorzündmaschine. Gasanzünder. Elektrische Pistole. Zünden durch Treibriemenselktrizität. Eudiometer. Bildung von Untersalpetersäure durch Funken. Zerstäuben von Eisen und Silberdraht. Nichtentzünden von Papier durch Funken. Zerstäuben von Stanniolstreifen, Platindraht. Zertrümmern von Glas. Papier mit Abbildungen zerstäubter Trähle. Zerrißene Ableiter. Zusammenschweißen von Kettengliedern. Ries'sches Thermometer. Kalorimetrischer Coulombzähler.

191. **Stromstärke und Stromarbeit.** Verbindet man die Konduktoren einer Influenzmaschine durch einen Leiter, z. B. eine Holzlatte, an welcher Elektroskope angebracht sind, so gibt jeder Elektrophordeckel bei Drehung der Maschine eine Elektrizitätsmenge Q an den Leiter ab. Ist nur ein Elektrophordeckel vorhanden, und ist die Zahl der pro Sekunde vor den Saugern vorbeigehenden Elektrophordeckel $= n$, so strömt durch den Leiter pro Sekunde die Elektrizitätsmenge $n - Q$ Coulomb. Diese nennt man die Stromstärke gemessen in Ampere, d. h. man bezeichnet als Stromstärke 1 Ampere diejenige, bei welcher pro Sekunde gerade 1 Coulomb durch jeden Querschnitt des Leiters fließt. Ist somit die Stromstärke J , so ist

$$J = n \cdot Q \text{ Ampere.}$$

Die Richtung des Stromes ist bestimmt durch die Richtung der Bewegung der Elektrizität, falls diese positiv ist oder durch die entgegengesetzte, falls sie negativ ist. Der Strom ist immer in sich geschlossen, falls eine geschlossene Leitung vorliegt, da bei Erzeugung von Elektrizität stets beide Elektrizitäten in gleicher Menge entstehen, so daß die die Leitung durchfließende Elektrizität am Ende derselben durch die entgegengesetzte neutralisiert wird. Natürlich können sich auch beide Elektrizitäten zugleich in der Leitung bewegen. Sind z. B. bei der Influenzmaschine zwei Elektrophorkuchen vorhanden, so geben in derselben Zeit ebensoviele negative Elektrophordeckel ihre Ladung an die Sauger verbindende Leitung ab als positive, die Stromstärke beträgt somit $2nQ$ Ampere, d. h. sie ist die Summe des positiven und des negativen Stromes. Gleiches gilt, wenn die pro Sekunde abgegebenen Quantitäten beider Elektrizitäten ungleich sind, wenn z. B. zwei mit verschiedener Geschwindigkeit gedrehte Influenzmaschinen mit je einem Elektrophorkuchen benutzt werden, die entgegengesetzte Elektrizitäten in entgegengesetzter Richtung in die

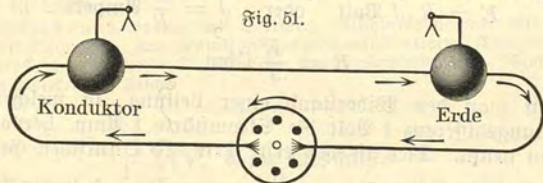
Leitung befördern. Würde pro Sekunde $\frac{1}{2}$ (bezw. $\frac{1}{n}$) Coulomb positiver Elektrizität im einen Sinn und gleichzeitig $\frac{1}{2}$ (bezw. $1 - \frac{1}{n}$) Coulomb negativer im entgegengesetzten Sinn durch die Leitung fließen, so wäre die Stromstärke 1 Ampere.

Zur Messung der Stromstärke kann ein Ausladeelektrometer benutzt werden, im einfachsten Fall eine pendelnde leitende Kugel, welche in eine Lücke der Leitung eingeschaltet ist und auf der einen Seite Elektrizität aufnimmt, auf der anderen abgibt. Ist r der Radius der Kugel in Metern, n die Zahl der Schwingungen pro Sekunde, e die Spannung in Volt, so ist die Stromstärke $i = n \cdot \frac{r \cdot e}{9 \cdot 10^9}$ Amp. Beispielsweise war $r = 0,035$ m, $e = 4200$ Volt, $n = 2$, also

$$i = \frac{2 \cdot 0,035}{9 \cdot 10^9} \cdot 4200 = 0,03 \cdot 10^{-6} \text{ Amp.} = 0,03 \text{ Milliampere.}$$

Ein anderes Mittel zur Ermittlung der Stromstärke ist die Maßflasche oder einfach ein Kondensator, dessen Belegungen mit den Elektroden einer Funkenstrecke verbunden werden. Ist C die Kapazität des Kondensators in Farad, E die Spannung und n die Zahl der Entladungen pro Sekunde, so ist die Stromstärke $J = C \cdot E \cdot n$ Amp. Beispielsweise war $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Farad (4 Mikrofarad), $E = 2000$ Volt und $n = \frac{1}{3}$, also $J = 0,0026$ Amp. = 2,6 Milliamp.

192. Stromarbeit und Stromwärme. Die Arbeit, welche nötig ist, Q Coulomb von einem Orte, wo die Spannung Null ist, nach einem anderen zu bringen, wo sie E Volt beträgt, ist,



wie früher gezeigt, $E \cdot Q$ Joule. Demgemäß ist der zur Unterhaltung eines Stromes nötige Effekt, wenn n Elektrophorbedel ihre Ladung Q Coulomb pro Sekunde abgeben an eine Leitung, deren anderes Ende zur Erde abgeleitet ist (Fig. 51), also die Spannung Null hat, $A = n \cdot Q \cdot E = E \cdot J$ Watt, beispielsweise im ersten

der beiden vorigen Fälle $4200 \cdot 0,03 \cdot 10^{-6} = 126 \cdot 10^{-6}$ Watt (126 Mikrowatt), im anderen $2000 \cdot 0,0026 = 5,2$ Watt. Dies gilt auch dann, wenn die Spannung an dem einen Ende nicht Null ist und E die Differenz der beiden Spannungen bedeutet, ähnlich wie bezüglich des Effekts einer Zentrifugalpumpe lediglich die Differenz der beiden Wasserstände in Betracht kommt, während die absolute Höhe derselben von der Weite der beiden Behälter abhängt.

Die gleiche Formel für den Stromeffekt ergibt sich, wenn man berücksichtigt, daß die in jedem Elektrophordeckel enthaltene Energie $\frac{1}{2} \cdot E_m \cdot Q$ Joule beträgt, daß aber die Spannungsdifferenz an den Enden der Leitung, da sie beständig zwischen 0 und dem Maximalwert E_m schwankt, im Mittel $E = \frac{1}{2} E_m$ ist, also die Energie $= E \cdot Q$ Joule und der Stromeffekt wie oben $n \cdot E \cdot Q = E \cdot J$ Watt. Dies ist nicht nur der zur Unterhaltung des Stromes nötige Effekt, sondern auch die von diesem geleistete Arbeit pro Sekunde, welche im allgemeinen in Wärmeerzeugung besteht. Somit ist die Stromwärme

$$W = \frac{E \cdot J}{4189} \text{ Kalorien pro Sekunde.}$$

Da sie sowohl der Spannung wie der Stromstärke proportional ist, lassen sich Kalorimeter oder einfacher Hydrazistrommesser konstruieren, welche entweder die Spannung in Volt oder die Stromstärke in Ampere angeben, je nach der Eichung der Skala. Im ersteren Fall ist vorausgesetzt, daß durch ihr Anschalten die Spannung nicht geändert wird, im anderen Fall die Stromstärke.

193. Widerstand. Dreht man die Scheibe der Influenzmaschine mit wachsender Geschwindigkeit, so wächst nicht nur die Stromstärke, sondern auch die Spannung. Man hat

$$E = R \cdot J \text{ Volt} \quad \text{oder} \quad J = \frac{E}{R} \text{ Ampere}$$

$$\text{oder} \quad R = \frac{E}{J} \text{ Ohm,}$$

insofern man den Widerstand einer Leitung, in welcher die Spannungsdifferenz 1 Volt die Stromstärke 1 Amp. hervorruft, 1 Ohm nennt. Dies ist der erste Teil des Ohmschen Gesetzes.

Der andere sagt aus $R = s \cdot \frac{l}{q}$ oder $s = R \cdot \frac{l}{q}$, d. h. der Widerstand eines Leiters ist das Produkt des spezifischen Widerstandes s mit der Länge l in Metern, dividiert durch den Querschnitt in Quadratmetern. Der spezifische Widerstand ist der Widerstand eines Würfels von 1 m Seitenlänge, welcher parallel einer

Seite vom Strom durchflossen wird. Er ist für: Silber $1,50 \cdot 10^{-8}$, Kupfer $1,56 \cdot 10^{-8}$, Aluminium $2,91 \cdot 10^{-8}$, Eisen $9,73 \cdot 10^{-8}$, Neusilber $30 \cdot 10^{-8}$, Quecksilber $94,34 \cdot 10^{-8}$, Schwefelsäure (spezifisches Gewicht 1,5) $15,6 \cdot 10^{-3}$, Kupfervitriollösung (8 Proz.) $0,248$, Paraffin $3,4 \cdot 10^{11}$ Ohm pro Meter und Quadratmeter. Hiernach ist der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1,06 m Länge und 1 qmm Querschnitt = 1 Ohm.

Unter Benützung des Ohmschen Gesetzes wird der Ausdruck für die Stromarbeit = $R \cdot J^2$ Watt (Gesetz von Joule).

Besteht eine Leitung aus verschiedenen Stücken von den Längen $l_1, l_2, l_3 \dots$ Meter, den Querschnitten $q_1, q_2, q_3 \dots$ Quadratmeter und den spezifischen Widerständen $s_1, s_2, s_3 \dots$, so ist

$$J = \frac{E}{s_1 \cdot \frac{l_1}{q_1} + s_2 \cdot \frac{l_2}{q_2} + s_3 \cdot \frac{l_3}{q_3} \dots} \text{ Ampere.}$$

Zur Bestimmung von Widerständen kann die Wheatstone'sche Brücke dienen, da ganz wie bei Flüssigkeiten (§ 132), wenn der Brückenstrom = 0, die Gleichung gilt $W_1 : W_2 = W_3 : W_4$.

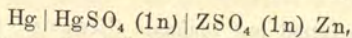
Ist der Widerstand eines Leiters, z. B. einer Latte, bekannt, so kann man nach dem Kompensationsverfahren die Spannung bestimmen, welche eine schwächere Stromquelle als die an die Latte angeschlossene liefert, indem man sie einerseits mit dem gleichnamig elektrischen Ende der Latte verbindet, andererseits mit dem einen Quadrantenpaar eines Quadrantenelektrometers, dessen anderes Quadrantenpaar mit einem Gleitkontakt auf der Latte verbunden ist, welchen man verschiebt, bis die Lemniskate (Nadel) des Elektrometers auf Null steht. Dann ist die gesuchte Spannung $e = i \cdot r$ Volt, wenn i die Stromstärke in der Latte in Ampere und r der Widerstand zwischen den beiden Abzweigenstellen in Ohm.

Wheatstone's Brücke aus Brettern. Glühlampenbrücke mit Quadrantenelektrometer. Kompensationsmethode mit Brettern. Energiestrom. Ungeschlossene Ströme. Dielektrische Verschiebungsströme. Elektrische Schläge. Elektrische Fische.

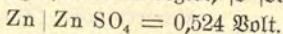
XIV. Galvanismus.

194. Erzeugung von Elektrizität auf chemischem Wege. Die Erscheinungen der Influenz wurden dadurch erklärt, daß sich in einem unelektrischen Körper gleiche Mengen entgegengesetzter Elektronen befinden. Was geschieht, wenn man den Körper, z. B. ein Stück Zink, etwa in verdünnter Schwefelsäure auflöst? Gehen beide Arten Elektronen in gleicher Menge in Lösung?

Tatsächlich wird das Metall negativ, die Säure positiv, somit sind die in Lösung gehenden Zinkatome positiv elektrisch geladen, d. h. mit positiven Elektronen verbunden. Ähnlich wie man z. B. bei der Lösung von Zucker in Wasser von der Lösungstension des Zuckers spricht, die der Dampftension vergleichbar ist, wenn die Auflösung statt in einer Flüssigkeit in einem Gase oder im Vacuum geschieht, d. h. durch Verdampfen, kann man auch in diesem Falle von einer Lösungstension der positiven Zinkatome oder Zonen sprechen, sowie von dem osmotischen Druck der gelösten Zonen, welcher der Lösungstension entgegenwirkt. Aber dies ist nicht die einzige Gegenwirkung, es kommt dazu noch eine elektrische Kraft. Je mehr solche positive Zonen in die Lösung übertreten, um so stärker wird die zurückbleibende negative Ladung des Zinks, welche sie dem Coulombschen Gesetze entsprechend zurückzieht, so daß schließlich ein Gleichgewichtszustand erreicht wird, bei welchem der weitere Übertritt von + Zinkionen in die Lösung unmöglich wird. Die konstante Spannungsdifferenz zwischen Metall und Säure in diesem Fall bildet das Maß der auftretenden elektromotorischen Kraft, welche die Zonen in Bewegung setzt. Ihre Messung stößt auf die Schwierigkeit, daß, um die Schwefelsäure mit dem Elektrometer zu verbinden, ein Kupferdraht eingetaucht werden muß, der sich im Prinzip ebenso wie das Zink verhalten, d. h. positive Zonen in die Lösung senden wird, so daß das Elektrometer die algebraische Summe der beiden Spannungen anzeigt. In einem Fall kann man aber die Spannungsdifferenz zwischen Metall und Flüssigkeit direkt bestimmen, nämlich bei Quecksilber, welches in eine Quecksilbersalzlösung, z. B. Quecksilbersulfat, austropft. Quecksilber ist ein sogen. „edles“ Metall, d. h. es hat eine sehr geringe Lösungstension. Infolge der raschen Ausdehnung der Tropfenoberfläche übertrifft der osmotische Druck der in der Lösung vorhandenen + Hg-Zonen die Lösungstension, diese scheiden sich auf den Quecksilbertropfen aus, die Lösung wird also negativ geladen, bis schließlich die Spannungen von Quecksilber und Lösung genau gleich sind, wenn nämlich in gleicher Zeit ebensoviel + Hg-Zonen in das Quecksilber eintreten wie herauskommen, so daß keine Spannungsdifferenz entstehen kann. Verbindet man die Tropfelektrode und das angesammelte Quecksilber mit dem Elektrometer, so tritt keine neue Potentialdifferenz auf, man erhält so die Spannung zwischen ruhendem Quecksilber und der Lösung. Für sogen. 1 Normal-Lösung (1 n), d. h. eine solche, welche 1 kg Mol im cbm enthält, findet sich diese Spannung = - 0,99 Volt. Skombiniert man nun z. B.



was die Spannung 1,514 Volt ergibt, so folgt



So findet sich in H_2SO_4 beispielsweise für 1n-Lösungen ferner:

Zink + 0,51 Volt	Bei	— 0,10 Volt
Eisen + 0,06 "	Kupfer	— 0,60 "

Boltas Säule. Messung der Spannung weniger Elemente mit dem Quadrantenelektrometer. Horizontale Säule mit großen Platten. Alter Glaszellenapparat. Alte Trogapparate. Rechteckige Glaszellen. Vecherapparate. Wollastons Element. Hares Spirale. Wasserbatterie. Hochspannungsbatterie und Papierelektrometer. Siphrahtfrummesser. Rasche Ladung von großen Kondensatoren. Chromsäuretauchelemente. Zambonis (bezw. Ritters) trockene Säule. Säulenelektroskop. Elektrisches Perpetuum mobile. Amalgamieren des Zinks. Braunsteinelement. Chlorbleielement. Cupronelement. Regenerativemente. Rheostatische Maschine.

195. Elektrolyse. Da beim Auflösen von Zink in verdünnter Schwefelsäure positive Ionen in Lösung gehen, so werden sich beim Hindurchleiten eines Stromes durch Zinksulfaatlösung Zinkionen auf der Kathode abscheiden müssen (Kationen). Dies ist in der That der Fall. War aber die Lösung unelektrisch, so folgt, daß der übrigbleibende Rest, d. h. die SO_4 -Ionen, die gleiche Menge entgegengesetzter Elektrizität enthalten müssen. Diese werden sich also an der Anode ausscheiden (Anionen). Da diese Verbindung nicht für sich bestehen kann, entzieht sie dem Wasser H_2 und bildet damit Schwefelsäure H_2SO_4 , die gelöst bleibt, während tatsächlich der Rest O sich ausscheidet. Gleiches gilt für die Zersetzung von Wasser allein. Man erhält an der Kathode Wasserstoff, an der Anode Sauerstoff.

Wasserzersetzung durch wenige Plattenpaare. Kontinuierlicher Wasserstoff- und Sauerstoffstrom. Anallgas in Seifenblasen. Hoffmanns Apparat. Zersprengen eines Gasrohres. Batterie von Zersetzungszellen. Apparat für Projektion. Sdmmerings Telegraph. Aufheben eines Siedeverzugs durch Elektrolyse. Wasserzersetzung durch Influenzmaschine. Wasserzersetzung im Vakuum. Nur salzartige Körper werden elektrolysiert. Kupfervitriol mit Platin und Kupferplatte. Bildung von Bleistiften. Elektrolyse von Zinnchlorür. Sekundärelektroden unter dem Mikroskop. Apparat. Elektrolytische Kupfergewinnung. Kupferüberzogene Gipsfiguren. Verpuffen von Pflanzen und Tieren. Elektrolytischer Kupferdraht. Gleiches. Arons elektrolytischer Motor. Elektrolytische Ähung. Kupferstiften. Elektrolyse geschmolzener Salze. Magnesium. Aluminium. Aluminiumbronze. Messing. Amalgam. Glaubersalz mit Lachmus. Salpeter mit Phenolphthalein. Polyscher. Polreagenpapier. Übereinandergeschichtete Lösungen. Elektrolytische Silber. Casellis Pantelegraph. Anilinschwarz aus salzsaurem Anilin. Goppelsröders Zeugdruck und Ähung. Elektrolytisches Bleichen. Chlorstickstoffexplosion. Elektrolytische Wasserreinigung. Passivität (Eisen, Chrom). Gleichrichtzellen. Palladiumwasserstoff (Münze). Palladiumspirale. Palladiumblechzündchen. Galvanisiertes Eisen.

196. **Polarisation und konstante Elemente.** Leitet man den Strom eines Kupferzinkelements zu zwei in Zinkvitriol stehenden

Fig. 52.



Kupferplatten (Fig. 52), so überzieht sich die mit dem Zink verbundene Kupferplatte mit Zink, verhält sich also nunmehr wie eine Zinkplatte. Demgemäß entsteht in der Zersetzungszelle ein sogen. Polarisationsstrom (Sekundärstrom), der die entgegengesetzte Richtung wie der Primärstrom hat und denselben schließlich aufhebt.

Ständen die Kupferplatten in Kupfervitriol, so könnte ein solcher Polarisationsstrom nicht entstehen, man hätte unpolarisierbare Elektroden. Dennoch beobachtet man auch in diesem Fall, wie bei direkter metallischer Schließung, Abnahme der Stromstärke, weil nämlich im Element selbst Polarisation eintritt, indem die vom Zink zum Kupfer strömende Elektrizität dort Wasserstoff entwickelt, der ähnlich wirkt wie ein Zinküberzug (Lösungstension der $+H$ -Ionen). Durch Umgeben der Kupferplatte mit Kupfervitriollösung wie beim Daniell'schen Element, (bei welchem zur Trennung der Lösungen eine Tongelle angebracht ist), kann dasselbe in ein konstantes verwandelt werden, da sich dann natürlich auf der Kupferplatte nur Kupfer auscheiden kann, dieselbe also keine Änderung erleidet. Bei Bunjens Element ist der Kupfervitriol durch Salpetersäure ersetzt, welche den Wasserstoff zu Wasser oxydiert. An Stelle des Kupfers, welches von Salpetersäure angegriffen würde, wird Kohle verwendet.

Polarisationsmaximum. Kathodische und anodische Polarisation. Elektromotorische Kraft sehr dünner Schichten (molekulare Dicks). Große Akkumulatorenzelle, Wasserzersetzung damit. Ladung und Entladung. *Plantes* Akkumulator. *Faures* Akkumulator. Ladungssäule von wenig Zellen. Hochspannungsakkumulator. Säuredichte und Spannung. Doppeltzellenschalter. Elektrolyse in der Kette (Kupfer und amalgamiertes Zink in verdünnter Schwefelsäure). Lokalströme bei käuflichem Zink. Blei- und Zinn-(*Saturns*, *Dianens*)baum. Gestricke Metalle in der Natur. Alte Danielllemente. *Grove*-, *Meidinger*-, *Veclanché*-Elemente. Trockenelemente. Normalelemente (*Daniell*, *Volmer*, *Clark*, *Weston*). Kapillarelektrometermodell. Elektrolytische Bewegung des Quecksilbers. Kapillarelektromotor. Pulsirender Quecksilbertropfen.

197. **Galvanische Ströme und deren Regulierung.** Im Gegensatz zu der Influenzmaschine, welche zwar sehr hohe Spannung, aber nur geringe Stromstärke liefert, kann man mit galvanischen Batterien sehr starke Ströme von geringer Spannung erzeugen. Dieselben lassen sich durch Einschaltung von Widerständen leicht regulieren. Ist nämlich R der Widerstand der äußeren Leitung einschließlich des Regulierwiderstandes, r der

innere Widerstand der Säule und E deren elektromotorische Kraft, so ist

$$i = \frac{E}{R + r} \text{ Ampere.}$$

Strom in einem Wassertrog (die Spannung wächst mit der Länge und ist umgekehrt proportional dem Querschnitt). Spannungsabfall längs eines Brettes. Ableiten des einen oder anderen Pols. Eisen- und Kupferdrähte von je $\frac{1}{100}$ Ohm Widerstand. Regulierwiderstände (Konstantan, Manganin). Temperaturkoeffizient. Abnahme bei Kohle. Widerstand von Legierungen und chemischen Verbindungen. Leitfähigkeit von Kristallen. Messung hoher Spannungen durch Abzweigung von einem Holzstab. Eichung des Kapillarelektrometers. Messung der Stromdichte mit Elektrometer. Spannungsmessung ohne geeichtes Elektrometer. Spannungsmessung durch Substitution. Strommessung durch Substitution. Rheochord. Heatstones Rheostat. Normalohm. Eisenlohrs Widerstands säule. Stöpselkästen. Vorschaltwiderstände. Defadenwiderstände. Kurbelrheostaten. Quecksilberheostat. Schieberwiderstände. Graphitwiderstände. Spiegelwiderstände. Flüssigkeitswiderstände. Widerstände von Isolatoren. Stützenverlust. Kompensationsverfahren. Brückendraht und Kapillarelektrometer. Stromstärkemessung mit Normalelement. Genaue Eichung von Widerständen. Blechmodelle des Spannungsabfalls. Justierung von Brückendrahten. Thomsons Brücke für kleine Widerstände. Übergreifender Nebenschluß. Flüssigkeitsauschalter. Flüssigkeitswiderstände. Innerer Widerstand von Elementen. Wechselstrombrücke mit Hydrazin-Strommesser.

198. Stromwärme und Wirkungsgrad von Batterien. Die Stromwärme beträgt $\frac{e \cdot i}{4189} = \frac{r \cdot i^2}{4189}$ Kalorien pro Sekunde, wächst also mit dem Quadrat der Stromstärke. Galvanische Batterien eignen sich deshalb weit mehr als Influenzmaschinen zur Hervorbringung von Warmwirkungen. Ist die Klemmenspannung in der Heizvorrichtung e Volt, die Stromstärke J Ampere, so ist die nutzbare Stromwärme pro Sekunde $\frac{e \cdot J}{4189}$ Kalorien. Ist E die elektromotorische Kraft der Batterie, so ist die gesamte Stromwärme $\frac{EJ}{4189}$ Kalorien. Somit beträgt der Wirkungsgrad $\frac{e \cdot J}{E \cdot J} = \frac{e}{E}$. Ist R der Widerstand des Heizapparates, r der der Batterie, beide gemessen in Ohm, so ist der Wirkungsgrad auch

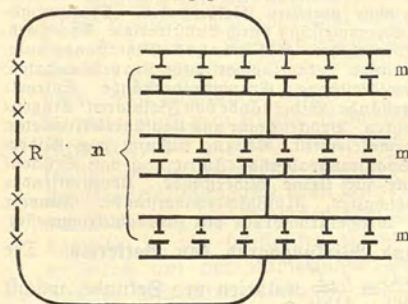
$$\frac{R \cdot J^2}{(R + r) \cdot J^2} = \frac{R}{R + r}$$

also um so besser, je kleiner R .

Desagrator. Galvanofaustik. Langer Eisendraht. Langer Kupferdraht. Gleichdicker Eisen- und Kupferdraht hintereinander. Kohlestäbchen mit schwimmenden Enden. Klotz aus Holzkohle und Kohlenstäbe. Entzündung von Bränden durch Holzisolation. Entzündung von Pulver durch Glühdraht. Bleisicherungen. Absprengen weiter Glasröhren. Doppel-

thermostof für Widerstandsvergleichung. Verschiedene Wärmeleitung von Luft und Wasserstoff. Bestimmung der Wärmeleitung der Gase. Glühender Platindraht in der Orgelspeife. Elektrische Thermoataten. Elektrische Laboratoriums- und Zimmeröfen. Melldometer. Glühen an Kontaktstellen. Zündapparat mit Benzinflamme und Trodenelement. Gores Kugel. Kryptol. Erhigung von Wasser bei Stromdurchgang. Wärme in Zersetzungszellen. Kernstcher Glühkörper. Hochspannungsleitungen. Elektrisches Glaschmelzen. Aluminiumdarstellung. Karborundum (Schleisscheibe und Pulver). Calciumcarbid (Acetylen). Elektrisches Schweißen. Sige des Lichtbogens (Eisen, Zink, Kupfer). Lichtbogen unter Wasser. Elektrische Lichtbogenöfen. Elektrisches Löten und Gießen. Kohlenausschalter. Wasseröfen. Elektrisches Gravieren von Glas.

Fig. 53.



199. Schaltung von Batterieelementen. Die bei der Volta'schen Säule angewandte Schaltung der Elemente ist nicht immer die günstigste. Unter Umständen ist z. B. Parallelschaltung zweckmäßiger, allgemein Hintereinanderschaltung von n Gruppen aus je m parallel geschalteten Elementen (Fig. 53).

Nach dem Ohm'schen Gesetz ist dann bei gleichen Bezeichnungen wie zuvor

$$i = \frac{n \cdot E}{R + n \cdot \frac{r}{m}} \text{ Amp.}$$

Ist c die Gesamtzahl der Elemente $= n \cdot m$, so wird

$$i = \frac{E}{\frac{R}{n} + n \cdot \frac{r}{c}} \text{ Amp.}$$

Dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn $\frac{R}{n} + n \cdot \frac{r}{c}$ ein Minimum ist, d. h.

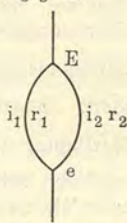
$$\frac{d \left(\frac{R}{n} + n \cdot \frac{r}{c} \right)}{dn} = 0 \quad \text{oder} \quad -\frac{R}{n^2} + \frac{r}{c} = 0,$$

$$\text{also} \quad n = \sqrt{\frac{c \cdot R}{r}} \quad \text{oder} \quad n^2 = \frac{n \cdot m \cdot R}{r},$$

oder wenn $n \cdot \frac{r}{m} = R$, d. h. wenn der innere Widerstand der Batterie gleich dem äußeren ist.

200. Stromverzweigung und Mehrleitersysteme. Spaltet sich die Stromleitung in zwei Zweige, die sich natürlich, da jeder Strom geschlossen sein muß, später wieder vereinigen (Fig. 54), und sind die Spannungen an den beiden Verzweigungspunkten E und e Volt, Stromstärken und Widerstände in den beiden Zweigen bezw. $r_1 i_1$ und $r_2 i_2$, so ist $E - e = i_1 r_1 = i_2 r_2$. Nennt man die Stärke des Stromes vor der Teilung i , so daß $i = i_1 + i_2$, ferner den gemeinschaftlichen Widerstand der beiden Zweige r , so daß $(i_1 + i_2) r = E - e$,

Fig. 54.



so ist $(i_1 + i_2) r = \left(i_1 + \frac{i_1 \cdot r_1}{r_2} \right) r = i_1 r_1$,

oder $r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$ oder $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$,

d. h. das Reziproke des gemeinschaftlichen Widerstandes ist gleich der Summe der Reziproken der einzelnen Widerstände.

Allgemein ist

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \dots,$$

oder die Leitungsfähigkeit einer Gruppe parallel geschalteter Zweige ist gleich der Summe der einzelnen Leitungsfähigkeiten.

Für die Einheit der Leitungsfähigkeit gebraucht man das Wort Mho, demnach hat beispielsweise ein Leiter von $\frac{1}{100}$ Ohm Widerstand die Leitungsfähigkeit 100 Mho. Für n hintereinander geschaltete Gruppen von je m parallelen Apparaten, z. B. elektrischen Heizapparaten, deren Gesamtzahl $c = n \cdot m$ ist, beträgt, wenn i der Stromverbrauch eines Apparates und R der Widerstand der äußeren Leitung, der Energieverlust $E \cdot J = R \cdot J^2 = R m^2 i^2$ Watt. Dies wird ein Minimum für $m = 1$, d. h. für reine Serienschaltung, solche erfordert aber $n \cdot e$ Volt Spannung, wenn e die Spannung eines Apparates. Daher verwendet man häufig Mehrleitersysteme, d. h. Gruppenschaltung wie bei Fig. 53.

Leitungsneze. Speise- und Verteilungsleitungen. Leitungsneze mit Akkumulatoren. Modelle des Spannungsabfalls. Strom- und Rineaulinien in ausgedehnten Leitern. Superposition elektrischer Ströme. Widerstand körperlicher Leiter. Ausbreitungswiderstand. Stromdichte. Kathodische und anodische Ströme. Erdrückleitung und Stromweg. Ladung auf der Oberfläche eines Stromleiters. Energiewanderung bei stationärem Strom. Erbschlußprüfung. Parasitströme. Fehlerbestimmung bei Kabeln.

201. Kalorimetrische Strom-, Spannungs- und Widerstandsmessung. Aus der mittels eines Kalorimeters bestimmten Stromwärme W Kalorien pro Sekunde ergibt sich die Stromstärke nach dem Satz

$$i = \sqrt{\frac{W \cdot 4189}{r}} \text{ Ampere,}$$

wenn r den Widerstand des in das Kalorimeter eingesenkten Stromleiters bedeutet. Das Kalorimeter kann somit zur genauen Messung der Stromstärke dienen. Ebenso läßt sich auch die Spannungsdifferenz an den Enden eines Drahtes ermitteln und danach die Spannung e , denn $e = \frac{W \cdot 4189}{i}$ oder $e = \sqrt{W \cdot r \cdot 4189}$ Volt. Umgekehrt ergibt sich, wenn ein geeichtes Elektrometer zur Verfügung steht, $r = \frac{e^2}{W \cdot 4189}$ Ohm. Aus dem so (genau) gemessenen Widerstand kann man sodann nach der ersten Formel oben die Stromstärke finden.

202. Stromkalorimeter. Leitet man denselben Strom hintereinander durch zwei gleiche Platindrähte, die sich in zwei gleichen Kalorimetern befinden, von welchen das eine die Untersuchungsflüssigkeit (z. B. Petroleum), das andere Wasser enthält, so kann man nach dem Verhältnis der Temperaturerhöhungen die spezifische Wärme der ersteren ermitteln. Steigt nämlich bei gleichem Gewicht die Temperatur doppelt so hoch, so ist die spezifische Wärme 0,5. Ist der Drahtwiderstand r oder die Spannung e bekannt, so genügt ein Kalorimeter, da die Stromwärme $\frac{i^2 \cdot r}{4189}$ Kalorien pro Sekunde. Ist c die spezifische Wärme, m die Flüssigkeitsmenge, t die Zeit und θ die Temperaturerhöhung, so ist

$$c = \frac{i^2 \cdot r \cdot t}{4189 \cdot m \cdot \theta} = \frac{i \cdot e \cdot t}{4189 \cdot m \cdot \theta}.$$

Auch Schmelz- und Verdampfungswärme können auf diese Weise bestimmt werden. Beträgt deren Wert x , die geschmolzene bzw. verdampfte Substanzmenge m Kilogramm, die Zeit t Sekunden, so ist

$$x = \frac{e \cdot i \cdot t}{4189 \cdot m} \text{ Kalorien pro Kilogramm.}$$

Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents. Messung der Wärmeleitung durch die Stromwärme. Temperaturverteilung beim Kaltgalten der Enden. Erhitzung von Kabelproben. Erwärmung eines galvanischen Elements.

203. **Hißdraht-Strom- und Spannungsmesser.** Ein solches Instrument kann theoretisch geeicht werden, indem man einen großen mit Elektrometer verbundenen Kondensator durch einen rasch rotierenden, mit Tourenzähler gekuppelten Kommutator abwechselnd durch eine galvanische Batterie laden und durch den Strommesser sich entladen läßt, genauer mittels des Stromfaktormeters. Naturgemäß können mit einem solchen Instrument nur schwache Ströme gemessen werden. Man kann aber auch stärkere Ströme messen, wenn man z. B. den zu messenden Strom durch zehn gleiche Drähte verzweigt oder durch zwei, von welchen der eine neunfachen Querschnitt hat wie der andere. Durch diesen fließt dann nur $\frac{1}{10}$ des Stromes. Fügt man also hier den Strommesser ein, richtiger, versieht man diesen mit einem Nebenschluß von neunfachem Querschnitt und gleicher Länge und Beschaffenheit wie der Hißdraht, so erhält man die wahre Stromstärke, indem man die abgelesene mit 10 multipliziert. Ebenso kann man durch Nebenschlüsse von $\frac{1}{99}$ oder $\frac{1}{999}$ des Hißdrahtwiderstandes 100 und 1000 mal so starke Ströme messen.

Bei sehr starken Strömen, bei welchen das Anlegen des Hißdrahtes an zwei Punkte deren Spannungsdifferenz nicht merklich ändert, kann man das Instrument auch statt des Elektrometers als Spannungsmesser gebrauchen. Die Stromstärke, welche in demselben zustande kommt, ist nämlich dem Ohm'schen Gesetz entsprechend der Spannungsdifferenz der beiden Punkte proportional, man kann also die Skala so eichen, daß sie Volt anstatt Ampere anzeigt (Voltmeter).

Die auf solche Weise direkt meßbaren Spannungsdifferenzen sind natürlich dem relativ geringen Widerstand des Hißdrahtes entsprechend nur gering. Schaltet man aber einen gleich dicken Draht von neunmal so großer Länge, also neunmal so großem Widerstand davor, so entfällt von der gesamten Spannungsdifferenz nur $\frac{1}{10}$ auf das Instrument, man kann also damit zehnmal so große Spannungen messen. Ebenso erweitern Vor-schaltwiderstände von 99- oder 999-fachem Widerstand den Meßbereich auf das 100- bzw. 1000-fache.

204. **Elektrolytische Gesetze.** Durch einen rotierenden Stromschlüssel wurde ein Kondensator von $8 \cdot 10^{-6}$ Farad Kapazität abwechselnd mit einer galvanischen Batterie von 1000 Volt Spannung verbunden und dann mit einer Zersetzungszelle unter Einschaltung eines genügend großen Widerstandes, um Funkenbildung zwischen den Elektroden zu verhindern. Der Stromschlüssel machte 100 Touren in 8,5 Sekunden, somit war die Stromstärke

$$i = \frac{100}{8,5} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = 0,0945 \text{ Amp.}$$

Einfacher hätte sich die Stromstärke mittels des Stromkalorimeters oder mittels eines geeichten Hydrazitstrommessers finden lassen.

Die entwickelte Knallgasmenge betrug in 60 Sekunden 1,2 ccm, somit in der Sekunde $\frac{1,2}{60}$. Demnach ist die beim Durchgang von 1 Coulomb auftretende Knallgasmenge

$$= \frac{1,2 \cdot 0,0945}{60} = 0,174 \text{ ccm.}$$

Davon sind $\frac{2}{3}$ Wasserstoff, also ist die durch 1 Coulomb ausgeschiedene Wasserstoffmenge

$$= 0,11 \text{ ccm} = \frac{1}{96540000} \text{ kg} = 0,01 \text{ mg.}$$

Zur Ausscheidung von 1 kg Wasserstoff sind somit 96 540 000 Coulomb nötig, d. h. soviel positive Elektrizität wird an der Kathode abgegeben und ebensoviele negative muß derselben zugeleitet werden.

Die Zahl $\frac{1}{96540000} = 0,01044 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ heißt das elektrochemische Äquivalent des Wasserstoffs, denn 2, 3, 4... Coulomb entwickeln die 2-, 3-, 4... fache Menge Wasserstoff. Allgemein ist die ausgeschiedene Menge eines Stoffs der Stromstärke proportional. Dies ist das erste elektrolytische Gesetz. Es geht daraus hervor, daß in Elektrolyten die Elektrizität sich stets in Verbindung mit der Materie bewegt, nicht frei wie in Metallen, auch nicht teilweise.

Neben 1 kg Wasserstoff entsteht bei der Elektrolyse des Wassers die äquivalente Menge (d. h. 8 kg) Sauerstoff. Gleiches gilt, wenn sich in einer anderen in den Stromkreis eingeschalteten Zersetzungszelle Wasserstoff oder Sauerstoff entwickelt. Es ist auch gleichgültig, aus welcher Substanz dieselben abgeschieden werden. Ebenso ist für jeden anderen abgeschiedenen Stoff die Menge proportional dem chemischen Äquivalentgewicht. Dies ist das zweite elektrolytische Gesetz. Beispielsweise scheidet 1 Coulomb aus:

Silber	107,66	$\cdot 0,01044 \cdot 10^{-6} = 1,118 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$
Gold	196,8/3	$\cdot 0,01044 \cdot 10^{-6} = 0,681 \cdot 10^{-6} \text{ "}$
Kupfer einwertig	63,2	$\cdot 0,01044 \cdot 10^{-6} = 0,656 \cdot 10^{-6} \text{ "}$
Kupfer zweiwertig	63,2/2	$\cdot 0,01044 \cdot 10^{-6} = 0,328 \cdot 10^{-6} \text{ "}$
Zinn zweiwertig	118,8/2	$\cdot 0,01044 \cdot 10^{-6} = 0,617 \cdot 10^{-6} \text{ "}$
Zinn vierwertig	118,8/4	$\cdot 0,01044 \cdot 10^{-6} = 0,309 \cdot 10^{-6} \text{ "}$

205. Voltameter. Auf Grund dieser Zahlen kann man umgekehrt durch Ermittlung der Menge der Zersetzungsprodukte in

einer in einen Stromkreis eingeschalteten elektrolytischen Zelle (Voltameter) die Stärke des Stromes ermitteln. Beispielsweise wurden in einem großen Knallgasvoltameter in zwei Minuten 800 ccm Wasserstoff erhalten. Auf 0° und 760 mm Druck reduziert war diese Menge

$$800 \cdot \frac{1,5 \cdot 1450}{13,6} \cdot \frac{273}{273 + 15} = 560 \text{ ccm,}$$

somit in einer Minute 280 ccm. Nun scheidet 1 Amp. pro Minute 10,44 ccm Knallgas, also $\frac{2}{3} \cdot 10,44 = 7$ ccm Wasserstoff aus. Die Stromstärke betrug also $\frac{280}{7} = 40$ Amp. Dieses Resultat wurde

kontrolliert durch ein Stromkalorimeter. Mittels des Elektrometers wurde die Spannungsdifferenz an den Enden des in dasselbe eingesenkten Drahtes zu 12 Volt bestimmt, somit dessen Widerstand zu $\frac{12}{40} = 0,3$ Ohm. Demgemäß mußte die in zwei

Minuten erzeugte Stromwärme sein: $\frac{40^2 \cdot 0,3 \cdot 120}{4189} = 14$ Kalorien.

Die Wassermenge im Kalorimeter betrug 5,5 kg, somit mußte in zwei Minuten die Temperatur steigen um $\frac{14}{5,5} = 2,5^\circ$. Diese

Temperaturerhöhung wurde auch wirklich beobachtet.

Knallgasvoltameter. Eichung eines Hydrazin-Strommessers. Ampere-manometer. Kupfervoltameter. Silbervoltameter. Zinkvoltameter. Elektrolytische Coulombzähler. Influenzmaschine und Voltameter.

206. Galvanoplastik. Von einem Stoff, dessen elektrochemisches Äquivalent α beträgt, werden pro Stunde, d. h. 3600 Sekunden, bei i Ampere ausgeschieden $3600 \cdot 0,01044 \cdot 10^{-6} \cdot \alpha \cdot i$ Kilogramm. Sollen also auf der Oberfläche eines Gegenstandes m Kilogramm Niederschlag erzeugt werden, so beträgt die dazu erforderliche Zeit

$$t = \frac{m}{3600 \cdot 0,01044 \cdot 10^{-6} \cdot \alpha \cdot i} \text{ Stunden.}$$

Ist s die Oberfläche des Körpers in Quadratmetern, d die Stromdichte, d. h. die Anzahl Ampere pro Quadratmeter, so ist $i = s \cdot d$. Ist ferner δ das spezifische Gewicht der niedergeschlagenen Substanz, somit $1000 \cdot \delta$ deren Dichte in Kilogramm pro Kubikmeter, ferner D die Dicke der Schicht in Millimetern, also deren Gewicht $m = 1000 \cdot \delta \cdot s \cdot D \cdot 10^{-3}$, so ist die zur Erzeugung des Niederschlages erforderliche Zeit:

$$t = \frac{\delta \cdot D}{0,000037 \cdot \alpha \cdot d} \text{ Stunden.}$$

207. Elektromotorische Kraft galvanischer Elemente. Die elektrische Energie, welches ein galvanisches Element erzeugt, entsteht auf Kosten von chemischer Energie, indem sich z. B. Zink mit Schwefelsäure zu Zinkvitriol verbindet. Unter gewöhnlichen Umständen würde diese chemische Energie sich in Wärme verwandeln, in die sogen. Verbrennungs- oder Verbindungswärme. Nimmt man der Einfachheit halber zunächst an, es komme die gesamte chemische Energie, im Falle die Vereinigung der Körper unter Vermittelung eines galvanischen Stromes, d. h. in einem galvanischen Element sich vollzieht, als elektrische Stromarbeit zum Vorschein, dann müßte diese Stromarbeit $E \cdot J$ Watt = der Verbrennungswärme der erforderlichen Menge Zink $\times 4189$ sein. Diese Zinkmenge ist äquivalent der durch den Strom J Ampere an der Zinkplatte des Elements in einer Sekunde ausgeschiedenen Sauerstoffmenge, beträgt also $65,1 \cdot 0,5 \cdot 0,01044 \cdot 10^{-6} \cdot J = 0,338 \cdot 10^{-6} J$. Kilogramm. Nun beträgt die Verbindungswärme von 1 kg Zink mit der erforderlichen Menge Schwefelsäure unter Entbindung von freiem Wasserstoff 620 Kalorien, also ist die verbrauchte chemische Energie $= 0,338 \cdot 10^{-6} \cdot J \cdot 620$ Kalorien. Dieselbe muß, falls nicht etwa neben der Stromarbeit auch Wärme erzeugt wird oder umgekehrt Wärme in elektrische Energie übergeht, was im allgemeinen zutrifft, $= \frac{E \cdot J}{4189}$ sein, somit $E = 4189 \cdot 0,338 \cdot 10^{-6} \cdot 620 = 0,89$ Volt. Eine Batterie von 13 Elementen z. B. hat also $13 \cdot 0,89 = 11,5$ Volt Spannung.

Die elektromotorischen Kräfte einiger Elemente sind in Volt:

Grove	Bunsen	Daniell	Weston	Latimer Clark
1,93	1,88	1,068	1,019	1,434.

Die Formel gilt nicht streng für die Elemente, deren elektromotorische Kraft aus den angegebenen Gründen von der Temperatur abhängt.

208. Größe der Polarisation oder Zersetzungsspannung. Die Polarisationsspannung (Gegenkraft der Polarisation) betrage x Volt. Man leite einen Strom von i Ampere durch die Zersetzungszelle. Dann ist die verbrauchte Arbeit $= x \cdot i$ Joule pro Sekunde. Da 1 Amp. pro Sekunde $\frac{1}{96540000}$ kg Wasserstoff ausscheidet und die Verbrennungswärme von 1 kg Wasserstoff $= 34000$ Kalorien ist, beträgt die erzeugte chemische Energie $\frac{i \cdot 34000 \cdot 4189}{96540000}$ Joule. Diese muß gleich der verlorenen elektrischen Energie sein:

$$x \cdot i = \frac{i \cdot 34000 \cdot 4189}{96540000}$$

somit

$$x = 1,4 \text{ Volt.}$$

Beispielsweise ergeben vier Grove'sche Gaselemente hintereinander geschaltet $4 \cdot 1,4 = 5,6$ Volt.

209. **Akkumulatoren und deren Wirkungsgrad.** Bei den Ladungssäulen, den Akkulatoren, wird die nötige verschiedene Beschaffenheit der Platten durch Elektrolyse hervorgerufen. Beispielsweise werde Lösung von Bleisulfat zwischen Bleielektroden zerlegt. An der Kathode bildet sich Bleischwamm, an der Anode Bleisuperoxyd, da das dort ausgeschiedene SO_4 zerfällt und mit dem Wasser Schwefelsäure bildet¹⁾. Beim Laden des Akkulators wird deshalb die Flüssigkeit reicher an Schwefelsäure, es steigt ihr spezifisches Gewicht. Die Spannung einer Zelle beträgt etwa 2 Volt.

Werden die so veränderten Elektroden durch einen Draht verbunden, so entsteht der Polarisationsstrom, welcher an dem Bleisuperoxyd H_2 entbindet, der es zu PbO reduziert, das sich in der Schwefelsäure auflöst, an dem Bleischwamm SO_4 , der sich damit ebenfalls zu Bleisulfat verbindet, so daß der frühere Zustand wieder hergestellt ist. Sind e_1 und e_2 die Klemmspannungen während der Ladung und Entladung, r der innere Widerstand, i die Stromstärke, $i \cdot E$ die elektromotorische Kraft der Batterie, so ist $e_1 = E + ri$, $e_2 = E - ri$, also $e_2 = e_1 - 2ri$. Die Ladungsarbeit = $e_1 \cdot i$, die Entladungsarbeit = $e_2 \cdot i$, also der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{e_2 \cdot i}{e_1 \cdot i} = 1 - \frac{2ri}{e_1}$$

210. **Elektrische Masse der Elektronen.** Zur Ausscheidung von 1 kg Wasserstoff sind 96540000 Coulomb erforderlich. Nach den Ergebnissen der kinetischen Gastheorie besteht 1 kg Wasserstoff aus $6,4 \cdot 10^{26}$ Atomen, somit gibt ein Wasserstoffatom die Elektrizitätsmenge $\frac{96540000}{6,4 \cdot 10^{26}} = 0,156 \cdot 10^{-18}$ (Coulomb²⁾) an die Kathode ab. Diese Menge heißt das Elementarquantum. Ebensoviele gibt jedes andere einwertige Atom ab, z. B. ein Atom Silber. Ein zweiwertiges Atom, z. B. Sauerstoff, gibt dagegen die doppelte Menge ab, denn auf je zwei sich ausscheidende Wasser-

¹⁾ Richtiger indem sich statt der SO_4 -Zonen O -Zonen ausscheiden, weil ihre Zerlegungsspannung niedriger ist, während sich die SO_4 -Zonen mit den H -Zonen verbinden. In Wirklichkeit ist der Vorgang noch komplizierter.

²⁾ Unsicher, vielleicht 0,113 bis $0,13 \cdot 10^{-18}$.

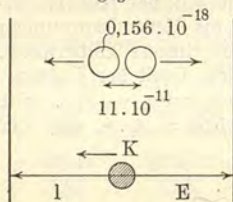
stoffatome kommt ein Sauerstoffatom. Die „Valenzladung“ von Sauerstoff ist somit $0,156 \cdot 10^{-18} \cdot 2$ Coulomb. Allgemein ist die Valenzladung eines Atoms von der Wertigkeit $w = 0,156 \cdot 10^{-18} \cdot w$ Coulomb, denn zur Ausscheidung von 1 kg des betreffenden Stoffes sind $96540000 \cdot w$ Coulomb nötig. Um diese Regelmäßigkeiten zu erklären, nimmt man an, die Elektrizität bestehe aus Elektronen, ähnlich wie die Materie aus Atomen, und in einem Wasserstoffion sei ein Wasserstoffatom mit einem negativen Elektron verbunden, in einem O^- -Ion ein O -Atom mit zwei positiven Elektronen.

211. Elektrolytische Dissoziation. Nach den Ergebnissen der kinetischen Gastheorie ist der Abstand der Atommittelpunkte, wenn sich die Atome berühren, etwa $11 \cdot 10^{-11}$ m. Da nun, zwei einwertige Atome angenommen, die Ladungen $0,156 \cdot 10^{-18}$ Coulomb betragen, ist die Anziehungskraft derselben:

$$K = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,156^2 \cdot 10^{-36}}{11^2 \cdot 10^{-22}} \text{ Decimegadynen.}$$

Die Kraft des elektrischen Feldes zwischen den Elektroden sucht diese elektrischen Atome der entgegengesetzt elektrischen

Fig. 55.



Elektrode zuzutreiben (Fig. 55) mit der Kraft $K = \frac{E}{l} \cdot 0,156 \cdot 10^{-18}$ Decimegadynen, wenn E die Spannungsdifferenz der Elektroden, und l deren Abstand. Sei $l = 1$ m, so muß

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,156 \cdot 10^{-18}}{11^2 \cdot 10^{-22}} = 0,116 \cdot 10^{12} \text{ Volt}$$

sein, falls die Kraft des Feldes imstande sein soll, die Anziehungskraft zwischen den entgegengesetzt elektrischen Atomen zu überwinden. Zur Elektrolyse wäre also bei 1 m Elektrodenabstand nahezu 1 Billion Volt Spannung erforderlich, um die Elektrolyse hervorzurufen. Tatsächlich genügen schon etwa 2 Volt. Clausius stellte deshalb die Hypothese der elektrolytischen Dissoziation auf, daß nämlich in Elektrolyten aus irgend welchen Gründen, z. B. infolge der Zusammenstöße der Moleküle, sich freie Ionen vorfinden, die schon der geringsten elektrischen Kraft folgen. Tatsächlich wird ganz reines Wasser fast nicht zerlegt, wohl aber wenn man einige Tropfen Schwefelsäure hinzubringt, weil man an einem eingeschalteten Strommesser durch das bedeutende Anwachsen der Stromstärke erkennt, weil die Schwefelsäure bei der Auflösung in Ionen zerfällt.

Neutralisationswärme verdünnter Lösungen (Bildungswärme aus Wasser und Sauerstoffionen). Anomaler osmotischer Druck. Chemische Affinität und Leitfähigkeit von Säuren.

212. Molekulare Leitfähigkeit. Der Widerstand einer würfelförmigen Masse von 1 m Seitenlänge, durch deren entgegengesetzte Flächen Strom hindurchgeleitet wird, sei s Ohm. Dann ist das spezifische Leitungsvermögen dieser Lösung $\frac{1}{s}$ Mho. Wäre die gelöste Substanz vollständig dissoziiert, so müßte dieses Leitungsvermögen der Konzentration proportional sein. Es enthalte nun 1 cbm der Lösung η Kilogramm mol gelösten Stoff, d. h. die sogen. Äquivalent- oder Molekularkonzentration sei η , dann müßte sein $\frac{1}{s} = A \cdot \eta$, wo A eine Konstante bedeutet.

Tatsächlich ist die elektrolytische Dissoziation keine vollständige, A ist deshalb nicht konstant, sondern ist dem Dissoziationsgrad proportional, so daß gesetzt werden kann $A = \alpha \cdot A_{\infty}$, wobei α der Dissoziationsgrad, der nach Arrhenius durch die bekannten Methoden der Molekulargewichtsbestimmung (Osmotischer Druck, Siedepunktserhöhung, Gefrierpunktniedrigung usw.) bestimmt werden kann und A_{∞} der Wert von A bei unendlicher Verdünnung, d. h. bei vollständiger Dissoziation, für welche $\alpha = 1$ ist. Man kann also durch die Messung von $A = \frac{1}{s \cdot \eta}$ der sogen. molekularen Leitfähigkeit, d. h. der spezifischen Leitfähigkeit einer Lösung, welche nur 1 kg-Mol pro Kubikmeter enthielte — auch Äquivalentleitvermögen genannt — umgekehrt den Dissoziationsgrad bestimmen, wenn dieser nicht bekannt ist. Beispielsweise ist für Lösung von Chlorcalcium für

$\eta =$	10 ⁻⁷	10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	10 ⁻³
$A =$	129,1	127,3	122,4	98,3
$\alpha =$	0,987	0,973	0,934	0,738.

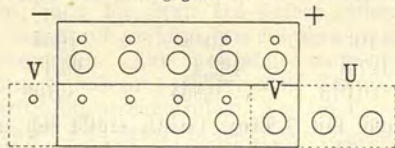
Für Kupfervitriollösung mit 8 Proz. CuSO_4 ergibt sich A durch folgende Rechnung: Ein Kubikmeter der Lösung wiegt 1052 kg, enthält also $1052 \cdot \frac{8}{100} = 84,16$ kg CuSO_4 . Da $\text{Cu} = 63$, $\text{S} = 32$ und $\text{O} = 16$, ist das Molekulargewicht von $\text{CuSO}_4 = 63 + 32 + (4 \times 16) = 159$, somit die Anzahl Kilogramm-Mol pro Kubikmeter $\eta = \frac{84,16}{159}$. Da der spezifische Widerstand der Lösung $s = 0,248$ Ohm pro Meter und Quadratmeter, ist

$A = \frac{1}{s \cdot \eta} = \frac{159}{0,248 \cdot 84,16} = 7,6$ Mho pro Kilogramm-Mol im Kubikmeter.

213. **Überführungszahl.** Man kann fragen, wo verschwindet eigentlich in der Lösung die an den Elektroden zur Ausscheidung kommende Substanzmenge? Die Analyse (bei Verbindung mehrerer Gefäße durch mit Blase verschlossene Heber) ergibt, daß eine Änderung der Lösung nur an den Elektroden eintritt, und zwar ist bei Kupfervitriol nach Zersetzung von 1 kg-Mol an der Kathode ausgeschieden 1 kg-Mol Cu, in der Lösung verschwunden $\frac{2}{3}$ kg-Mol Cu SO₄, an der Anode ausgeschieden 1 kg-Mol SO₄, in der Lösung verschwunden $\frac{1}{3}$ kg-Mol Cu SO₄, somit nach der Elektrolyse mehr $\frac{1}{3}$ kg-Mol Cu, weniger $\frac{2}{3}$ kg-Mol SO₄, mehr $\frac{2}{3}$ kg-Mol SO₄, weniger $\frac{1}{3}$ kg-Mol Cu. Demgemäß ist also $\frac{1}{3}$ kg-Mol Cu von der Anode zur Kathode gewandert und gleichzeitig $\frac{2}{3}$ kg-Mol SO₄ im umgekehrten Sinn, d. h. die Wanderungsgeschwindigkeiten von Anion und Kation U und V stehen im Verhältnis $V : U = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = n : (1 - n)$. Man nennt n ($= \frac{1}{3}$) die Überführungszahl des Kations. Da $V : U = 1 : 2$, wandert also das Kation nur halb so schnell als das Anion.

214. **Ionengeschwindigkeiten.** Werden die entgegengesetzten Seiten eines Würfels von 1 cbm und s Ohm Widerstand auf 1 Volt Spannungsdifferenz gehalten, so ist die Stromstärke $J = \frac{1}{s}$ Amp. Dieselbe kommt dadurch zustande, daß pro Sekunde an der Anode pro Quadratmeter neu hinzukommen $U \cdot \eta$ Kilogramm-Mol Anionen und in Folge der entgegengesetzten

Fig. 56.



Wanderung der Kationen $V \cdot \eta$ Kilogramm-Mol Anionen zurückbleiben (Fig. 56). Die gesamte an die Kathode pro Sekunde übergehende Elektrizitätsmenge, d. h. die Strom-

stärke J ist somit $(V \cdot \eta + U \cdot \eta) 96540000 \cdot w$ Coulomb, vorausgesetzt, daß beide Ionen die Wertigkeit w haben. Somit ist

$$\frac{1}{s} = (V + U) \eta \cdot 96540000 \cdot w$$

und $V : U = n : (1 - n)$

und $A = \frac{1}{\eta \cdot s}$

also
$$U = \frac{A(1-n)}{w \cdot 96540000} \text{ Meter pro Sekunde,}$$

$$V = \frac{An}{w \cdot 96540000} \quad " \quad " \quad "$$

Da $w = 2$, $n = \frac{1}{2}$ und $A = 7,6$ Mho pro Kilogramm=Mol:

$$U = 0,000000272 \text{ m pro Sekunde bei 1 Volt pro Meter,}$$

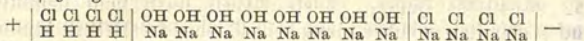
$$V = 0,000000136 \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \quad "$$

Trotz dieser geringen Geschwindigkeit von nur etwa 2 Zehntausendstel Millimeter pro Sekunde für die Anionen und 1 Zehntausendstel Millimeter pro Sekunde für die Kationen ist die treibende Kraft sehr groß. Sie ist $\frac{E}{l} \cdot m$, also (da $E = 1$ und $l = 1$) = $2 \cdot 96540000$ Decimegadynen pro Kilogramm=Mol, d. h. rund gleich der Schwere von 20 Millionen Kilogramm oder für 1 mg=Mol, d. h. für 63 mg Cu=Zonen = 20 kg.

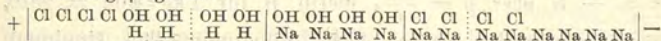
Für andere Stoffe finden sich die Ionengeschwindigkeiten in Metern pro Sekunde bei 1 Volt Spannungsdifferenz pro Meter:

H	K	NH ₄	Na
0,3 · 10 ⁻⁶	0,07 · 10 ⁻⁶	0,055 · 10 ⁻⁶	0,035 · 10 ⁻⁶
Ag	OH	Cl	
0,046 · 10 ⁻⁶	0,156 · 10 ⁻⁶	0,059 · 10 ⁻⁶	

Zum Nachweis kann man 3 Lösungen hintereinanderschichten, die mittlere mit Phenolphthalein gefärbt, von folgender Zusammensetzung:



Nachdem der Strom einige Zeit hindurchgegangen ist, ist die Anordnung folgende:



Die rotgefärbte Zone ist also entsprechend der Ionenwanderung kürzer geworden, von den Elektroden gehen farblose Zonen aus.

Modelle der Ionenwanderung. Löslichkeit schwer löslicher Salze. Trinkwasseruntersuchung. Niederschlag an der Grenze von Wasser und Chlormagnesiumlösung. Verdünnte Lösung von Chlornatrium und Salzsäure. Elektrische Diffusion. Wirbel beim Zusammentreffen der Säse. Elektrolytisches Gerben. Elektrische Schläge. Zucken der Froschschenkel infolge von Rückschlag. Galvanis Froschschenkel. Blutegel auf Münze und Zinkblech. Orange mit Messer und Gabel. Ketten von Pulvermacher, Münch u. s. w. Volta'säule. Blizgrad. Fische in Stromdurchflossenen Wasser. Tötung (Hinrichtung) durch elektrischen Strom (nicht die Spannung vor, sondern während des Stromes ist maßgebend). Elektrische Konvektion in Flüssigkeiten. Elektrische Rotation. Elektrolyse gemischter Lösungen. Allostrope Mobifikationen. Elektrolyse von festem Jodsilber. Zersprengen der

festen Masse. Drahtförmige Metalle in der Natur. Elektrolyse von festem Glas und Quarz. Wanderung von festem Jodsilber in flüssigem. Elektrolytische Absorption. Rückstand der Leidener Flasche. Erwärmung durch dielektrische Hysteresis. Elektrolytische Durchbohrung von Glas. Leitung beim kritischen Punkt. Berreichende Entladung in Flüssigkeiten. Disruptive Entladung in festen Körpern. Ionisation durch Spitzenausströmung. Unipolare Leitung. Unselbständiger Strom.

215. Konzentrationsketten. Ersetzt man beim Daniell'schen Element das Zink durch Kupfer und die verdünnte Schwefelsäure durch verdünnte Kupfervitriollösung, so entsteht ebenfalls ein Strom. Vermöge des Konzentrationsgefälles entsteht nämlich ein Diffusionsstrom durch die Zelle von der konzentrierten Kupfervitriollösung zur verdünnten. Die positiven Kupferionen wandern aber langsamer als die SO_4 -Zonen, so daß die verdünnte Lösung immer stärker negativ wird, die konzentrierte immer stärker positiv, bis die hierdurch bedingte elektrische Kraft die schneller wandernden SO_4 -Zonen so stark zurücktreibt, daß sie nicht mehr rascher vorankommen, als die durch dieselbe Kraft beschleunigten Cu-Zonen. Die entstehende konstante Spannungsdifferenz betrage e Volt.

Schließt man den Strom, so ist die Stromarbeit in t Sekunden $= e \cdot i \cdot t$ Joule. Dabei ist i die Stromstärke in Amp., also $i \cdot t$ die durchgegangene Elektrizitätsmenge, welche, wenn gerade 1 kg = Mol an der einen Kupferplatte abgeschieden, an der anderen aufgelöst wird, 2.96540000 Coulomb beträgt. Für eine geringe Ionenverschiebung, welche eine Änderung von e um de Volt bedingt, ist die Stromarbeit somit $de \cdot 2.96540000$ Joule. Diese Arbeit wird vom osmotischen Druck p geleistet, welcher gleich dem Gasdruck derselben Quantität Materie bei gleicher Konzentration ist, also dem Gesetz genügt $\frac{p \cdot v}{\tau} = R$ oder $p = \frac{R \tau}{v}$, worin R für 1 kg = Mol $= 8310$, v das Volumen, welches dieses Kilogramm = Mol einnimmt, bedeutet, und τ die absolute Temperatur. Bei der kleinen Verschiebung ändert sich die Konzentration, also auch v , letzteres um dv , und die geleistete Arbeit ist wie bei der Expansion eines Gases

$$p \cdot dv = R \cdot \tau \cdot \frac{dv}{v} = 8310 \cdot \tau \cdot \frac{dv}{v} = de \cdot 2.96540000 \text{ Joule,}$$

$$\text{somit} \quad de = \frac{8310 \cdot \tau \cdot dv}{2.96540000 \cdot v} \text{ Volt,}$$

$$e = \frac{8310}{2.96540000} \cdot \tau \cdot \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1} \text{ Volt.}$$

Da sich die Volumina v_1 und v_2 umgekehrt wie die Konzentrationen c_2 und c_1 der beiden Lösungen verhalten und $\log \text{nat} = 2,303 \cdot \log$, folgt

$$e = \frac{8310 \cdot 2,303}{2 \cdot 96540000} \cdot \tau \cdot \log \frac{c_1}{c_2} = 0,99 \cdot 10^{-4} \cdot \tau \cdot \log \frac{c_1}{c_2},$$

z. B. für 18° , also $\tau = 273 + 18$ und $c_1/c_2 = 10$ bzw. 100 wird $e = 0,029$ bzw. 0,058 Volt. Für ein einwertiges Metall fände sich $e = 0,058$ bzw. 0,116 Volt.

Dampfelektrifiziermaschine mit Papierbüschel. Heizen und Kühlen der Ausströmungsröhre. Ersatz von Holz durch Eisenbein. Sechs Ausströmungsspiegen. Elektrizität beim Waschen mit Benzin, beim Filtrieren von Äther oder Safrol, beim Ausströmen flüssiger Kohlensäure, beim Reiben von Quecksilber an Porzellan. Kapillarelelement, Muskelströme, Nervenströme. Elektrisches Organ der Fische. Kataphorese. Elektrische Sedimentation. Elektrostenolyse. Elektrische Endosmose. Diaphragmenströme und Strömungsströme.

216. Thermoelektrizität. Die Übereinstimmung der Wärmeleitfähigkeit und der elektrischen Leitfähigkeit desselben Stoffes weist darauf hin, daß bei der Wärmeleitung Diffusion freier Elektronen (also in Metallen der negativen) in Betracht kommt. Ähnlich wie bei den Konzentrationsketten wird sich so mit durch die Elektronenverschiebung an der Grenze zweier Metalle bei Erwärmung eine Spannungsdifferenz ausbilden können. Dies ist auch in der Tat der Fall, und bei Herstellung eines Stromkreises bildet sich ein mit der Temperaturdifferenz der Wötstellen (im allgemeinen) wachsender Thermostrom aus. Für 1° Temperaturdifferenz betragen die auftretenden elektromotorischen Kräfte in Volt bei:

Bismut-Antimon	Konstantan-Eisen	Patentnickel-Eisen
100. 10^{-6}	53. 10^{-6}	45. 10^{-6}
Konstantan-Kupfer	Nickel-Eisen	Patentnickel-Platin
40. 10^{-6}	32. 10^{-6}	28. 10^{-6}
Neusilber-Eisen	Nickel-Kupfer	Platin-Eisen
25. 10^{-6}	22. 10^{-6}	17. 10^{-6} .

Der Thermostrom entsteht auf Kosten von Wärmeenergie, die erwärmte Wötstelle muß deshalb, wenn ihre Temperatur konstant bleiben soll, bei geschlossenem Stromkreis stärker erwärmt werden als bei offenem. Leitet man einen Strom von gleicher Richtung wie der Thermostrom aus einer beliebigen Stromquelle durch die Wötstelle, so kühlt sie sich ebenfalls ab, bei umgekehrter Richtung erwärmt sie sich. Ist E die thermoelektromotorische Kraft in Volt, J die Stromstärke in Amp., so beträgt die verschwindende bzw. entstehende Wärme $\frac{E \cdot J}{4189}$ Kalorien pro Sekunde.

Volta's Fundamentaversuch. Versagen im trockenen Raum. Ursache Wasserhaut. Ring aus zwei verschiedenen Metallen. Wärmeleitung und elektrische Leitung. Thermo säule aus Zink und Eisen mit heißem und kaltem Wasser mit Siphonstrommesser. Thermo säule für konstante Ströme. Ross's Sternsäule. Wasserzerlegung mit großer Thermo säule. Güllers Thermo säule. Dynaphor. Kälteerzeugung durch Strom. Thermo säule als Akkumulator (ähnlich Daniellbatterie als Akkumulator). Thomsons Effekt in Quecksilber. Thermo elektrizität von Kristallen. Pyroelektrizität. Piezo elektrizität.

XV. Magnetismus.

217. **Magnetische Masse.** Wird ein gehärteter Stahlstab in die Nähe eines starken elektrischen Stromes oder einer stromdurchflossenen Drahtspule gebracht, so erweist er sich dauernd magnetisch, insofern er einen in gleicher Weise behandelten zweiten Stahlstab derart beeinflusst, daß sich gleichartige Enden abstoßen, ungleichartige anziehen. Durch Vereinigung solcher Magnetstäbe in übereinstimmender Stellung zu einem magnetischen Magazin kann man sich Magnete mit der 2-, 3-, 4-... fachen magnetischen Masse oder Polstärke herstellen. Hängt man einen solchen an eine Federwaage und nähert dem einen Ende (Pol) den Pol eines anderen, so erweist sich die an der Federwaage abzulesende magnetische Kraft proportional den beiden Mengen und umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes. Um nun die Polstärken durch Zahlen ausdrücken zu können, wozu eine Einheit für die Polstärke erforderlich ist, ist man nach dem Vorschlag von Clausius übereingekommen, diejenige Polstärke, welche auf eine gleiche im Abstand 1 m die Kraft 10^7 Decimegadynen ausübt, 1 Weber zu nennen¹⁾.

Ein Pol von m_1 Weber beeinflusst also einen anderen von m_2 Weber im Abstand r Meter mit der Kraft

$$K = 10^7 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \text{ Decimegadynen.}$$

Um zu erfahren, wie groß die Polstärke m eines Magnetstabes ist, stellt man sich am einfachsten einen zweiten gleichen her und beobachtet die Kraft K zwischen den Polen. Es ist dann

$$K = 10^7 \cdot \frac{m^2}{r^2} \quad \text{oder} \quad m = \sqrt{\frac{K \cdot r^2}{10^7}} \text{ Weber.}$$

¹⁾ Statt 10^7 Decimegadynen kann man auch 1 Megamegadyne sagen. Da diese Einheit für viele Zwecke zu groß ist, gebraucht man häufig auch als Einheit 10^{-8} Weber = 1 Centimikroweber, welche als CGS-Einheit bezeichnet wird, da zwei solche Einheiten in 1 cm Abstand die Kraft 1 Dyne aufeinander ausüben, d. h. eine Kraft, welche der Masse 1 Gramm pro Sekunde die Geschwindigkeit 1 cm/sec erteilt.

Beispielsweise fand sich bei Anwendung zweier Stahlmagnete $r = 0,01$ m, $K = 0,038 \cdot 9,81$ Decimegadynen, somit

$$m = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ Weber} = 180 \text{ Centimikroweber (CGS).}$$

Bei zwei horizontal aufgehängten Elektromagneten war $K = 35 \cdot 9,81$ Decimegadynen, $r = 0,031$ m, somit

$$m = 0,013 \cdot \sqrt{\frac{35 \cdot 9,81}{107}} = 186 \cdot 10^{-6} \text{ Weber.}$$

Magneteisenerz auf Brett in Wasser (Thales): Magnetisieren von Gestein durch Blitzschlag. Pole, Folgepole. Büschel parallel magnetisierter Nähnadeln. Auf Quecksilber schwimmende Pole. Magnetisierung durch Flaschenentladung. Wirkung des Magneten durch ein Brett hindurch. Koerzitivkraft. Wolfram- und Manganstahl. Taschenuhren mit Palladiumsefer. Temporärer Magnetismus von Eisenstäben. Geschichte des absoluten Maßsystems (Gauß und Weber 1833, W. Thomson, Helmholtz, British Association 1861). Reduzierte (virtuelle) Länge eines Magneten. Fernpol. Drehwaage. Polbestimmung durch Magnethadel in Schere. Gleiche Mengen an beiden Polen. Magnetstäbe schräg gegenüber.

218. Feldintensität. Wirken auf einen beweglichen Magnetpol von m Weber mehrere andere Pole, so ergibt sich die resultierende Kraft durch Zusammenziehung nach dem Kräfteparallelogramm wie früher (S. 24, Fig. 17) zu

$$K = 10^7 \cdot H \cdot m \text{ Decimegadynen.}$$

H ist die Größe der Kraft für $m = 10^{-7}$, d. h. die Kraft auf ein Decimikroweber. Diese nennt man die Feldintensität.

Um z. B. die horizontale Komponente der Intensität des Erdmagnetismus zu finden, könnte man einen der oben benutzten langen Elektromagnete in der Mitte horizontal aufhängen und durch Torsion des Aufhänge drahtes oder einfacher durch zwei an den Enden angebrachte horizontal ziehende Fäden die Kraft bestimmen, welche dem Zuge des Erdmagnetismus an diesen Polen das Gleichgewicht hält. Sie fand sich $K = 0,0372$ Decimegadynen, also, da $m = 186 \cdot 10^{-6}$ Weber,

$$H = \frac{K}{10^7 \cdot m} = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ Decimegadynen pro Decimikroweber (Dezilogauß).}$$

Aufgehängter Magnetstab. Eiserner Kern der Erde. Chinesischer Landkompaß. Auf Wasser schwimmender Stab. Magnethadel auf Spitze. Verschiedene Busolen. Schiffskompaß. Declination und Declinatorium. Elektromagnet als Inclinorium. Magnethadel in Gabel. Globus mit Magnetstab. Inclinorium. Anomaler Erdmagnetismus. Magnethadel als Wage zur Bestimmung des Torsionsmoduls. Magnethadel als Pendel. Zwei Hauptlagen. Magnetometer. Kompensiertes Magnetometer von Weber. Absolutes Bifilarmagnetometer. Magnetographen. Eisenfreie Räume. Bestimmung der Polstärke mit dem Magnetometer. Döplers magnetische Wage.

219. Potentielle Energie eines Magnetpols. Ebenso wie im Falle der Gravitation und der Elektrizität ist die potentielle Energie, welche ein Magnetpol von m Weber besitzt, infolge davon, daß sich ein anderer Pol von m_1 Weber in der Nähe im Abstand r_1 Meter befindet,

$$P = 10^7 \cdot \frac{m_1}{r_1} \cdot m \text{ Joule,}$$

d. h. soviel Arbeit könnte man im Falle der Abstoßung durch Ausnutzung der abstoßenden Kraft gewinnen, umgekehrt wäre diese Arbeit im Falle der Anziehung aufzuwenden, um den Pol m aus dem Bereich von m_1 zu entfernen. Man könnte sie dagegen zurückgewinnen, wenn man den Pol m der Anziehung folgen ließe, bis er sich wieder im Abstand r_1 befindet. Im Falle mehrerer wirkender Massen $m_1, m_2 \dots$ in den Abständen $r_1, r_2 \dots$ ist

$$P = 10^7 \left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \dots \right) m = 10^7 \cdot V \cdot m \text{ Joule.}$$

Dabei heißt V , d. h. die potentielle Energie für $m = 10^{-7}$ Weber (= 1 Decimikroweber) das Potential an der Stelle, wo er sich befindet¹⁾. An zwei Punkten, welche um l Meter voneinander entfernt sind, seien die Potentiale V_1 und V_2 , dann ist dort die Kraft auf m Weber $K = 10^7 \cdot \frac{V_2 - V_1}{l} \cdot m$ Decimegadynen und die Feldintensität

$$H = \frac{V_2 - V_1}{l} \text{ Decimegadynen pro Decimikrometer.}$$

Dieselbe ist also um so größer, je mehr sich die Niveauflächen drängen. Gleiches gilt von den Kraftlinien. Diese lassen sich z. B. durch Feilspänkurven oder eine allseitig bewegliche Magnetnadel ermitteln und durchschneiden (wie die elektrischen) die Niveauflächen senkrecht.

Konstruktion der Kraft- und Niveaulinien. Modelle. Kraftlinienzeiger (allseitig beweglicher Magnet). Feilspänkurven bei gleichen und ungleichnamigen Polen. Fixieren der Kurven. Projektion derselben. Homogenes Feld (Erdfeld). Zusammengesetzte Felder. Kraftlinientafeln.

220. Flächendichte und Kraftlinienzahl. Unter magnetischer Flächendichte versteht man die Zahl Weber, welche auf 1 qm Fläche eines Magneten entfällt. Teilt man die Oberfläche des Magneten in Flächenstücke, auf welchen sich gerade $\frac{1}{4\pi}$ Weber befindet, und errichtet auf jedem eine Kraftlinie, so ist, wie im

¹⁾ Weshalb nicht 1 Weber gewählt ist, erklärt sich aus dem bei Besprechung der Gravitationserscheinungen (S. 21 ff.) angegebenen Grunde.

Falle der Gravitation und Elektrizität, die Zahl solcher Kraftlinien, welche durch 1 qm Niveaufläche hindurchgeht, die Feldstärke an der betreffenden Stelle.

221. **Influenz und Koerzitivkraft.** Bringt man an eine Stelle des Feldes ein Stück weiches Eisen, so tritt dort scheinbar eine Verdichtung der Kraftlinien ein, insofern in dem weichen Eisen neuer Magnetismus durch Influenz entsteht. Diese Influenz ist insofern der elektrischen ähnlich, als scheinbar eine Scheidung der magnetischen Fluida eintritt und diese sich nach entgegengesetzten Richtungen begeben, indes wird bei Stahl nach Aufhören der influenzierenden Kraft die Scheidung (wenigstens teilweise) nicht mehr rückgängig, der Magnetismus wird permanent, und zerbricht man einen solchen permanenten Magneten, so treten an den beiden Bruchflächen neue entgegengesetzte Pole hervor, so daß man annehmen muß, daß nicht eine Anhäufung der magnetischen Fluida an den Enden erfolgt ist, sondern, daß jedes Molekül zwei Pole besitzt, von welchen die im Innern des Magneten befindlichen nur deshalb nicht zur Geltung kommen, weil je zwei benachbarte entgegengesetzte sich in ihren Wirklungen kompensieren. Ferner zeigt sich bei der magnetischen Influenz eine Grenze, die sogen. Sättigung, was darauf schließen läßt, daß nicht ein Wandern der magnetischen Fluida eintritt, sondern lediglich Parallelrichtung der Molekularmagnete. Sättigung ist vorhanden, wenn alle genau parallel geworden sind.

Da das ganze Innere von Molekularmagneten erfüllt ist, ziehen sich die Kraftlinien in unveränderter Richtung durch die influenzierte Eisenmasse hindurch, erleiden aber in dieser gewissermaßen eine Verdichtung dadurch, daß der influenzierte Magnetismus neue Kraftlinien hervorruft.

Die pro Quadratmeter influenzierte magnetische Masse ist proportional der vorher vorhandenen Feldstärke H , also $= z \cdot H$ Weber, wenn z eine Konstante, die als Magnetisierungskonstante oder magnetische Suszeptibilität bezeichnet wird. Beispielsweise würde für Schmiedeeisen, wenn dasselbe durch den Erdmagnetismus, für welchen $H = 0,2 \cdot 10^{-4}$ Decimegadyne pro Decimikroweber beträgt, in horizontaler Lage in Nord-Südrichtung influenziert wird, die auftretende Menge Magnetismus $= 0,0034$ Weber pro Quadratmeter sein, somit

$$z = \frac{0,0034}{0,2 \cdot 10^{-4}} = 170.$$

Dieser influenzierte Magnetismus erzeugt also neue Kraftlinien, nämlich pro Quadratmeter $4\pi z \cdot H = 2130 \cdot H$, während vor-

her nur H Kraftlinien pro Quadratmeter vorhanden waren, da die Feldstärke gleich der Kraftlinienzahl pro Quadratmeter ist. Im ganzen beträgt also nun die Kraftlinienzahl pro Quadratmeter $H + 4\pi z \cdot H = (1 + 4\pi z) H = \mu \cdot H$, worin $\mu = 1 + 4\pi z (= 1 + 2130 = 2131)$ als magnetische Permeabilität bezeichnet wird und $\mu \cdot H (= 2131 \cdot 0,2 \cdot 10^{-4} = 0,0426)$ als magnetische Induktion. Letztere ist die tatsächliche Kraftlinienzahl pro Quadratmeter. $\frac{1}{\mu} (= 0,00047)$ heißt auch der magnetische Widerstandskoeffizient oder der spezifische magnetische Widerstand.

z und μ sind keine wahren Konstanten, denn mit zunehmender Feldstärke nähert sich der influenzierte Magnetismus einem Maximum, welches der Molekulargruppe gemäß dann eintreten muß, wenn alle Molekularmagnete parallel gerichtet sind. Die Kraftlinienzahl bei dieser sogen. Sättigung, also die größte Kraftlinienzahl pro Quadratmeter, beträgt 2, d. h. die größte Menge Magnetismus $\frac{2}{4\pi} = 0,16$ Weber pro Quadratmeter (Waltenhofens Wage).

Für Schmiedeeisen ist für

$H =$	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
$z =$	295	119	13,7
$\mu =$	3710	1300	172
$\mu H =$	0,371	1,30	1,72.

Gewöhnlich setzt man $\mu = 1170$, also den spezifischen magnetischen Widerstand $\frac{1}{\mu} = 0,00085$. Diejenigen Substanzen, für welche z positiv ist, heißen paramagnetisch, die, für welche es negativ ist, diamagnetisch. Beispielsweise ist z für

Bismut	Quecksilber	Luft
$-1,6 \cdot 10^{-6}$	$-2 \cdot 10^{-6}$	$+0,027$
Sauerstoff	Platin	Palladium
$+0,12 \cdot 10^{-6}$	$+25 \cdot 10^{-6}$	$+55 \cdot 10^{-6}$

Eisenstäbe an einer Eisenstange in der großen Drahtrolle. Stabmagnet in Nägel eingelegt. Influenz bei einem langen Elektromagneten. Schirmwirkung einer Eisenplatte, Anziehung von Nägeln durch ein Brett hindurch. Großer Elektromagnet, Polschuhe. Anziehung von Eisenstäben durch denselben. Zusammenbacken von Feilspänen daran. Magnetischer Kreislauf. Eiserner Kugel auf Holztafel über einen Magneten rollend. Anziehung einer langen Eisenstange. Wirkung auf Nidel, Kobalt, Aluminium, Holz und Glas. Erhitzter Eisen- und Nickelwürfel. Thermomagnetischer Motor. Eisenchloridlösung. Steighöhemethode nach Quincke. Sauerstoff, flüssige Luft. Eisenpulver an Magneten anzünden. Eisenprüfapparat.

Entmagnetisierende Intensität. Form der Stahlmagnete. Aufbewahrung der Magnete. Belastung. Lamellenmagnete. Armatur natürlicher Magnete. Magnetisieren durch Streichen, Folgepole. Doppelstrich. Kreisstrich. Einfluß von Erschütterungen. Anspringen des Ankers schädlich. Verteilung des Magnetismus. Influenz durch Stahlmagnete. Magnetisieren durch Erdmagnetismus unter Erschütterung. Magnetostriktion. Torsion eines eisernen Stromleiters. Ausglühen eines Magneten. Holzylinder mit Drahtstiften. Bergkristall. Archimedisches Prinzip im Magnetfeld. Wismutstäbchen. Wismutwürfel. Diamagnetometer von Weber. Flamme zwischen Magnetpolen. Widerstandsänderung bei Wismut. Thermomagnetischer Effekt. Galvanomagnetischer Effekt. Hall's Phänomen.

222. **Tragkraft eines Magneten.** Die Feldintensität zwischen der Polfläche eines Magneten und der anliegenden Ankerfläche ist, wenn N die gesamte Kraftlinienzahl $\frac{N}{A}$, somit die Kraft auf einen zwischen den beiden Flächen befindlichen Pol von m Weber

$$= 10^7 \cdot \frac{N}{A} \cdot m \text{ Decimegadynen.}$$

Diese Kraft rührt her von dem Zusammenwirken der beiden entgegengesetzt magnetischen Flächen; eine derselben allein würde also auf m Weber die Kraft

$$\frac{10^7}{2} \cdot \frac{N}{A} \cdot m \text{ Decimegadynen}$$

ausüben. Setzt man m gleich der magnetischen Masse der anderen Fläche, welche $\frac{N}{4\pi}$ Weber beträgt, da sich am Fußpunkt jeder Kraftlinie $\frac{1}{4\pi}$ Weber befinden, so ergibt sich die Kraft zwischen beiden Flächen

$$K = \frac{10^7}{2} \cdot \frac{N}{A} \cdot \frac{N}{4\pi} = \frac{10^7}{8\pi} \cdot \frac{N^2}{A} \text{ Decimegadynen.}$$

Für einen Stufeisenmagneten, dessen Anker an zwei Polen anliegt, ist somit

$$K = \frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{N^2}{A} = 4\pi \cdot 10^7 \cdot \frac{m^2}{A} \text{ Decimegadynen.}$$

Wäre beispielsweise die Stärke eines Poles $m = 0,875 \cdot 10^{-4}$ Weber, also $N = 4\pi m = 4\pi \cdot 0,875 \cdot 10^{-4}$ und der Durchmesser des Eisenkerns $0,05$ m, also $A = \pi \cdot 0,025^2$, so würde folgen

$$K = \frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{(4\pi \cdot 0,875)^2 \cdot 10^{-8}}{\pi \cdot 0,025^2} = 490 \text{ Decimegadynen.}$$

Umgekehrt kann man aus der beobachteten Tragkraft die Polstärke ermitteln. Denn

$$K = \frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{(4\pi \cdot m)^2}{A}, \text{ somit } m = \sqrt{\frac{A \cdot K}{4\pi \cdot 10^7}} \text{ Weber.}$$

Beispielsweise war $A = 0,022^2 \cdot \pi$ Quadratmeter und $K = 2200$ Decimegadynen. Daraus folgt

$$m = \sqrt{\frac{0,022^2 \cdot \pi \cdot 2200}{4 \pi \cdot 10^7}} = 0,000160 \text{ Weber} = 160 \text{ Mikroweber}$$

und

$$N = 0,002 \text{ Kraftlinien.}$$

Zweckmäßiger spricht man von Kraftströhen oder -Fäden oder benutz das Centimikroweber, in welchem Falle die Kraftlinienzahl 10^9 mal so groß, also in diesem Falle = 200000 wäre.

Elektromagnet mit Hebel und Gewicht. Topfmagnet. Zahnradmagnet. Joules Elektromagnet. Remanenter Magnetismus. Du Bois' magnetische Waage. Hysteresis. Einfluß der Erschütterungen. Elektromagnetische Auslösung, z. B. bei Orgeln. Chronoskop von Hipp. Fall- und Schußapparat. Elektromagnetische Temperaturregulatoren. Zeigertelegraph. Morse-schreiber. Relais. Typendrucktelegraph. Papierkreischronograph. Gegensprechen. Elektrische Uhren. Heatstones Wecker. Wagners Hammer. Modell der elektrischen Klingel. Hauptstrom-, Nebenstrom-, Wechselstrom-Klingel. Fallscheiben. Elektrische Temperaturmelder. Zelethermometer. Bathorheometer (Elektrisches Sphärometer). Eisenbahn- und Feuerwehrtel-e-graphie. Zeittelegraphie. Abstimmungs-telegraphie. Elektromagnetische Stimmungsgabel. Vibrationschronoskop. Elektromagnetische Saitenschwin-gungen. Frequenzmesser. Phonisches Rad. Bestimmung von Schwingungs-zahlen. Synchronmotor (Casellis Pantelegraph). Elektromotoren mit schwingendem Anker. Rotationsapparat von Ritschie. Polanker über den langen Elektromagneten. Elektromotor von Helmholtz. Continuator. Gekreuzte Polanker. Eisenscheibe mit zwei Spulen. Doppel-T-Ankermodell. Doppel-T-Ankermotor. Elektrische Eisenbahn. Gekreuzte Spulen auf Eisenblechern. Trommelankermodell. Trommelankermotor. Kraftlinien bei einem Trommelanker. Trommelanker in homogenem Feld (kombinierte Armaturen). Grammering über den langen Elektromagneten. Kraftlinien beim Grammering. Grammemaschine. Modell von Hammerl. Ring-ankermotoren. Hauptschluß, Nebenschluß, Verbund-Motoren. Anlaß- und Regulierwiderstände. Reguliermotoren für Widerstände. Luftthermometer nach Weinholt. Stadtmagnet mit rotierendem Kommutator als Wechsel-strommotor. Ringankermaschine als Wechselstrommotor. Verschiedene Wechselstrommotoren. Drehfeld im Eisenring. Rotierender Doppelfom-mutator. Pappscheibe mit Magnetnadeln. Rotierender Eisenstab. Zwei-phasen- und Dreiphasenmotor.

223. Das magnetische Feld eines Stromes. Wirkt ein unendlich langer gerader Stromleiter, in welchem ein Strom von i Amp. fließt, auf einen Magnetpol von m Weber Stärke im Abstand r Meter, so sucht letzterer den Stromleiter zu umkreisen mit der Kraft $K = 2 \cdot \frac{m \cdot i}{r}$ Decimegadynen. Beispielsweise ergibt sich für $i = 1900$ Amp., $m = 180 \cdot 10^{-6}$ Weber und $r = 0,045$ m

$$K = 2 \cdot \frac{186 \cdot 10^{-6} \cdot 1900}{0,045} = 15,7 \text{ Decimegadynen.}$$

Ist $i = 1$ Ampere, $m = 1$ Weber, $r = 1$ Meter, so folgt $K = 2$ Decimegadynen, d. h. ein Strom hat die Stärke 1 Ampere, wenn er einen Pol von 1 Weber Stärke in 1 m Abstand beeinflusst mit der Kraft 2 Decimegadynen.

Man kann auf dieses sogen. Biot-Savartsche Gesetz eine Methode zur Messung von Strömen gründen, indem man K (etwa mit einer Drehwaage) bestimmt, denn

$$i = \frac{K \cdot r}{2 \cdot m} \text{ Ampere.}$$

Da sich mit unendlich langen geraden Leitern nicht experimentieren läßt, ändert man allerdings die Methode derart ab, daß man den Leiter zu einem Kreisring vom Radius r um m zu sammenbiegt. Die Kraft wird dadurch π mal größer, also

$$K = 2\pi \cdot \frac{m \cdot i}{r} \text{ Decimegadynen.}$$

Bindet man den Draht zu einer Spule von s Windungen, so wird die Kraft s mal größer als bei 1 Windung, somit

$$K = 2\pi \cdot \frac{s \cdot i}{r} \cdot m \text{ Decimegadynen.}$$

Denkt man sich einen Kreisstrom aus kleinen Bogenstücken von der Länge l Meter zusammengesetzt, so ist die Wirkung eines solchen Bogenstücks, da der Kreisumfang die Länge $2\pi r$ hat:

$$K_l = \frac{2\pi}{2\pi r} \cdot \frac{m \cdot i \cdot l}{r} = \frac{m \cdot i \cdot l}{r^2} \text{ Decimegadynen.}$$

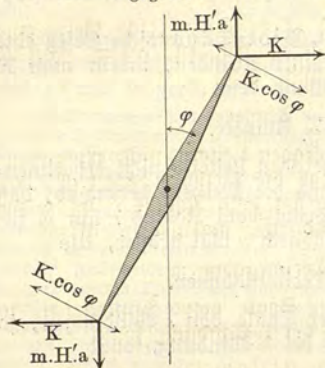
Dies ist das Biot-Savartsche Elementargesetz, welches auch für kleine geradlinige Leiterelemente von der Länge l Meter gilt. Ist $l = r$, $r = 1$, $m = 1$ und $i = 1$, so wird $K = 1$ Decimegadynen, d. h. ein Strom hat die Stärke 1 Amp., wenn er einen Kreisbogen von 1 m Länge und 1 m Radius durchfließend auf einen Pol von 1 Weber Stärke im Zentrum die Kraft 1 Decimegadynen ausübt.

Ablenkung eines beweglichen Magnetstabes. Ampères Regel (Puppe). Rotation eines Magneten. Unipolarmaschine. Magnetfeld eines Konvektionsstromes. Magnetfähnchen. Geladener Kreis rotierend. Blattmagnet und Magnetnadel. Kraft- und Niveaulinienmodell. Feilspankurven. Projektion derselben.

224. Tangentenbusssole. Da sich ein einzelner Magnetpol nicht beschaffen läßt, also praktisch immer eine Magnetnadel in den Ring eingebracht werden muß, deren beide Pole in entgegengesetzter Richtung um den Strom zu kreisen suchen, bis die Kräfte genau entgegengesetzt sind, d. h. bis sich die Magnetnadel senkrecht zur Ringsfläche gestellt hat, könnte man in diesem Falle die Kraft bequem nach dem Prinzip der Drehwaage messen, indem man die Magnetnadel an einem elastischen Draht aufhängen

und diesen drillen würde, bis die Kraft des Stromes kompensiert ist. Noch einfacher vergleicht man indes die Kraft mit derjenigen, welche der Erdmagnetismus auf die Nadel ausübt. Man stellt nämlich anfänglich, so lange kein Strom durchfließt, den Ring parallel zur Magnetnadel. Diese wird durch den Erdmagnetismus gehindert, beim Durchgang des Stromes sich um 90° zu drehen, sie erleidet vielmehr eine bestimmte Ablenkung φ (Fig. 57), bei der sich die drehenden Komponenten der beiden Kräfte das Gleichgewicht halten, d. h.

Fig. 57.



wenn $10^7 \cdot H' \cdot m \cdot \sin \varphi = 2\pi \frac{i \cdot m}{r} \cdot \cos \varphi$, wenn H' die

Horizontalintensität des Erdmagnetismus $= 0,2 \cdot 10^{-4}$ in Karlsruhe bedeutet. Somit ist

$$i = \frac{10^7 \cdot 0,2 \cdot 10^{-4} \cdot r \cdot \operatorname{tg} \varphi}{2\pi} = C \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

C heißt der Reduktionsfaktor. Er ist beispielsweise für $r = 0,9$ m

$$C = \frac{90}{\pi} = 28,6, \text{ somit } i = 28,6 \cdot \operatorname{tg} \varphi \text{ Amp.}$$

Windet man den Leiter zu einem Ring von s Windungen, so wird die Kraft des Stromes s mal so groß, demgemäß kommt in den Nenner des Ausdrucks für C noch der Faktor s . Beispielsweise ergibt sich für $r = 0,5$ und $s = 10$ $C = 1,6$ und somit für:

$$\begin{array}{cccccccccccc} \varphi = & 10^\circ & 20^\circ & 30^\circ & 40^\circ & 50^\circ & 60^\circ & 70^\circ & 80^\circ & 90^\circ \\ i = & 2,77 & 5,82 & 9,25 & 13,42 & 19,1 & 27,6 & 43,8 & 91,0 & \infty. \end{array}$$

Tangentenbussole für Projektion. Verschiedene Tangentenbussofen. Sinusbussole. Sinustangentenbussole.

225. Einziehen eines Magnetpols in eine Drahtspule. Die Kraft in einer Spule ist

$$K = 2\pi \cdot \frac{s \cdot i}{r} \cdot m \text{ Decimegadynen.}$$

Beispielsweise war $s = 950$, $r = 0,37$ m, $m = 180 \cdot 10^{-6}$ Weber und $i = 4,7$ Amp., somit

$$K = 2\pi \cdot \frac{950 \cdot 4,7}{0,37} \cdot 180 \cdot 10^{-6} = 13,6 \text{ Decimegadynen.}$$

Umgekehrt kann man durch Messung dieser Kraft etwa mit einer Federwaage die Stromstärke erfahren, ja man könnte die Federwaage so eichen, daß sie nicht Decimegadynen, sondern direkt Ampere angibt. Man nennt ein solches Instrument eine Federstromwaage. Bei Ausführung derselben benutzt man gewöhnlich nicht eine einfache Drahtrolle, sondern eine längere Drahtspule. Für eine solche muß die Formel etwas abgeändert werden. Ist d der Durchmesser der Rolle = $2r$, so kann man

schreiben
$$K = 4\pi \cdot \frac{si}{d} \cdot m \text{ Decimegadynen.}$$

Für eine lange Spule ist nun statt d deren Länge l einzusetzen, d. h. es wird

$$K = 4\pi \cdot \frac{si}{l} \cdot m \text{ Decimegadynen.}$$

Die Feldintensität in der Spule, d. h. die Kraft auf 1 Decimikroweber beträgt hiernach

$$H = \frac{4\pi}{10^7} \cdot \frac{si}{l}$$

und somit die ganze Kraftlinienzahl, wenn q der Querschnitt der Spule, da H die Kraftlinienzahl pro Quadratmeter ist:

$$N = \frac{4\pi}{10^7} \cdot \frac{si}{l} \cdot q = \frac{si}{\frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{l}{q}}$$

Dieses Gesetz hat Ähnlichkeit mit dem Ohmschen, man kann deshalb N als Stärke des magnetischen Stromes oder als magnetischen Kraftfluß bezeichnen, indem man die Kraftlinien mit Stromlinien in Analogie bringt, $\frac{4\pi si}{10^7}$ die magnetomotorische Kraft (si = Amperewindungen) nennt und den spezifischen magnetischen Widerstand der Luft = 1 setzt¹⁾. Befindet sich Eisen in der Spule, so ist die Kraftlinienzahl μ mal so groß, wenn μ die magnetische Permeabilität bedeutet, also

$$N = \mu \cdot \frac{si}{\frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{l}{q}} = \frac{si}{\frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{q}}$$

$1/\mu$ ist hiernach der spezifische magnetische Widerstand des Eisens. Besteht der magnetische Kreis aus verschiedenen Stücken von den

¹⁾ Man kann auch (nach Fr. Emde) sagen, die magnetische Leitfähigkeit von 1 cbm Luft sei $\frac{4\pi}{10^7}$ Henry (vgl. S. 222, § 232), oder die Permeabilität der Luft = $1,257 \cdot 10^{-6}$ Henry pro Meter.

Längen $l_1, l_2, l_3 \dots$ Meter, den Querschnitten $q_1, q_2, q_3 \dots$ Quadratmeter und den Permeabilitäten $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \dots$, so ist

$$N = \frac{4\pi}{10^7} \cdot \frac{si}{\frac{1}{\mu_1} \cdot \frac{l_1}{q_1} + \frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{l_2}{q_2} + \frac{1}{\mu_3} \cdot \frac{l_3}{q_3} \dots}$$

226. Galvanometer. Mittels der Tangentenbussole können andere Galvanometer, z. B. die Federstromwaage, gewöhnliche Amperemeter u. s. w., geeicht werden. Damit kann man dann die früher gefundenen Gesetze, z. B. über die Stromwärme, prüfen. Beispielsweise befand sich in einem Glasgefäß, welches mit 18 Liter Wasser gefüllt war, eine Drahtspirale, deren Enden mittels einer Akkumulatorenbatterie auf der Spannungsdifferenz 9 Volt gehalten wurden. Die Temperatur stieg in 90 Sekunden um 10° , die Stromwärme war somit

$$\frac{18 \cdot 10}{90} \text{ Kalorien pro Sekunde.}$$

Ist i die Stromstärke, so muß dieselbe betragen

$$\frac{9 \cdot i}{4189} \text{ Kalorien pro Sekunde,}$$

$$\text{somit} \quad i = \frac{18 \cdot 10 \cdot 4189}{90 \cdot 9} = 700 \text{ Amp.}$$

Tatsächlich zeigte ein geeichtes Amperemeter diesen Strom an.

Durch eine 4 m lange, 13 mm weite Eisenröhre wurde ein konstanter Wasserstrom und ein elektrischer Strom geleitet. Die Stärke des Wasserstromes war 4 Liter in 60 Sekunden, die Temperaturerhöhung = 35° , somit die Stromwärme

$$\frac{4 \cdot 35}{60} \text{ Kalorien pro Sekunde.}$$

Die Stromstärke wurde zu 1600 Amp. bestimmt, also wenn e die Spannungsdifferenz an den Enden der Röhre

$$\frac{35 \cdot 4}{60} = \frac{e \cdot 1600}{4189} \quad \text{oder} \quad e = \frac{35 \cdot 4 \cdot 4189}{60 \cdot 1600} = 6,2 \text{ Volt,}$$

wie mittels des Elektrometers bestätigt wurde.

Durch einen Glästrog, welcher 6 kg Glycerin mit der spezifischen Wärme 0,57 enthält, wurde bei 1100 Volt Strom von 1,5 Amp. Stärke geleitet. Bezeichnet man die Temperaturzunahme in 60 Sekunden mit t , so ist die Stromwärme pro Sekunde $\frac{6 \cdot 0,57 \cdot t}{60}$ und auch $\frac{1100 \cdot 1,5}{4189}$, durch Gleichsetzung ergibt sich $t = 7^\circ$, was auch tatsächlich beobachtet wurde. (Der unbedeutende Energieverlust durch Zersetzung machte sich also nicht bemerklich.)

Zur Eichung eines empfindlichen Galvanometers kann man ein Normalelement benutzen, denn nach dem Ohm'schen Gesetz ist

$$i = \frac{e}{r + R} \text{ Amp.},$$

wenn e die Spannung des Normalelements in Volt und r, R innerer bzw. äußerer Widerstand in Ohm sind. Beispielsweise wurde ein Latimer Clark-Element von 1,43 Volt durch ein Galvanometer von unerheblichem Widerstande und einen Stöpselrheostaten von 10 000 Ohm geschlossen; es entstand ein Ausschlag von 8 Skalenteilen. Da auch der Widerstand r zu vernachlässigen war, betrug die Stromstärke $\frac{1,43}{10000}$ Amp., somit war 1 Skalenteil = 0,000 018 Amp.

Um das Galvanometer als Spannungsmesser zu eichen (was hohen Widerstand voraussetzt), legt man es in Nebenschluß zu einem Widerstande des Stöpselkastens, zu welchem Zwecke an die Messingklöße desselben Klemmen angelegt werden können. Beispielsweise wurde das vorige Normalelement durch 4501 Ohm geschlossen, die Stromstärke betrug somit

$$\frac{1,43}{4501} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ Amp.}$$

An den Enden von 1 Ohm war infolgedessen die Spannungsdifferenz $3,2 \cdot 10^{-4}$ Volt vorhanden, und da ein an diese angeschlossenes Galvanometer gerade 1° Ausschlag ergab, war 1 Skalenteil = 0,000 32 Volt. Da ein Wismut-Antimon-Thermoelement bei 100° Temperaturdifferenz eine Spannung von 10^{-2} Volt gibt, würde es somit $\frac{10^{-2}}{3,2 \cdot 10^{-4}} = 33$ Skalenteile Ausschlag erzeugen.

Einfaches Galvanoskop. Eichung desselben mit der Tangentenbussole. Stromrichtungszeiger. Große Drahtrolle als Multiplikator. Flüssigkeitsdämpfung. Astatisches System. Verschiedene Galvanometer. Panzergalvanometer. Nichtmagnet. Astastierungsring. Bifilarastastierung. Multiplikations- und Zurückwerfungsmethode. Mikrogalvanometer. Wagegalvanometer. Vertikalgalvanometer. Magnetstromwaage. Torsionsgalvanometer. Vorschaltwiderstände. Nebenschlüsse. Volt- und Ampere-meter mit Magnetnadel.

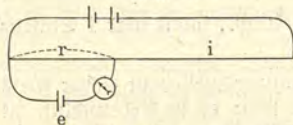
227. Meßbrücke. Sehr geeignet sind feine Galvanometer zur Beobachtung der Stellung des Gleitkontaktes bei einer Meßbrücke, bei welcher der Strom verschwindet, also die Proportion besteht $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$. Beispielsweise war bei einer Stöpselbrücke $x : 2,4 = 10 : 10$, also $x = 2,4$, $x : 24,1 = 10 : 100$, also $x = 2,41$, $x : 141,3 = 10 : 1000$, also $x = 2,413$. Bei einer Drahtbrücke war $x : 2 = 56 : 44$, also $x = 2,551$. Hier ergeben sich

also die Decimalen, obgleich der Normalwiderstand nur ganze Ohm enthält. Es gibt eine Menge verschiedener Methoden zur Widerstandsbestimmung, unter welchen namentlich diejenige mittels des Differentialgalvanometers hervorzuheben ist, wobei zwei Spulen sich entgegenwirken.

Von besonderem Interesse sind auch das Widerstandsthermometer und das elektrische Pyrometer.

228. Die Kompensationsmethode. Auch zur Ausführung dieser Methode ist das Galvanometer besonders geeignet. Fließt

Fig. 58.



durch den Widerstand r Ohm, von dessen Enden die Zweigleitung zu dem zu untersuchenden Element e mit Galvanometer geführt ist (Fig. 58), der Strom i Amp., so ist, wenn der Zweigstrom bei Gegenschaltung des

Elementes verschwindet, dessen elektromotorische Kraft $= r \cdot i$ Volt. Das Verfahren eignet sich auch zur Strom- und Spannungsmessung.

229. Ballistisches Galvanometer. Bringt dauernder Strom von J Amp. die Ablenkung α hervor, ein Stromstoß z. B. bei Entladung eines Kondensators die Ablenkung β , und ist T die Schwingungsdauer der Nadel, so ist

$$Q = \frac{T \cdot J \cdot \sin \beta/2}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \pi} \text{ Coulomb.}$$

Universalgalvanometer. Bolometer mit Sigdraht in der Doppelbrücke. Wismutspirale. Einfaches Thermolement (Kupferbügel mit Magnethadel). Thermo säule aus Eisen- und Zinkstäben. Thermo elektrischer Rotationsapparat. Thermolement für Temperaturmessung. Eichung des Galvanometers in Celsiusgraden. Platin-, Platinrhodiumpyrometer. Konstantanelement für tiefe Temperaturen. Melloni's Thermo säule. Umwandlungstemperatur beim Eisen-Kupfer-Element. Eisen-Kupfer-Element und Eisen-Platin-Kupfer-Element in gleich warmem Wasser. Ringmodell der Spannungsreihe. Eisenspirale. Pyroelektrizität. Einfluß der Struktur bei Kristallen. Thermoströme bei Flüssigkeiten. Thomsoneffekt (auch im Quecksilber, aber nicht im Blei). Kolotropismus von Wismut. Abhängigkeit der thermo elektrischen Kraft von der Temperatur. Nabel's Versuch. Kälteerzeugung durch den Strom. Thermo säule als Akkumulator. Thermo magnetischer Effekt bei Wismut. Galvanomagnetische Temperaturdifferenz. Galvanomagnetischer Effekt bei Wismut. Ströme durch Erwärmung von zirkularemagnetisiertem Nickel. Ströme durch Deformation von zirkularemagnetisiertem Nickel. Hall'sches Phänomen. Stromregulatoren. Nabel's telegraph. Zeitmessung durch das ballistische Galvanometer. Pendelunterbrecher. Störers Motor. Nägel durch einen stromdurchflossenen Messingdraht angezogen. Anziehung von Nägeln durch eine Rolle Leitungsschnur. Anziehung von Eisenstäben durch eine große Drahtrolle. Magnetisches Hammerwerk. Allmähliches Heben einer Last durch Einziehen eines Eisentorns in eine Spule. Modell einer Federstromwaage nach Kohl's

rausch. Demonstrationsstrom- und Spannungsmesser. Große Drahtrolle als Amperemeter, Stromzähler, Elektrodynamometer mit Eisen für Wechselstrom. Eichung gewöhnlicher Ampere- und Voltmeter mit Nebenschluß und Vorschaltwiderständen. Elektromotoren mit Solenoid. Kravogls Motor. Elektrische Gesteinsbohrmaschine. Elektrische Rohrpost. Elektrische Kanone.

230. Leitstück im Magnetfeld. Nach dem Biot-Savart'schen Elementargesetz wirkt ein gerader Strom von der Länge l Meter auf einen senkrecht gegenüberstehenden Magnetpol von m Weber Stärke im Abstände r Meter mit der Kraft

$$K = m \cdot i \cdot \frac{l}{r^2} \text{ Decimegadynen.}$$

Mit derselben Kraft wirkt nach dem Gesetz der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung der Magnet auf den Stromleiter.

Da die Feldintensität $H = \frac{m}{r^2}$ ist, kann man auch schreiben:

$$K = i \cdot H \cdot l \text{ Decimegadynen.}$$

Es bleibt sich natürlich gleich, auf welche Weise das magnetische Feld erzeugt wird. Beispielsweise kann dazu eine stromdurchflossene Drahtrolle dienen. Für eine solche ist

$$H = \frac{2 \pi \cdot s \cdot i_1}{10^7 \cdot r},$$

somit $K = \frac{2 \pi \cdot s \cdot i_1 \cdot i \cdot l}{10^7 \cdot r}$ Decimegadynen.

Für eine Rolle von $s = 450$ Windungen und $r = 0,57$ m Radius, welche vom Strom $i_1 = 40$ Amp. durchflossen wird, ergibt sich die auf einen Leiter von $l = 0,55$ m Länge, durchflossen von dem Strom $i = 40$ Amp., ausgeübte Kraft

$$K = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 450 \cdot 40^2 \cdot 0,55}{10^7 \cdot 0,37} = 0,62 \text{ Decimegadynen.}$$

Die Richtung der Kraft kann aus Ampères Schwimmerregel abgeleitet werden. Einfacher ist die Linkehanddreifingerregel (Daumen: Richtung der Kraft, Zeigefinger: Richtung der Kraftlinien nach dem Südpol, Mittelfinger: Richtung des positiven Stromes; die 3 Finger senkrecht zueinander gestellt).

Wird der Leiter l um x Meter senkrecht zu seiner Richtung und senkrecht zu den Kraftlinien gleichmäßig verschoben (Fig. 59), so ist die Arbeit

$$K \cdot x = i \cdot H \cdot l \cdot x = i \cdot N \text{ Joule,}$$

wenn N die gesamte Zahl Kraftlinien bedeutet, welche der Leiter geschnitten hat, da $l \cdot x$ die bestrichene Fläche und H die Kraftlinienanzahl pro Quadratmeter.

Der verbrauchte Effekt, falls die Verschiebung gegen die Richtung der magnetischen Kraft stattfindet, ist

$$A = i \cdot \frac{N}{t} \text{ Watt,}$$

d. h. das Produkt der Stromstärke mit der Zahl der pro Sekunde geschnittenen Kraftlinien. Ebenso groß ist der gewonnene Effekt bei Verschiebung in der Richtung der Kraftlinien.

Fig. 59.

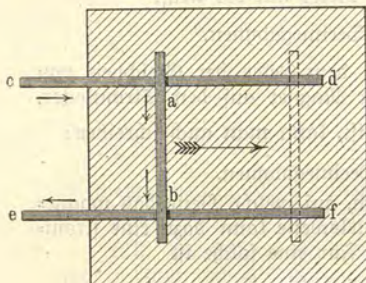
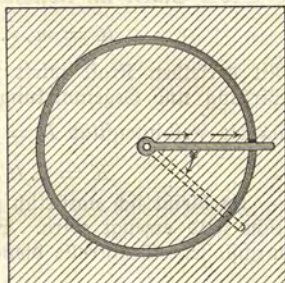


Fig. 60.



Gleiches gilt auch bei beliebig schiefer Bewegung oder für eine sich um einen Punkt drehende Stromspeiche (Fig. 60) u. s. w. Beispielsweise ist für Barlows Rad, falls r der Radius der Kupferscheibe in Metern, also $\pi r^2 \cdot H$ die Zahl der bei einer Umdrehung geschnittenen Kraftlinien, wenn n Umläufe pro Sekunde stattfinden, der Effekt $= i \cdot \pi r^2 \cdot H \cdot n$ Watt.

Stromleiter um einen Pol rotierend. Rotationsapparate. Rotation von Flüssigkeiten über einem Magnetpol. Rotierende Thermolemente. Rotierende galvanische Elemente. Biegsamer Leiter, sich um einen Magneten herumwickelnd. Barlows Rad. Biegsamer Leiter über einem Elektromagneten. Blattgoldtelegraph. Saitengalvanometer. Einfluß des Erdmagnetismus auf eine drehbare Stromschleife. Einstellung eines Solenoids an Ampères Gestell. Schwimmendes galvanisches Element mit Stromschleife. Stromschleife zwischen festen Polen. Armaturmodell zwischen starken Elektromagnetpolen. Drehspulengalvanometer. Kabeltelegraphie (Doppeltaster, Kabelproben, elektrisches Lintensaf). Deprez = D'Arsonval = Galvanometer. Demonstrations = Drehspulgalvanometer. Empfindliche Drehspulgalvanometer. Selbstregistrierende Instrumente. Elektrizitätszähler. Thermoelektrische Pyrometer. Eisenprüfapparat von Köpfel. Relautograph. Stromwage mit Topfmagnet. Elektrische Uhr nach Bain.

231. Kraft zwischen parallelen Strömen. Die Kraft K , welche zum Verschieben eines geraden von i Amp. durchflossenen Stromleiters in einem Magnetfeld erforderlich ist, ergibt sich aus der Gleichung

$$K = i \cdot \frac{N}{x} \text{ Decimegadynen.}$$

Wird das Magnetfeld durch einen zweiten geraden Stromleiter (Fig. 61) im Abstände r Meter erregt, welcher von i_2 Amp. durchflossen wird, also am Orte von i_1 die Feldstärke

$$H = \frac{2}{10^7} \cdot \frac{i_2}{r} \text{ Decimegadynen pro Decimikro Weber}$$

erzeugt, so ist, falls sich der Leiter l um die Strecke x Meter verschiebt, somit die Fläche $l \cdot x$ Quadratmeter bestreicht die Zahl der geschnittenen Kraftlinien

$$N = \frac{2}{10^7} \cdot \frac{i_2}{r} \cdot l x,$$

also, falls i_1 die Stromstärke in demselben,

$$K = \frac{2}{10^7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{r} \cdot l \text{ Decimegadynen.}$$

Die Kraft ist eine anziehende, wenn die Ströme gleichgerichtet sind, eine abstoßende, wenn sie entgegengesetzte Richtung haben. Wäre beispielsweise $i_1 = i_2 = 40$ Amp., $r = 0,02$ und $l = 0,6$ m, so wäre

$$K = \frac{2}{10^7} \cdot \frac{40^2}{0,02} \cdot 0,6 = 0,0096 \text{ Decimegadynen.}$$

Treten an Stelle des einen Leitstückes deren zwei (I, II, Fig. 62), welche von gleichen, aber entgegengesetzten Strömen durch-

Fig. 61.

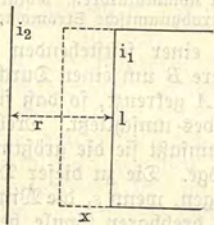
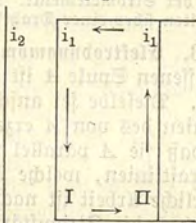


Fig. 62.



flossen sind und sich um verschiedene Strecken verschoben, so ist, falls N' und N'' die Zahlen der von ihnen geschnittenen Kraftlinien bedeuten, $K = i \cdot \frac{N' - N''}{x}$. Gleiches gilt, wenn die beiden

Leiter durch Verbindungsdrähte zu einem rechteckigen, stromdurchflossenen Rahmen vereinigt sind. Besteht der Rahmen aus s Windungen, so ist, da sich die Kräfte superponieren, die auf ihn ausgeübte Kraft $K = s \cdot i \cdot \frac{N' - N''}{x}$. Nun ist aber $N' - N''$

die Änderung der Zahl der von dem Rahmen oder der Spule umschlossenen Kraftlinien, so daß man, falls man diese, d. h. $N' - N'' = N$ setzt, die einfache Gleichung erhält:

$$K = s \cdot i \cdot \frac{N}{x} \text{ Decimegadynen.}$$

232. Potentielle Energie zweier Ströme aufeinander. Die Arbeit zum Verschieben einer vom Strom i_1 Amp. durchflossenen Spule von s_1 Windungen aus einer Lage, wo die von ihr umfaßte Zahl Kraftlinien Null ist, in eine solche, wo sie N beträgt, ist nach dem vorigen $K \cdot x = s_1 \cdot i_1 \cdot N$ Joule. Wird das Magnetfeld durch einen Strom von der Stärke i_2 in einer Spule von s_2 Windungen erzeugt, und ist die vom Strom 1 Amp. in einer Windung hervorgebrachte Zahl Kraftlinien, welche von der ersten Spule umschlossen werden, N_1 , somit $N = s_2 \cdot i_2 \cdot N_1$, so beträgt die Arbeit zum Verschieben der ersten Spule $A = i_1 \cdot i_2 \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot N_1 = i_1 \cdot i_2 \cdot L$ Joule, wenn $s_1 \cdot s_2 \cdot N_1 = L$ gesetzt wird. Diese Größe, die potentielle Energie der beiden Ströme aufeinander, wenn sie beide vom Strom 1 Amp. durchflossen werden, nennt man das Potential der Ströme aufeinander; die Einheit wird als Henry bezeichnet. Demgemäß ist $L = s_1 \cdot s_2 \cdot N_1$ Henry.

Elektrodynamische Wirkung der großen Drahtrolle auf eine Leitungsschnur. Ampère's Gesetz über die Wirkung gleichgerichteter, entgegengesetzter und gekreuzter Ströme (Pappmodell). Drehbare und feste Stromschleife. Rahmen mit mehreren Windungen. Roget's Spirale. Gegenseitige Abstößung der Stromelemente. Modelle von Kommutatoren. Notation von Flüssigkeiten über einer Drahtspule. Elektrodynamische Stromwage.

233. Elektrodynamometer. In einer feststehenden stromdurchflossenen Spule A ist eine kleinere B um einen Durchmesser drehbar. Dieselbe sei anfänglich zu A gekreuzt, so daß sie keine Kraftlinien des von A erzeugten Feldes umschließt. Dreht man sie so, daß sie A parallel wird, so umfaßt sie die größtmögliche Zahl Kraftlinien, welche N sein möge. Die zu dieser Drehung erforderliche Arbeit ist nach dem vorigen, wenn s_1 die Windungszahl und i_1 die Stromstärke in der drehbaren Spule bedeuten, $A = i_1 \cdot s_1 \cdot N$ Joule. Dreht man nur bis zum Winkel α , so ist die Arbeit, da nun die eingeschlossene Kraftlinienzahl nur $N \cdot \cos \alpha$ beträgt, $A = s_1 \cdot i_1 \cdot N \cdot \cos \alpha$ Joule. Die Feldintensität in der Rolle A vom Radius r_2 Meter ist, wenn dieselbe vom Strom i_2 Amp. durchflossen wird,

$$H = \frac{2 \pi i_2 \cdot s_2}{10^7 \cdot r_2} \text{ Decimegadynen pro Decimifromeber.}$$

Dies ist auch die Kraftlinienzahl pro Quadratmeter, somit beträgt die Zahl der im Maximum von der drehbaren Rolle umschlossenen

Kraftlinien $N = \frac{2\pi i_2 s_2}{10^7 \cdot r_2} \pi r_1^2$, wenn r_1 den Radius dieser Rolle bezeichnet. Demnach ist

$$A = i_1 \cdot i_2 \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot \frac{2\pi^2 \cdot r_1^2}{10^7 \cdot r_2} \cdot \cos \alpha = i_1 \cdot i_2 \cdot L \text{ Joule,}$$

wenn $s_1 \cdot s_2 \cdot \frac{2\pi^2 \cdot r_1^2}{10^7 \cdot r_2} \cdot \cos \alpha = L$ Henry.

Um die Spule um den Winkel $d\alpha$ zu drehen, ist die Arbeit

$$dA = i_1 \cdot i_2 \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot \frac{2\pi^2 \cdot r_1^2}{10^7 \cdot r_2} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

erforderlich, oder, wenn die Kraft p am Hebelarm l , also durch die Strecke $l \cdot d\alpha$ wirkt, $dA = p \cdot l \cdot d\alpha$. Somit ist das Drehmoment

$$p \cdot l = i_1 \cdot i_2 \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot \frac{2\pi^2 \cdot r_1^2}{10^7 \cdot r_2} \cdot \sin \alpha \text{ Decimegadynen} \times \text{Meter}$$

und das größte Drehmoment, falls die Spulen, wie anfangs angenommen, gekreuzt sind, also $\alpha = 90^\circ$,

$$p \cdot l = i_1 \cdot i_2 \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot \frac{2\pi^2 \cdot r_1^2}{10^7 \cdot r_2} \text{ Decimegadynen} \times \text{Meter.}$$

Beispielsweise ergibt sich für

$$\begin{array}{lll} s_1 = 1120, & i_1 = 5 \text{ Ampere,} & r_1 = 0,124 \text{ Meter,} \\ s_2 = 900, & i_2 = 40 \text{ "} & r_2 = 0,57 \text{ "} \end{array}$$

$$p \cdot l = \frac{1120 \cdot 450 \cdot 40 \cdot 5 \cdot 4 \pi^2 \cdot 0,124^2}{10^7 \cdot 0,57} = 19 \text{ Decimegadynen} \times \text{Meter,}$$

d. h. z. B. am Hebelarm 0,08 m müßte die Kraft 144 Decimegadynen senkrecht angreifen, um der elektrodynamischen Wirkung der Spule A auf die Spule B das Gleichgewicht zu halten.

Da bei gegebenem l die Kraft p , welche z. B. durch Torsion einer Spiralfeder gemessen werden kann, den beiden Stromstärken proportional ist, also, falls beide vom gleichen Strom durchflossen werden, dem Quadrat der Stromstärke, so ist letztere proportional der Quadratwurzel aus dem erforderlichen Drehwinkel. Hierauf beruht die Einrichtung von Strommessern für Wechselstrom, insofern der Sinn der Ablenkung bei Umkehr des Stromes derselbe bleibt, da die Umkehr in beiden Spulen stattfindet.

Benutzt man die eine Spule als Amperemeterspule, die andere als Voltmeterpule, so ergibt die Kraft das Produkt $e \cdot i$, d. h. man hat ein Wattmeter (Wattwaage, registrierendes Wattmeter).

Benutzt man die Voltmeterpule als Linse des Pendels einer Uhr, so wird durch die Einwirkung der Amperemeterspule, falls

die Kraft die Wirkung der Schwere unterstützt, die Schwingungsdauer des Pendels verkürzt, die Uhr geht somit vor gegen eine normale, und bei passender Verbindung mit einer solchen kann das gemeinsame Zifferblatt so geeicht werden, daß es den Verbrauch an elektrischer Energie in Wattstunden angibt (Elektrizitätszähler).

234. Elektrodynamische Motoren. Kennt man Z die Zugkraft in Decimegadynen, welche der Motor am Umfange einer Riemenscheibe von D Meter Durchmesser ausübt und n die Tourenzahl pro Sekunde, so ist der Effekt des Motors

$$Z \cdot \pi \cdot D \cdot n \text{ Watt.}$$

Da ein Draht bei einer Umdrehung zweimal N Kraftlinien schneidet und n Umdrehungen pro Sekunde ausführt, ist, wenn er von J Amp. durchflossen wird, die geleistete Arbeit pro Sekunde

$$J \cdot 2 N \cdot n \text{ Watt.}$$

Besteht die Armatur aus einer einzigen Spule von s Windungen, also $2s$ halbkreisförmigen Drähten, so ist der Effekt

$$2s \cdot J \cdot 2nN \text{ Watt,}$$

$$\text{somit} \quad \pi D n Z = 4s J N n$$

$$\text{und} \quad Z = \frac{4s J N}{\pi D} \text{ Decimegadynen.}$$

Besteht die Spule aus zwei parallel geschalteten Hälften, so ist die Stromstärke in jedem Drahte nur die Hälfte, somit auch die Zugkraft $Z = \frac{2s \cdot J \cdot N}{\pi \cdot D}$. Auch für die üblichen Armaturformen aus zwei oder mehr gekreuzten derartigen Spulen ist $2s$ die Zahl C der außen an der Armatur gezählten Drähte, somit

$$Z = \frac{C \cdot J \cdot N}{\pi D} \text{ Decimegadynen.}$$

Beispielsweise war bei einer Trommelarmatur

$$J = 45 \text{ Amp., } C = 56, \quad H = 0,028, \quad D = 0,075,$$

die Höhe der Windungen 0,47 m, die Breite 0,35, also

$$N = 0,028 \cdot 0,47 \cdot 0,35$$

$$\text{und} \quad Z = \frac{45 \cdot 56 \cdot 0,47 \cdot 0,35 \cdot 0,028}{3,14 \cdot 0,075} = 54 \text{ Decimegadynen.}$$

Tatsächlich konnte sie ein Gewicht von 2,2 kg heben.

Bei einer Ringarmatur war $i = 500$ Amp., $C = 28$, $H = 0,025$, die Höhe der Windungen 0,16 m, der äußere Radius 0,25 m, der innere 0,1 m, $D = 0,035$, also

$$N = 0,025 \cdot 0,16 \cdot (0,25 - 0,1)$$

$$\text{und } Z = \frac{500 \cdot 0,025 \cdot 0,16 \cdot 0,15 \cdot 28}{3,14 \cdot 0,035} = 49,1 \text{ Decimegadynen.}$$

Sie konnte tatsächlich ein Gewicht von 0,5 kg heben.

Einfache Stromschleife mit Kommutator. Kleine Drahtrolle in der großen. Einfache Stromschleife als Wechselstrommotor. Zwei gekreuzte einfache Schleifen als Zweiphasenmotor. Rotierender Doppelformulator. Analogie mit gekreuzten Kurkeln. Trommelarmaturmodelle. Scheibenarmaturmodelle. Ringarmatur aus nur zwei Spulen. In sich zurücklaufende Spule als Ringarmatur. Verschiedene Armaturformen. Ersatz des Kommutators durch Schleifringe. Betrieb mit Wechselstrom und Drehstrom. Dreiturbelmodell.

235. Elektromotoren mit Eisen. Die vorige Formel gilt auch für Elektromotoren, bei welchen die Kraftlinien vorherrschend im Eisen verlaufen. Man muß dann natürlich N berechnen aus der Formel (§ 225):

$$N = \frac{si}{\frac{10^7}{4\pi} \left(\frac{1}{\mu_1} \cdot \frac{l_1}{A_1} + \frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{l_2}{A_2} + \frac{2l}{A} \right)'}.$$

wenn l die Dicke eines der beiden Luftzwischenräume zu beiden Seiten des Ankers und A deren Querschnitt, l_1, l_2, A_1, A_2 die Kraftlinienlängen und Querschnitte für Anker und Magnetschenkel. Ist der Motor ein Nebenschlußmotor, E die Spannung, R der Widerstand der Magnetschenkelwickelungen und E/R die Stromstärke in denselben, so ist $N = \text{Const. } E/R$, somit

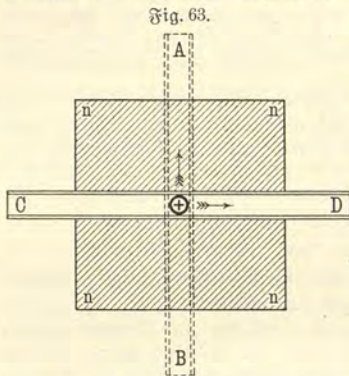
$$Z = \text{Const.} \cdot \frac{C \cdot J \cdot E}{\pi \cdot D \cdot R} \quad \text{und} \quad J \cdot E = \text{Const.} \cdot Z,$$

d. h. man kann durch Messung der Zugkraft den Wattverbrauch und somit auch den Verbrauch an elektrischer Energie in Wattstunden ermitteln. Hierauf beruhen die sogenannten Motorzähler.

Zunahme der Zugkraft beim Einbringen von Eisen in ein Trommelarmaturmodell. Trommelanker in der großen Drahtrolle. Analogie zwischen Magneten und Solenoiden. Wie muß ein Stromleiter gestaltet sein, damit er sich wie ein Magnet verhält? Zwei Solenoid, Pappmodelle. Influenz seitens eines Solenoids und eines Magneten. Drehbares und festes Solenoid. Einschieben von Eisenstäben. Verstärkung der Wirkung durch Parallelrichtung der Molekularströme. Kreisende Bewegung von Elektronen in den Molekülen. Magnetroffaktion. Einfluß von Erschütterungen. Deformationsmagnetismus. Rotationsmagnetismus. Luftstrom ausgeschlossen, also die Kraft eine elektrodynamische. Faradaysche Scheibe. Geschlitzte Scheibe. Unipolarmaschinen. Rotierender Magnet eine Scheibe mitnehmend. Waltenhofens Pendel. Magnetometer mit Kupferdämpfung. Galvanometer mit Kupferdämpfung. Wirbelstrombremse. Motorelektrizitätszähler. Erhitzung einer zwischen starken Magnetpolen rotierenden Kupferscheibe. Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents.

XVI. Induktion.

236. Induktion in offenen Leitern. Die schraffierte Fläche in Fig. 63 bedeute den Nordpol eines Magneten. AB sei ein Stromleiter oder eine Röhre, in welcher sich ein positives Elektron im Sinne des Pfeils bewegt.



Nach der Ampère'schen Schwimmerregel wird dadurch der Magnetpol nach links, also das Elektron, d. h. der Stromleiter, nach rechts abgelenkt, wie dies auch nach der Linkehanddreifingerregel der Fall sein muß. Befindet sich das positive Elektron statt in AB in CD , und wird dieser Leiter gegen A hin verschoben, so muß das Elektron einen gleichen Antrieb erfahren wie im vorigen Falle, d. h. gegen D hin. Ein ne-

gatives Elektron würde umgekehrt gegen C hingetrieben werden. Da man nun in einem unelektrischen Leiter beide Arten Elektronen als in gleicher Menge vorhanden annehmen muß, wird beim Fortschieben eines solchen Leiters in der Richtung gegen A eine Spannungsdifferenz an dessen Enden auftreten müssen, derart, daß D positiv, C negativ wird. Man nennt diese die induzierte elektromotorische Kraft (Faraday 1830). Ihre Richtung wird durch die Rechtehanddreifingerregel gegeben, da nun Strom- und Bewegungsrichtung vertauscht sind (Daumen = Richtung der Bewegung, Zeigefinger = Richtung der vom Nordpol ausgehenden Kraftlinien, Mittelfinger = Richtung, in welcher sich die positive Elektrizität bewegt). Verbindet man D und C durch einen Draht, so entsteht ein Induktionsstrom, dessen Stärke sich nach dem Ohm'schen Gesetz bestimmt. Da nach der eben genannten Regel auf diesen Strom durch den Magnetpol eine magnetische (elektrodynamische) Kraft ausgeübt wird, welche sich nach der Linkehanddreifingerregel bestimmt, so hat man das Gesetz von Lenz: „Der Induktionsstrom hat solche Richtung, daß die elektrodynamische Wirkung, die er erfährt, die dem Leiter mitgeteilte Bewegung zu hindern sucht“. Dies ergibt sich auch aus dem Gesetz der Erhaltung der Energie, denn die elektrische Energie

des Induktionsstromes kann nur entstehen auf Kosten der dem Leiter mitgeteilten Bewegungsenergie, diese muß also verbraucht, d. h. die Bewegung gehindert werden.

Man macht hiervon Nutzenanwendung bei der sogenannten Kupferdämpfung bei schwingenden Magnetnadeln, denn es bleibt sich natürlich gleich, ob der Stromleiter oder der Magnetpol sich bewegt.

Nach dem obigen ist der aufzuwendende Effekt, um einen von i Amp. durchflossenen Stromleiter durch ein Magnetfeld zu bewegen, so daß er in t Sekunden N Kraftlinien schneidet:

$$= \frac{K \cdot x}{t} = \frac{i \cdot N}{t} \text{ Watt.}$$

Die im Induktionsstrom auftretende elektrische Energie pro Sekunde ist, wenn E die induzierte elektromotorische Kraft in Volt und i die Stromstärke in Ampere, $= E \cdot i$ Watt, somit ist

$$E \cdot i = \frac{i \cdot N}{t}$$

oder

$$E = \frac{N}{t} \text{ Volt,}$$

d. h. die induzierte elektromotorische Kraft in Volt ist gleich der Zahl der pro Sekunde geschnittenen ($\frac{1}{4} \pi$ Weber-)Kraftlinien¹⁾.

Beispielsweise war bei der früher benutzten Drahtrolle $H = 0,028$ Decimegadynen pro Decimikroweber und $l = 0,55$ m; bewegt man also diesen Leiter so, daß in 10 Sekunden die Strecke 0,5 m zurückgelegt wird, so ist

$$E = \frac{0,028 \cdot 0,55 \cdot 0,5}{10} = 750 \cdot 10^{-6} \text{ Volt} = 750 \text{ Mikrovolt,}$$

was sich leicht mittels eines als Voltmeter geeichten Spiegelgalvanometers nachweisen läßt.

Für ein Barlowsches Rad, welches als Faradaysche Scheibe im Felde der großen Drahtrolle benutzt wird, ist nach § 230 der Effekt $J \cdot H \cdot \pi r^2 \cdot n$, er ist auch $= J \cdot E$, somit $E = H \pi r^2 \cdot n$ Volt. Durch Messung von E kann man umgekehrt H erfahren, denn $H = \frac{E}{\pi r^2 \cdot n}$. Hierauf beruht die Einrichtung des Meßrädchens von Fischer zur Bestimmung magnetischer Feldstärken.

¹⁾ Benutzt man statt des Weber das Centimikroweber (die CGS-Einheit) zur Messung der Feldstärke, so ist die Kraftlinienzahl 10^9 mal so groß, das Gesetz würde also, wenn N CGS-Kraftlinien bedeutet, lauten:

$$E = \frac{N}{t} \cdot 10^{-9} \text{ Volt.}$$

Würde ein geradliniger Kupferstab von l Meter Länge in senkrechter Stellung senkrecht zur Richtung der Magnethadel bewegt, etwa mit 4 m/sec Geschwindigkeit, so wäre die induzierte elektromotorische Kraft

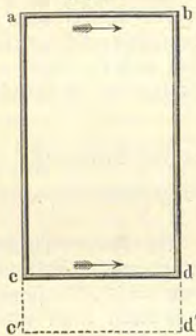
$$E = 0,2 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot l = 80 \cdot 10^{-6} \cdot l \text{ Volt,}$$

also z. B. für $l = 1 \text{ m}$, $E = 80 \text{ Mikrovolt}$.

Induktion bei der Bewegung einer Leitungsschnur vor der großen Drahtrolle. Gleitstück auf Rollen über einem Magnetpol. Drahtmodelle zur Verschiebung eines Gleitstücks ohne und mit Durchschneidung der Kraftlinien nach Pfundler. Modell des Kraftlinienverlaufs bei einem Magnetpol. Ein- und Ausschleiben des Magneten in eine Spule. Einschleiben einer Rolle in eine andere, Verstärkung durch Einschleiben eines Eisenkerns. Einbringen einer mit Klingel verbundenen Drahtrolle in die große Rolle. Überschieben der Drahtrolle auf einen Magneten. Einschleiben eines weichen Eisenkerns. Bewegung eines Magneten vor dem Eisenkern. Induktion in einer Spule auf einem Schenkel des Magneten beim Anspringen und Abreißen des Ankers. Funkenanker. Kraftübertragung nach dem Prinzip des Telephons. Störers Magnetinduktionsmaschine mit Klingel. Leuchtturmmaschinen. Induktionstelegraph.

237. Induktion in geschlossenen Leitern. Werden zwei parallele Gleitstücke (ab und cd , Fig. 64) in einem gleichmäßig beschaffenen Magnetfelde mit gleicher Geschwindigkeit verschoben, so kann in den sie verbindenden Schienen kein Strom auftreten, da die induzierten elektromotorischen Kräfte gleich sind und einander entgegenwirken. Wohl tritt aber ein

Fig. 64.



Strom auf, wenn die Geschwindigkeit der Verschiebung ungleichmäßig ist, so daß sich der leitende Rahmen $abcd$ z. B. zu $abc'd'$ erweitert und nun N'' statt N' Kraftlinien umfaßt (vgl. § 231), denn die resultierende elektromotorische Kraft ist dann

$$\frac{N' - N''}{t} \text{ Volt} = \frac{N}{t} \text{ Volt,}$$

wenn N die Änderung der von dem geschlossenen Leiter eingefassten Kraftlinienzahl bedeutet. Die induzierte Stromstärke ist

$$J = \frac{E}{W} = \frac{N}{W \cdot t} \text{ Amp.,}$$

wenn W den Widerstand der geschlossenen Leitung in Ohm bedeutet, oder für eine Spule von s Windungen $J = \frac{s \cdot N}{W \cdot t} \text{ Amp.}$

Man kann hiernach z. B. die Zahl Kraftlinien N , die von einem

Magnetpol ausgehen, finden, indem man eine Spule darüber schiebt, denn $N = \frac{J \cdot W \cdot t}{s}$. Da indes J nicht konstant ist, muß hierzu das ballistische Galvanometer benutzt werden, welches, wie schon (S. 218) erörtert, die bei einem Stromstoß hindurchfließende Elektrizitätsmenge ergibt nach der Formel

$$Q = \frac{T \cdot J \cdot \sin \beta / 2}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \pi} \text{ Coulomb.}$$

Die bei einer kleinen Verschiebung in dt Sekunden erzeugte Elektrizitätsmenge ist, wenn $i = \frac{e}{W}$ die induzierte Stromstärke bedeutet,

$$dQ = i \cdot dt = \frac{e}{W} \cdot dt = \frac{s \cdot dN}{W} \cdot \frac{dt}{dt} = \frac{s \cdot dN}{W},$$

somit
$$Q = \frac{s \cdot N}{W} \quad \text{und} \quad N = \frac{W \cdot T \cdot J \cdot \sin \frac{\beta}{2}}{s \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \pi}.$$

Natürlich ist die Art, wie die Spule verschoben wird, gleichgültig, die Formel gilt ebenso für Parallelverschiebung wie für Drehung.

Auf diese Weise wird z. B. durch Drehen einer Spule im Erdfeld die Feldintensität des Erdmagnetismus bestimmt (Erdsinduktor).

238. Magnetelektrische Maschinen. Werden die Magnetflächen eines Elektromotors z. B. durch Akkumulatorenstrom erregt, so muß beim Drehen des Ankers in dessen Windungen ein Induktionsstrom entstehen, der dem Lenz'schen Gesetz entsprechend die Drehung des Ankers zu hindern sucht. Der verbrauchte Effekt wird natürlich durch dieselbe Formel gegeben, wie wenn der Strom in der Armatur auf andere Weise erzeugt würde, d. h. er ist $= J \cdot C \cdot N \cdot n$ Watt. Das Ergebnis dieser Arbeitsleistung ist eben die Energie des Induktionsstroms, welche, wenn E die induzierte elektromotorische Kraft bedeutet, $E \cdot J$ Watt beträgt. Somit muß sein:

$$J \cdot C \cdot N \cdot n = E \cdot J \quad \text{oder} \quad E = C N n \text{ Volt.}$$

Beispielsweise ergibt sich für die Drehung der früher benutzten aus 1120 Windungen bestehenden kleinen Rolle von 0,23 m Radius in der großen Rolle, in welcher eine Feldstärke von 0,028 Decimegadynen pro Decimikroweber erzeugt wird, bei $\frac{100}{37} \cdot \frac{10}{12}$

$$= 2,25 \text{ Umdrehungen pro Sekunde die induzierte Spannung}$$

$$E = 2 \cdot 1120 \cdot 3,14 \cdot 0,23^2 \cdot 0,028 \cdot 2,25 = 25 \text{ Volt,}$$

was mit einem gewöhnlichen Voltmeter ermittelt werden kann. Leitet man diesen Strom durch die bewegliche Rolle eines zweiten gleichen Apparates, so wird diese als Motor wirken, man hat eine einfache elektrische Kraftübertragung.

Für ein Trommelarmaturmodell war $C = 56$, $H = 0,028$, die Höhe der Windungen $= 0,48$ m, deren Breite $0,43$, die Tourenzahl 100 in 16 Sekunden, somit

$$E = 56 \cdot 0,028 \cdot 0,48 \cdot 0,35 \cdot \frac{100}{16} = 2,1 \text{ Volt.}$$

Mit Eisen im Innern wurden dagegen 16 Volt erhalten.

Für eine Ringarmatur ohne Eisen waren die Seiten des Ringquerschnitts $= 0,15$ und $0,16$,

$$H = 0,028, n = 100/30 = 3,3 \text{ und } C = 28, \\ \text{also } E = 28 \cdot 0,15 \cdot 0,16 \cdot 0,028 \cdot 3,8 = 0,072 \text{ Volt.}$$

Bringt man Eisen in die Armatur, so wird entsprechend der Vergrößerung von N auch E erhöht. Beispielsweise war für einen Trommelanker

$$C = 40, N = 0,028 \cdot 0,17 \cdot 0,14, n = 12, \\ \text{also } E = 40 \cdot 0,028 \cdot 0,17 \cdot 0,14 \cdot 12 = 0,317 \text{ Volt.}$$

Da sich aber Eisen im Innern der Windungen befand, wurde tatsächlich beobachtet $E = 1,0$ Volt. Um diese wirkliche elektromotorische Kraft von magnetoelektrischen Maschinen durch Rechnung zu finden, muß man N wie bei den Elektromotoren aus der Formel für den magnetischen Kreis (S. 225, § 235) bestimmen.

239. Dynamomaschinen. Bei der Dynamomaschine ist der Magnetisierungsstrom und somit auch die elektromotorische Kraft nicht wie bei der magnetoelektrischen Maschine konstant, sondern vom Widerstand abhängig. Ist der Widerstand der äußeren Leitung $= R$ Ohm, der innere Widerstand der Maschine $= W$ Ohm, so ist die Stromstärke

$$J = \frac{E}{R+W} \text{ Amp.},$$

die gesamte pro Sekunde erzeugte elektrische Energie ist demnach $(R+W)J^2$ Watt, die nutzbar in der äußeren Leitung erzeugte $R \cdot J^2$, somit das sogenannte Güteverhältnis

$$\frac{R \cdot J^2}{(R+W) \cdot J^2} = \frac{R}{R+W}.$$

Die gesamte Arbeit wäre also nutzbar für $R = \infty$, d. h. $J = 0$ (Leerlauf), dann ist aber die Arbeit Null. Umgekehrt wird für $R = 0$ (Kurzschluß) die ganze beim Drehen verbrauchte Arbeit in der Maschine selbst, also nutzlos, in Wärme verwandelt.

Unter dem Wirkungsgrad der Dynamomaschine versteht man das Verhältnis der nutzbaren Arbeit zur gesamten zum Betriebe der Maschine verbrauchten Arbeit. Letztere läßt sich z. B. mittels eines Übertragungsdynamometers messen oder nach dem Prinzip des Pronyschen Zaumes, indem man zum Betrieb einen Elektromotor verwendet, dessen Gestell um die Achse drehbar aufgehängt und mit einem Hebel zum Anhängen von Gewichten versehen ist, durch welche die der Zugkraft entgegengesetzte und gleiche Kraft gemessen wird, welche nötig ist, das Gestell in seiner Lage zu erhalten.

Beispielsweise mußte beim Leerlauf der Dynamomaschine an den Hebel des Motors, dessen Länge 0,24 m betrug, ein Gewicht von 0,25 kg = 0,25 · 9,81 Decimegadynen angehängt werden bei 100 Umdrehungen in 5 Sekunden. Die Leerlaufsarbeit war somit $2\pi \cdot 0,24 \cdot \frac{100}{5} \cdot 0,25 \cdot 9,81 = 39$ Watt. Wurde nun der Stromkreis geschlossen, wobei 1,6 Amp. bei 20 Volt erzeugt wurden, so war das erforderliche Gewicht bei gleicher Tourenzahl 0,5 kg, somit war das elektrische Güteverhältnis

$$= \frac{1,6 \cdot 20}{2\pi \cdot 0,24 \cdot 100/5 \cdot (0,5 - 0,25) \cdot 9,81} = 0,4 = 40 \text{ Proz.};$$

dagegen der Wirkungsgrad

$$= \frac{1,6 \cdot 20}{2\pi \cdot 0,24 \cdot 100/5 \cdot 0,5 \cdot 9,81} = 0,2 = 20 \text{ Proz.}$$

Polarmatur. Heliosmaschine. Zylinderinduktor mit einer Schleife. Schleifringe oder Kommutator. Doppel-T-Ankermaschine. Zündmaschine. Magnetinduktor. Zwei Schleifen als Ringanker. Ringanker mit Eisen (Klingel, Motor). Kurzschließen einer mit Gewicht betriebenen Grammesmaschine (Gesetz von Lenz). Verschiedene Dynamomaschinen. Charakterist. Ankerreaktion. Dieselbe Dynamomaschine als Hauptstrom-, Nebenschluß- und Verbundmaschine, Glühlampen speisend. Hochspannungsmaschine.

240. Gegenkraft der Elektromotoren. Da ein Elektromotor seiner Konstruktion nach identisch ist mit einer Dynamomaschine, erzeugt er während des Betriebes in seiner Armatur eine induzierte elektromotorische Kraft $E = C \cdot N \cdot n$ Volt, welche der Richtung des eingeleiteten Stromes entgegengesetzt gerichtet ist. Das Produkt $E \cdot J$ gibt die zum Betriebe des Motors pro Sekunde verbrauchte elektrische Energie in Joule. (Ist nämlich Z die Zugkraft am Durchmesser D , so ist der Effekt $A = Z\pi Dn$, oder, da $Z = \frac{CN \cdot J}{\pi D}$ und $CN = \frac{E}{n}$, $A = E \cdot J$.) Die Klemmenspannung ist $E' = E + J \cdot W$, wenn W den inneren Widerstand

am Motor bedeutet. Bremst man den Anker, so daß er sich nicht bewegen kann, so wird $E = 0$, somit $E' = J \cdot W$, d. h. wenn die Spannung konstant erhalten wird durch die Stromquelle, durchfließt ein weit stärkerer Strom die Ankerwindungen, als wenn der Anker freigegeben wird, wie man leicht mittels eines Strommessers konstatieren kann. Der Wirkungsgrad ist

$$\frac{E \cdot J}{EJ + J^2 \cdot W} = \frac{E}{E + J \cdot W} = \frac{E}{E'}$$

Hierbei ist $J^2 W$ der Teil der zugeführten Energie, welcher im Innern des Motors in Wärme verwandelt wird.

Beim Hauptstrommotor ist $Z = \frac{C \cdot N \cdot J}{\pi \cdot D}$, d. h. es ist die Zugkraft, da N proportional der Stromstärke wächst, proportional zum Quadrat der Stromstärke. Er kann deshalb bei geringer Belastung sehr hohe Geschwindigkeit annehmen, jedenfalls ändert sich die Tourenzahl mit der Belastung. Infolge der Gegenkraft sinkt die Zugkraft mit wachsender Tourenzahl, wegen des schwachen Feldes ist die Gegenkraft aber nur klein.

Beim Nebenschlußmotor ist N annähernd konstant, somit, da $n = \frac{E}{CN}$, auch die Tourenzahl, falls der Elektromotor an ein Netz von konstanter Spannung angeschlossen wird. Allerdings ist E nicht genau gleich der Klemmenspannung e , sondern $e = E + W \cdot J$, somit $n = \frac{e - W \cdot J}{C \cdot N}$, wobei $W \cdot J$ sich ändert.

Diese Abweichungen von konstanter Tourenzahl können durch Anbringen von Hauptstromwindungen neben den Nebenschlußwickelungen (Verbundwicklung) kompensiert werden. Umgekehrt gibt eine solche Nebenschluß- bzw. Verbundmaschine als Dynamomaschine bei konstanter Tourenzahl konstante Klemmenspannung.

Beim Nebenschlußmotor ist die Anzugskraft kleiner. Elektrische Kraftübertragung mit kleiner und großer Spannung (dick und dünne Drähte). Wiederholte Umwandlung der Energie. Gleichstrom-Gleichstromtransformatoren. Anker mit zwei Kollektoren. Laden von Akkumulatoren. (Zellen- und Doppelzellenschalter.) Gleichstrom-Wechselstromtransformatoren.

241. Wechselstrommaschinen. Ersetzt man den Kommutator einer Dynamomaschine durch Schleifringe, welche mit zwei (oder mehr) gleich abstehenden Punkten der Armatur verbunden sind, so liefert sie Wechselstrom. Ist beispielsweise die Zahl der von der drehbaren Spule bei dem oben besprochenen Versuch (über die elektrodynamische Wirkung der eingeschlossenen Kraftlinien) bei Parallelstellung $= N$, so ist dieselbe bei Verdrehung um den

Winkel $\alpha = N \cdot \cos \alpha$, somit die Änderung derselben bei Drehung um den Winkel $d\alpha$

$$dN = N \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

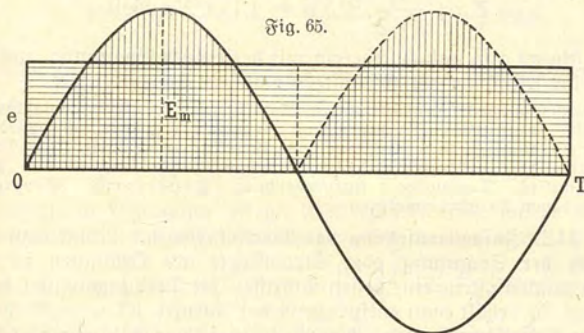
und die induzierte momentane elektromotorische Kraft

$$E' = s \cdot N \cdot \sin \alpha \cdot \frac{d\alpha}{dt} = s \cdot N \cdot 2\pi n \cdot \sin \alpha \text{ Volt,}$$

wenn s die Windungszahl und n die Tourenzahl pro Sekunde. Demgemäß ist die maximale elektromotorische Kraft

$$E_m = s \cdot N \cdot 2\pi n \text{ Volt.}$$

Die mittlere elektromotorische Kraft bestimmt sich natürlich nach derselben Formel, wie im Falle des Gleichstromes, da bei letzterem nur alle halben Wellen infolge des Kommutators gleiche



Richtung haben (Fig. 65), d. h. es ist $e = C \cdot N \cdot n$ Volt, oder wenn s die Zahl der hintereinander geschalteten Windungen ist, $e = 2s \cdot 2N \cdot n = 4sNn$ Volt, somit

$$e = \frac{2}{\pi} E_m \text{ Volt.}$$

Diese mittlere elektromotorische Kraft ist aber nicht die, welche an den Meßinstrumenten abgelesen wird, d. h. für die Berechnung des Stromeffekts nach der Formel $A = E \cdot J = \frac{E^2}{R}$ Watt in Betracht kommt, wobei R den als induktionsfrei betrachteten Widerstand bedeutet. Für Berechnung dieser Arbeit ist vielmehr zu berücksichtigen, daß sie schwankt zwischen den Werten 0 und $\frac{E_m^2}{R}$, somit im Mittel den Wert $\frac{1}{2} \cdot \frac{E_m^2}{R}$ hat. Demgemäß ist die sogenannte effektive Spannung

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot E_m \text{ Volt.}$$

Gleiches gilt für die mittlere und für die effektive Stromstärke, da sie aus der Spannung durch Division mit dem Widerstande erhalten werden, d. h. es ist

$$J' = J_m \cdot \sin \alpha, \quad i = \frac{2}{\pi} \cdot J_m, \quad J = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot J_m \text{ Ampere.}$$

Da $e = CNn$ und $e = \frac{2}{\pi} \cdot E_m$, folgt $E_m = \frac{\pi}{2} \cdot CNn$ und somit die mittels eines Elektrodynamometers gemessene Spannung einer Wechselstrommaschine

$$E = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot CNn = 1,1 \cdot CNn \text{ Volt.}$$

Sie stimmt also nahezu überein mit derjenigen Spannung, welche dieselbe Maschine als Gleichstrommaschine benutzt liefert.

Vorzüge des Wechselstromes. Modelle von Wechselstrommaschinen. Wechselstromklingel. Maschinen mit stehender Armatur. Verschiedene Wechselstrommaschinen. Maschine ohne Kollektor und Schleifringe. Drehstrommaschinen. Strom- und Spannungsmesser für Wechselstrom. Frequenzmesser. Tonometer. Kurvenzeichner. Oszillograph. Rheograph. Betrieb von Drehstrommotoren.

242. Zusammensetzung von Wechselströmen. Trägt man die Werte der Spannung oder Stromstärke als Ordinaten in ein Koordinatensystem ein, dessen Abszissen die Drehungswinkel darstellen, so erhält man entsprechend der Formel $E' = s \cdot N \cdot 2\pi n \cdot \sin \alpha$ Volt Sinuskurven. Werden in derselben Leitung zwei (oder mehr) Wechselströme induziert, so erhält man die resultierende Wellenform durch algebraische Addition der Ordinaten an jeder Stelle, oder einfacher nach Fig. 39 (S. 107) durch Zusammensetzung der maximalen Spannungen unter Berücksichtigung ihrer Phasendifferenz nach dem Kräfteparallelogramm. Sind diese maximalen Spannungen e_1 und e_2 , so ist die maximale resultierende Spannung $e = \sqrt{e_1^2 + e_2^2}$. Der Winkel φ der Phasenverschiebung genügt der Gleichung $\operatorname{tg} \varphi = \frac{e_2}{e_1}$.

Modell zur Zusammensetzung von Wellen. Parallel- und Hintereinandererschaltung von Wechselstrommaschinen. Interferenz (Schwebungen, Pendeln). Phasenindikatoren (Phasenlampen). Optisches Telephon. Induktionsfreie Widerstände (Glühlampen).

243. Voltainduktion. Anstatt die Änderung der Kraftlinienzahl, z. B. bei Benutzung der beiden Drahtrollen, durch Bewegung des induzierten Leiters oder des Magnetfeldes herbeizuführen,

kann man auch die Intensität des das Magnetfeld erregenden Stromes abändern.

Ist über eine im Verhältnis zu ihrem Halbmesser r lange oder ringförmig zusammengebogene gleichmäßige Spule von der Länge l und der Windungszahl s_1 eine kurze enge Spule von der Windungszahl s_2 als Sekundärspule geschoben, so ist die vom Strom i Amp. in der ersteren hervorgerufene Kraftlinienzahl

$$N = \frac{4 \pi \cdot s_1 \cdot i \cdot \pi r^2}{10^7 \cdot l},$$

somit, wenn der Strom i Amp. etwa durch Regulierung eines eingeschalteten Rheostaten in t Sekunden entsteht oder verschwindet, die in der Sekundärspule induzierte Spannung

$$E = s_2 \cdot \frac{N}{t} = s_2 \cdot \frac{4 \pi^2 \cdot s_1 r^2}{10^7 \cdot l} \cdot \frac{i}{t} = L \cdot \frac{i}{t} \text{ Volt,}$$

wenn $L = a \cdot \frac{4 \pi^2 \cdot s_1 r^2}{10^7 \cdot l}$ den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion oder das elektrodynamische Potential in Henry bedeutet.

Allgemein ist die momentane induzierte Spannung

$$E' = s \cdot \frac{dN}{dt} = s \cdot N_1 \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt,}$$

oder die in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge, welche mittels des ballistischen Galvanometers gemessen werden kann,

$$Q = \int i dt = \int \frac{E_1}{W} \cdot dt = \int \frac{L \cdot di}{W} = \frac{L \cdot i}{W} \text{ Coulomb.}$$

Man kann also mittels des ballistischen Galvanometers auch den Induktionskoeffizienten (auch Koeffizient der gegenseitigen Induktion oder Potential der Ströme aufeinander genannt) bestimmen, denn es ist

$$L = \frac{Q \cdot W}{i} \text{ Henry.}$$

Induktion in einer Leitungsschnur vor der großen Drahtrolle bei Schließen und Unterbrechen des Stromes. Nachweis der Stromrichtung mit dem Drehspulgalvanometer. Induktion in einer Drahtrolle mit Klingel. Millgrad. Motorunterbrecher. Wagners Hammer. Saitenunterbrecher. Verstärkung durch Einschieben von Eisenstäben. Schlitteninduktionsapparat. Verteilter Eisenkern. Auszugröhre zum Schwächen und Verstärken. Nachweis der Induktion durch das Dynamometer. Disjunktoren (kleine Drahtrolle in großer). Transformator (nach v. Lang) mit Drehspulgalvanometer, rotierender Kommutator, langsam gedreht. Betätigung einer Klingel bei schnellem Drehen. Offener und geschlossener magnetischer Kreis. Entmagnetisierende Kraft der Pole. Kleiner Transformator für Bogenlampen oder Glühlampen. Langs Transformator, gespeist mit Wechselstrom (Strommesser, Klingel, Elektromotor, Glühlampen). Bestimmung von Kraftlinienzahlen. Eisenprüfapparat. Physio-

Logische Wirkungen. Kleine medizinische Apparate. Gleichstrom-Wechselstromtransformator mit nur einer Wickelung.

244. **Selbstinduktion und Extrastrom.** Die induzierte Spule kann mit der induzierenden vereinigt sein, d. h. einige Windungen derselben bilden. Sind beide vollkommen identisch, so heißt die Induktion „Selbstinduktion“ und L „Selbstinduktionskoeffizient“. Dieser ist also, da $L = s \cdot \frac{N}{i}$, das Produkt der Windungszahl mal der Zahl Kraftlinien, welche der Strom 1 Amp. hervorruft. Die Gegenkraft der Selbstinduktion ist somit

$$E = L \cdot \frac{i}{t} \text{ Volt.}$$

Extrastrom bei einer Bandspirale mit Feile als Unterbrecher. Nachweis des Extrastroms durch Differentialgalvanometer. Funken beim Quecksilberunterbrecher mit und ohne Selbstinduktion. Glühlampen im Nebenschluß eines großen Elektromagneten. Beseitigung des Extrastroms durch Nebenschluß. Allmähliches Ansteigen des Magnetismus. Medizinischer Extrastromapparat. Extrastrom bei Stählers Maschine. Verschiedenheit von Öffnungs- und Schließungsinduktionsstrom bei Ruhmkorffs Funkeninduktor. Einseitiger Wechselstrom. Funken mit und ohne Flaschen. Platin-, Quecksilber-, Motor-, Turbinen- und Elektrolytunterbrecher. Kondensator. Zündinduktor. Multiplegasanzünder. Gasmotoren mit elektrischer Zündung. Münnichs Fallmaschine. Stimmgabelchronograph.

245. **Transformatoren.** Ist die Zahl Kraftlinien, welche im Maximum durch die innere Rolle hindurchgehen, wenn man Wechselstrom durch die äußere leitet, $= N$, so ist, da während des vierten Teiles der Periode, also während $\frac{T}{4}$ Sekunden, die Kraftlinienzahl von 0 auf N anwächst, $e = \frac{N}{T/4} = \frac{4N}{T}$ Volt die in einer Windung induzierte Spannung, somit die mittlere Gesamtspannung, wenn s die Zahl der induzierten Windungen ist,

$$e = s \cdot \frac{4N}{T} \text{ Volt,}$$

oder, da $T = \frac{1}{n} = \frac{2}{z}$, wenn z die Polwechselzahl,

$$e = 2 \cdot s \cdot z \cdot N \text{ Volt.}$$

Nennt man die Zahl Kraftlinien, welche 1 Amp. hervorbringt, N_1 und den Maximalwert der Stromstärke J_m , so ist $N = N_1 \cdot J_m$, also $e = 2 \cdot z \cdot s \cdot N_1 \cdot J_m = 2 \cdot z \cdot L \cdot J_m$ Volt, wenn $L = s \cdot N_1$ Henry, der Koeffizient der gegenseitigen Induktion oder das Potential der Ströme aufeinander ist.

Ferner ist $E_m = \frac{\pi}{2} \cdot e = z\pi L \cdot J_m$, somit, da $E = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot E_m$,

und $J = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot J_m$, auch

$$E = z\pi L \cdot J \text{ Volt.}$$

Beispielsweise ist für den Fall der gegeneinander verdrehbaren Rollen

$$L = s_1 \cdot s_2 \cdot \frac{2\pi^2 \cdot r_1^2}{r_2} \cdot \cos \alpha \text{ Henry,}$$

somit $E = z\pi \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot \frac{2\pi^2 \cdot r_1^2}{r_2} \cdot \cos \alpha \cdot J \text{ Volt.}$

Die Sekundärwicklung kann auch hinter die Primärwicklung geschaltet oder eine beliebige Zahl von Windungen derselben, selbst die ganze Primärspule sein. Letzteres ist der Fall bei den sogen. Drosselspulen. Ist der gewöhnliche Ohm'sche Widerstand zu vernachlässigen, so ist auch für die Drosselspule die an den Klemmen auftretende Spannung

$$E = z\pi L \cdot J \text{ Volt,}$$

also $J = \frac{E}{z\pi L} \text{ Ampere,}$

d. h. die Drosselspule verhält sich so, als ob sie einen Widerstand von $z\pi L$ Ohm hätte. Diesen scheinbaren Widerstand nennt man Induktanz. Aus Stromstärke und Spannung findet sich

$$L = \frac{E}{z\pi J} \text{ Henry.}$$

Auch die Primärspule eines gewöhnlichen Transformators ist eine Drosselspule, somit die Klemmenspannung an derselben

$$E_1 = z\pi L_1 \cdot J = z\pi s_1 \cdot N_1 \cdot J,$$

während an der Sekundärspule die Spannung

$$E_2 = z\pi L_2 \cdot J = z\pi s_2 \cdot N_1 \cdot J$$

auftritt. Somit ist das „Übersetzungsverhältnis“ des Transformators

$$E_2 : E_1 = s_2 : s_1,$$

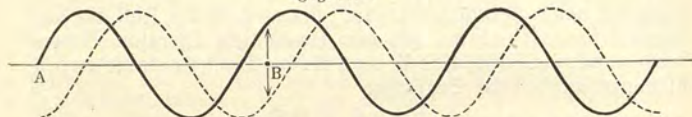
d. h. die Spannungen an Primär- und Sekundärspule verhalten sich wie die Windungszahlen. Beispielsweise wurden für $s_1 = 225$ und $s_2 = 2500$ bei einem offenen Transformator mit langem Eisenkern (nach v. Lang) bei 50 Volt Primärspannung 500 Volt Sekundärspannung erhalten.

Kleintransformatoren (Divisoren). Transformator für elektrisches Schweißen. Wechselstromelektromagnet und Kupferfeil. Elektrischer Siebereibetrieb. Aufbläsen eines Kupferringes und Wasserföhen bei Langs

Transformator. Fortblasen der Kraftlinien (Galvanometer im Primärkreis). Mehrtransformatoren. Hochspannungstransformator mit Elektrometer. Mehrfache Transformation. Elektroinduktive Abstoßung. Kurzschließen der Sekundärspule. Abstoßung einer Kupferplatte über einem Elektromagneten beim Öffnen, Anziehung beim Schließen des Stromes. Fortschleuderung von Aluminiumringen. Induktionsgyroskop. Drehstrommotoren mit Kurzschlussanker. Umdrehungsfernzeiger. Motorzähler für Wechselstrom. Rotierende Umformer. Doppelmaschinen. Schudertmaschine als Umformer. Drehstromtransformator und Motor. Leitungsnetze mit Transformatoren. Leerlaufarbeit.

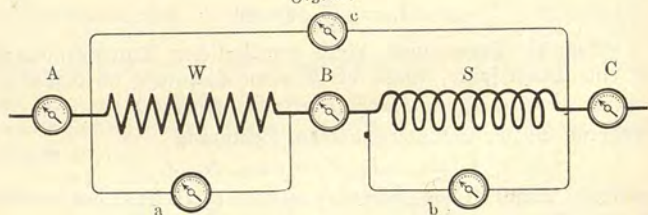
246. Wechselstromleitungen mit Selbstinduktion. Wächst die Stromstärke in einer Drosselpule an, so entsteht die Gegenkraft der Selbstinduktion, die Spannung an den Enden der Spule ist somit wesentlich höher, als dem Ohm'schen Widerstand mit Rücksicht auf die Stärke des Stromes entsprechen würde, sie eilt, wie

Fig. 66.



man sagt, der Stromstärke voraus. Die Wellenlinie, welche die Spannung darstellt (Fig. 66), ist gegen die Stromkurve verschoben und zwar, wenn der Ohm'sche Widerstand vernachlässigt werden kann, um 90° , da stets dann die Selbstinduktion den größten Wert erlangt, wenn der Strom seine Richtung wechselt, d. h. durch Null

Fig. 67.



geht. Ist der Ohm'sche Widerstand erheblich, so kann man die Spannung zusammengesetzt denken aus der Spannung e_1 , welche dem Ohm'schen Widerstand entspricht und gleiche Phase mit der Stromstärke besitzt ¹⁾, und der Spannung der Selbstinduktion e_2 ,

¹⁾ Denkt man sich wie in Fig. 67 den Ohm'schen Widerstand W und den induktiven zwischen drei Strommesser A, B, C hintereinandergeschaltet und in die angedeuteten Nebenschlüsse die Voltmeter a, b, c eingefügt, so erfolgen die Ausschläge der drei Strommesser und von a gleichzeitig, b eilt um $T/4$, d. h. 90° , voraus, c um weniger, etwa φ .

welche um 90° voreilt. Beide vereinigen sich nach dem Prinzip der Zusammenfassung von Wechselströmen (§ 242) zu einer resultierenden Spannung $e = \sqrt{e_1^2 + e_2^2}$, welche gegen e_2 voreilt um den Phasenverschiebungswinkel φ , für welchen

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{e_2}{e_1} = \frac{z\pi L \cdot i}{W \cdot i} = \frac{z\pi L}{W}.$$

Die Stromstärke ist, da

$$e = \sqrt{i^2 \cdot W^2 + (z\pi L)^2 \cdot i^2}$$

$$i = \frac{e}{\sqrt{W^2 + (z\pi L)^2}} \text{ Ampere,}$$

d. h. die Leitung besitzt einen scheinbaren Widerstand (die Impedanz), welcher sich darstellen läßt als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten der Ohm'sche Widerstand und die Induktanz sind. Ist letztere Null, so wird die Impedanz gleich dem Ohm'schen Widerstand.

Beispielsweise ergab sich für eine Spule von 0,7 m Länge und 0,05 m Querschnittsradius und 259 Windungen beim Durchleiten von 30 Amp. eine Spannungsdifferenz der Enden von 17 Volt, somit war ihr Ohm'scher Widerstand $17/30 = 0,6$ Ohm. Der Selbstinduktionskoeffizient ist

$$L = \frac{4\pi \cdot 259^2 \cdot \pi \cdot 0,05^2}{10^7 \cdot 0,7} = 9,35 \cdot 10^{-6} \text{ Henry}$$

und für $z = 100$ Polwechsel pro Sekunde die Induktanz

$$z\pi L = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Ohm,}$$

somit die Impedanz

$$= \sqrt{0,6^2 + (3 \cdot 10^{-3})^2} = 0,6 \text{ Ohm.}$$

Die Phasenverschiebung ergibt sich aus

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{z\pi L}{W} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,6} = 5 \cdot 10^{-3}$$

zu weniger als 1° .

Würde die Spule über einen Eisenkern geschoben, so ergab sich bei 13 Amp. eine Spannungsdifferenz von 150 Volt, somit eine Impedanz von

$$\frac{150}{13} = \sqrt{0,6^2 + (z\pi L)^2} \text{ Ohm.}$$

Daraus folgt $107,5 = 0,36 + (100 \cdot \pi \cdot L)^2$

oder $L = \frac{10,3}{314} = 0,033 \text{ Henry,}$

d. h. durch Einschleiben des Eisenkerns ist die Selbstinduktion gewachsen von 9,35 Mikrohenry auf 33 Millihenry, und die

Phasendifferenz, da aus $tg \varphi = \frac{10,3}{0,6} = 17,3$ folgt, $\varphi = 86,5^\circ$, von weniger als 1° auf nahezu 87° .

247. Wechselstromleitungen mit Kapazität. In eine Wechselstromleitung sei ein Kondensator von der Kapazität C Farad eingeschaltet. In der Zeit $T/4$ Sekunden strömt demselben die Elektrizitätsmenge $C \cdot E_m$ Coulomb zu, wenn E_m der Maximalwert der Spannung. Dieser ist $= \frac{\pi}{2} \cdot e$, wenn e die mittlere Spannung, also die Ladung des Kondensators $= C \cdot \frac{\pi}{2} \cdot e$, und die mittlere Stromstärke

$$i = \frac{C \cdot \frac{\pi}{2} \cdot e}{T/4} \text{ Ampere,}$$

oder, da $T = \frac{2}{z}$ Sekunden, wenn z die Polwechselzahl,

$$i = z \pi C \cdot e = \frac{e}{z \pi C} \quad \text{und} \quad J = \frac{E}{\frac{1}{z \pi C}} \text{ Ampere,}$$

d. h. der Kondensator verhält sich so, als ob er einen Widerstand von $\frac{1}{z \pi C}$ Ohm hätte. Diesen scheinbaren Widerstand nennt man Kapazitätanz oder Kondensanz.

Ist beispielsweise $C = 8 \cdot 10^{-6}$ Farad, $i = 0,5$ Ampere und $z = 100$, so ist die Spannung an den Klemmen des Kondensators

$$e = \frac{0,5}{100 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 10^{-6}} = 200 \text{ Volt}$$

und der scheinbare Widerstand desselben

$$= \frac{1}{100 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 10^{-6}} = 240 \text{ Ohm.}$$

Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man den Kondensator mittels eines geeigneten Umschalters durch eine Serie von drei Glühlampen ersetzt, deren jede bei 60 Volt 0,6 Amp. durchläßt, so daß sie zusammen annähernd 240 Ohm haben. Ein eingeschalteter Strommesser oder ein eingeschalteter Glühlampenhöfostat zeigt dann keine Änderung der Stromstärke, der Glühgrad der Lampen bleibt derselbe. Die Spannung am Kondensator bleibt in ihrer Phase um 90° gegen die Stromstärke zurück, denn da der Kondensator viel Elektrizität aufnehmen muß, bis die Spannung merklich wächst, wird bei ansteigendem Strom die Spannung noch wenig von Null verschieden sein, sie

bedingt keine Schwächung des Stromes, derselbe erreicht seine volle Stärke. Erst wenn der Kondensator geladen ist, der Strom somit den Wert Null erreicht, hat die Spannung ihren Maximalwert.

Ist außer dem Kondensator der wahre Widerstand W Ohm vorhanden, so ist die Spannung

$$e = \sqrt{e_1^2 + e_2^2} = \sqrt{i^2 \cdot W^2 + \left(\frac{1}{z\pi C}\right)^2 \cdot i^2},$$

somit

$$i = \frac{e}{\sqrt{W^2 + \left(\frac{1}{z\pi C}\right)^2}} \text{ Amp.}$$

In dem Ausdruck für die Impedanz ist also hier statt der Induktanz wie im Falle der Selbstinduktion die Kapazität zu setzen.

Die Phasendifferenz zwischen Spannung und Strom ergibt sich aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{e_2}{e_1} = \frac{1}{z\pi C \cdot W}.$$

Wird beispielsweise an einen Wechselstromtransformator, dessen Klemmenspannung 2000 Volt beträgt, ein Kondensator von $8 \cdot 10^{-6}$ Farad Kapazität und eine Serie von 20 Glühlampen mit zusammen 1482 Ohm Widerstand angeschlossen, so ist bei 100 Polwechseln pro Sekunde

$$i = \frac{2000}{\sqrt{1482 + \left(\frac{1}{100 \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}\right)^2}} = 0,66 \text{ Amp.}$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{100 \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 1482} = 0,268,$$

also $\varphi = 15^\circ$.

248. Leitungen mit Kapazität und Selbstinduktion. Die Wirkung der Kapazität ist zwar ähnlich derjenigen der Selbstinduktion, aber es besteht doch ein Unterschied. Die Kapazität ist vergleichbar der Elastizität, die Selbstinduktion der Trägheit. Eine Leitung, welche beide zugleich enthält, ist somit vergleichbar einer Feder, welche durch eine Schnur mit der trägen Masse eines Schwungrades in Verbindung steht. Durch solche Kombination können Oszillationen begünstigt werden, d. h. die beiden Widerstände gegen Oszillationen können sich gegenseitig aufheben. Es ergibt sich nämlich:

$$i = \frac{e}{\sqrt{W^2 + \left(z\pi L - \frac{1}{z\pi C}\right)^2}} \text{ Amp.,}$$

d. h. Induktanz und Kapazität heben sich gegenseitig auf (es gilt das einfache Ohm'sche Gesetz): $i = \frac{e}{W}$ Ampere, wenn

$$z\pi L - \frac{1}{z\pi C} = 0,$$

oder

$$z = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}},$$

oder

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \text{ Sekunden.}$$

Man kann die gegenseitige Kompensation von Kapazität und Selbstinduktion leicht nachweisen, wenn man in dem zuletzt betrachteten Beispiele noch eine passende Drosselspule mit ausziehbarem Eisenkern in den Stromkreis bringt. Ist der Kondensator ausgeschaltet, so bewirkt Einschieben des Eisenkernes, daß die als Widerstand eingeschalteten Lampen dunkler brennen. Wird der Kondensator aber eingeschaltet, und der Strom so reguliert, daß die Lampen bei ausgezogenem Eisenkern dunkel brennen, so werden sie durch Einschieben desselben zu hellerem Leuchten gebracht, d. h. durch Vergrößerung der Selbstinduktion.

Verzweigte Wechselstromleitungen. Skineffekt in dicken Leitern. Hohle Kabel. Bestimmung der Selbstinduktion. Normalhenry. Selbstwiderstand und Meßbrücke. Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten. Sinusinduktor. Wechselstromarbeit. Wattmeter für Wechselstrom. Phasenmesser (Phasometer). Fortblasen der Kraftlinien bei Transformatoren. Wechselstromgleichrichter. Hochspannungsgleichrichter.

249. Die Arbeit eines Wechselstroms. Durch die Gegenkraft der Selbstinduktion wird nur Umsehung der elektrischen Energie in magnetische bewirkt, welche dem Stromkreis in Form der elektrischen Energie des Extrastroms vollständig zurückerstattet wird. Die Selbstinduktion bedingt somit keinen Energieverbrauch und für Berechnung der Stromarbeit pro Sekunde kommt nur die zur Überwindung des Ohm'schen Widerstandes nötige Spannung in Betracht. Von den beiden Komponenten der tatsächlichen Spannung e ist somit e_1 die wattlose Komponente, e_2 die Komponente des Wattstroms, d. h. der Stromeffekt ist

$$A = e_2 \cdot i = e \cdot i \cdot \cos \varphi \text{ Watt.}$$

Man findet hiernach die Arbeit eines Wechselstroms aus effektiver Stromstärke und Spannung wie diejenige eines Gleichstroms, nur ist noch mit dem Kosinus der Phasenverschiebung (dem „Leistungsfaktor“) zu multiplizieren.

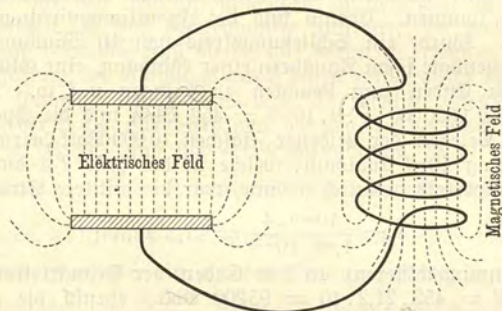
Beispielsweise war bei der oben gebrauchten Spule $e = 150$ Volt, $i = 13$ Amp.; im Falle von Gleichstrom wäre somit der Stromeffekt $= 150 \cdot 13 = 1950$ Watt. Tatsächlich ist

aber, da beim Durchleiten von 30 Amp. Gleichstrom eine Spannungsdifferenz von 19 Volt sich ergibt, also der Widerstand $\frac{19}{30}$ Ohm beträgt und die Tangente des Phasenverschiebungswinkels $tg \varphi = \frac{150 \cdot 3,14 \cdot 0,03 \cdot 30}{19}$, also $\varphi = 87^\circ 30'$ und $\cos \varphi = 0,052$, der Effekt nur $1950 \cdot 0,052 = 101$ Watt.

Man erkennt dies leicht, wenn man zum Betrieb der Wechselstrommaschine einen Elektromotor benutzt und an einem in dessen Leitung eingeschalteten Wattmeter die Änderung der Arbeit verfolgt, wenn durch Ausziehen des Eisenkerns die Selbstinduktion vermindert wird.

250. Elektrische Schwingungen. Jede Entladung einer Leidener Flasche ist im allgemeinen, d. h. wenn der Widerstand des Schließungskreises nicht zu groß ist, oszillatorisch, denn die Elektrizität pendelt in einer mit Selbstinduktion und Kapazität versehenen Leitung, falls sie einen Anstoß erhält, immerfort hin und her, da durch die Strömung ein Magnetfeld erregt, d. h. magnetische Energie erzeugt wird, die sich nach Aufhören der Strömung, d. h. des Überganges der Elektrizität zwischen den

Fig. 68.



entgegengesetzt geladenen Belegungen des Kondensators, wieder in elektrische Energie umsetzt (vgl. Fig. 68), indem sie den gleichgerichteten Öffnungsextrastrom (Selbstinduktionsstrom) erzeugt, welcher die Belegungen des Kondensators umgekehrt ladet, worauf dann Rückstrom eintritt u. s. w.

Die Formel $T = 2\pi \sqrt{CL}$ gibt also die Eigenschwingungsdauer des Systems ganz wie im Falle eines mit Feder verbundenen Schwungrades die Formel $2\pi \sqrt{\frac{\sum m r^2}{pl}}$; man erhält

Wechselstrom von der Frequenz $1/T = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$. Werden zwei Leidener Flaschen (Höhe = 0,32, Durchmesser = 0,18 m, Glasdicke 0,007 m, somit Kapazität = $\frac{4,5(\pi \cdot 0,18 \cdot 0,32 + \pi \cdot 0,09^2)}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 0,007}$ = 10^{-9} Farad) durch einen kreisförmigen Leiter von 10 Windungen und 1 m Radius, also einer Selbstinduktion von

$$L = \frac{10 \cdot 4\pi \cdot 10 \cdot \pi \cdot 0,5^2}{10^7} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ Henry}$$

verbunden, so erregt jeder zwischen den mit den inneren Belegungen verbundenen Elektroden überspringende Funken Diszillationen von der Dauer

$$T = 2\pi\sqrt{10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^{-5}} = 1,89 \cdot 10^{-6} \text{ Sekunden,}$$

d. h. pro Sekunde erfolgen $n = 0,53 \cdot 10^6$ ganze Schwingungen oder 1600000 Polwechsel.

Ströme von so hoher Frequenz werden Hochfrequenzströme genannt. Die Impedanz, welche in dem Schließungskreis auftritt, ist eine so große, daß in einem Nebenschluß Funken (Seitenentladungen) auftreten oder eingeschaltete Glühlampen zum Leuchten kommen. Ebenso sind die Induktionswirkungen auffallende. Wurde ein Schließungskreis von 10 Windungen benutzt, so genügte schon Annähern einer Windung, eine Glühlampe an deren Enden zum Leuchten zu bringen u. s. w. Da die Impedanz $1600000 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{-5} = 452 \text{ Ohm}$ und die Spannung auf den Belegen der Leidener Flaschen 10000 Volt betrug, also die Ladung 10^{-5} Coulomb, welche in der Zeit $T/4$ durch den Schließungskreis hindurch strömte, war die mittlere Stromstärke

$$i = \frac{10^{-5} \cdot 4}{1,89 \cdot 10^{-6}} = 21,2 \text{ Amp.};$$

die Spannungsdifferenz an den Enden der Primärleitung war somit $E = 452 \cdot 21,2 \cdot 10 = 95200$ Volt, ebenso die an den Enden der Sekundärleitung bei gleicher Windungszahl, bei nur 1 Windung 9520 Volt, bei 30 Windungen = 285600 Volt.

Windkessel und Kolben mit Schwungrad. Versuche von Feddersen. Anomale Magnetisierung durch Flaschenentladung. Pendelunterbrecher. Kupferbügel mit Glühlampen. Prießleys Omega. Seitenentladung. Blüschuvorrichtung. Riechische Induktions Scheiben. Lufttransformator. Ring mit 1, 10 und 30 Windungen. Resonanz bei Leidener Flaschen. Wellenmesser mit Riechischem Thermometer. Ostransformatoren. Apparat von Elster und Seitel. Glühlampe mit nur einer Zuleitung. Glühlampe ohne Zuleitung in der Hand. Apparat für langandauernde Schwingungen nach Ebert. Resonanzinduktoren. Dubins Resonator. Selbstische Spiralen und Schwingungskreis.

251. Elektrische Drahtwellen. Ein „Schwingungskreis“ war hergestellt aus zwei quadratischen Luftkondensatoren von 0,4 m Seitenlänge und 0,07 m Plattenabstand, also der Kapazität

$$C = \frac{0,4^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 0,07} = 0,02 \cdot 10^{-9} \text{ Farad.}$$

Die einen Belegungen waren mit den Elektroden der Funkenstrecke verbunden, die gegenüberstehenden mit einem rechteckigen Leiter von der Selbstinduktion

$$L = \frac{4\pi}{10^7 \cdot 0,4} = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ Henry,}$$

$$T = 2\pi \sqrt{L \cdot C} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Sekunden}$$

und die Schwingungszahl $n = 20 \cdot 10^6$ sein mußte. Außer dem rechteckigen Leiter waren an die Platten zwei parallele gerade Drähte von 14 m Länge angeschlossen, deren Enden mit einer Geißler'schen Röhre in Verbindung standen, um durch Aufleuchten derselben das Auftreten elektrischer Spannung erkennen zu können. In diesen Drähten pflanzen sich entsprechend den Oszillationen der Spannung auf den Kondensatorplatten „elektrische Wellen“, d. h. abwechselnd entgegengesetzte Spannungszustände fort, welche, am Ende angekommen, dort reflektiert werden wie Seilwellen und sich mit den neu ankommenden zu stehenden Wellen zusammensetzen, so daß Knotenpunkte auftreten, an welchen die Spannung beständig Null bleibt, wie daran zu erkennen, daß sie ohne Störung des Vorgangs durch einen Kupferdraht überbrückt werden können. Durch Probieren, an welchen Stellen Überbrückung der Drähte möglich ist, ohne das Leuchten der Geißler'schen Röhre zu stören, fand sich der Knotenabstand, d. h. die halbe Wellenlänge $\frac{\lambda}{2} = 7,50 \text{ m}$, somit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$v = \frac{\lambda}{T} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec.}$$

Würden die Drähte statt durch Luft durch Petroleum oder ein anderes Medium geführt, so wäre die Geschwindigkeit nur $\frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\mu \cdot \eta}}$, wenn μ die magnetische Permeabilität

und η die Dielektrizitätskonstante.

Bei einem stabförmigen Leiter, in welchem elektrische Schwingungen derart erregt werden, daß sich in der Mitte ein Knotenpunkt befindet und an den Enden Schwingungsbüchse (Oszillator von Herz), kann man die Schwingungszahl in gleicher Weise finden, wie bei einem ebenso mechanisch schwingenden Stab, denn die Stablänge ist der Abstand zweier Schwingungsbüchse, somit die halbe Wellenlänge. Nun ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen $v = \lambda/T = 3 \cdot 10^8$, somit $n = 1/T$

$= \frac{3 \cdot 10^8}{2l}$ Schwingungen pro Sekunde. Beispielsweise wird für $l = 1 \text{ m}$, $n = 150 \cdot 10^6 = 150$ Millionen Schwingungen pro Sekunde.

Lechers Drähte. Arons Röhre. Nachweis mit Platincyanbaryum. Multiplikationsstab. Serjsche Drahtwellen. Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Dielektrizitätskonstante und Permeabilität.

252. Die magnetische Energie. Beim Ansteigen eines Stromes vom Wert 0 bis zum Wert i tritt die Gegenkraft der Selbstinduktion auf, die mittlere Spannung ist also nicht einfach das Produkt des Widerstandes r mit der mittleren Stromstärke $i/2$, sondern größer um die mittlere induzierte Spannung, also

$$e = \frac{1}{2} \cdot r \cdot i + s \cdot \frac{N}{t} \text{ Volt}$$

und somit die mittlere Stromarbeit pro Sekunde

$$\frac{ei}{2} = \frac{1}{4} r \cdot i^2 + s \cdot \frac{N}{t} \cdot \frac{i}{2} \text{ Watt,}$$

wovon das zweite Glied der erzeugten magnetischen Energie entspricht. Die gesamte in t Sekunden angehäuften magnetische Energie ist also $\frac{1}{2} s \cdot N \cdot i$ Joule.

Beispielsweise ist für einen ringförmigen Eisenkern von $l \text{ m}$ Länge und $A \text{ qm}$ Querschnitt, welcher mit s Windungen umgeben ist,

$$N = \frac{10^7 \cdot s \cdot i}{4\pi \cdot \mu \cdot A}$$

somit die magnetische Energie

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{A} \cdot N^2 \text{ Joule}$$

und falls v das Volumen des Ringes, also $A = v/l$, wenn außerdem die Feldintensität $H_m = \frac{N}{A}$ eingeführt wird,

$$= \frac{10^7}{8\pi} \cdot \frac{v}{\mu} \cdot H_m^2$$

und die spezifische magnetische Energie für Eisen

$$\frac{10^7 \cdot H_m^2}{8\pi \cdot \mu} \text{ Joule pro Kubikmeter.}$$

Bei Wechselstrom ist in dem die Leitung umgebenden Medium abwechselnd magnetische und elektrische Energie vorhanden, zeitweise existieren auch beide zugleich. Ihre Summe nennt man wohl auch die elektromagnetische Energie.

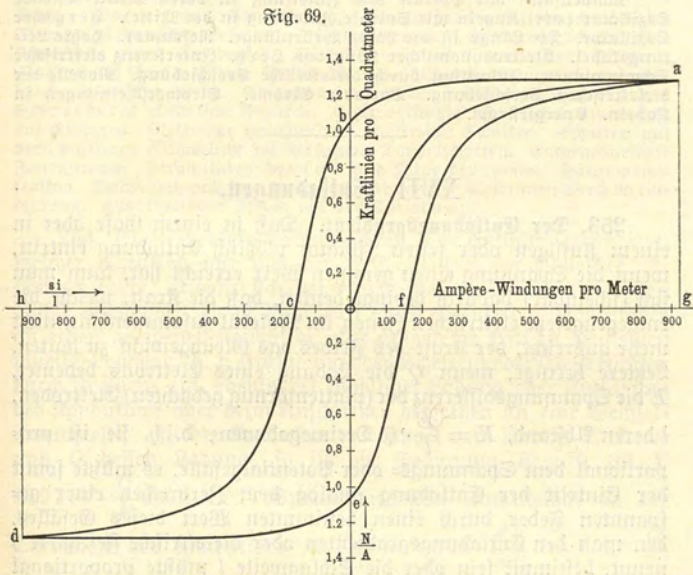
Die elektrische Energie, welche in einem Kondensator angehäuften ist, beträgt, falls Q die Ladung in Coulomb:

$$\frac{1}{2} \cdot E \cdot Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} \text{ Joule,}$$

oder, da die Kapazität $C = \frac{\eta \cdot F}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \delta}$ Farad und das Volumen $v = F \cdot \delta$:

$$C = \frac{2\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot v}{\eta \cdot F^2} \cdot Q^2 \text{ Joule,}$$

Fig. 69.



also, da $4\pi Q = N$ und $N = F \cdot H_e$, die spezifische elektrische Energie:

$$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot H_e^2}{8\pi \cdot \eta} \text{ Joule pro Kubikmeter,}$$

ähnlich der Formel für die magnetische Energie.

Bedeutend f_e bzw. f_m die Feldintensitäten, welche an der betreffenden Stelle vorhanden wären, wenn das materielle Medium fehlte, so wäre $f_e = \frac{1}{\eta} \cdot H_e$ und $f_m = \frac{1}{\mu} \cdot H_m$, somit die spezifische magnetische Energie

$$\frac{10^7 \cdot f_m^2 \cdot \mu}{8\pi} \text{ bzw. } \frac{9 \cdot 10^9 \cdot f_e^2 \cdot \eta}{8\pi} \text{ Joule pro Kubikmeter.}$$

Da die Zahl der magnetischen Kraftlinien bei Zu- und Abnahme des Stromes nicht dieselbe ist (Fig. 69), was man sich durch eine Art Reibungswiderstand deuten kann, der sich der Drehung der Molekularmagnete entgegensetzt, speziell falls das Magnetfeld in Eisen entsteht, so wird, falls Eisen vorhanden ist, bei Wechselstrom auch Arbeit zur Überwindung dieser Reibung (Hysteresis) verbraucht, welche sich in Wärme umsetzt. >

Kondensator mit Spirale und Zuleitung in deren Mitte. Offener Oszillator (zwei Kugeln mit Spirale, Zuleitung in der Mitte). Herzscher Oszillator. Die Länge ist die halbe Wellenlänge. Resonator. Kohle-Leistungskabel. Elektrodynamischer Käfig von Herz. Interferenz elektrischer Schwingungen. Induktion durch dielektrische Verschiebung. Modelle der dielektrischen Verschiebung. Variable Ströme. Stromerscheinungen in Kabeln. Energiestrom.

XVII. Entladungen.

253. Der Entladungsgradient. Daß in einem Gase oder in einem flüssigen oder festen Isolator plötzlich Entladung eintritt, wenn die Spannung einen gewissen Wert erreicht hat, kann man sich (scheinbar) dadurch bedingt denken, daß die Kraft, welche die entgegengesetzt elektrischen Ionen im Molekül zusammenhält, nicht mehr ausreicht, der Kraft des Feldes das Gleichgewicht zu halten. Letztere beträgt, wenn Q die Ladung eines Elektrons bedeutet, E die Spannungsdifferenz der (plattenförmig gedachten) Elektroden, l deren Abstand, $K = \frac{E}{l} \cdot Q$ Decimegadynen, d. h. sie ist proportional dem Spannungs- oder Potentialgefälle, es müßte somit der Eintritt der Entladung analog dem Zerbrechen einer gespannten Feder durch einen bestimmten Wert dieses Gefälles, den man den Entladungsgradienten oder dielektrische Festigkeit¹⁾ nennt, bestimmt sein oder die Schlagweite l müßte proportional sein der Spannungsdifferenz E . Annähernd gilt dieses Schlagweitengesetz auch für inhomogenes Feld; z. B. findet man die Schlagweite

= 0,001	0,004	0,006	0,010 Meter
bei 4830	13800	17100	20100 Volt,

falls die Elektroden Kugeln von 0,0025 m Radius sind. Für Kugeln von 0,025 m Radius ist die Schlagweite

= 0,010	0,012	0,014	0,016 Meter
bei 32700	38400	43800	48600 Volt.

¹⁾ Man kann auch von der größten Menge elektrischer Energie sprechen, welche 1 cbm Luft aufzunehmen im Stande ist.

Funkenmikrometer. Maßflasche. Spigenentladung. Neutralisation elektrischer Ladungen durch Spigen. Saugwirkung der Spigen. Langsame Entladung einer Flasche. Glodenpiel mit Spige. Goldener Fisch. Spige umgeben von Flamme. Reibungselektrifiziermaschine. Zündelektrifiziermaschine. Runds Elektrifiziermaschine. Dampfelektrifiziermaschine. Elektrifizierung von Isolatoren durch Spigen. Influenzmaschine mit Spigen und Spigenfächern. Elektrischer Rotationsapparat. Influenzmaschine als Motor. Kraftübertragung durch zwei Influenzmaschinen. Disruptive und elektrolytische Theorie der Entladung. Unipolares Leitvermögen. Ionisierte Luft. Sättigungsstrom. Elektrischer Wind. Niveau- und Stromlinien. Stromabzweigung durch Spigen. Staub- und Rauchkondensation. Zwei Gasflammen. Bewegung des Rauches. Ablenkung eines Gasstrahls. Wirkung auf das Anemometer. Flugrad. Flugrad auf schiefer Ebene. Elektrische Nebelbildung. Glimmlichterregung durch elektrischen Wind. Ablenkung durch den Luftstrom. Runds und Schneebelis elektrische Figuren. Elektrographie. Zertheiltes Glimmlicht auf Glycerin. Elektrische Rauchbilder. Elektrische Schatten. Schatten auf dem positiven Glimmlicht im Vakuum. Doppelschatten. Entgegengesetzte Ionenströme. Stromlinien der Luft und Wege der Ionen. Vakuumelektroskop. Vorprozess und Verzögerung. Ladung der Elektroden durch Nebelbildung. Hypothetischer Strom vor der Entladung.

254. Elektrodenlose Vakuumröhren. Der Entladungsgradient, welcher eigentlich nur von der Beschaffenheit der Moleküle abhängen sollte, erweist sich bei einem Gase als auch von dessen Dichte abhängig. Beim Annähern eines evakuierten Glasgefäßes an einen geladenen Konduktor oder umgekehrt tritt in demselben plötzlich Leuchten, d. h. Entladung oder Scheidung der Elektrizitäten durch Influenz ein, ebenso bei plötzlicher Ladung oder Entladung des Konduktors oder beim Anschließen desselben an eine Wechselstromquelle. Ist der Konduktor eine Kugel vom Radius R Meter und Q dessen Ladung, so ist die Spannung $E = 9 \cdot 10^9 \cdot V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{R}$ Volt. Das Spannungsgefälle unmittelbar an der Oberfläche des Konduktors ist $\frac{dE}{dR} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{dV}{dR} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{R^2} = \frac{E}{R}$ Volt pro Meter. In der Entfernung D Meter ist es $9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{D^2} = \frac{E \cdot R}{D^2}$, d. h. es nimmt ab, umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes. Ermittelt man für eine bestimmte Gasdichte die Stellen D und nach der gegebenen Formel das Spannungsgefälle, bei welchem Ausleuchten in dem Gefäße eintritt, so findet man keine übereinstimmenden Werte; es ergibt sich vor allem, daß auffallenderweise die Größe des Gefäßes von Einfluß ist. Bei starker Verdünnung bemerkt man an der Seite, welche sich als Kathode verhält, einen dunkeln Raum, dessen Dichte von der Gasdichte abhängt, den sogen. dunkeln Kathoden-

raum. Erst hinter diesem tritt die Dichterscheinung auf. Ist das Gefäß so eng, daß der Kathodenraum den ganzen Innenraum ausfüllt, so tritt keine Entladung ein. Irrigerweise nennt man dann das Vakuum absolut, obgleich dabei bei engen Gefäßen das Vakuum ein sehr schlechtes sein kann.

Schüttelröhren (leuchtendes Barometer). Reiben einer Vakuumkugel (Kugelelektrifermaschine). Drehen einer Vakuumkugel im konstanten Feld. Röhren mit äußeren Elektroden. Ozonröhren. Efluvium. Leßlaubeleuchtung. Ringentladung. Zerlegbare Flasche. Herstellung von Vakuumröhren durch Absorption von Kohlensäure, durch Kondensation von Dämpfen, durch Absorption von mit flüssiger Luft gekühlter Kokosnußkohle. Influenz in der Flamme. Vakuumflasche mit einer Elektrode.

255. **Kathodenstrahlen.** Das bläuliche Licht hinter dem Dunkelraum wird anscheinend durch Strahlen erzeugt, die senkrecht von der Kathodenoberfläche ausgehen und den Kathodendunkelraum durchdringen. Treffen sie auf die Glaswand oder einen geeigneten anderen festen Körper, z. B. ein mit Schwefelzink besetztes Glimmerblatt, so erregen sie dort Leuchten. Ein kreuzförmiges Aluminiumblech wirft einen Schatten. Durch Einschalten eines Diaphragmas kann ein Strahlenbündel abgegrenzt werden, welches einen der Form der Öffnung entsprechenden Dichtfleck erzeugt, ein Kathodenstrahlenbündel. In einen Faraday'schen Käfig eindringend gibt es negative Elektrizität ab. Bei Annäherung eines Magneten erfährt dasselbe eine Ablenkung, wie sie ein biegsamer an der Kathode befestigter am Ende freier Stromleiter erleiden würde. Man schließt aus alledem, daß die Kathodenstrahlen die Bahnen negativer Elektronen sind, welche von der Kathode fortgeschleudert werden. Die Geschwindigkeit derselben läßt sich direkt bestimmen. Bringt man nämlich vor einem zweiten Diaphragma eine von Wechselstrom hoher Frequenz durchflossene Drahtschleife an, so pendelt das Strahlenbündel entsprechend der Schwingungsdauer des Wechselstroms hin und her und wird bei geeigneter Lage des Diaphragmas nur im Falle der größten Elongation durch das Diaphragma hindurch gehen. Bringt man nun unmittelbar hinter dem zweiten Diaphragma eine zweite gleiche, von demselben Wechselstrom durchflossene Drahtschleife an, so wird das hindurchgegangene Bündel durch diese natürlich abermals in gleichem Sinne abgelenkt werden. Verschiebt man aber diese zweite Schleife um eine Strecke, zu deren Durchlaufung die Kathodenstrahlen ein Viertel der Periode des Wechselstromes brauchen, so wird eine Ablenkung nicht mehr eintreten können, weil die Strahlen in dem Moment ankommen, wo die Schleife gerade eben stromlos ist. So findet man, daß die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen der Spannungsdifferenz

proportional ist und gewöhnlich etwa 22 bis 50 Millionen Meter pro Sekunde beträgt.

Lichterscheinungen im elektrischen Ei. Doppelbarometer. Leidener Vakuum. Doppelflasche. Vakuumflasche als Wechselstromkondensator. Nicht evakuierte einpolige Glühlampen. Zerlegbare Leidener Flasche. Dgonröhren. Chemische Wirkung des Estuiviums. Glimentladung in weiten Gefäßen. Fluoreszenz des Gases. Vakuumröhren mit Mineralien. Lampen von Puluj und Ebert. Natur der Kathoden. Chemische Wirkung der Kathodenstrahlen. Nachfarben. Einfluß von Zusätzen. Ermüdung des Glases. Doppeldunkelraumröhre. Abhängigkeit des Dunkelraumes von der Stromstärke. Gaedepumpe mit Vakuumrohr. Sogenanntes absolutes Vakuum. Normaler Kathodenfall. Anodenfall. Geradlinige Fortpflanzung der Kathodenstrahlen. Geringe Abstände von den Elektroden. Einfluß der Gefäßwände. Ventilvakuumrohr. Nebenschlußröhre. Kathodenstrahlenbündel an einen Fluoreszenzschirm streifend.

256. **Scheinbare Masse der Elektronen.** Wird eine Stange, welche pro Meter mit 1 Coulomb geladen ist, in ihrer Richtung mit der Geschwindigkeit von J m/sec fortgezogen, so wirkt sie auf einen in der Nähe befindlichen Magnetpol ebenso wie ein Strom von J Amp. Stärke. Um die Geschwindigkeit der Stange in einer Sekunde von 0 auf J m/sec zu bringen, d. h. ihr die Beschleunigung J m/sec² zu erteilen, ist demnach dieselbe Arbeit erforderlich, wie zur Erzeugung des Stromes J Amp. in derselben, d. h., da die mittlere Stromstärke $\frac{1}{2}J$ beträgt, die Arbeit $\frac{1}{2} \cdot E \cdot J$ Joule pro Meter, wenn E die Gegenkraft der Selbstinduktion pro Meter bedeutet. Nun ist $E = \frac{N}{t} = L \cdot J$ Volt,

da $t = 1$ Sekunde, wenn L der Selbstinduktionskoeffizient in Henry pro Meter (Windungszahl = 1, da die Stange ein unendlich großer Kreis). Die Arbeit ist somit $\frac{1}{2} L \cdot J^2$ Joule pro Meter, d. h. ebensoviele, wie wenn die (gewichtlos gedachte) Stange ein Gewicht von L Kilogramm pro Meter hätte, da das Maß der Bewegungsenergie das halbe Produkt von Masse (L) mal Quadrat der Geschwindigkeit (J) ist. Insofern nun auf 1 m Länge sich 1 Coulomb befindet, kann man auch sagen, die scheinbare Masse von 1 Coulomb sei L Kilogramm, d. h. gleich dem Selbstinduktionskoeffizienten in Henry pro Meter oder gleich der Zahl Kraftlinien, die 1 Coulomb erzeugt.

Um 1 Coulomb die Geschwindigkeit v Meter pro Sekunde zu erteilen, ist hiernach ein der (scheinbar kinetischen) Energie entsprechender Betrag an Arbeit aufzuwenden, nämlich $\frac{L \cdot v^2}{2}$ Joule.

Diese Arbeit ergibt sich nun aber aus dem Spannungsgefälle, denn befindet sich eine elektrische Masse von Q Coulomb zwischen Elektroden von der Spannungsdifferenz E Volt im Abstände

l Meter, so ist die auf dieselbe wirkende Kraft des Feldes $K = \frac{E}{l} \cdot Q$, also für 1 Coulomb $K = \frac{E}{l}$ Decimegadynen, und die von dieser Kraft auf dem Wege zwischen beiden Elektroden geleistete Arbeit $K \cdot l = E$ Joule. Somit ist $\frac{L \cdot v^2}{2} = E$ oder

$$L = \frac{2E}{v^2} \text{ Henry (bezw. Kilogramm)}. \text{ Da für } E = 2000 \text{ Volt}$$

$v = 20 \cdot 10^6 \text{ m/sec}$, ist $L = \frac{2 \cdot 2000}{20^2 \cdot 10^{12}} = 10^{-11}$ Henry, d. h. 1 Coulomb hat scheinbar infolge der Selbstinduktion, wenn man versucht, es in Bewegung zu setzen, eine träge Masse von 10 Billiontel Kilogramm.

Da die elektrische Masse eines Elektrons $= 0,156 \cdot 10^{-18}$ Coulomb beträgt, ist seine scheinbare Masse $= 10^{-11} \cdot 0,156 \cdot 10^{-18} = 1,56 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$, d. h. es verhält sich so, als ob es ein Gewicht von 1,56 Quinilliontel Kilogramm hätte. Da 1 kg Wasserstoff aus $640 \cdot 10^{24}$ (640 Quadrillionen) Atomen besteht, ist das Gewicht eines Wasserstoffatoms

$$= \frac{1}{640 \cdot 10^{24}} = 1570 \cdot 10^{-30} \text{ kg},$$

d. h. 1 Wasserstoffatom hat eine wahre Masse, die rund 1000 mal so groß ist als die scheinbare Masse eines Elektrons, oder letztere ist ein Tausendstel der wahren Masse eines Wasserstoffatoms.

257. Stoßwirkung der Kathodenstrahlen. Beim Strom J Amp. ist die scheinbare Masse der pro Sekunde von der Kathode ausgesandten Elektronen $= J \cdot 10^{-11} \text{ kg}$, somit, wenn v ihre Geschwindigkeit, die Stoßwirkung $J \cdot v \cdot 10^{-11}$ z. B. für $v = 20 \cdot 10^6 \text{ m/sec} = J \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot 10^{-11} = 2 \cdot 10^{-4} J$ Decimegadynen. Mit dieser Kraft wird z. B. ein Schaufelrädchen umgetrieben, auf welches Kathodenstrahlen auffallen. Ebensoviele ist die Reaktionskraft beim elektrischen Radiometer.

258. Wärmewirkung der Kathodenstrahlen. Die Bewegungsenergie von 1 Coulomb, welches mit der Geschwindigkeit $v \text{ m/sec}$ fortschreitet, ist $10^{-11} \cdot \frac{v^2}{2}$ Joule. Beträgt also die Stromstärke J Amp., so ist die pro Sekunde beim Auftreffen der Kathodenstrahlen entwickelte Wärmemenge $\frac{J \cdot 10^{-11} \cdot v^2}{4189 \cdot 2}$, z. B. für $v = 20 \cdot 10^6 \text{ m/sec}$:

$$W = \frac{J \cdot 10^{-11} \cdot 20^2 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 4189} = 0,477 \cdot J \text{ Kalorien pro Sekunde.}$$

Hierdurch erklärt sich z. B. die rasche Erhitzung eines Platinbleches durch auffallende Kathodenstrahlen. Durch die Reaktionsstoßkraft wird umgekehrt auch die Kathode selbst erwärmt.

259. Magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen. Ein von J Amp. durchflossener Stromleiter von l Meter Länge erfährt in einem Magnetfelde von der Stärke H Decimegadynen pro Decimikroweber die Kraft $K = J \cdot H \cdot l$ Decimegadynen. Bewegt sich eine Quantität Elektronen im Betrage von 1 Coulomb in t Sekunden durch die Strecke l Meter, d. h. mit der Geschwindigkeit $v = l/t$ m/sec, so ist die Stromstärke $= 1/t$ Amp., also $K = H \cdot v$ Decimegadynen. Infolge dieser Kraftwirkung, welche in homogenem Magnetfelde überall dieselbe ist, muß die Bahn der Elektronen sich kreisförmig gestalten. Hierzu ist aber nach dem Gesetze der Zentrifugalkraft eine Zentripetalkraft erforderlich $=$ Masse $(10^{-11}) \times$ Quadrat der Geschwindigkeit (v^2) , dividiert durch den Radius der Kreisbahn, welcher R Meter betragen soll. Somit ist

$$H \cdot v = \frac{10^{-11} \cdot v^2}{R} \quad \text{oder} \quad v = H \cdot R \cdot 10^{11} \text{ Meter pro Sekunde.}$$

Da ferner $\frac{L \cdot v^2}{2} = E$, also $v = \sqrt{\frac{2E}{L}} = \frac{RH}{L}$,

folgt auch $v = \frac{2E}{R \cdot H}$ Meter pro Sekunde.

260. Elektrische Ablenkung der Kathodenstrahlen. Werden Elektronen der Wirkung eines elektrischen Feldes ausgesetzt, dessen Kraftlinien senkrecht verlaufen zu ihrer Bewegungsrichtung, so werden sie eine parabolische Bahn durchlaufen, ähnlich wie ein horizontal geworfener Körper. Bedeutet s den in der Richtung des Feldes zurückgelegten Weg und γ die Beschleunigung, so ist demnach $s = \frac{\gamma}{2} \cdot t^2$. Der Wert von t^2 ergibt sich durch folgende Betrachtung: Die Arbeit, welche Elektronen im Betrage von 1 Coulomb die Energie $\frac{1}{2} L v^2 = \frac{1}{2} L \cdot \frac{l^2}{t^2}$ Joule mitteilt, beträgt E Joule, somit ist $t^2 = \frac{L \cdot l^2}{2 \cdot E}$. Da nun für 1 Coulomb $\gamma = \frac{K}{L}$ sein muß, d. h. der Quotient der durch das Feld darauf ausgeübten Kraft $K = 9 \cdot 10^9 \cdot H$ und der scheinbaren Masse L , so folgt $s = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot H}{2L} \cdot \frac{L \cdot l^2}{2E} = \frac{9 \cdot 10^9}{4} \cdot \frac{H \cdot l^2}{E}$ Meter.

Dies ist die Gleichung der Parabel. Ihre Krümmung ist also nur von H und E abhängig.

Man kann auch die Kathodenstrahlen gleichzeitig magnetischer und elektrischer Kraft aussetzen. Sind H_m und H_e die beiden Feldintensitäten, so kompensieren sich die beiden Wirkungen, wenn

$$Q \cdot H_m \cdot v = 9 \cdot 10^9 \cdot H_e \cdot Q, \text{ also } v = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{H_e}{H_m}.$$

Auf solche Weise kann also die Geschwindigkeit sehr einfach bestimmt werden.

Ermüdung des Glases. Einpolige Glühlampe. Vakuumvibrator. Reflexion (Goldsteinsche Figuren). Hohlkathode. Sackkathode. Kalkkathode (langsame Kathodenstrahlen). Rauchkondensation durch Platindraht mit Kalk. Absorption der Kathodenstrahlen. Magnetisches Spektrum. Diffusion und Reflexion der Kathodenstrahlen. Sekundärstrahlen. Magnetotat Kathodenstrahlen. Crookes' Röhren mit hohem und niedrigem Vakuum. Positives Licht. Anodenstrahlen. Striktionskathodenstrahlen. Geißler'sche Röhren. Schichten bei geringer Spannung (Kalkkathode). Ablenkung durch Magnetismus (Rotation, äquatorialer Ring, Gewölbe). Stromlinien. Spaltung von Wechselstrom. Verzweigung bei Glycerinkathode. Durchdrängen des positiven Lichtes neben dem negativen. Einfluß von Gefäßverengungen. Sekundärelektroden. Lange Röhre mit Drahtnetz. Schichtung im negativen Licht. Ventilröhren. Vakuumtransformator. Schatten auf dem gelben Saum. Durchdringung zweier Entladungen. Desgleichen im Magnetfeld. Konzentrische Elektroden. Büschel- und Streifenentladung. Funkenmikrometer mit Spigen. Geringer Abstand der Elektroden. Mikroskopische Entladung. Umschlagen derselben. Projektion des Lichtbogens. Gegeneinandergerichtete Flammen im Lichtbogen. Lichtbogen im Vakuum. Luftströmung darin. Umgehung von Hindernissen. Temperaturverteilung (gelber Saum). Positiver und negativer Büschel. Schichtungen. Elektrischer Wind (Kathodenwirbel). Lichtbogen zwischen Wasser und Eisen. Wechselstromlichtbogen. Magnetischer Wind. Lichtscheibe. Rotierender Bogen (Spirale). Lichtbogenöfen. Magnetgebläse, elektrisches Löten. Durchblasen von Druckluft. Lichthülle beim Induktorium. Kondensatorentladungen im Vakuum. Ausblasen von Funken. Entstehung der Funken. Oszillationen. Unsymmetrische Funkenstrecke als Ventil. Trichter aus Holz. Heiße Elektroden. Bligtafel. Blighröhre. Leuchtender Name. Gleitende Funken. Funken auf und in Flüssigkeiten. Simonunterbrecher. Durchschlagen fester Körper (Glas). Allmähliches Durchschlagen. Büschelentladung. Elektrische Pausen. Rosetti's Apparat. Antol's Figuren. Desgleichen auf Wasser. Dreipulvergemisch. Kugelige. Büschellichtbogen. Bligableiter. Lichtbogenanzünden durch Funken. Elektrodynamischer Käfig. Platten-, Walzen-, Rollen-Bligableiter. Funkenlöcher. Hörnerbligableiter. Polarlichter. Bewegung der negativen Elektroden in Metallen (Wärme- und Elektrizitätsleitung).

261. Die Kanalstrahlen. In ähnlicher Weise wie das negative blaue Glimmlicht entsteht durch das Aufstoßen der mit beschleunigter Geschwindigkeit von der Kathode sich entfernenden negativen Elektronen, da wo ihre Wucht (kinetische Energie) den erforderlichen Wert erlangt hat (außerhalb des Kathodendunkelraumes), denkt man sich den gelben Saum an der Kathode hervorgebracht durch positive Teilchen, welche sich gegen die

Kathode hinbewegen, aber erst an der Oberfläche die erforderliche Geschwindigkeit erlangen, um Leuchten zu erregen. Ist die Kathode durchlöchert, so dringen sie vermöge ihrer großen Energie durch die Kanäle hindurch und erscheinen hinter der Kathode als (gewöhnlich) gelbliche Kanalstrahlen, welche sich wie die Kathodenstrahlen geradlinig fortpflanzen und da, wo sie auf das Glas auftreffen, dasselbe zum Leuchten erregen, im allgemeinen in anderer Farbe als die Kathodenstrahlen. Untersuchung der magnetischen und elektrischen Ablenkung hat ergeben, daß die bewegten positiven Teilchen weit größere Masse besitzen als die Kathodenstrahlteilchen, nämlich eine solche von der Ordnung der Masse materieller Atome, so daß man sie als Verbindungen solcher mit positiven Elektronen betrachten muß.

Neuerdings wurden auch den Kanalstrahlen ähnliche, aber von der Anode ausgehende, sogen. Anodenstrahlen aufgefunden, bei Verwendung von Salzen als Anode.

262. Die Lenardstrahlen. Bereits Herz hat die Entdeckung gemacht, daß die Kathodenstrahlen dünne Metallschichten durchdringen können, wenn auch je nach der Dicke mehr oder weniger geschwächt. Lenard fand, daß sie durch eine dünne Aluminiumplatte, welche in eine Öffnung der Rohrwand eingekittet ist, sogar in die äußere Luft heraustreten können, wie man daran erkennt, daß sie einen mit Platincyanoxyd bestrichenen Schirm zum Leuchten erregen, Schattenbilder undurchdringlicher Körper, z. B. dickerer Blechscheiben, entwerfen und auch die Luft selbst zu schwachem Leuchten erregen, ähnlich dem blauen Glühlicht in der Röhre. Es tritt aber nicht ein scharf begrenzter Strahl aus der Öffnung, die Lichterscheinung verbreitert sich vielmehr rasch immer mehr und verläuft diffus nach allen Richtungen, weil die Strahlen durch die sehr zahlreichen Luftmoleküle aufgehalten und zerstreut werden. Die Luft selbst wird dabei chemisch verändert, wie das Auftreten von Ozongeruch erkennen läßt, auch bilden sich freie Elektronen und Ionen, denn die Luft erhält unipolares elektrisches Leitungsvermögen, vermag also ein positiv geladenes Elektroskop zu entladen, wie wenn sie durch Spitzenentladung ionisiert wäre. Tatsächlich handelt es sich bei Entladung einer negativen Spitze in freier Luft um solche Kathodenstrahlen, welche schon in sehr geringer Entfernung von der Spitze von der Luft vollständig absorbiert werden und dieselbe durch Vereinigung der negativen Elektronen mit Luftmolekülen, sogen. Molionen, negativ elektrisch machen. Photographische Platten werden durch die L -Strahlen geschwärzt, man kann also Schattenbilder der für die Strahlen undurch-

lässigen Objekte erzeugen. Salze (wie Chloralium) werden gefärbt (violett) usw. Die magnetische Ablenkung der Lenardstrahlen entspricht der der Kathodenstrahlen.

263. Röntgenstrahlen. Die Kathoden- und Kanalstrahlen können beim Auftreffen auf einen Körper nicht nur Bewegung oder Wärme, sowie chemische Wirkungen erzeugen, sondern auch, wie bereits bemerkt, Leuchten. Röntgen beobachtete zuerst, daß erstere eine unsichtbare Strahlung hervorzubringen vermögen, nämlich die nach ihm benannte. Ist das Vakuum mit Rücksicht auf die Weite des Gefäßes genügend hoch, so entstehen diese Strahlen schon beim Auftreffen der Kathodenstrahlen auf die Glaswand, weit reichlicher aber beim Auftreffen auf ein Platinblech die sogen. Antikathode. Überdeckt man die Röhre mit schwarzem Tuch, welches die Lichtstrahlen nicht durchläßt, wohl aber die Röntgenstrahlen, so sieht man nichts, da letztere an sich unsichtbar sind. Bringt man aber einen mit Platincyanbaryum bestrichenen Schirm in die Nähe, so leuchtet dieser hell auf, ein zwischengebrachtes Bleiblech entwirft einen schwarzen Schatten, die zwischengebrachte Hand erzeugt bloß graue Schatten der Fleischteile und dunklere von den Knochen. Selbst ein dickes Brett können die Strahlen durchdringen, ohne merklich geschwächt zu werden. Sie schwärzen photographische Platten, so daß Schattenbilder, z. B. von Knochen im lebenden Körper, auf diese Weise fixiert werden können. Nicht wie die Lenardstrahlen werden sie aber durch magnetische und elektrische Kräfte abgelenkt, sind also ihrer Natur nach von diesen verschieden. Die Luft wird von ihnen ionisiert, es entstehen aber beide Arten von Elektronen oder Gasionen, so daß ein geladenes Elektroskop in gleicher Weise entladen wird, mag es positiv oder negativ geladen sein. Beim Auftreffen auf Metalle erzeugen die Röntgenstrahlen, ebenso wie auch die Kathodenstrahlen, sogen. Sekundärstrahlen, welche sich wie Kathodenstrahlen verhalten, also negative Elektrizität fortführen, so daß ein negativ geladener Körper entladen wird, ein unelektrischer positive Ladung annimmt, falls Entladung derselben durch die ionisierte Luft gehindert wird.

Die Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen läßt sich in ähnlicher Weise ermitteln wie die von Kathodenstrahlen, indem man sie durch Hochfrequenzstrom erregt und auf eine von derselben Stromquelle erregte Kathode fallen läßt, wo sie Entladung hervorrufen, wenn sie unmittelbar auffallen, selbstverständlich aber nicht, wenn sie eine so große Strecke zurückzulegen hatten, daß die Spannung der Elektrode inzwischen Null geworden ist. Sie findet sich = $3 \cdot 10^8$ Meter pro Sekunde.

Absorption der Röntgenstrahlen. Fluoroskop (Kryptoskop). Chemische Wirkung der Röntgenstrahlen. Röhren mit Regenerations- und Kühlvorrichtung. Röntgenogramme.

264. Becquerelstrahlen. Becquerel fand bei Versuchen über Röntgenstrahlen zuerst, und zwar bei Uran und dessen Salzen, daß manche Stoffe, die man heute radioaktiv nennt, beständig oder auch allmählich abnehmend unsichtbare Strahlen ausstrahlen. Besonders gilt dies von einem neuen Element, dem Radium. Die Strahlen verhalten sich teilweise wie Kathoden(β)- bzw. Kanal(α)strahlen, teils wie Röntgen(γ)strahlen und können auch dieselben Wirkungen hervorbringen. Ein Radiumsalz kann durch seine eigene Strahlung dauernd leuchtend werden. Die Quelle der Energie ist augenscheinlich chemischer Natur, da das Radium sich während der Strahlung in andere Stoffe umsetzt, z. B. ein Gas die Emanation entbindet, das sich durch Abkühlung verdichten läßt und in Berührung mit festen Körpern auf diesen einen Niederschlag erzeugt, welcher ebenfalls Strahlen ausstrahlt (induzierte Radioaktivität) und erst in Glühzige sich wieder verflüchtigt. Auch dieser Niederschlag ist nicht beständig, sondern wandelt sich beständig in einen zweiten, dieser in einen dritten Stoff u. s. w. um, wie aus der Abnahme der Strahlen zu schließen ist, und das Endprodukt scheint gewöhnliches Blei zu sein. Der Rest der Emanation geht in Heliumgas über. Der Zerfall des Radiums, d. h. die Absorption der dabei entstehenden α -Strahlen, ist mit so großer Wärmeentwicklung verbunden, daß 1 kg Radium pro Stunde 1 kg Wasser zum Kochen erhitzen könnte. Um diese Wärmeerzeugung zu erklären, muß man annehmen, daß die Elektronen in den Molekülen sich in sehr heftiger Bewegung befinden, was auch daraus zu schließen ist, daß sie beim Zerfall der Atome mit Kathodenstrahlgeschwindigkeit herausfahren, d. h. mit Geschwindigkeiten von gegen 100 Millionen Meter pro Sekunde, wie sich durch Bestimmung der magnetischen und elektrischen Ablenkung der Becquerelstrahlen ergibt.

Radiumzelle. Polonium (Radiotellur). Aktinium (ähnlich Thor). Emanium (?) (Ranthan?). Radioblei (ähnlich Blei). Lichterregung durch Radiumstrahlen (Diamanten, Augenmedien). Spintharison (Sichtblende). Selbstleuchtende Radiumsalze. Chemische Wirkung der Radiumstrahlen (photographische Platten, Violettfröbung von Glas). Nachfarben. Thermolumineszenz. Wirkung auf Samen, Wässer, Bakterien u. s. w. Ionisierung durch Radiumstrahlen. Entladung einer Leidener Flasche. Elektrometer für Radiumversuche. Sättigungsstrom. Radium als Sauger für Elektrizität. Ladung der Radiumstrahlen. Sekundäre Radiumstrahlen. Absorption der Radiumstrahlen. Energie derselben. Luftelektrizität. Ozon. Aktinograph. Ionisierung durch glühende Körper. Metallampferstrahlen(?).

XVIII. Strahlung.

265. Elektromagnetische Strahlung. Die außerordentlich hohe Geschwindigkeit, welche die Elektronen annehmen bei Spannungen, wie sie zur Erzeugung von Funken, d. h. für Entladungen in Luft von gewöhnlicher Dichte erforderlich sind, ermöglicht die Entstehung elektrischer Oszillationen von un-
 gemein hoher Frequenz, wozu nach der Formel $T = 2\pi\sqrt{LC}$ erforderlich ist, daß Kapazität und Selbstinduktion sehr kleine Werte haben. Man erzielt dies, indem man an Stelle des Kondensators zwei Kugeln verwendet, welche an den Enden einer Drahtspirale oder besser eines einfachen geraden Drahtes angebracht sind. Derselbe wird in der Mitte durchschnitten und dort die Zuleitung der Elektrizität sowie die Funkenstrecke angebracht (Oszillator nach Herz). Da man die Oszillationen auch als stehende Drahtwellen auffassen kann, deren Knotenpunkt in der Mitte des Drahtes sich befindet, während an dessen Enden Schwingungsbüchse auftreten, so daß die Wellenlänge λ das Doppelte der Stablänge l ist, falls nur kleine Kugeln an den Enden sind, so ergibt sich die Schwingungszahl nach § 251. Ist sie hinreichend groß, d. h. die Schwingungsdauer hinreichend klein, so vermag sich das magnetische Feld, welches bei der Vereinigung der Elektrizitäten rings um den Draht herum entsteht (Kraftlinien konzentrische Kreise), nicht in dem ganzen Raum auszubreiten, ehe die Rückschwingung eintritt und ein entgegengesetzt gerichtetes Feld erzeugt, da es nicht, wie man früher annahm, sofort im ganzen Raume auftritt, sondern, wie bei Untersuchung der elektrischen Drahtwellen gezeigt wurde, mit der Geschwindigkeit $3 \cdot 10^{10}$ m pro Sekunde fortschreitet. Wird die Stromstärke Null, so verwandelt sich deshalb aus gleichem Grunde nicht die gesamte entstandene magnetische Energie in elektrische Energie des Selbstinduktions- oder Extrastroms, sondern nur ein Teil derselben, der Rest schreitet ungestört mit der genannten Geschwindigkeit weiter in den Raum hinaus. Der Rückstrom erzeugt ein zweites solches fortschreitendes Feld von entgegengesetzter Richtung, dann folgt wieder eines der früheren u. s. w., es entsteht ein magnetischer Wellenzug, so genannt, weil die graphische Darstellung der Intensität dieser fortschreitenden Felder in einem Koordinatensystem eine Wellenlinie ergibt, ähnlich wie sie die Elongationen bei fortschreitenden Seilwellen bilden. Gleichzeitig mit diesen magnetischen Feldern gehen vom Oszillator auch abwechselnd entgegengesetzt gerichtete elektrische Felder aus, welche

aus gleichem Grunde als elektrische Wellen bezeichnet werden. Die Elongation dieser Wellen ist wie bei den magnetischen ihre Feldstärke, Amplitude, deren größter Wert und Intensität die Energie pro Kubikmeter in Joule. Diese Energie besteht zur Hälfte in elektrischer, zur Hälfte in magnetischer Energie. Treffen die Wellen auf eine metallisch leitende Fläche, so erregen sie dort induzierte Schwingungen, die eine reflektierte Strahlung erzeugen, welche sich mit der ankommenden zu stehenden elektromagnetischen Wellen zusammensetzt. Dabei tritt eine Phasendifferenz zwischen elektrischen und magnetischen Wellen von $\frac{1}{4}\lambda$ auf, so daß abwechselnd die ganze Energie in Form von elektrischer und dann wieder in Form von magnetischer Energie vorhanden ist, ähnlich wie bei stehenden Seilschwingungen ein beständiger Wechsel zwischen kinetischer und potentieller Energie vorhanden ist. Beide Energiemengen sind also notwendig einander gleich.

Ist die maximale Ladung einer Kugel = Q Coulomb, so ist der ausgestrahlte Effekt

$$\frac{16 \cdot \pi^2 \cdot Q^2 \cdot l^2}{9 \cdot 10^{15} \cdot T^4} \text{ Watt.}$$

Beispielsweise war bei einem Versuche von Herz die Potentialdifferenz der beiden Kugeln 36000 Volt, ihr Radius 0,15 m, somit $Q = 0,3 \cdot 10^{-6}$ Coulomb, ferner $l = 1$ m und $T = 3,2 \cdot 10^{-8}$ Sekunden. Hieraus ergibt sich der Effekt 14800 Watt (nahezu 20 PS). Infolge der starken Dämpfung, d. h. Umkehrung von Energie in Strahlung und Wärme, gilt dies indes nur für den Beginn der Strahlung, denn schon nach $5\frac{1}{2}$ Schwingungen ist die Hälfte der aufgespeicherten elektrischen Energie verloren. Ein in 12 m Abstand vom Oszillator aufgestellter Resonator würde, solange die Schwingungen noch nicht erheblich gedämpft sind, eine so intensive Strahlung erhalten, daß er, falls er genügenden Widerstand hätte, um diese vollständig in Wärme umzusetzen, sich ebenso stark erwärmen würde wie ein schwarzer Körper in direkten Sonnenstrahlen.

Die Intensität nimmt natürlich umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung ab, da die Energie P , die in 1 m Entfernung durch die Fläche 4π Quadratmeter geht, so daß auf 1 qm die Menge $\frac{P}{4\pi}$ entfällt, im Abstände R Meter die Fläche $4\pi R^2$ durchsetzt, so daß auf 1 qm nur noch $\frac{P}{4\pi R^2}$ kommt und demgemäß auch die Energie pro Kubikmeter im zweiten Falle J_r zu der im ersten Falle J in der Proportion steht

$$J_r : J = \frac{P}{4\pi R^2} : \frac{P}{4\pi} = 1 : R^2.$$

Für den obigen Oszillator ist die Intensität im Abstände R Meter, da die pro Sekunde durch 1 qm passierende Energie einen Strahl von der Länge $3 \cdot 10^9$ m, somit $3 \cdot 10^9$ cbm Inhalt bildet,

$$J_R = \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot Q^2 \cdot T^2}{9 \cdot 10^{15} \cdot T^4 \cdot 4 \pi \cdot R^2 \cdot 3 \cdot 10^9} \text{ Joule pro Kubikmeter.}$$

Beispielsweise wäre sie in 10 m Entfernung unter den obigen Annahmen

$$\frac{14800}{4 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 3 \cdot 10^9} = 0,392 \cdot 10^{-6} \text{ Joule pro Kubikmeter,}$$

und da die Hälfte in elektrischer, die andere in magnetischer Energie besteht und die elektrische Energie pro Kubikmeter $\frac{9 \cdot 10^9}{8 \pi} \cdot \frac{H_e}{\eta}$ Joule beträgt, die magnetische $\frac{10^7}{8 \pi} \cdot \frac{H_m}{\mu}$ Joule, wenn die elektrische Feldstärke mit H_e bezeichnet wird, die magnetische mit H_m , so hätte man, da für Luft $\eta = 1$ und $\mu = 1$,

$$\frac{9 \cdot 10^9}{8 \pi} \cdot H_e^2 = \frac{0,392 \cdot 10^{-6}}{2} \quad \text{und} \quad \frac{10^7}{8 \pi} \cdot H_m^2 = \frac{0,392 \cdot 10^{-6}}{2},$$

woraus folgt $H_e = 2,34 \cdot 10^{-8}$ und, da $E/l = 9 \cdot 10^9 \cdot H_e$, $E/l = 210$ Volt pro Meter und $H_m = 7,2 \cdot 10^{-6}$ oder, da in Karlsruhe die Horizontalintensität des Erdmagnetismus $0,2 \cdot 10^{-4}$ beträgt, $H_m = 0,036$ oder etwa $\frac{1}{30}$ dieser erdmagnetischen Intensität. Bei stehenden Wellen wären die Amplituden doppelt so groß. Treffen die magnetischen und elektrischen Wellen beim Fortschreiten auf einen dem Oszillator gleichen Resonator von gleicher Eigenschwingungsdauer, so werden infolge des Durchtretens der magnetischen Kraftlinien in diesem Induktionsstrome von gleicher Frequenz erregt, welche sich durch Superposition (Resonanz) verstärken und z. B. durch die Widerstandsänderung eines mit Feilspänen gefüllten Röhrchens (Kohärer, Tritter) nachgewiesen werden können.

Verschiedene Oszillatoren. Kohärer mit Galvanometer oder Klingel. Entzündung von Pulver. Steuerung von Torpedos. Serie von Resonatoren. Drahtlose Telegraphie. Schwingungskreis. Induktive Koppelung. Abstimmung. Gewitterregistrator. Verschiedene Detektoren (Schäfers Spiegel, elektrolytischer und magnetischer Detektor u. s. w.). Absorption und Reflexion der Wellen. Bildung stehender Wellen.

266. Wärme-, Licht- und chemische Strahlen. Da sich die Moleküle eines erhitzten Körpers in rascher Bewegung befinden, welche fortwährend ihre Richtung wechselt, und da in den Molekülen Elektronen vorhanden sind, welche sich mit denselben hin- und herbewegen, läßt sich erwarten, daß namentlich von heißen Körpern elektromagnetische Strahlen ausgehen, deren Wellenlänge entsprechend den molekularen Dimensionen der Oszillatoren

außerordentlich gering ist, was umgekehrt sehr hohe Schwingungszahl bedingt. Eine derartige Strahlung nennt man Temperaturstrahlung, und die Körper, welche solche aussenden, thermaktin (Rampen). Wie aus den radioaktiven Erscheinungen folgt, können sich die Elektronen außerdem innerhalb der Moleküle bewegen, es ist somit auch eine Strahlung unabhängig von dem Wärmezustand möglich. Diese nennt man Lumineszenz, die Strahler allaktine Körper. Dafür, daß die Lichtstrahlung eine elektromagnetische ist, spricht schon deren geradlinige Ausbreitung, welche man z. B. erkennt bei Hintereinanderschaltung mehrerer Diaphragmen oder Untersuchung der Schattendimensionen usw. Ferner hat die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit den zu erwartenden Wert von $3 \cdot 10^{10}$ m pro Sekunde ergeben. Zuerst wurde sie bestimmt aus der scheinbaren Änderung der Umlaufdauer der Jupitersmonde. Falls sich nämlich die Erde während der Beobachtung vom Jupiter entfernt, ist die Umlaufzeit scheinbar vergrößert, da das Licht größere Strecken bis zum Beobachter zurückzulegen hat, umgekehrt beim Annähern vermindert. Manche Sterne sind so weit von uns entfernt, daß wir sie nicht so sehen, wie sie jetzt sind, sondern wie sie vor Jahren waren. (Man nennt eine Entfernung, welche zu durchlaufen das Licht ein Jahr gebraucht, ein Lichtjahr, und benutzt dieselbe zur Messung großer Entfernungen im Weltraume als Einheit.)

Ähnlich wie die Röntgenstrahlen, die sich ebenfalls geradlinig und mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzen, somit höchstwahrscheinlich eine Form von elektromagnetischen Wellen sind, vermögen auch Lichtstrahlen chemische Wirkungen hervorzubringen, wie die Möglichkeit der Herstellung von Lichtpausen, das Wachsen der Pflanzen u. s. w. beweist. Ferner können sie Kathodenstrahlen erzeugen, z. B. indem sie auf amalgamiertes Zink oder reines Kalium fallen, so daß, wenn dieses mit einem negativ geladenen Elektroskop in Verbindung steht, die Blättchen desselben beim Auffallen der Strahlen zusammenfallen. Es kann auch die Entstehung von Funkenentladung zwischen zwei Konduktoren auf solche Weise begünstigt oder infolge zu starker Ausströmung der Elektrizität gehindert werden. Verwandt mit diesen sogenannten Lichtelektrischen Erscheinungen ist auch das Verhalten einer Selenzelle, d. h. der metallischen Modifikation des Selens, welches sich zwischen zwei nahestehenden Elektroden von großer Oberfläche befindet. Bei Auftreffen der Lichtstrahlen wird sein Widerstand sofort sehr viel kleiner und nimmt umgekehrt sofort wieder den früheren Wert an, wenn die Lichtwirkung aufhört.

Lichtquellen (Flammen, Brenner). Acetylenlicht. Gasglühlicht. Kalklicht. Feuerwerk. Bliglicht. Farbige Flammen. Bengalische Flammen. Elektrische Glühlampen. Metallfadenslampen. Nernstlampe. Schaltungsarten. Kontaktglühlicht. Bogenlampen. Differential-, Dauerbrands-, Effekt-Bogenlampen. Elektrobogenlampen. Eisenbogenlampen. Quecksilberbogenlampen. Farbiges elektrisches Licht. Wärmeloses Licht. Nachleuchtende Geißler'sche Röhren. Batterienlicht. Elektro-, Chemie-, Lyos-, Kristallo-, Triboluminescenz. N-Strahlen (?). Nervenstrahlen (?). Camera obscura. Lochcamera. Gestalt der Öffnung gleichgültig. Wärmestrahlen und gemischte Strahlen ebenso. Schattenbildung. Gnomon. Sonnenuhr. Horoskop. Gefärbte Schatten. Halbschatten. Finsternisse. Wärmewage. Doppelthermostop. Radiometer. Staubbewegung. Molekularbewegung. Farben-thermostop. Mikrotasimeter. Thermosäule im Vakuum. Radiomikrometer. Bolometer. Chlorknallgas. Photochemische Induktion. Lyndalls' attinische Strahlen. Einfluß auf die Reaktionsgeschwindigkeit. Heliotropismus. Chlorophyll. Lichttaufen. Farbenempfindliche Platten. Photographische Reproduktionsarten (Chromgelatine, Asphalt). Abführung der Verdünnungsperiode. Erzeugung von Kathodenstrahlen durch Licht. Ozonisierung und Ionisierung der Luft durch die Quecksilberbogenlampe. Selenzelle mit Galvanometer. Selenboje. Intermittierende Lampe. Pendelregulierung durch Selen.

267. Absorption und Emission thermaktiver Stoffe. Die Temperaturstrahlung geht naturgemäß von allen Körpern aus, deren Moleküle sich bewegen, d. h. deren Temperatur höher liegt als der absolute Nullpunkt, ihre Intensität nimmt aber mit der Temperatur rasch zu. Da die Oszillatoren molekulare Dimensionen haben, müßten Resonatoren, welche die Strahlung aufnehmen und in reflektierte Strahlung oder, falls sie genügenden Widerstand haben, in Wärme umsetzen könnten, ebenfalls einzelne Moleküle von passender Größe sein. Ein System anders beschaffener Moleküle wird dagegen die Strahlen durchlassen. Tatsächlich beobachtet man, daß z. B. die Strahlung, welche ein erhitztes Blech aussendet, fast ungeschwächt eine Steinsalzplatte durchdringt und eine Thermosäule betätigen kann, während sie durch eine Wasserschicht fast vollkommen aufgehalten wird. Stoffe, welche für die Strahlung durchlässig sind, heißen diatherman; ihre Moleküle sind also keine Resonatoren für die Strahlung, sie sind nicht auf dieselbe abgestimmt, haben nicht die richtigen Dimensionen; anders bei den undurchlässigen oder athermanen Stoffen. Diese verwandeln entweder wie die Wasserschicht, eine dicke Glasschicht oder eine Rußschicht die Strahlung in Wärme, oder sie reflektieren sie wie eine Silberschicht, was z. B. durch Bestrahlung von drei gleichen Thermometern erkannt werden kann, von welchen eines die unveränderte Glaswandung besitzt, das zweite beruht, das dritte versilbert ist (Differentialthermometer). Ein Stück Eis besitzt, mit einer beruhten Thermosäule geprüft, scheinbar die Fähigkeit, Kälte zu strahlen; Ursache ist, daß die

Zimmerwände und sonstigen in der Nähe befindlichen Körper stärker strahlen als das Eis und dieses einen Teil jener Strahlung aufhält. Hat ein Körper gleiche Temperatur mit der Hülle, in welcher er sich befindet, so ändert sich seine Temperatur nicht, obgleich er beständig Wärme infolge von Strahlung verliert, weil ihm die Hülle in gleicher Zeit genau ebensoviel zustrahlt (Satz von Prevost).

Die Strahlung hängt natürlich nicht allein von der Temperatur des Strahlers, sondern auch von der Beschaffenheit seiner Oberfläche ab, und zwar sind Emissions- und Absorptionsvermögen proportional.

Füllt man ein zur Hälfte schwarzes, zur Hälfte blankes Gefäß mit heißem Wasser, so findet man z. B. durch Prüfung mit einer beruhten Thermosäule (eine blanke würde die Strahlen reflektieren, nicht absorbieren), daß die Emission der blanken Hälfte geringer ist. Denkt man sich also in einer luftleeren schwarzen, gleichmäßig heißen Hülle eine halb blanke, halb geschwärzte Kugel von gleicher Temperatur Strahlen aussendend, so gibt die blanke Hälfte weniger Energie ab, empfängt aber natürlich durch Zustrahlung seitens der Hülle in gleicher Zeit ebensoviel wie die schwarze, somit folgt, daß das Absorptionsvermögen der blanken Hälfte in gleichem Maße geringer sein muß als das der schwarzen wie ihr Emissionsvermögen, da sonst entgegen dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik von selbst eine Temperaturdifferenz der beiden Hälften entstehen würde, die man zur Konstruktion eines Perpetuum mobile ausnutzen könnte. Bezeichnet man das Emissionsvermögen mit E , das Absorptionsvermögen mit A , so ist also $E = e \cdot A$ (Satz von Kirchhoff).

Das Absorptionsvermögen A ist die Zahl, die angibt, wieviel weniger Energie der Körper absorbiert, als ein absolut schwarzer Körper. Für einen absolut schwarzen Körper ist $A = 1$. Da dann $E = e$, ist die Konstante e das Emissionsvermögen eines absolut schwarzen Körpers, d. h. ein solcher absorbiert ebensoviel Strahlen als er aussendet. Das Emissionsvermögen ist stets der gleiche Bruchteil des Emissionsvermögens des absolut schwarzen Körpers, vorausgesetzt, daß es sich um reine Temperaturstrahlung handelt, nicht um eine sogen. Lumineszenzerscheinung, wobei Strahlen durch andere Ursachen, z. B. chemische Prozesse, erregt werden (Leuchten des Phosphors im Dunkeln, Glühwürmchen u. s. w.). Absolut schwarze Körper gibt es in Wirklichkeit nicht, doch wirkt ebenso ein innen geschwärzter Hohlraum mit kleiner Öffnung, da von den Strahlen, welche durch die Öffnung einfallen, infolge der vielfachen Reflexionen im Innern keiner

mehr in merklicher Stärke herauskommt. Die Öffnung erscheint deshalb tief schwarz, umgekehrt sehr hell, wenn man den Hohlraum zum Glühen erhitzt.

268. Intensität der Strahlung. Indem man die Strahlung auf einen solchen absolut schwarzen Körper fallen läßt, welcher durch Füllung des Hohlraumes mit Wasser in ein Kalorimeter verwandelt ist, kann man die Intensität der Strahlung, d. h. die Energiemenge pro Kubikmeter bestimmen. So findet sich, daß bei senkrechter Bestrahlung durch die Sonne das Kalorimeter pro Sekunde ca. $\frac{1}{3}$ Kalorie = 1396 Joule (Watt) pro Quadratmeter aufnimmt. Die Energiemenge ist enthalten in einem Strahl von 1 qm Querschnitt und $3 \cdot 10^8$ m Länge, somit $3 \cdot 10^8$ cbm Inhalt. Demgemäß ist die Intensität der Sonnenstrahlung an der Erdoberfläche $\frac{1396}{3 \cdot 10^8} = 4,65 \cdot 10^{-6}$ Joule = 4,65 Mikrojoule. Außerhalb der Erdatmosphäre beträgt sie nahezu das doppelte, da die Hälfte der Energie durch Absorption in der Atmosphäre in Wärme umgewandelt wird.

Läßt man die Strahlung durch Wasser hindurchgehen, so werden die dunkeln Wärmestrahlen und chemischen Strahlen zum größten Teil absorbiert, es gehen im wesentlichen nur die leuchtenden Strahlen hindurch. Man findet so, daß diese etwa 45 Proz. der ganzen Strahlung ausmachen. Multipliziert man die Strahlung pro Quadratmeter außerhalb der Atmosphäre (= 2094 — 2792 [rund 2500] Watt) mit der Oberfläche einer Kugel vom Radius der Erdbahn (= $149 \cdot 10^6$ m), so ergibt sich als Gesamtstrahlung der Sonne $4 \cdot \pi \cdot 149^2 \cdot 10^{18} \cdot 2500 = 700 \cdot 10^{24}$ Watt oder nahezu eine Quadrillion PS. Dieselbe würde ausreichen, jährlich eine 50 m dicke Hohlkugel aus Eis vom gleichen Durchmesser wie die Erdbahn zu schmelzen. Dieser Energieaufwand wird gedeckt durch die infolge der Kontraktion der Sonne verloren gehende potentielle Energie, vielleicht auch durch Hineinfallen von Meteorsteinen oder durch radioaktive Substanzen. Infolge der ersteren vermag die Sonne noch etwa 38 Millionen Jahre in gleicher Weise zu leuchten wie jetzt. Würde dieser Erfaß nicht stattfinden, so würde sie sich in etwa 5000 Jahren auf die Hälfte abkühlen, d. h. von 6000 auf 3000°.

Die Steinkohlen enthalten die Energie der Sonnenstrahlen vergangener Zeiten aufgespeichert als chemische Energie. Auch in jedem Walde findet solche Auffpeicherung von Energie statt, der Wirkungsgrad ist indes sehr gering, denn 1 qm Waldfläche erzeugt jährlich nur etwa 1 kg Holz mit einer Verbrennungs-

wärme von 4000 Kalorien = $16,8 \cdot 10^6$ Joule, von welchen nur etwa 10 Proz. = $1,68 \cdot 10^6$ Joule in mechanische Arbeit umgesetzt werden können. Die Zustrahlung der Sonne beträgt aber in einem Jahre $1396 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 4,4 \cdot 10^9$ Joule pro Quadratmeter, wenn man annimmt, daß durchschnittlich 24 Stunden täglich Sonnenschein sind, der Wirkungsgrad wäre also

$$\frac{1,68 \cdot 10^6}{4,4 \cdot 10^9} = 0,038 \cdot 10^{-2} = 0,038 \text{ Proz.}$$

Aus der Intensität ergibt sich auch die Amplitude des Sonnenlichts, denn die elektrische Energie beträgt $\frac{9 \cdot 10^9}{8\pi} \cdot \frac{H_e^2}{\eta}$, die

magnetische $\frac{10^7}{8\pi} \cdot \frac{H_m^2}{\mu}$ Joule pro Quadratmeter. Jede ist die Hälfte der gesamten Energie, d. h., da $\eta = 1$ und $\mu = 1$, es ist

$$\frac{9 \cdot 10^9}{8\pi} \cdot H_e^2 = \frac{4,65 \cdot 10^{-6}}{2} \quad \text{und} \quad \frac{10^7}{8\pi} \cdot H_m^2 = \frac{4,65 \cdot 10^{-6}}{2},$$

$$\text{somit } H_e = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 4,65 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^9}} \quad \text{und} \quad H_m = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 4,65 \cdot 10^{-6}}{107}},$$

also $H_e = 0,805 \cdot 10^{-7}$ Decimegadynen pro $\frac{1}{10}$ Millimikrocoulomb und $H_m = 2,36 \cdot 10^{-6}$ Decimegadynen pro Decimikro Weber.

Da das elektrische Spannungsgefälle $\frac{E}{l} = 9 \cdot 10^9 \cdot H_e$, ergibt sich dieses zu $0,805 \cdot 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^9 = 724,5$ Volt pro Meter, was natürlich nicht mit dem Elektrometer konstatiert werden kann, da die Oszillationsrichtungen der Moleküle nicht übereinstimmen und fortwährend wechseln. Ferner, da die Horizontalintensität des Erdmagnetismus in Karlsruhe = $0,2 \cdot 10^{-4}$ und $H_m = 0,0236 \cdot 10^{-4}$, folgt, die magnetische Feldstärke = $\frac{0,0236}{0,2} = 0,118$ von der Horizontalintensität des Erdmagnetismus in Karlsruhe.

Der gesamte Strahlungseffekt einer Hefnerlampe (Aerze) auf 1 qm in 1 m Entfernung beträgt 0,9 Watt. Hiervon sind 0,008 Watt leuchtende Strahlung, d. h. solche, welche von Wasser nicht absorbiert wird, 0,8919 Watt dunkle (mechanisches Lichtäquivalent). Der Gesamteffekt der Strahlung der Hefnerlampe nach allen Richtungen ist 1,65 Watt, der der Sonne somit $\frac{700 \cdot 10^{24}}{1,65} = 42$ quadrillionenmal größer.

Die Intensität der Strahlung der Hefnerlampe in 1 m Abstand ist im ganzen $3 \cdot 10^{-9}$ Joule (3 Millimikrojoule) pro Kubik-

meter, die der leuchtenden Strahlung allein 0,027 Millimikrojoule pro Kubikmeter. In 10, 100, 1000m Abstand wäre sie nur noch 10^{-2} , 10^{-4} , 10^{-6} von diesem Betrage, da die Fläche, auf welche sich die Energie ausbreitet, proportional dem Quadrate der Entfernung wächst, somit die Intensität umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung sein muß.

Pyrheliometer. Aktinometer. Kugelpaar. Kompensationspyrheliometer. Schattenphotometer. Aktinophotometer. Sensitometer. Skalensphotometer. Zinnkugelphotometer. Absorptionskoeffizient. Albedo. Luminal. Lichtfluß.

269. **Lichtdruck.** Die magnetischen Kraftlinien üben bekanntlich quer zu ihrer Längsrichtung einen Druck aufeinander aus, ebenso die elektrischen Kraftlinien. Dieser Druck beträgt in Decimegadynen pro Quadratmeter ebensoviel wie die in einem Kubikmeter enthaltene Energie in Joule. Gleiches gilt natürlich für die elektrischen und magnetischen Felder der elektromagnetischen Strahlung, weshalb ein Lichtstrahl auf eine absolut schwarze Fläche, auf welche er trifft, einen Druck ausübt von so viel Decimegadynen, als seine Intensität beträgt, gemessen in Joule pro Kubikmeter. Er beträgt also für senkrecht auffallendes Sonnenlicht 4,65 · 10⁻⁶ Decimegadynen pro Quadratmeter, für Heßnerlicht in 1 m Abstand 3 · 10⁻⁹, die der leuchtenden Strahlung allein (d. h. bei vorgeschaltetem Wasserschirm) 0,027 · 10⁻⁹ Decimegadynen pro Quadratmeter.

Beträgt nämlich der Lichtdruck x Decimegadynen pro Quadratmeter, so ist die Arbeit, die wir leisten müßten, um die gedrückte Fläche gegen denselben mit der Geschwindigkeit von $3 \cdot 10^8$ m/sec zu verschieben, den Strahl als ruhend gedacht, somit die Wärme, die in dem schwarzen Körper erzeugt wird, $x \cdot 3 \cdot 10^8$ Joule. Diese muß aber gleich der in dem ganzen Strahl von $3 \cdot 10^8$ m Länge und 1 qm Querschnitt enthaltenen Energie sein = $i \cdot 3 \cdot 10^8$, somit $x = i$, d. h. gleich der in 1 cbm enthaltenen Energie in Joule. Durch Messung des Lichtdrucks könnte man also direkt die Lichtintensität etwa mit einer Federwage messen. Der Druck auf einen vollkommenen Spiegel ist natürlich doppelt so groß als der auf einen schwarzen Körper, da dem Strahl nicht nur seine Geschwindigkeit entzogen, sondern die gleiche Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung erteilt wird. Ein vollkommen durchsichtiger Körper erleidet keinen Lichtdruck.

Der Strahlungsdruck der Sonne auf die Erde beträgt $735 \cdot 10^6$ Decimegadynen. Durch denselben wird die Erde beständig von der Sonne abgestoßen, er ist somit von der Gravitationskraft, welche $59000 \cdot 10^{18}$ Decimegadynen beträgt, bei Berechnung der

Erdbahn abzu ziehen. Bei Körperchen, deren Durchmesser kleiner als 0,0005 mm ist, überwiegt der Strahlungsdruck, da er der Oberfläche, nicht der Masse proportional ist, über die Gravitation. Hierdurch erklärt sich die Abstoßung der Kometenschweife, vielleicht auch die Entstehung des Nordlichts.

Ein Mädchen im Vakuum mit einseitig schwarzen, andererseits glänzenden Schaufeln gerät bei Bestrahlung in Rotation (Radiometer), doch erklärt sich diese Wirkung durch die raschere Bewegung der Gasmoleküle an den stärker erhitzten schwarzen Flächen, da diese zurückweichen, während der Lichtdruck stärker auf die blanken Flächen wirkt.

270. **Strahlungsgesetz.** Denkt man sich einen strahlenden, absolut schwarzen Körper in einen innen vollkommen spiegelnden Zylinder mit leicht beweglichem Kolben eingeschlossen, so bewegt sich letzterer infolge des Lichtdrucks, kann also Arbeit leisten auf Kosten der Wärme des Strahlers, für welche der zweite Hauptsatz der Thermodynamik gilt. Hieraus folgt, daß die Energie der schwarzen Strahlung proportional der vierten Potenz der absoluten Temperatur sein muß. Ist diese T Grad, so beträgt die von einem Quadratmeter einer absolut schwarzen Fläche $53 \cdot 10^{-9} \cdot T^4$ Watt = $53 \cdot T^4$ Millimikrowatt. Der Proportionalitätsfaktor $53 \cdot 10^{-9}$ heißt das spezifische Strahlungsvermögen des absolut schwarzen Körpers. Dieses Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz ist von großer Bedeutung, da es ermöglicht, an Stelle der unzuverlässigen Skala des Luftthermometers eine genaue strahlungstheoretische Temperaturskala zu setzen. Befindet sich der Körper in einer geschlossenen Hülle von der absoluten Temperatur T_0 , so ist die ausgestrahlte Energie nur $53 (T^4 - T_0^4)$ Millimikrowatt, da er (nach dem Satz von Prevost) von der Hülle ebensoviel Energie empfängt, als er selbst bei deren Temperatur ausstrahlen würde.

Für nicht absolut schwarze Körper ist das spezifische Strahlungsvermögen kleiner; z. B. strahlt eine Argandlampe 0,0055 Kalorien pro Quadratmeter ihrer Oberfläche in der Sekunde aus. 1 qm Sonnenoberfläche sendet 31 600 Kalorien pro Sekunde aus. Man kann hieraus schließen, daß die Sonnentemperatur etwa 6000° beträgt. Die Strahlung hängt auch von der Dielektrizitätskonstante des umgebenden Mediums, d. h. von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen ab und ist dem Quadrate der letzteren proportional.

Temperatur elektrischer Leitungsdrähte. Erwärmung der Erde durch die Sonne. Isothermen. Jahreszeiten. Räume mit konstanter Temperatur. Trinkwasserleitungen. Hinderung der Ausstrahlung durch Rauch und Wolken. Wärmeleitung der Erde.

271. **Photometer.** Kennt man die Strahlung einer Lichtquelle, so kann man die einer anderen durch Vergleichung finden. Wenn man z. B. eine auf beiden Seiten beruhte Thermosäule von beiden Seiten durch verschieden starke Lichtquellen bestrahlen läßt, so wird kein Strom entstehen, wenn die Bestrahlungsstärken gleich sind. Diese verhalten sich aber umgekehrt wie die Quadrate der Abstände, sind sie gleich, so müssen sich also die Gesamtstrahlungen oder Lichtstärken der beiden Lichtquellen wie die Quadrate der Abstände verhalten. Ein Bündel von 4 Kerzen z. B. muß in die doppelte Entfernung gebracht werden, damit es ebenso wirkt wie eine Kerze. Da die Gesamtstrahlung einer Kerze oder genauer einer Hefnerlampe 1,65 Watt beträgt, so hat eine gleichartige Strahlungsquelle, welche in der Entfernung L Meter dieselbe Wirkung auf die Thermosäule ausübt wie die Hefnerlampe, im Abstand l die Strahlungsstärke $1,65 \cdot \left(\frac{L}{l}\right)^2$ Watt.

Damit ist nicht gesagt, daß dies auch ihre Lichtstärke sei. Um diese zu ermitteln, müßte man die dunkeln Strahlen durch eine eingeschaltete Wasserschicht zurückhalten. Da die leuchtende Strahlung der Hefnerlampe 0,015 Watt beträgt, könnte man dann schließen, daß die Lichtstärke der zu untersuchenden Lichtquelle $0,015 \cdot \left(\frac{L}{l}\right)^2$ ist. Einfacher beurteilt man die Gleichheit der Bestrahlungsstärken, z. B. durch Bestrahlung eines weißen Keils oder eines Papiers mit Fettfleck von beiden Seiten oder durch Erzeugung gleich stark beleuchteter Schatten eines Stabes auf einem weißen Schirm u. s. w.

272. **Der physikalische Wirkungsgrad der Strahlung.** Man versteht darunter das Verhältnis der von einer Lichtquelle sekundlich erzeugten Gesamtstrahlung zur gesamten aufgewandten Energie.

Beispielsweise ist der Strahlungseffekt einer Walratkerze, welche 0,0082 kg Walrat pro Stunde verbraucht, 0,293 Watt. Ist die Verbrennungswärme von 1 kg Walrat 9500 Kalorien, so ist die gesamte sekundlich verbrauchte chemische Energie

$$\frac{0,0082 \cdot 9500 \cdot 4189}{3600} \text{ Joule,}$$

und somit der Wirkungsgrad

$$\frac{0,293 \cdot 3600}{0,0082 \cdot 9500 \cdot 4189} = 0,00324 = 0,324 \text{ Proz.}$$

Berücksichtigt man, daß von der Verbrennungswärme tatsächlich nur etwa 10 Proz. umwandelbar sind, so wäre der „praktische“ Wirkungsgrad etwa 3,24 Proz. Für eine gewöhnliche

elektrische Glühlampe ist das Verhältnis der Strahlung zum Verbrauch an elektrischer Energie = 5,5 Proz. Nimmt man an, der Wirkungsgrad der Dynamomaschine sei 90 Proz., so wäre dieser $\frac{10}{90}$ der Energie zuzuführen und der treibenden Dampfmaschine das zehnfache, somit wäre der Wirkungsgrad $5,5 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,495$ Proz., also etwas größer als für die Walratkerze. Mit Rücksicht auf die Kosten für Wartung, Schmiermaterial u. s. w. ist also trotz des geringen Wirkungsgrades noch rationeller der Walrat direkt als Kerze zu verbrennen, anstatt ihn zur Heizung eines Dampfkessels zu verwenden. Ein wesentlich anderes Ergebnis wird erzielt bei Verwendung des Walrats zur Speisung eines Dieselmotors mit 70 Proz. Wirkungsgrad und bei Verwendung der neueren Glühlampen mit geringerem Stromverbrauch. Größer ist scheinbar der Wirkungsgrad einer Bogenlampe, wenn man den Abbrand der Kohlen Spitze nicht berücksichtigt. Beispielsweise wurde die beruhte Kugel eines Luftthermometers im Abstand $r = 0,38$ m 60 Sekunden lang bestrahlt, wobei die Temperatur um 3° zunahm. Da das Gewicht der Glas Kugel = 0,045 kg, die spezifische Wärme des Glases 0,18 war, betrug die Wärmemenge pro Sekunde $\frac{0,18 \cdot 0,045 \cdot 3}{60}$. Die bestrahlte Fläche war $12 \cdot 10^{-3}$ qm,

somit die nach allen Richtungen ausgestrahlte Energiemenge $\frac{0,18 \cdot 0,045 \cdot 3}{60} \cdot 4\pi \cdot 0,38^2 = 0,06$ Kalorien pro Sekunde. Die

Stromstärke war 15 Amp., die Spannung 50 Volt, somit der Effekt $\frac{15 \cdot 50}{4189} = 0,18$ Kalorien pro Sekunde und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{0,06}{0,18} = 0,33 = 33 \text{ Proz.}$$

273. Schiefe Ausstrahlung und Beleuchtung. Die von einem Flächenstück F der Oberfläche eines selbstleuchtenden oder eines matten beleuchteten Körpers ausgehende Strahlung ist dem Kosinus des Ausstrahlungswinkels, d. h. des Winkels α zwischen der Flächennormale und Strahlrichtung proportional, d. h. ebenso groß, wie wenn sie senkrecht von der Fläche $F \cdot \cos \alpha$ ausgehen würde. Gleiches gilt für schiefe Beleuchtung einer absolut weißen matten Fläche. Fallen die Strahlen von der Intensität J unter dem Winkel ε auf, so strahlt sie ebenso, wie wenn sie senkrecht mit der Intensität $p \cdot J \cdot \cos \varepsilon$ bestrahlt würde ($p = \text{const.}$), da sie einen dem $\cos \varepsilon$ proportionalen kleineren Teil des Strahlenbündels auffängt. In der Richtung α strahlt sie also mit einer Stärke, welche $J \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \alpha$ proportional ist.

274. **Strahlungskalorimeter.** Kühlt sich ein warmer Körper durch Strahlung um wenige Grade ab, so kann man, obschon die Temperatur sich ändert, den Wärmeverlust der Zeit proportional setzen. Hierauf gründet sich die Messung der spezifischen Wärme durch das Strahlungskalorimeter.

Bringt man z. B. in ein kleines Gefäß vom Wasserwert w einen Körper vom Gewicht m Kilogramm und der unbekanntem, zu messenden spezifischen Wärme c und läßt es nach Erwärmung in einer luftleer gemachten, d. h. keine merkliche Wärmeleitung bedingenden Hülle von konstanter Temperatur um eine bestimmte Zahl Grade abkühlen, wozu die Zeit t Sekunden erforderlich sei, wiederholt dann den Versuch, indem man M Kilogramm Wasser statt des Körpers einbringt und wieder um die gleiche Zahl Grade θ sich abkühlen läßt, wozu T Sekunden erforderlich seien, so ist

$$(m \cdot c + w) \cdot \theta : (M + w) \cdot \theta = t : T,$$

also die gesuchte spezifische Wärme

$$c = \frac{1}{m} [(M + w) t / T - w].$$

Eventuell kann man die beiden Versuche gleichzeitig in zwei gleichbeschaffenen Apparaten ausführen.

275. **Absorptionskoeffizient.** Durchdringt ein Strahlenbündel x gleichdicke Schichten eines absorbierenden Stoffes, z. B. Wasser, und ist J_0 die anfängliche Intensität, $\alpha \cdot J_0$ die in der ersten Schicht absorbierte Energie, so tritt der Strahl in die zweite Schicht mit der Intensität $J_0 - \alpha \cdot J_0 = J_0 (1 - \alpha)$, ist also geschwächt im Verhältnis von $(1 - \alpha) : 1$. Demnach ist seine Intensität nach Durchlaufen der zweiten Schicht $J_0 (1 - \alpha)^2$ und nach dem Passieren aller x Schichten $J_0 (1 - \alpha)^x$; α heißt der Absorptionskoeffizient. Durch Messung der Intensitäten mit der Thermofäule könnte er bestimmt werden. Im allgemeinen sind die Absorptionserscheinungen indes nicht so einfach wie bei Absorption der dunkeln Wärmestrahlen durch Wasser. Lassen wir z. B. Strahlen einer elektrischen Lampe durch ein blaues Glas gehen, so wird das ursprünglich weiße Licht scheinbar in blaues verwandelt; ebenso durch ein gelbes Glas in gelbes. Lassen wir aber das blaue Licht durch das gelbe Glas gehen, so wird es nicht etwa in gelbes umgewandelt, sondern vollkommen absorbiert; auf dem weißen Schirm, auf welchen die Strahlen geleitet werden, erscheint ein schwarzer Fleck. Leiten wir umgekehrt einen gelben und blauen Strahl zusammen, so wird die Mischung weiß. Hieraus ergibt sich die Erklärung der scheinbaren Umwandlung des weißen Lichtes; dasselbe besteht

auss sehr verschiedenen Strahlenarten, von welchen blaues Glas nur die blauen Strahlen hindurchläßt, gelbes nur die gelben, ähnlich, wie wenn eine zusammengesetzte elektromagnetische Strahlung, die von zahlreichen Oszillatoren verschiedener Schwingungsdauern erzeugt wird, durch ein System von Resonatoren geleitet würde, die ebenfalls nur eine oder wenige verschiedene Schwingungsdauern haben. Die Färbung ist also eine Absorptionsercheinung und folgt demnach dem obigen Gesetz (auswählende Absorption).

Bei der Lösung eines farbigen Körpers in einer farblosen Flüssigkeit kann man die Verminderung der Absorption bei größerer Verdünnung wieder ausgleichen durch Verwendung einer dickeren Schicht. Hierauf beruhen die Kolorimeter, welche zur Ermittlung der Konzentration solcher Lösungen dienen, durch Bestimmung der Dicke, bei welcher die gleiche Schwächung eintritt wie bei einer Normalplatte oder durch Bestimmung der entsprechenden Dicke eines Normalsteils.

Oberflächenfarben. Fuchsinspiegel (Beleuchtung mit grünem oder rotem Licht). Lichtfilter. Restfarben. Erythrophytostop. Zweifarbigte Körper. Weißes Licht. Pigmentfarben. Beleuchtung mit Natriumbrenner, mit rotem Licht, mit Quecksilberbogenlampe. Abhängigkeit der Absorption von der Temperatur. Einfluß des Lösungsmittels. Durchgang dunkler Wärmestrahlen durch dünne Ebonitschicht, oder Nigrosinlösung. Thermographie. Thermochrose (selektive Absorption). Absorption durch Gase (Natriumdampf).

276. Die Lumineszenzercheinungen. Fällt blaues Licht auf weißes Papier, so erscheint dieses blau, weil eben nur die blauen Strahlen vorhanden sind und zurückgeworfen werden. Ein blaues Papier verhält sich wie ein weißes, welches mit einer blauen Glasscheibe bedeckt ist. Bestrahlen wir es mit gelbem Licht, so erscheint es schwarz.

Infolge der Lumineszenzercheinungen können aber die Wirkungen andere werden. So strahlt ein mit dunkelblauem Licht bestrahlter Platincyanbaryumschirm hellgrünes Licht aus, ebenso Fluorescinslösung; Petroleum fluoresciert blau, Magdalarot ziegelrot u. s. w. Die Phosphorescenz ist eine Art andauernde Fluorescenz (Nachleuchten von Schwefelcalcium mit Zusatz, Leuchtfarbe u. s. w.). Der Zusammenhang mit der Thermoluminescenz, des Leuchtens bei schwachem Erwärmen, z. B. solcher Körper, die durch Bestrahlung mit Kathodenstrahlen oder Röntgenstrahlen chemisch verändert wurden, das stärkere Hervortreten, die raschere Erschöpfung beim Erwärmen u. s. w. lassen darauf schließen, daß auch hier chemische Wirkungen mitspielen, ebenso bei dem Leuchten der Gase unter Einfluß der Kathodenstrahlen und Kanalstrahlen (Elektroluminescenz genannt). Chemiluminescenz, z. B. das Leuchten von Phosphor im Dunkeln, das Licht

der Johanniswürmchen, der leuchtenden Batterien u. s. w. ist sicher mit chemischen Veränderungen verbunden, ebenso die Lyloluminescenz, die manche Lösungen infolge oberflächlicher Oxydation zeigen. Auch das Leuchten bei Kristallbildung in manchen Fällen, sowie die damit verwandte Triboluminescenz, das Leuchten beim Zerschlagen von Kristallen (z. B. Zucker) gehören wohl hierher.

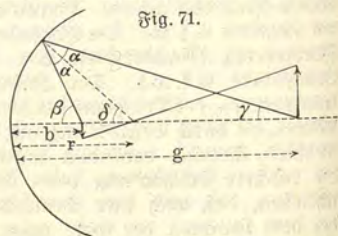
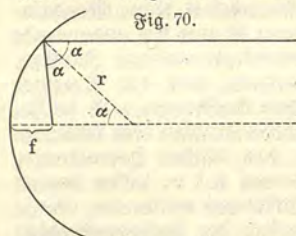
Bei -200° Phosphorescenz nur 20 Proz. Phototropie (Umwandlung von Kristallen). Phosphorostop. Funkenphosphorostop. Latente Erregung der Phosphorescenz bei -180° . Zahlreiche Körper phosphorescieren bei -200° . Bei Fluorescenz kurzes Nachleuchten. Fluorescierende Geißler'sche Röhren. Fluorescenz wird nur durch das absorbierte Licht hervorgerufen. Fluorescierende Gase. Dunkle chemische Strahlen. Filter für solche.

277. Spiegel. Für Reflexion elektromagnetischer Strahlen in einem ebenen Spiegel gilt das Gesetz, daß Einfallswinkel und Reflexionswinkel gleich sind, welches sich aus dem Huygen'schen Prinzip ergibt, insofern jeder von der Strahlung getroffene Punkt des Spiegels als Ausgangspunkt einer neuen Strahlung (einer Elementarwelle) betrachtet werden kann und diese Wellen sich zu der reflektierten Strahlung zusammensetzen.

Dreht sich ein Spiegel, also auch dessen Normale, um α , so wird gemäß dem Reflexionsgesetz ein auftreffendes Strahlenbündel um den Winkel 2α abgelenkt. Auf einer im Abstand R Meter befindlichen Skala verschiebt sich der Lichtfleck um n Meter derart, daß $tg\ 2\alpha = \frac{n}{R}$ oder $2\alpha = \text{arc}\ tg\ \frac{n}{R}$ oder annähernd $tg\ \alpha = \frac{n}{2R}$.

Reflexion elektrischer Strahlen. Tageslichtreflektoren. Künstlicher Horizont. Reflexion von Wärmestrahlen und chemischen Strahlen.

278. Hohlspiegel. Ein zur Achse paralleler Strahl, welcher mit dem Kugelradius r den Winkel α bildet, wird unter dem



Winkel α reflektiert; da auch der zweite vor r gelegene Winkel $= \alpha$ ist, entsteht ein gleichschenkeliges Dreieck, somit muß an-

nähernd $f = \frac{r}{2}$ sein (Fig. 70). Alle Strahlen parallel zur Achse gehen also, sofern sie sich nicht zu weit von dem optischen Mittelpunkt des Spiegels (dem linken Endpunkt von f) entfernen, durch den Punkt, welcher mitten auf dem Radius liegt, den Brennpunkt. Die Strecke f heißt deshalb Brennweite.

Geht der Strahl wie bei Fig. 71 von einem Punkte im Abstand g vom Spiegel aus und trifft ihn im Abstand s von der Achse, so ist $\beta = \alpha + \delta$, $\delta = \alpha + \gamma$, somit $2\delta = \beta + \gamma$, und da es sich um kleine Winkel handelt, $\beta = \frac{s}{b}$, $\delta = \frac{s}{r}$, $\gamma = \frac{s}{g}$ Radianten,

somit
$$\frac{2}{r} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}, \text{ oder, da } f = \frac{r}{2},$$

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Die Abstände b und g sind die Entfernungen zweier konjugierter Punkte vom Spiegel, d. h. solcher Punkte, die die Eigenschaft haben, daß Strahlen, die von einem ausgehen, im anderen zusammenreffen. Nach diesem Satz kann leicht das von dem Hohlspiegel erzeugte Bild eines leuchtenden Gegenstandes gefunden werden, da ein Strahl durch den Kugelmittelpunkt in sich selbst zurücklaufen muß. Die Größen von Gegenstand und Bild verhalten sich demgemäß wie ihre Abstände ($[g-r]$ bezw. $[r-b]$) vom Kugelmittelpunkt.

Reflexion elektrischer Strahlen an Hohlspiegeln. Cylinder- und Kegelspiegel. Facetten Spiegel. Brennpiegel. Hinderung der Entzündung von Schießbaumwolle durch eine Glasscheibe zwischen zwei Brennpiegeln. Dampffalorimeter. Sonnendampfmachine. Kürzester Lichtweg. Umkehrbarkeit der Lichtwege. Blanke Kugel im Brennpunkt des durchbohrten Hohlspiegels. Modell für das Brennpunktgesetz. Reflektoren und Scheinwerfer. Bilderzeugung durch Hohlspiegel. Celluloidspiegel. Sphärische Aberration. Astigmatismus. Wärme- und Kältebilder. Chemische Bilder. Magische Spiegel. Spiegelnde Klangscheibe. Zeigervolumenometer. Spiegelinstrumente. Wage mit Spiegel. Verwendung des Spiegels beim Elastizitätsapparat; bei Foucaults Pendel; bei Messung der thermischen Ausdehnung; beim Federmanometer; bei Elektro- und Galvanometern; bei Magnetometer, Variometer, Elektrodynamometer, Seismometer u. s. w. Photographische Registrierung. Manograph. Lichtgeschwindigkeit nach Fizeau.

279. Brechung der Strahlen. Für den Durchgang elektromagnetischer Strahlen durch die Grenze zweier Medien von verschiedener Dielektrizitätskonstante gilt dasselbe wie für elastische Wellen, d. h. es tritt Brechung ein derart, daß $\sin i : \sin r = v_1 : v_2$ (§ 119). Dieses sogen. Brechungsverhältnis ist die Quadratwurzel aus der Dielektrizitätskonstanten, denn die Ge-

schwindigkeiten v_1 und v_2 sind umgekehrt proportional den Wurzeln aus dem Produkt Dielektrizitätskonstante \times Permeabilität. Letztere kann gewöhnlich = 1 gesetzt werden, ebenso die Dielektrizitätskonstante für Luft. Für Wasser ist die Dielektrizitätskonstante 81, demgemäß müßte dessen Brechungsverhältnis $\sqrt{81} = 9$ sein; tatsächlich ist es für Lichtschwingungen indes nur etwa $\frac{1}{3}$, da infolge des Mitschwingens von Elektronen in den Molekülen Störungen eintreten. Tritt ein Strahl aus einem Medium mit größerer Dielektrizitätskonstante in ein solches mit geringerer, so wird er ebensoviel vom Einfallslot weggebrochen, wie im vorigen Fall demselben zu (Gesetz der Umkehrbarkeit der Lichtwege), indes nur so lange, bis der gebrochene Strahl streifend austritt, d. h. bis $i = 90^\circ$, also, da $\sin 90^\circ = 1$, wenn $\sin r = 1/n$.

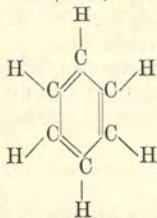
Dieser Inzidenzwinkel ist der größte, bei welchem noch Brechung eintritt, er heißt deshalb Grenzwinkel. Beispielsweise ist für Brechung aus Luft in Wasser $n = \frac{4}{3}$, somit $\sin r = 0,75 = \sin 48^\circ 35'$, somit ist $48^\circ 35'$ der größtmögliche Brechungswinkel. Durch Beobachtung desselben kann man auf einfache Weise den Brechungsindex finden. Beispiele verschiedener Brechungsverhältnisse beim Übergang aus Luft sind: Alkohol 1,366, Benzol 1,509, Glas 1,520, Flintglas 1,6 bis 1,7, Schwefelkohlenstoff 1,643.

Der Brechungsquotient für den Übergang des Lichtes aus dem luftleeren Raum in Luft von 0° und 760 mm Druck ist 1,000294. Diesen sogen. absoluten Brechungsquotienten beim Übergang aus dem Vakuum erhält man für jede beliebige Substanz, indem man den in Luft bestimmten Brechungsquotienten mit 1,00029 multipliziert (Reduktion des Brechungsquotienten auf den leeren Raum). Ist d die Dichte eines Körpers, n dessen absoluter Brechungsindex, so ist

$$R = \frac{1}{d} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

eine von Temperatur und Druck, sogar von dem Aggregatzustand unabhängige Größe. Man nennt dieselbe das spezifische Brechungsvermögen und deren Produkt mit dem Molekulargewicht des Stoffs die Molekularrefraktion. Annähernd zeigt sich das Gesetz: „Die Molekularrefraktion einer Verbindung (gleichgültig ob physikalisch oder chemisch) ist gleich der Summe der Atomrefraktionen der Bestandteile.“ Einwertige Atome haben nur eine Atomrefraktion, bei mehrwertigen gibt es dagegen mehrere Werte derselben und zwar steigert sich der Wert für jede sogen. doppelte Bindung, d. h. wenn zwei Valenzen durch zwei Valenzen eines anderen Atoms gebunden werden, um 2.

Beispielsweise ist die Atomrefraktion von H = 1,3, von C = 5; die Molekularrefraktion von Benzol (C₆H₆) würde also 37,8 betragen, wenn nur einfache Bindungen vorhanden wären. Nun ist ein C-Atom vierwertig und bei den sechs zu einem Ringe vereinigten C-Atomen des Benzols sind je zwei einanderfolgende Atome abwechselnd einfach und doppelt gebunden. Die Zahl der doppelten Bindungen beträgt somit 3, und die Molekularrefraktion muß demnach 37,8 + 3 · 2 = 43,8 sein.

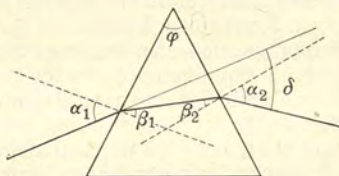


Röntgenstrahlen werden gar nicht gebrochen, was darauf hinweist, daß ihre Wellenlänge außerordentlich klein sein muß, falls sie überhaupt elektromagnetische Strahlen sind.

Brechung elektrischer Strahlen. Herz'sches Prisma. Mach'sche Trommel. Lichtbrechungsscheibe. Glaswürfel mit Wasser. Lichtbrechungsrinne. Modell für die Konstruktion nach Snell. Kürzester Lichtweg. Brechungsindex der Gase. Temperaturmessung mittels desselben. Grenzwinkel der Totalreflexion bei zwei rechtwinkligen Prismen. Geteilter Würfel. Erleuchtung eines Wasserstrahls. Mikroskopierlampe. Skala auf Glas mit leuchtenden Strichen. Luftzerprismen. Brechung in Plangläsern.

280. Brechung in Prismen. Die ganze Ablenkung δ des Strahles (Fig. 72) ist, wenn α_1 und α_2 die Winkel des ein- bzw. austretenden Strahles mit dem Einfallslot und φ den brechenden Winkel bedeuten, bestimmt durch die Gleichung $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi$, denn dreht man den einfallenden Strahl, bis er mit dem Einfallslot zusammenfällt, dann bis er sich mit dem zweiten Einfallslot deckt und sodann bis er auf den austretenden Strahl fällt, so beträgt die ganze Drehung $\alpha_1 + (180 - \varphi) + \alpha_2$, sie ist aber nicht = δ , da nun der Strahl die entgegengesetzte Richtung hat, man muß somit 180° wieder abziehen. Für das Minimum der Ablenkung ist alles symmetrisch, also $\alpha_1 = \alpha_2$

Fig. 72.



$$= \alpha = \frac{\delta + \varphi}{2} \text{ und } \beta_1 = \beta_2 = \beta = \frac{\varphi}{2}, \text{ demnach}$$

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \frac{\delta + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}.$$

Der Winkel φ kann mittels eines gewöhnlichen oder eines Reflexionsgoniometers gemessen werden, indem man untersucht, wie weit das Prisma gedreht werden muß, damit ein in der ersten Fläche nach einer Marke reflektierter Lichtstrahl von der zweiten brechenden Fläche nach derselben Marke reflektiert wird. Die Ablenkung δ kann direkt an einem ringförmigen Schirm abgelesen werden. Wäre beispielsweise $\varphi = 60^\circ$, $\delta = 30$, so hätte man

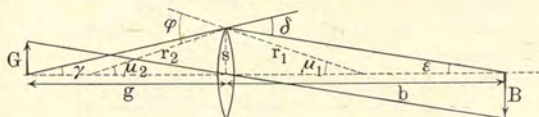
$$n = \frac{\sin 45}{\sin 30} = \frac{0,7}{0,5} = 1,4.$$

Um genaue Messungen ausführen zu können, ist es nötig, etwa mittels eines Hohlspiegels ein scharfes Bild einer leuchtenden Linie (Spalt in einem Diaphragma) zu entwerfen und die Strahlen durch ein Prisma oder mehrere hintereinander zu leiten. Weißes Licht gibt dann ein Spektrum, d. h. eine kontinuierliche Serie von Spaltbildern, da die roten Strahlen weniger abgelenkt werden als die violetten u. s. w. Diese Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge ist bedingt durch das Mitschwingen der Elektronen in den Molekülen. Solche Strahlen, für welche Resonanz vorhanden ist, gehen überhaupt nicht durch das Glas des Prismas hindurch. Dies sind die dunkeln chemischen Strahlen, deren Mangel natürlich nicht bemerkt wird. Ein Quarzprisma läßt einen Teil derselben durch, wie mittels des Fluoreszenzschirmes erkannt werden kann. Wird ein Teil des sichtbaren Spektrums absorbiert, wie z. B. bei einem Prisma mit Fuchsinlösung, und prüft man den Brechungsindex der einzelnen Farben, indem man durch ein solches Prisma hindurch ein der brechenden Kante paralleles Spektrum entwirft (gekreuzte Prismen), so nimmt von Rot an der Brechungsindex stärker zu als bei einem Glasprisma, besonders stark in der Nähe des Absorptionsstreifens, hinter demselben zeigen sich dagegen erst sehr kleine Werte, die kleiner als 1 sein können, was einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen von mehr als $3 \cdot 10^8$ m pro Sekunde entspricht, dann nimmt der Brechungsindex erst rasch, dann langsam zu bis zum Violett. In einem Spektrum, welches durch ein derartiges Prisma mit sogen. anormaler Dispersion erzeugt wird, folgen sich die Farben natürlich in anderer Ordnung als bei dem sogen. normalen Spektrum des Glasprismas. Tatsächlich ist auch dieses anormal wegen der Absorption der dunkeln Strahlen. Sind die Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \varphi$ in Fig. 72 klein, so kann man setzen $\alpha_1 = n \beta_1$, $\alpha_2 = n \beta_2$, $\delta = n(\beta_1 + \beta_2) - \varphi$, $\varphi = \beta_1 + \beta_2$, also $\delta = (n - 1) \varphi$.

Modell zur Brechung in Prismen. Optische Scheibe. Flüssigkeitsprismen. Brechung im Wassergefäß. Liquostop. Dispersion verschiedener Stoffe. Reines Spektrum. Unzerlegbarkeit der Spektralstrahlen. Wiedervereinigung derselben. Verschiedenheit der Dispersion. Brechung der dunkeln Wärmestrahlen. Steinsalzprisma. Schiffsäule. Doppelthermostop. Brechung der dunkeln chemischen Strahlen. Absorptionsspektra. Unsichtbare Gegenstände. Monochrome. Bestimmung der Brechung durch stark brechende Flüssigkeiten. Optisch homogene Mischungen. Schlierenapparat. Dunkelfeldbeleuchtung. Gebogene Lichtstrahlen. Luftspiegelung. Refraktion durch einen Konus. Cylindrolinse. Optische Registrierapparate. Facettenlinse. Verschiedene Linsen.

281. Brechung in Linsen. Eine Linse kann als Kombination von Prismen betrachtet werden. Nach Fig. 73 ist

Fig. 73.



$$\gamma = \frac{s}{g}, \mu_1 = \frac{s}{r_1}, \mu_2 = \frac{s}{r_2}, \epsilon = \frac{s}{b}$$

und $\delta = \gamma + \epsilon = s \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{b} \right)$, $\varphi = \mu_1 + \mu_2 = s \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$,

somit, da nach § 280 $\delta = (n-1) \varphi$, $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$.

Ist f die Brennweite oder $\frac{1}{f}$ die Stärke in Dioptrien, so muß

für $g = \infty$ und $\frac{1}{g} = 0$ die Bildweite $b = f$ werden, d. h.

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \text{ also } \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Für $r_1 = r_2 = r$ und $n = 3/2$ (Glas) wird $f = r$, also

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{r}.$$

Durch diese Gleichung wird die Lage konjugierter Punkte bestimmt, sowie der Ort des Bildes eines ausgedehnten Objekts. Da der Strahl, welcher durch den Mittelpunkt der Linse, also durch eine von parallelen Flächen begrenzte Schicht geht, nicht abgelenkt wird, so verhält sich die Gegenstandsgröße G zur Bildgröße B wie die Gegenstandsweite g zur Bildweite b , also $G : B = g : b$. Für dicke Linsen und Systeme von Linsen gilt die obige Linsenformel ebenfalls, wenn als Abstände von der Linse die Abstände von den sogen. Hauptebenen genommen

werden. Durch Verwendung zusammengesetzter Linsen kann die sphärische und chromatische Aberration korrigiert werden.

Für ein System von zwei Linsen hat man, wenn z. B. das von der ersten Linse erzeugte Bild als abzubildendes Objekt der zweiten Linse betrachtet wird, und wenn d der Abstand der beiden Linsen ist, ferner die auf dieselben bezüglichen Größen durch die Indices 1 und 2 unterschieden werden,

$$\frac{1}{g_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1},$$

$$\text{also } b_1 = \frac{g_1 f_1}{g_1 - f_1} = \frac{f_1}{1 - \frac{f_1}{g_1}} \quad \text{und} \quad g_2 = d - b_1 = d - \frac{f_1}{1 - \frac{f_1}{g_1}}.$$

$$\text{Nun ist} \quad \frac{1}{g_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2},$$

$$\text{also} \quad \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{g_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{d - \frac{f_1}{1 - \frac{f_1}{g_1}}}$$

$$\text{und} \quad \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} + \frac{1 - \frac{f_1}{g_1}}{f_1 - d \left(1 - \frac{f_1}{g_1}\right)}.$$

Für $g_1 = \infty$ wird b_2 die Brennweite f des Systems beider.

$$\text{Also ist} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1 - d}$$

oder, wenn d vernachlässigt werden kann,

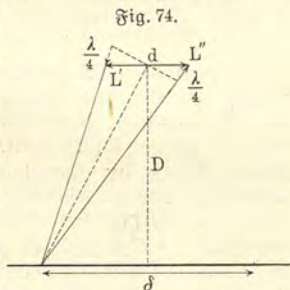
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2},$$

d. h.: „Das Reziproke der Brennweite (die Dioptrie) eines Systems zweier Linsen ist die Summe der reziproken Brennweiten (der Dioptrien) der einzelnen Linsen.“ Der Satz gilt allgemein, nicht nur in dem behandelten Spezialfall.

Flüssigkeitslinsen. Optische Bank. Bestimmung des Krümmungshalbmessers. Sphärometer. Mach'sche Kammer. Modell der Lichtbrechung. Steinsalz- und Quarzlinsen. Unsichtbarer Brennpunkt. Lichtelektrische Telegraphie. Stab- und Kugellinsen. Sonnenscheinautograph. Kaustische Fläche. Zonenlinsen. Astigmatismus. Anamorphot. Spiegellinsen. Prisma-linse. Camera obscura. Sphärische Aberration. Diaphragma und Iris-blende. Verzerrte Bilder. Schattenbilder (Abbe's Theorie). Aplanate. Chromatische Aberration. Achromatismus. Anapoptische und achromatische Prismen und Linsen. Wernicke's Prisma. Photographische Camera Raumwinkelmeßer. Daguerreotypie. Photographie. Katatypie. Gummi-

druck. Photogrammetrie. Teleobjektiv. Geisterphotographien. Photographie fliegender Geschosse und Luftstrahlen. Elektroautograph (Gelatinere-
 relief). Fernphotographie (Selenzelle). Telephot. Laterna magica. Projektion von ziehenden Wolken, Wasserfällen. Nebelbilder. Sonnen-
 mikroskop. Umkehrprisma. Projektionskaleidoskop. Analyse von Schwin-
 gungszahlen durch Photographie. Spiegelinstrumente. Dszillograph. Schnelltelegraph. Erzeugung eines reinen Spektrums. Emissionspektra. Spektral-
 tafeln. Auflösungsvermögen eines Prismensystems. Verbreiterung der Linien. Linien und Bandenspektren. Lange und kurze Linien. Helium-
 linie. Nordlichtlinie. Salzgemenge. Neue Elemente. Stahlbereitung. Einfluß der Entladungsform. Absorptionspektra. Einfluß der Dide. Absorptionspektra von Gasen. Umkehrung der Natriumlinie. Fraun-
 hofer'sche Linien. Brechungs-exponenten derselben. Mittlere Dispersion. Spektrograph. Anomale Dispersion (Cyanin, Natriumdampf). Brechungs-
 exponent der Metalle. Chromosphäre. Protuberanzen. Zweiter Hauptfag der Thermodynamik bei Konzentration der Strahlen.

282. Interferenz zweier Strahlenbündel. Daß das Licht irgend eine Wellenerscheinung sein muß, geht auch daraus hervor, daß zwei Strahlenbündel zusammengelitet sich gegenseitig ver-
 stärken oder schwächen, je nachdem ihre Phasen übereinstimmen oder nicht, was sich natürlich auch bei elektromagnetischen Wellen gewöhnlicher Art beobachten läßt. Notwendig ist, daß die beiden Strahlenbündel von derselben Lichtquelle kommen (kohärent sind), d. h. an der Ausgangsstelle genau dieselbe Phase haben. Dies läßt sich z. B. durch zwei schwach geneigte Spiegel oder zwei Prismen von kleinem brechenden Winkel erreichen. Nach der Reflexion bzw. Brechung scheinen die Strahlen von zwei ver-
 schieden gelegenen Lichtquellen, L' und L'' , herzukommen (Fig. 74). Der Abstand von dem Schirm betrage D Meter, ihre Entfernung d . Für den Abstand des ersten dunkeln Streifens von der Mitte ergibt sich, da hier der Gangunterschied der beiden zusammen-
 treffenden Strahlen $\frac{\lambda}{2}$ sein muß, aus der Ähnlichkeit der Dreiecke



$$\frac{\lambda}{4} : \frac{d}{2} = \frac{\delta}{2} : D \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{d \cdot \delta}{D} \text{ Meter.}$$

Beispielsweise war bei Anwendung von rotem Licht $\delta = \frac{1}{3}$ mm, $d = 40$ mm, $D = 20$ m, somit

$$\lambda = \frac{1}{3} \cdot \frac{40}{20000} = 0,00067 \text{ mm} = 0,67 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$$

Für die verschiedenen Strahlenarten hat man die folgenden Wellenlängen (in Metern) und Schwingungszahlen ($n = \frac{v}{\lambda}$) gefunden:

Außerstes Ultrarot	$\lambda = 6,11 \cdot 10^{-6}$	$n = 4,8 \cdot 10^{12}$
Braun	$0,7686 \cdot 10^{-6}$	$388,2 \cdot 10^{12}$
Rot	$0,6832 \cdot 10^{-6}$	$436,7 \cdot 10^{12}$
Orange	$0,6149 \cdot 10^{-6}$	$485,2 \cdot 10^{12}$
Gelb	$0,5590 \cdot 10^{-6}$	$533,8 \cdot 10^{12}$
Grün	$0,5124 \cdot 10^{-6}$	$582,3 \cdot 10^{12}$
Cyanblau	$0,4730 \cdot 10^{-6}$	$630,8 \cdot 10^{12}$
Indigoblau	$0,4392 \cdot 10^{-6}$	$679,3 \cdot 10^{12}$
Violett	$0,4099 \cdot 10^{-6}$	$727,9 \cdot 10^{12}$
Lavendelgrau	$0,3843 \cdot 10^{-6}$	$776,4 \cdot 10^{12}$
Außerstes Ultraviolett	$0,1000 \cdot 10^{-6}$	$3000 \cdot 10^{12}$

Interferenz elektrischer Strahlen. Stehende Lichtwellen. Zentersche Blättchen. Farbenphotographie. Doppelspiegel für Interferenz elektrischer Strahlen. Brewsters Verfahren. Lloyds Spiegelversuch. Halblinsen.

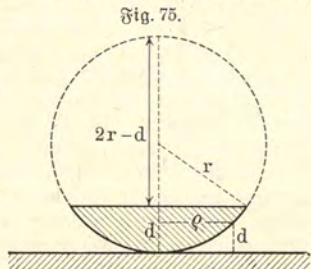
283. Farben dünner Blättchen und Newtons Ringe. Durchdringt ein Lichtstrahl senkrecht die dünne Luftschicht zwischen zwei Glasplatten, deren Dicke d Meter sein möge, so wird er von der zweiten Platte reflektiert, erhält also gegen den an der oberen Grenze der Luftschicht reflektierten Strahl einen Gangunterschied von $2d$ Meter. Ist dieser gerade eine halbe Wellenlänge, so werden sich die beiden Strahlen durch Interferenz vernichten, die Luftschicht wird im reflektierten Licht an der betreffenden Stelle dunkel erscheinen. Gleiches wäre der Fall, wenn $2d = 3/2\lambda, 5/2\lambda$ u. s. w., während dagegen für $2d = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda$ u. s. w., die beiden Strahlen sich verstärken müßten, also die Stelle besonders hell erscheinen würde. Eine solche Luftschicht von regelmäßig wechselnder Dicke erhält man durch Anpressen einer Glaslinse gegen eine ebene Glascheibe. Das Zentrum, wo die Berührung stattfindet, also $d = 0$ ist, müßte hell erscheinen. Tatsächlich ist dort Dunkelheit, weil wohl beim Austritt des Strahls in Luft der reflektierte Strahl gleiche Phase hat, nicht aber beim Austritt aus Luft in Glas. Dort tritt ähnlich wie bei der Reflexion von Seilwellen an einer festen Wand eine plötzliche Phasenänderung um $\lambda/2$ ein, somit Vernichtung der beiden Strahlen. Ebenso erscheinen alle Stellen von der Dicke $d = \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, 2\lambda \dots$ dunkel, man sieht also bei Anwendung von Natriumlicht, für welches $\lambda = 0,000589$ mm ist, das dunkle Zentrum umgeben von dunkeln Ringen, welche

folgenden Dicken entsprechen: 0,00030, 0,00059, 0,00089, 0,00118. Bedeutet ρ den Radius des ersten dunkeln Ringes (Fig. 75), für welchen $d = \lambda/2$ und r der Krümmungsradius der Linse, so ist $d : \rho = \rho : 2r - d$ oder, da d gegen $2r$ nicht in Betracht kommt,

$$d = \rho^2/2r = \lambda/2,$$

oder $\lambda = \rho^2/r$.

Die Radien der folgenden dunkeln Ringe sind $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$..., d. h. 1,414, 1,732, 2,000, 2,236, 2,449, 2,646, 2,828, 3,000 ... mal so groß. Da die hellen und dunkeln Ringe für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen, erhält man im weißen Licht farbige Ringe und zwar bei:



0,000114 mm	Hell-Lavendelgrau	}	Farben I. Ordnung,
148 "	Strohgelb		
168 "	Braungelb		
245 "	Rot		
257 "	Purpur	}	Farben II. Ordnung,
276 "	Violett		
360 "	Himmelblau		
432 "	Gelb		
492 "	Rot	}	Farben III. Ordnung
520 "	Purpur		
552 "	Purpurviolett		
602 "	Blaugrün		
666 "	Grün		
712 "	Fahlgelb		

u. f. w.

Je höher die Ordnung, um so matter werden die Farben und schließlich gehen sie in Weiß über. Bei spektraler Zerlegung erkennt man dann, daß sehr viele Farben ausgelöscht sind, d. h. viele dunkle Streifen im Spektrum auftreten, so daß dazwischen ebensoviel helle bleiben. Sind ρ_1 und ρ_2 die Halbmesser von zwei in ihrer Ordnungszahl um K unterschiedener Ringe, so ist $\lambda = (\rho_2^2 - \rho_1^2)/(K \cdot r)$. Ist λ bekannt, so kann umgekehrt aus der Formel der Krümmungsradius der Linse ermittelt werden.

Untersuchung planparalleler Platten. Messung elastischer Deformationen und der Wärmeausdehnung. Dünne Flüssigkeitsschichten. Irzifizierendes Buntpapier. Nobilis Ringe. Anlauffarben. Lüsterfarben.

Perlmutter. Opalisieren. Interferenzrefraktor und Kompensator. Wellenlängen und Rängeneinheit. Gravitationsmaßsystem.

284. Beugung. Stellt man in das Lichtbündel, welches aus einer etwa 0,5 mm breiten Spalte des Heliostaten austritt, in 2 bis 3 m Entfernung dazu einen Draht von 1 mm Dicke, so erscheint der Schatten des Drahtes auf einem 2 bis 3 m entfernten Schirm von farbigen Säumen umgeben, da die Strahlen um die Ränder des Drahtes herumgebogen werden, so daß Interferenz eintritt, ähnlich wie wenn diese Ränder kohärente Lichtquellen wären. Ist d die Dicke des Drahtes, D der Schirmabstand und δ der Abstand des ersten dunkeln Streifens von der Mitte, so ist ganz wie bei dem Versuch mit Doppelspiegel oder Doppelprisma (§ 282) $\lambda = d \cdot \delta / D$ und, da $\delta / D = \sin \alpha$, wenn α der Winkel zwischen den auftreffenden und den gebeugten Strahlen $\lambda = d \cdot \sin \alpha$. Beispielsweise war $d = 1,20$ mm, $\delta = 0,25$ mm, $D = 520$ mm, somit $\lambda = 0,00058$ mm.

An Stelle des Drahtes kann man noch besser einen Schirm mit zwei parallelen Spalten von etwa $\frac{1}{4}$ mm Breite nehmen,

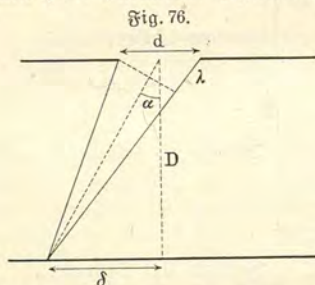


Fig. 76.

deren Mitten um 1 mm voneinander abstehen. Beispielsweise fand sich für rotes Licht bei $\delta = 3,5$ mm, $d = 1$ mm und $D = 5000$ mm, $\lambda = 0,0007$ mm. Auch schon bei einer einzigen Spalte erhält man Interferenzstreifen, wenn man durch eine dahintergestellte Linse ein Bild des Heliostatenspalts erzeugt. Man kann sich nämlich das Bündel in zwei Hälften zerlegt

denken, derart, daß bei bestimmtem α jeder Strahl des einen mit jedem des anderen einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ hat, der Gangunterschied des ersten und letzten Strahles beträgt also λ , somit besteht für einen dunkeln Streifen, wie aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt (Fig. 76), die Proportion:

$$D : \delta = d : \lambda, \text{ oder, } \lambda = \frac{\delta \cdot d}{D}, \text{ oder, da } \sin \alpha = \frac{\delta}{D}, \lambda = d \cdot \sin \alpha.$$

Beispielsweise war für rotes Licht bei $d = 0,5$ mm, $D = 1500$ mm, $\delta = 2$ mm, also $\lambda = 0,000667$ mm. Dunkle Streifen entstehen also für $\delta \cdot \sin \alpha = \lambda, 3\lambda, 5\lambda$ u. f. w., helle für $d \cdot \sin \alpha = 2\lambda, 4\lambda \dots$ Kommt ein zweiter Spalt hinzu, so wird natürlich auch für diesen bei denselben Werten von α Dunkelheit entstehen, es

kann also ein vorhandener dunkler Streifen durch Hinzufügen eines zweiten Spaltes nicht aufgehellt werden. Dagegen werden die hellen Stellen teils verstärkt, teils geschwächt und durch Hinzufügung sehr vieler Spalten (Beugungsgitter) kann bewirkt werden, daß nur noch sehr dünne intensive Lichtstreifen übrig bleiben und zwar da, wo $\sin \alpha$ ein ganzes Vielfaches von λ/d' ist, worin d' die sogen. Gitterkonstante, der Abstand zweier benachbarter Spaltmitten, ist. Beispielsweise war für den ersten dunkeln Streifen bei Natriumlicht $d = 153$ mm, $d' = 0,01$ mm und $D = 2590$ mm, somit

$$\lambda = 0,01 \cdot \frac{153}{2590} = 0,00059 \text{ mm.}$$

Wegen der Abhängigkeit von λ haben die Streifen für jede Farbe eine andere Lage, so daß Spektren entstehen, die als solche I., II., III. . . Ordnung unterschieden werden. Diese können zu gleichen Zwecken benutzt werden, wie ein durch ein Prisma erzeugtes Spektrum, haben aber den Vorzug, daß die Strahlen genau den Wellenlängen entsprechend dispergiert werden, während die Dispersion eines Prismas immer mehr oder weniger ungleichmäßig oder anomal ist. Ferner absorbiert das Prisma einzelne Strahlen. Bei einem gewöhnlichen Beugungsgitter geschieht dies zwar auch durch die damit verbundene Linse, man kann aber diese vermeiden, wenn man die Spalten durch Einritzen paralleler Striche in einen Hohlspiegel erzeugt, welcher von dem Spalt der Lichtquelle ein Bild auf einen Schirm entwirft. In diesem Falle kommt nur die sehr geringe Schwächung des Lichtes bei der Reflexion an dem Hohlspiegel in Betracht. Die Dispersion wächst mit der Ordnung der Spektren, doch überdecken sich die Spektren höherer Ordnung zum Teil. Immerhin kann man sie verwenden zur Untersuchung von Licht, welches nahezu homogen ist (Licht einzelner Spektrallinien). Um Spektren sehr hoher Ordnung zu erhalten, kann man vor den zweiten Spalt eine Glasplatte setzen, welche den Gangunterschied vergrößert, vor den dritten zwei Glasplatten, vor den vierten drei u. s. w. Hierdurch erhält man ein sogen. Stufengitter. Derselbe Zweck wird durch vielfache Reflexionen eines Lichtstrahls in einem parallelepipedischen Glasstreifen erreicht, da an jeder Reflexionsstelle ein Lichtbündel austritt, welches bedeutenden Gangunterschied gegen das nächste besitzt (Interferenzspektroskopie).

Beugungsgitter mit verschiedener Teilung. Gitterspektrograph. Zonenplatte. Phasenumkehrplatte. Gekreuzte Gitter. Staubschichten. Reflexionsstephanoskop. Nebelgläser. Frühe Medien. Goethes Urphänomen. Gefärbter Dampfstrahl. Optische Resonanz.

285. **Spektrallinienferien.** Bei manchen Linienenspektren, wie sie leuchtende Dämpfe aussenden, zeigt sich eine regelmäßige von der Wellenlänge abhängige Verteilung der Linien. So werden die Wellenlängen der Spektrallinien des Wasserstoffs dargestellt durch die Formel $0,364720 \cdot \frac{n^2}{n^2 - 4} \cdot 10^{-6}$ Meter, worin für n alle ganzen Zahlen von 3 an einzusetzen sind (Balmer's Formel).

286. **Dopplers Prinzip.** Die Lage einer Spektrallinie im Spektrum wird natürlich eine andere, wenn Lichtquelle und Schirm nicht in Ruhe sind, sondern sich nähern oder voneinander entfernen. Im ersten Fall empfangen Prisma bezw. Gitter und Schirm pro Sekunde mehr Wellen, die Schwingungszahl erscheint erhöht, im anderen Fall vermindert. Ist n die normale Schwingungszahl, so ist dieselbe bei Annäherung bezw. Entfernung mit der Geschwindigkeit u Meter pro Sekunde

$$n' = n \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \pm u}{3 \cdot 10^8}.$$

Entsprechend erscheint die Wellenlänge verändert. Damit sich diese z. B. um $\frac{1}{100,000}$ ihres Wertes ändert, muß $u = 3000$ m/sec sein. Man kann durch die Verschiebung der Spektrallinien, z. B. der Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspektrum oder der hellen Linien in einem Sternspektrum, die Geschwindigkeit der Bewegung der Erde oder des Sterns im Weltraum bestimmen, die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne oder die Umlaufgeschwindigkeit von Doppelsternen u. s. w. Bei leuchtenden Gas- und Molekülen, wie sie bei elektrischen Entladungen auftreten (Kanalstrahlen), kann man deren Geschwindigkeit messen u. s. w.

287. **Energiekurven des Spektrums.** Trägt man die Wellenlängen als Abszissen, den zugehörigen Wert der Emission $E_\lambda \cdot d\lambda$, d. h. die von der Strahlengruppe zwischen den Wellenlängen λ und $\lambda + d\lambda$ ausgesandte Energiemenge in Watt pro Quadratmeter als senkrechten Flächenstreifen zwischen den Abszissen λ und $\lambda + d\lambda$ in ein Koordinatensystem, so erhält man die sogen. Energiekurve, deren Gleichung von Planck auf theoretischem Wege gefunden wurde, nachdem ihr Verlauf annähernd experimentell von W. Wien bestimmt worden war. Sie lautet, wenn λ in Metern gemessen wird und T die absolute Temperatur bedeutet:

$$E_\lambda = \frac{c^2 \cdot h}{\lambda^5} \cdot \frac{10^{-13}}{e^{ch/k\lambda T} - 1}$$

worin

$$\begin{aligned} h &= 6,55 \cdot 10^{-34} \\ k &= 1,346 \cdot 10^{-23} \\ c &= 3 \cdot 10^8. \end{aligned}$$

Für kleine Wellenlängen kann man (nach W. Wien) setzen:

$$E_{\lambda} = \frac{c^2 \cdot h}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{ch}{k\lambda T}} \cdot 10^{-13};$$

für große Wellenlängen (nach Rayleigh):

$$E_{\lambda} = \frac{c \cdot h \cdot T}{\lambda^4} \cdot 10^{-13}.$$

Das sichtbare Spektrum ist in Fig. 77 zwischen die punktierten Linien entsprechend den Wellenlängen 0,4 und 0,8 Tausendstel Millimeter (μ) eingeschlossen. Es enthält, wie man sieht,

nur einen winzigen Bruchteil der Gesamtenergie, die durch die Fläche, welche die Kurve begrenzt, dargestellt ist. Ebenso ist die Energiekurve des Sonnenspektrums im wesentlichen (infolge Absorption der Strahlen in der Sonnen- und Erdatmosphäre) auf das Gebiet von $0,4 - 2,5 \mu$ beschränkt mit einem Maximum bei etwa $0,5 \mu$, welches nicht höher ist als das der Energiekurve des schwarzen Körpers für 815° (Fig. 78). Das Maximum der Energie verschiebt sich mit der Temperatur und zwar beträgt die entsprechende Wellenlänge

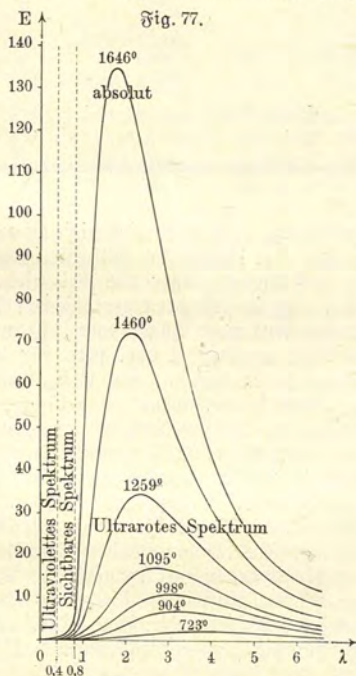
$$\lambda_m = \frac{0,00294}{T} \text{ Meter,}$$

wenn T die absolute Temperatur ist (Wiens Verschiebungsgesetz) und die zugehörige Ordinate ist

$$E(\lambda_m) = \text{Const.} \cdot T^3,$$

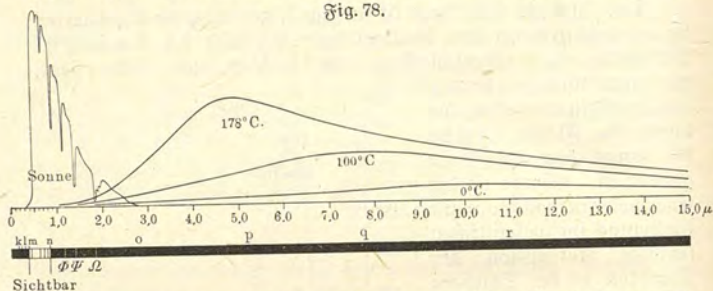
d. h. sie wächst proportional der fünften Potenz der Temperatur, während nach dem Boltzmann-Steфанischen Gesetz die Gesamt-

$$\text{strahlung} \quad E = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda = \text{Const.} \cdot T^4$$



ist, d. h. mit der vierten Potenz der absoluten Temperatur zunimmt. Um eine Lichtquelle von gutem Wirkungsgrad zu bekommen, müßte man die Temperatur so hoch steigern, daß das Energiemaximum in den gelbgrünen Teil des sichtbaren Spektrums fällt, was etwa bei 6000° (Sonnentemperatur) der Fall ist. Bei etwa 8000° rückt das Maximum in das unsichtbare chemische

Fig. 78.



Spektrum, was natürlich nicht so zu verstehen ist, daß nun die Energie der leuchtenden Strahlen wieder kleiner würde, vielmehr ist auch dieser größer als bei niedriger Temperatur. Es mag sein, daß in früheren geologischen Epochen die Sonne, als ihre Temperatur noch höher war, in ungeheurem Maße chemische Strahlen produziert hat, was für das Gedeihen der Lebewesen (vielleicht Urzeugung) von Bedeutung sein mußte.

Auch dann, wenn es gelänge, so hohe Temperaturen bei künstlichen Lichtquellen zu erreichen, wäre ihr Wirkungsgrad doch noch klein, weil weitaus der größte Teil der zugeführten Energie zur Erzeugung wertloser unsichtbarer Strahlung verbraucht wird. Besseres Ergebnis würde man erzielen, wenn an Stelle von absolut schwarzen Strahlern solche benutzt würden, die nur für die leuchtenden Strahlen absolut schwarz sind, die dunkeln dagegen nur in geringem Maße absorbieren, somit auch nur schwach emittieren. Für die Strahlung des blanken Platins, welches fast alle Strahlen hauptsächlich reflektiert und ziemlich gleichmäßig schwach absorbiert, hat sich ergeben

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda} \cdot d\lambda = \text{Const.} \cdot T^5 \text{ Watt pro qm,}$$

$$\lambda_m = \frac{0,002630}{T} \text{ Meter,}$$

$$E(\lambda_m) = \text{Const.} \cdot T^6 \text{ Watt pro Quadratmeter.}$$

Die Energie der Strahlung wächst also noch rascher mit der Temperatur als bei schwarzen Körpern. Die gewöhnlichen Lichtquellen liegen hinsichtlich ihrer Strahlung etwa zwischen dem absolut schwarzen Körper und dem Platin, man kann also aus den Strahlungsgleichungen eine obere und untere Grenze für ihre Temperatur ableiten. So ergibt sich für die

Bogenlampe . . .	$\lambda_m = 0,7$	$T_{max} = 4200^\circ$	$T_{min} = 3750^\circ$
Acetylen	1,0	2700	3000
Nernstlampe . .	1,2	2450	2200
Auerlampe . . .	1,2	2450	2200
Glühlampe . . .	1,4	2100	1875
Kerze	1,5	1960	1750
Argandlampe . .	1,55	1900	1700.

Unterjucht man, wie die Strahlungsintensität für eine bestimmte Strahlenart, d. h. ein bestimmtes λ , mit der Temperatur wächst, so findet man enorm rasches Ansteigen, wenn das Energie-*maximum* sich nähert; z. B. tritt für Gelb schon Verdoppelung ein, wenn die Temperatur von 1800 auf 1875° steigt. Man kann hierauf eine genaue Methode zur Messung hoher Temperaturen gründen, ja sogar zur Messung elektrischer Ströme, indem man derart die Temperatur eines von dem Strom zum Glühen erhitzten Drahtes bestimmt. Die Gleichung der Energiekurve ermöglicht nach Planck¹⁾, natürliche Einheiten für die Länge, Masse, Zeit und Temperatur zu erhalten, wenn man die vier Konstanten h , k , c und $f = 1$ setzt, wobei f die Gravitationskonstante bedeutet.

Polarisation elektrischer Strahlen. Drahtgitterversuch ohne und mit Hohlspiegel. Polarisation des Lichtes. Gitter von Du Bois und Rubens. Dichroismus. Turmalin. Turmalinzange. Dichroismus bei künstlicher Färbung. Doppelbrechung elektrischer Strahlen.

288. Doppelbrechung und Polarisation. In einem Kristall sind die Werte der Dielektrizitätskonstante (und magnetischen Permeabilität, welche aber gewöhnlich = 1 gesetzt werden kann) verschieden, je nach der Richtung. Trägt man sie von einem Punkt aus als Radien ab, so erhält man ein Ellipsoid, welches für einachsige Kristalle ein Rotationsellipsoid ist. Um die Verteilung der Werte der Dielektrizitätskonstante in einer vom Licht getroffenen Kristallplatte zu finden, denkt man sich am Treffpunkt das Ellipsoid in der Platte konstruiert und ermittelt die Schnittellipse mit der Fläche der Platte. Die beiden Achsen der=

¹⁾ W. Planck, Ann. d. Phys. 4, 553 (1901) und Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig 1906, 3. Ambr. Barth, 222 Seiten.

selben geben die Richtungen größter und kleinster Dielektrizitätskonstante. Eine auftreffende elektrische Welle zerfällt in zwei Wellen nach diesen Richtungen (die elektrische Kraft zerlegt sich dem Kräfteparallelogramm in zwei zueinander senkrechte Komponenten parallel den Achsen der Schnittellipse), ebenso wie eine auf die Grenze eines anisotropen Mediums auftreffende mechanische Transversalwelle in zwei zueinander senkrechte Wellen zerfällt, welche den Richtungen größter und kleinster Elastizitätskonstante entsprechen. Da die Dielektrizitätskonstante maßgebend ist für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen, schreiten die gebrochenen Wellen mit verschiedener Geschwindigkeit fort, sie haben verschiedene Brechungsexponenten. Bei einachsigen Kristallen hat die eine Achse der Schnittellipse immer dieselbe Größe, welches auch deren Neigung zur Rotationsachse sein mag; der derselben entsprechende Strahl pflanzt sich also nach allen Richtungen gleich schnell fort und heißt der ordinäre, der andere der extraordinäre. Beispielsweise sind die Brechungsexponenten für

Kalkspat, ordinär: 1,654, extraordinär: 1,483,

Quarz, " 1,548, " 1,558.

Als Doppelbrechung bezeichnet man die Differenz der Brechungsexponenten des extraordinären und des ordinären Strahls. Kalkspat ist somit ein negativ, Quarz ein positiv doppelbrechender Kristall.

Wie bei isotropen Medien kann man die Richtung der gebrochenen Strahlen nach dem Huygensschen Prinzip finden, es gehen hier nur von jedem getroffenen Punkt zwei Wellenflächen aus, von welchen bei einachsigen Kristallen die des ordentlichen Strahls eine Kugelfläche, die des außerordentlichen ein Ellipsoid ist. Beide berühren sich in der Symmetrieachse des Kristalls; bei positiven ist die Kugel die innere Fläche, bei negativen die äußere.

In der Richtung der Achse tritt also keine Doppelbrechung ein, sie heißt deshalb optische Achse. Bei den übrigen Kristallen ist die Wellenfläche komplizierter und hat zwei solche optische Achsen, d. h. zwei Paare von Berührungspunkten der beiden Teile. Sie ist eine Fläche vierter Ordnung.

Bestimmung des Brechungsexponenten mit Prisma und durch Totalreflexion. Äußere und innere konische Refraktion. Kristallrefraktoskop. Polarisationsprismen. Modelle des Strahlenganges.

289. Nicol'sches Prisma. Durch passende Zerschneidung eines Kalkspatkristalls und Wiederverfitten der Hälften mit Kanadabalsam kann man bewirken, daß der eine der beiden Strahlen so scharf austrifft, daß er in Folge von Totalreflexion

nicht hindurchgelangen kann. Der durchgehende Strahl unterscheidet sich somit von gewöhnlichem Licht dadurch, daß seine Schwingungen in einer Ebene stattfinden, richtiger dadurch, daß die Richtung der elektrischen Kraft stets in der durch die betreffende Achse der Schnittellipse bestimmten Ebene, der Schwingungsebene liegt — er ist polarisirt. Durch ein zweites solches „Nicol'sches Prisma“ kann er nur dann unverändert hindurchkommen, wenn dessen Schwingungsebene zu der des ersten parallel ist. Er kommt gar nicht hindurch, wenn die beiden Prismen um 90° gegeneinander verdreht (gekreuzt) sind. Bei beliebiger Verdrehung α ist die Amplitude des durchgehenden Lichtes proportional zu $\cos \alpha$, die Intensität also proportional zu $(\cos \alpha)^2$.

290. Chromatische Polarisation. Bringt man eine Kristallplatte zwischen gekreuzte Nicols und dreht sie in ihrer Ebene, so wird sie viermal hell und dunkel bei jeder Drehung, letzteres jeweils dann, wenn die Achsen ihrer Schnittellipse (ihre Schwingungsrichtungen) übereinstimmen mit denjenigen der Nicols. In den Zwischenstellungen tritt Zerlegung des auftretenden Lichtes in zwei Strahlen ein und da sich diese mit verschiedener Geschwindigkeit in der Kristallplatte fortpflanzen, somit einen Gangunterschied erhalten haben, Interferenz beim Austritt aus dem zweiten Prisma. Letzteres heißt Analysator, das andere Polarifator. Die auftretenden Farben sind natürlich dieselben wie die durch Interferenz bei Reflexion an dünnen Blättchen entstehenden. Dicke Platten zeigen nur das sogen. Weiß höherer Ordnung. Beträgt der Winkel der Schwingungsrichtungen 45° , so sind die durch Zerlegung des aus dem Polarifator austretenden Lichtes in der Kristallplatte entstehenden Komponenten gleich stark. Beträgt ihre Phasendifferenz $\lambda/4$, so vereinigen sie sich beim Austritt zu einem zirkularpolarisirten Strahl. Dieser kann als solcher erkannt werden, wenn man den Analysator dreht. Da bei einem solchen Strahl alles um die Achse symmetrisch ist, erfolgt keine Helligkeitsänderung. Ist der Gangunterschied $\lambda/2$, so resultiert ein geradlinig polarisierter Strahl, dessen Schwingungsebene unter 45° zu der des Polarifators liegt, wie man daran erkennt, daß Drehen des Analysators um 45° Auslöschung bewirkt. Ist der Analysator zum Polarifator gekreuzt, so zerfällt der Strahl in zwei Komponenten parallel den Schwingungsrichtungen des Analysators, von welchen die eine durchgelassen wird. Bei $\frac{3}{4} \lambda$ ist das Licht wieder zirkular, bei λ geradlinig, um 90° gedreht gegen die Schwingungsebene des Polarifators, wird also von dem Analysator vollkommen durchgelassen. Für

zwischenliegende Dicken ist das Licht elliptisch polarisiert, wobei die Schwingungsellipse Übergangsformen zwischen Kreis und gerader Linie darstellt. In gleicher Weise setzt sich der Wechsel fort bei immer mehr zunehmendem Gangunterschied. Beträgt derselbe λ , so ist die Drehung der Polarisationsebene 180° , das Licht wird also vom Analysator ausgelöscht. Benutzt man weißes Licht, so wird natürlich nur diejenige Farbe ausgelöscht, deren Wellenlänge λ ist, die übrigen bilden eine Mischfarbe. Gleiches gilt für die Stellen, wo der Gangunterschied 2λ , 3λ ... beträgt. Dreht man den Analysator um 90° , so gehen die zuvor ausgelöschten Farben hindurch, während die anderen ausgelöscht werden, man erhält somit komplementäre Mischfarben. Bei spektraler Zerlegung erscheinen die ausgelöschten Farben als schwarze Streifen im Spektrum (Müllersche Streifen). Bei Drehung des Analysators um 90° vertauschen sie ihre Lage mit den hellen Streifen. Selbstverständlich sind die Mischfarben, da die Entstehungsoberfläche (Interferenz) dieselbe ist, die gleichen wie bei Newtons Ringen, man erhält also mit zunehmender Dicke, z. B. bei einer feil- oder linsenförmigen Platte Farben I, II, III... Ordnung.

Gipskeil und -treppe. Linsen aus Gips. Additions- und Subtraktionsfarben. Bestimmung des Kristallsystems durch die Lage der Auflösungsrichtungen. Sphärokrystalle. Umwandlungsercheinungen. Isochromatische Kurven in weißem und monochromatischem Licht. Achsenwinkel. Dispersion der optischen Achsen. Gipsblättchen in kupferner Gabel zum Erhitzen. Unterscheidung positiver und negativer Kristalle mittels Viertel- undulationsglimmerblatt. Cabinets Kompensator.

291. Drehung der Polarisationsebene. Bei übereinander-schichtung von Kristallplatten in verdrehter Stellung erhält man im allgemeinen zwei elliptische polarisierte Strahlen von entgegengesetzter Drehrichtung, die sich zu geradlinig polarisiertem Licht mit gedrehter Polarisationsebene zusammensetzen. Manche Substanzen zeigen von Natur aus solche Drehung der Polarisations-ebene vermutlich wegen spiraleriger Konstitution der Moleküle. So dreht z. B. eine senkrecht zur Achse geschliffene Quarzplatte von 1 mm Dicke bei 20° die Polarisationsebene von Natriumlicht um $21,724^\circ$, eine 2, 3, 4... mal so dicke 2, 3, 4... mal so stark. Die Drehung für die Dicke 1 mm nennt man spezifische Drehung.

Dreht eine flüssige Substanz von dem spezifischen Gewicht d , in einer Beobachtungsröhre von l Decimeter Länge untersucht, die Polarisationsebene um α° , so ist ihre spezifische Drehung $\frac{\alpha}{l \cdot d}$.

Wird eine feste aktive Substanz in einer inaktiven Flüssigkeit in Lösung gebracht und bedeutet c die Konzentration, d. h. die Anzahl Gramme aktiver Substanz in 100 ccm Lösung, p den

Prozentgehalt der Lösung, d. h. die Anzahl Gramme aktiver Substanz in 100 g der Lösung, d das spezifische Gewicht der Lösung, dann ist die spezifische Drehung der gelösten Substanz

$$\frac{100 \cdot \alpha}{l \cdot c} = \frac{100 \cdot \alpha}{l \cdot p \cdot d}.$$

Für Rohrzuckerlösung von 20° ist dieselbe für Natriumlicht 66,5, somit ist die Konzentration einer solchen Lösung $c = 1,504 \cdot \frac{\alpha}{l}$, z. B. für $l = 20$ cm $c = 0,752 \alpha$.

Sind P Gramm einer zuckerhaltigen Substanz in Wasser zu 100 ccm aufgelöst, und ist x der Prozentgehalt der Substanz an reinem Zucker, so enthalten 100 ccm der Lösung $\frac{P \cdot x}{100}$ Gramm Zucker, also ist $\frac{P \cdot x}{100} = 0,752 \alpha$ oder $x = \frac{75,2 \cdot \alpha}{P}$. Wählt man $P = 25000$ oder löst man 25,045 g zu 100 ccm, so wird einfach $x = 3 \alpha$.

Für Traubenzucker ist die spezifische Drehung $52,8^\circ$, somit $c = 1,894 \cdot \frac{\alpha}{l}$ und für $l = 20$ cm $c = 0,347 \alpha$.

Gewöhnlich verwendet man Röhren von 189,4 bezw. 94,7 mm Länge, dann wird einfach $c = \alpha$ bezw. $c = 2 \alpha$.

Zur genauen Einstellung des Analysators bringt man (nach Lippich) hinter dem Polarisator noch ein Nicol'sches Prisma an, welches die Hälfte des Gesichtsfeldes bedeckt und etwas gegen denselben verdreht ist. Man stellt dann nicht auf Dunkelheit ein, sondern auf gleiche Schattierung (Halbschatten) beider Hälften des Gesichtsfeldes. Da die Drehung für verschiedene Farben verschieden ist (Rotationsdispersion), muß homogenes Licht (gewöhnlich Natriumlicht) benutzt werden.

Manche Körper erhalten im Magnetfelde die Eigenschaft, die Polarisationssebene des Lichtes zu drehen. Ist H die Intensität des Magnetfeldes in CGS, l die Länge der Kraftlinien in Centimetern und α der Drehungswinkel, so ist $\alpha = C \cdot H \cdot l$. Hierin ist C die magnetooptische oder Verdet'sche Konstante des Körpers. Sie beträgt z. B. für Schwefelkohlenstoff 0,0425', Wasser 0,0131', schweres Glas 0 08'. Sie ist annähernd umgekehrt proportional dem Quadrat der Wellenlänge des Lichtes und nimmt mit wachsender Temperatur etwas ab. Eine dünne Eisenschicht dreht 30 000 mal stärker als eine gleich dicke Glasschicht. Man kann die Erscheinung verwerten zur Konstruktion von Strommessern.

Modelle für Drehung der Polarisationssebene. Glimmerkombinationen für paralleles und konvergentes Licht. Schwarze Streifen im Spektrum.

Quarzlinse mit drehbarem Analysator. Konvergentes Licht. Spiralen. Doppelplatte. Rotationskompensator. Polaristrobometer. Salbschatten nach Laurent. Cornu-Felle's Prisma. Quarzpyrometer.

292. Flüssige Kristalle. Auffallend starke Drehung der Polarisationssebene zeigt sich bei flüssigen Kristallen, z. B. von Paraazoxyphenetol bei Störung der Struktur durch Beimischungen, z. B. von Kolophonium. Man kann solche flüssige Kristalle erhalten, indem man eine zwischen Objektträger und Deckglas eines Mikroskops erstarrte Menge der Substanz auf eine Temperatur zwischen 116 und 134° erhitzt. Beim Erhitzen über 134° verwandelt sich die flüssig-kristallinische Modifikation in die gewöhnliche, nicht doppelbrechende isotrop-flüssige Modifikation, welche beim Abkühlen unter 134° wieder in flüssige Kristalle übergeht, die zwischen gekreuzten Nicols, falls nicht zu stark erhitzt wurde, fast ebenso aussehen wie die festen Kristalle, da an den Glasplatten eine dünne Moleküllschicht der letzteren durch die Adsorptionskraft auch bei höheren Temperaturen erhalten bleibt, welche Parallelrichtung der Moleküle der flüssig-kristallinischen Masse bedingt. Benutzt man ein linsenförmiges Deckglas, so erhält man, falls die Schwingungsrichtungen 45° mit denjenigen der Nicols bilden, Farbenringe entsprechend den Newton'schen, aus welchen man auf die Doppelbrechung schließen kann.

Um die Ringe gleichmäßig zu erhalten, ist es nötig, die Linse zunächst einigemal auf dem Objektträger in derselben Richtung hin- und herzuschieben, wodurch die Auslöschungsrichtungen (die Moleküle) dieser Richtung parallel werden (Homöotropie).

Ist d die Dicke der Schicht an einer Stelle, v die Lichtgeschwindigkeit in Luft, v_1 und v_2 die der beiden Strahlen im Kristall, so sind die Zeiten zum Durchdringen des letzteren $\frac{d}{v_1}$ und $\frac{d}{v_2}$.

Für den ersten dunkeln Ring, von der Mitte gerechnet, muß die Differenz dieser Zeiten, da dort die Strahlen beim Austritt sich zu linear-polarisiertem Licht von der ursprünglichen Schwingungsrichtung zusammensetzen, $= \lambda/v$ sein, d. h. gleich der Dauer einer ganzen Schwingung. Demnach ist $d/v_1 - d/v_2 = \lambda/v$ oder, wenn $n_1 = v/v_1$ und $n_2 = v/v_2$ die beiden Brechungsponenten bedeuten, $\lambda = d \cdot (n_1 - n_2)$. Ist ρ der Radius des dunkeln Ringes und r der Krümmungsradius der Linse (vergl. Fig. 75, S. 281), so ergibt sich aus der bei Berechnung der Newton'schen Ringe angewandten Formel $d = \frac{\rho^2}{2r}$, somit $\lambda = \rho^2 (n_1 - n_2)/2r$ oder $n_1 - n_2 = \text{Const}/\rho^2$, d. h. die Doppelbrechung ist umgekehrt proportional dem Quadrate des Ringdurchmessers. Die Konstante

ergibt sich leicht, indem man zunächst eine Substanz von bekannter Doppelbrechung (erstarrte Schmelze) beobachtet.

Mischt man eine Spur Kolophonium bei, so wird die Adhäsion an das Glas soweit vermindert, daß sich die flüssigen Kristalle in Tropfen (Kristalltropfen) zusammenziehen, in welchen die Moleküle symmetrisch um eine Achse gruppiert sind. Beim Hindurchsehen in der Richtung dieser Achse zwischen gekreuzten Nicols sieht man dementsprechend ein schwarzes Kreuz, welches aber infolge der Drehung der PolarisationsEbene je nach der Dicke auch grau oder farbig sein kann, da die Drehung für verschiedene Farben verschiedene Werte hat. Da nun die Dicke der Schicht vom dunkeln Zentrum an regelmäßig zunimmt, folgen sich Zonen von Tropfen mit schwarzem und solche mit blassem, kaum sichtbarem Kreuz, d. h. falls die Tropfen sehr klein sind, dunkle und helle Ringe. Trotz der sehr geringen Dicke der Schicht beträgt die Zunahme der Drehung von einem dunkeln Ringe bis zum nächsten 180° , bei Drehung um 90° tauschen deshalb dunkle und helle Ringe ihre Plätze. Die Interferenzfarben zeigen sich im allgemeinen am schönsten, wenn die Nicols nicht gekreuzt sind¹⁾.

Fließende und flüssige Kristalle. Doppelbrechung und Dichroismus durch Druck. Longitudinalschwingungen eines Glasstabes. Polarisation in bewegten Flüssigkeiten, im elektrischen und magnetischen Felde. Flüssige Kristalle im Magnetfelde.

293. Zeemaneffekt. Läßt man elektrische Funken zwischen Cadmiumelektroden überspringen und beobachtet die blaugrüne Cadmiumlinie im Spektroskop, so beobachtet man, wenn an der Stelle des Funkens ein Magnetfeld quer zur Schrichtung erregt wird, daß sich die Linie in drei (ein Triplet) spaltet. Die Stelle der mittleren Linie ist dieselbe wie zuvor, von den beiden anderen hat die eine eine größere, die andere eine kleinere Schwingungszahl. Alle drei sind vollständig polarisiert. Wird das Magnetfeld so erregt, daß die Kraftlinien parallel der Schrichtung verlaufen, so erscheint die Cadmiumlinie in zwei zerlegt (Duplet), die um gleichviel nach rechts und links von der ursprünglichen Stelle verschoben und ebenfalls polarisiert sind.

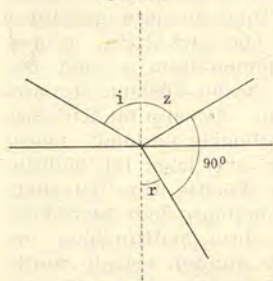
Die Erscheinung erklärt sich dadurch, daß ein Elektron, welches senkrecht zu der Kraftlinienrichtung in einer Linie hin- und herpendeln sollte, ähnlich wie die Kathodenstrahlen während seiner Bewegung abgelenkt wird und infolgedessen in Schleifen schwingt, welche eine sternförmige Figur in der Ebene der Kraftlinien bilden. Die Komponenten der Bewegung, welche die elektrischen Wellen erzeugen, haben daher wechselnde Größe wie bei Schme-

¹⁾ Siehe D. Lehmann, Die scheinbar lebenden Kristalle, Göttingen 1907.

bungen, die bei Kombination zweier Wellen von verschiedener Länge entstehen. Deshalb entstehen bei spektraler Zerlegung zwei Linien.

294. **Polarisation durch Reflexion.** Licht, welches von einer Glasplatte reflektiert wird, erscheint vollständig polarisiert, wenn der gebrochene und reflektierte Strahl rechtwinklig zueinander stehen (Fig. 79), so daß also der Reflexions- und somit der Einfallswinkel $i = 90 - r$ ist und, da $\sin r = \cos i$, die Gleichung besteht:

Fig. 79.



$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\cos i} = \operatorname{tg} i = n.$$

Der Polarisationswinkel ist also derjenige Einfallswinkel, dessen Tangente gleich dem Brechungsquotienten der reflektierenden Substanz ist. Für Glas z. B. beträgt er $56^{\circ} 36'$.

Die Einfallsebene heißt Polarisationssebene. Sie ist die Ebene der magnetischen Schwingungen. Die Ebene der elektrischen Schwingungen, gewöhnlich kurz die Schwingungsebene genannt, steht senkrecht dazu.

Trifft auf einen durchsichtigen Körper linear-polarisiertes Licht, welches unter 45° gegen die Einfallsebene schwingt, so zerfällt es bei der Reflexion in eine Komponente, welche in der Einfallsebene schwingt, und eine dazu senkrechte, deren Intensitäten aber nicht gleich sind. Bedeuten α und β den Einfallswinkel und den Brechungswinkel, so beträgt (nach Fresnel) der reflektierte Bruchteil der Intensität für Lichtschwingungen parallel zur Einfallsebene $\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta) / \operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)$, für solche senkrecht dazu $\sin^2(\alpha - \beta) / \sin^2(\alpha + \beta)$. Der erste Ausdruck wird Null für $\alpha + \beta = 90^{\circ}$, d. h. für den Polarisationswinkel. Eine merkliche gegenseitige Phasenverschiebung findet nicht statt. Das Licht bleibt daher auch nach der Reflexion stets linear polarisiert und erleidet durch die Reflexion nur eine Drehung der Polarisationssebene. Dies trifft nicht mehr zu für total reflektiertes Licht, hier ist also der reflektierte Strahl im allgemeinen elliptisch polarisiert und durch zweimalige Totalreflexion kann man zirkular-polarisiertes Licht erhalten. Auch bei der Metallreflexion ist das Licht im allgemeinen elliptisch polarisiert, man kann also keinen Polarisationspiegel aus Metall herstellen. Der in der Einfallsebene schwingende Strahl ist gegen den anderen um einen Bruchteil der Wellenlänge verzögert, am stärksten, nämlich um $\lambda/2$, bei

streifender Inzidenz, um $1/4$ bei dem sogenannten Haupteinfallswinkel. Bei diesem wird auch das Amplitudenverhältnis des ersten Strahls zum anderen ein Minimum. Würde man die Phasendifferenz beseitigen, z. B. durch Einschaltung einer Kristallplatte von entsprechender Dicke (Kompensator), so würden sich die Strahlen zusammensetzen zu einem geradlinig polarisierten Strahl, dessen Polarisationsebene aber nicht mehr unter 45° gegen die Einfallsebene geneigt ist, sondern unter einem anderen Winkel, den man das Hauptazimut nennt.

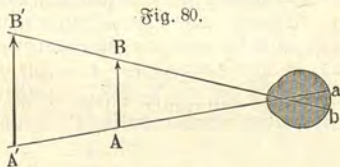
Haupteinfallswinkel A und Hauptazimut H stehen zu dem Brechungsverhältnis n und dem Absorptionskoeffizienten K in einfacher Beziehung, ebenso zum Reflexionsvermögen J , d. h. dem Verhältnis zwischen der Intensität des reflektierten und des einfallenden Lichtes bei senkrechter Inzidenz. Beispielsweise sind für Natriumlicht für

	A	H	n	$K(m\mu^{-1})$	J
Kupfer	71,6°	38,9°	0,64	28 000	0,73
Silber	75,7	43,6	0,10	39 000	0,95
Platin	78,5	32,6	2,06	45 700	0,70.

Polarisation elektrischer Strahlen durch Reflexion. Drehspiegel. Glassah. Fresnel's Parallelepiped. Polarisation durch Staubteilchen. Polaruhr. Polarisierte Fluoreszenz.

XIX. Optik.

295. Auge und optische Instrumente. Die scheinbare Größe der Gegenstände hängt von der Größe des Netzhautbildchens ab; welchen Weg die Lichtstrahlen durchlaufen haben, um dasselbe zu erzeugen, wie lang derselbe war, wieviele Brechungen, Reflexionen usw. sie erfahren haben, ist selbstverständlich gleichgültig, da nur der Lichtreiz unmittelbar an der getroffenen Stelle der Netzhaut empfunden wird.



Denkt man sich von den beiden äußersten Punkten des Netzhautbildchens gerade Linien nach den entsprechenden äußersten Punkten des Gegenstandes gezogen, so schneiden sich diese Linien unter einem Winkel, den man Sehwinkel nennt. Da die Größe des Netzhautbildchens durch diesen bedingt ist, stellt er ein Maß der scheinbaren Größe dar. Zwei Gegenstände von verschiedener Größe, wie AB und $A'B'$ (Fig. 80), können gleiche scheinbare Größe

haben, wenn ihre Größe ihrer Entfernung vom Auge proportional ist. Umgekehrt werden verschiedene Gegenstände, deren Größe sich verhält wie 1:2:3, in einfacher, doppelter, dreifacher Entfernung unter gleichem Sehwinkel erscheinen.

Bau des Auges. Augenpunkt der Infusorien. Insekten. Tiefseefische. Augenmodell und Projektionsbilder. Künstliches Auge. Akkommodation. Zerstreuungskreis. Scheiners und Steinhausers Versuch. Stampfers Optometer. Kurz-, Über- und Weitichtigkeit. Fernpunkt und Nahpunkt. Emmetropische, ametropische, hypermetropische Augen. Panorama (verzerrte Zeichnung). Entoptische Erscheinungen. Dioptr. Kanalwaage. Winkelmessung mit Duffsole. Bild hinter dem Spiegel. Skalenablesung mit Spiegel (Parallaxe). Heliotrop. Heliotograph. Gaußsche Platte. Seitengucker. Zeichen Spiegel. Apparat von Abbe. Spiegeltäuschungen. Zauber Spiegel. Polemoskop. Geistererscheinungen. Telephot. Gyposkop. Reflexionsgoniometer. Spiegelsextant. Reflexionskreis. Diploidoskop. Parallelspiegel. Winkelspiegel. Kaleidoskop. Anthoskop. Alphanoidoskop. Debusskop. Zergarten. Prismen-Pyramidencylinder. Kegelspiegel. Hohlspiegel. Objektives Bild in der Luft. Rastierspiegel. Konvexspiegel. Landschafts Spiegel. Zerrspiegel. Lichtbrechung. Münze im Trog. Lichtbrechungsrinne. Totalreflexion (glänzende Aussparungen in Glasfövern). Camera lucida. Brechung im Prisma. Dispersionstafel. Asterismus. Einfaches Spektroskop. Atmosphärische Strahlenbrechung. Kimmung. Luftspiegelung. Halo. Nebensonnen.

296. Brillen, Fernrohr, Mikroskop. Die normale deutliche Sehweite (Gegenstandsweite) beträgt 25 cm. Bei anomaler Beschaffenheit des Auges werden Brillengläser vorgesetzt, um diese normale Sehweite zu erreichen. Nummer einer Brille nennt man ihre Brennweite in Centimetern (früher in Pariser Zollen). Dioptrie ist das Reziproke der in Metern gemessenen Brennweite.

Aus der deutlichen Sehweite ohne Brille d ergibt sich die Brillennummer in folgender Weise. Wenn die Entfernung der Netzhaut von der Hauptebene der Kristalllinse als Bildweite mit b und die Brennweite der Linse mit f_1 bezeichnet wird, so ist $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{b} + \frac{1}{d}$. Die Brennweite von Auge und Brillenglas zusammen sei f_2 , dann ist

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{b} + \frac{1}{25},$$

somit
$$\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{25} - \frac{1}{d}.$$

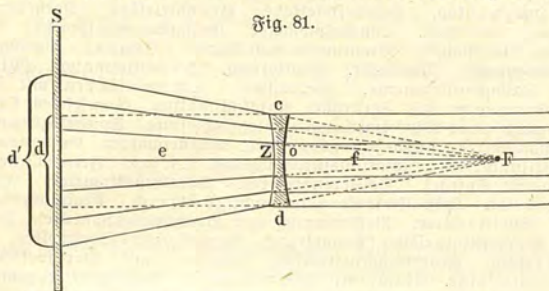
Nun ist die Brennweite eines Systems zweier solcher Linsen bestimmt durch die Gleichung

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_1},$$

worin f die Brennweite der Brille allein ist. Man hat demnach

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{d'}, \text{ somit } f = \frac{25d}{d-25}.$$

Die Bestimmung der Brennweite einer konkaven Linse z (Fig. 81) geschieht z. B. durch Messung der Größe der Zerstreuung.



Es ist $d' : d = (e + f) : f$, also $f = \frac{ed}{d' - d}$. Ist $d' = 2d$, so wird einfach $f = e$. Ein anderes Verfahren ist das, daß man zur Konkav- eine Konvexlinse hinzufügt und die Brennweite des Systems bestimmt. Das Reziproke derselben ist gleich der Summe der reziproken Brennweiten der einzelnen Linsen.

Wird ein kleiner Gegenstand von der Länge l in einem Abstände g unter eine Lupe gelegt, so daß sein Bild in 25 cm Abstand erscheint, so ist $\frac{1}{g} = \frac{1}{25} + \frac{1}{f}$. Hat das Bild die Länge L , so ist die Vergrößerung $L/l = 25/g = 1 + 25/f$, worin f wie früher die Brennweite bedeutet.

Die Länge eines Fernrohres ist, wenn f und f' die Brennweiten von Objektiv und Okular bedeuten, annähernd $f + f'$, die Vergrößerung f/f' , denn die Winkel, unter welchen das Bild durch das Okular und von der Mitte des Objektivs gesehen werden, verhalten sich wie f' zu f , der letztere Winkel ist aber derselbe, unter welchem der Gegenstand direkt gesehen wird. Betrachtet man einen Maßstab im Abstände d mit einem Auge, direkt einen zweiten gleichen im Abstände D durch das Fernrohr, und decken sich n Teile des direkt gesehenen mit einem des vergrößerten, so ist die Vergrößerung $\frac{D}{nd}$. Bequemer benutzt man einen durchsichtigen Spiegel, um die beiden Bilder zur Deckung zu bringen. Gleiches gilt für das Mikroskop.

Modellauge mit Brillen. Stampfers Optometer. Guckkasten. Diarama. Fokometer. Modellauge mit Lupe. Cylinderlupe. Glaskröpfchen. Aplanatische Lupen. Binokulare und anastigmatische Lupen. Spiegelnde Linfen. Regenbogen. Augenspiegel. Fernrohr. Taschenfernleher. Zusammengesetzte Okulare. Astronomisches Fernrohr. Parallaxische Aufstellung. Bestimmung der Vergrößerung. Theaterperspektiv. Terrestrisches Fernrohr. Porros Prismenfernrohr. Prismenfeldstecher. Zielformeter. Hypotelestop. Spiegelteleskope. Brachytelestop. Kathetometer. Justierung desselben. Ophthalmometer. Krümmungshalbmesser. Prüfung von Planflächen. Brennweite von Linsen. Innerer Durchmesser von Glasröhren. Theodolit. Justierung. Zeitbestimmung. Mittagsrohr. Passageinstrumente. Sextanten. Spiegelprismen mit Fernrohr. Goniometer mit Fernrohr. Autofokulation. Gaußsches Okular. Ausführung einer Winkelmessung. Spiegelablesung. Spiegelinstrumente (Federmanometer, Ausdehnungsapparat, Magnetometer, Galvanometer, Nadelinclinatorium, Rotationsinclinatorium u. s. w.). Zeitmessung mit rotierendem Spiegel. Schlierenapparat. Totalreflektometer. Abbes Refraktometer. Kristallrefraktometer von Pulfrich. Eintauchrefraktometer. Spektrometer. Bestimmung von Brechungssexponenten, Justierung. Differentialprisma (Doppeltrög). Geradsichtiges Spektroskop. Vergleichsprisma. Reversionspektroskop. Sonnen- und Sternspektroskop. Fluoreszenzokular. Okular mit Thermoelement. Spektrometryrometer. Absorptionsspekttra. Metallspekttra. Fulgurator. Extraktromapparat. Spekttralröhren. Subjektive Beobachtung von Interferenzerscheinungen. Farben dünner Blättchen. Kristop. Gyroidometer. Seifenblasenfarben. Abbes Dilatometer. Talbot'sche Streifen. Interferenzrefraktor. Interferometer. Interferenzspektroskop. Beugungerscheinungen. Wellenlängenmessung. Fernrohrapparat. Gitterspektalapparat. Stufenpektroskop. Beugungsfernrohr. Reflexionsstephanoskop. Höfe. Nebelfarben. Mikroskop. Eintrittspupille. Abbes Diffraktionsapparat. Ist die Gitterbreite gleich der Wellenlänge, so ist der Beugungswinkel schon für das erste Spektrum 90°, das Gitter erscheint strukturlos. Öffnungswinkel. Numerische Apertur. Auflösende Kraft. Immersionsysteme. Apertometer. Probeobjekte. Probetäfelchen. Deckglasdicke. Größe des Sehfeldes. Hauptblende. Austrittspupille. Gesichtsfeldwinkel. Objektives Sehfeld. Sphärische und chromatische Aberration. Apochromaten. Kompensationsokulare. Vergrößerung. Objektivmikrometer. Okularmikrometer. Aplanatische Objektive. Orthoskopische Okulare. Verschiedene Mikroskope. Dunkelfeldbeleuchtung. Zeichenapparat. Ultramikroskop. Längen- und Winkelmessung mit dem Mikroskop. Kathetometermikroskop. Telemikroskop. Spiegelgalvanometer. Elektrometer mit Mikroskop. Brechungssexponent einer Planplatte. Subjektive Beobachtung der Doppelbrechung. Dichroskopische Lupe. Polarisationsapparate. Isochromatische Kurven. Polarisationsinstrumente. Polarimeter. Saccharimeter. Polarisationsmikroskop. Spektralokular. Spektropolarisator. Polariskop. Jamins Kreis.

297. Schwellen- und Höhenwert der Lichtempfindung. Die Lichtempfindung ist der physikalischen Lichtintensität im allgemeinen nicht proportional. Liegt diese unterhalb eines bestimmten Wertes, welcher die Reizschwelle heißt, so empfindet das Auge überhaupt nichts und allzu starke Steigerung der physikalischen Intensität ist zwecklos, da das Auge die Steigerung schließlich immer weniger empfindet und bei Überschreitung des Höhenwertes überhaupt

nicht mehr. Bedeutet e die Stärke der Empfindung und r die des Reizes, so gelten die Gleichungen $de = \text{Const.} \frac{dr}{r}$ (Webers Gesetz) und $e = \text{Const.} \log r$ (Fechners Gesetz). Der Schwellenwert des Reizes sei s , d. h. bei dieser Reizstärke sei $e = 0$. Steigt nun r auf $s + \frac{s}{a} = s \left(1 + \frac{1}{a}\right)$, so sei $e = 1$, steigt es weiter auf $s \left(1 + \frac{1}{a}\right)^2$, so wird $e = 2$ u. s. w., allgemein e für

$$r = s \left(1 + \frac{1}{a}\right)^e \quad \text{oder} \quad \log r = e \log \left(1 + \frac{1}{a}\right) + \log s$$

oder

$$e = \frac{\log r - \log s}{\log \left(1 + \frac{1}{a}\right)}$$

Hieraus ergibt sich die Bedeutung der Konstanten. Die Energiemengen, welche eben noch Lichtempfindung hervorzurufen vermögen, sind außerordentlich gering. So ist die auf 1 qm in 1 m Entfernung von einer Gasflamme auftreffende Energie (Meterkerze) = 0,0015 Joule pro Sekunde. Das Auge empfängt somit bei der Beleuchtung von 1 Meterkerze bei 3 mm Pupillendöffnung nur etwa 10^{-7} Joule pro Sekunde. Ein Stern von sechster Größe erzeugt eine Beleuchtungsstärke von 10^{-8} Meterkerzen, dabei erhält das Auge nur 10^{-15} Joule pro Sekunde. Die Reizschwelle hängt von der Farbe ab (Purkinje-Phänomen) und ist, falls sie für Rot = 1 gesetzt wird, für

Gelb	Weiß	Grün	Blau	Violett
0,005	0,0012	0,0008	0,0002	0,0002.

Objektive Existenz des Gesehenen. Identische Wahrnehmung mehrerer Personen. Halluzinationen. Sterne erscheinen in der Vergangenheit (Lichtjahr). Farbe wegen Geschwindigkeit geändert (Dopplers Prinzip). Scintillieren. Gestalt der Erde. Horizont. Schiffe. Erde. Auftauchen von Sternen. Scheinbare Bewegung der Sonne und der Planeten. Antirheoskop. Sezenchaukel. Wettrennen auf der Bühne. Universalapparat für mathematische Geographie. Parallaxische Verschiebung der Sterne. Aberration des Lichtes. Perspektive. Perspektivograph. Unvollkommenheiten des Auges. Feine Schraffierungen. Raster. Doppelsterne. Milchstraße. Nebelflecke. Sternhaufen. Blinder Fleck. Chromatische Abweichung. Reliefspektren. Wunderscheibe. Astigmatismus. Dichroismus. Haidingers Büschel. Irradiation. Graue Quadrate. Wirbel von Thomson. Optische Täuschungen. Ophthalmoskop. Muskelsystem des Auges. Treppe (erhaben und vertieft). Verzierbilder. Luftperspektive. Phantasmagorien. Phantastkop. Augenmaß. Monoskop. Gipsreliefsbilder. Stereoskop. Sechshöfe. Korrespondierende Stellen. Doryopter. Doppelsehen bei Alkoholvergiftung. Stereoskop mit drehbaren Prismen. Spiegelstereoskop. Linsenstereoskop. Mondphotographie. Planeten und Fixsterne. Stereomikrometer. Stereokomparator. Ent-

fernungsmesser. Falsches Papiergeld. Glanz. Wettstreit der Sehfelder. Anaglyphen. Plastische Weltbilder. Telestereoskop. Relief Fernrohr. Pseudoskop. Ektyposkop. Verzögerung der Lichtwahrnehmung. Fliegende Augen. Persönliche Gleichung. Dauer des Lichteindrucks. Rotierende und schwingende Lichtpunkte. Saitengalvanometer. Optisches Telephon. Vibrationsgalvanometer. Drehspiegel. Schwingungsfiguren. Manometrische Flammen. Kurvenindikator. Szillograph. Glimmlichtoszillograph. Kaleidophon. Universalkaleidophon. Gekreuzte Saiten. Vibrationsmikroskop. Phonoptometer. Geschwindigkeit der Elektrizität. Entladungsdauer. Rotierende Geißler'sche Röhren. Momentane und intermittierende Beleuchtung. Phonoskop von Forchhammer. Bestimmung von Tourenzahl und Frequenz. Bestimmung von Schwingungszahlen. Vibroskop (vibrierende Stimmgabel mit Schlig). Schwingende Wasserstrahlen. Thaumatrope. Stroboskop. Praginoskop. Kinematograph. Anorthoskop. Mischfarben. Farbenspiegel.

298. Helligkeit. Die Lichtmenge, welche ein selbstleuchtender oder beleuchteter matter Körper senkrecht ausstrahlt pro Quadratmeter, ist das Maß der Helligkeit, unter welcher er erscheint, soweit Proportionalität zwischen physikalischer und physiologischer Lichtintensität angenommen werden kann. Als Einheit der Lichtstärke dient die Hejnerkerze (*HK*), genannt 1 Byr (früher Normalkerze *NK*). Die Stärke der Beleuchtung durch 1 Byr in 1 m Abstand heißt 1 Lux (Meterkerze). Beispielsweise beträgt die Stärke der Beleuchtung durch schmelzendes Platin in 1 m Entfernung pro Quadratmeter Oberfläche, somit dessen Helligkeit, 195 000 *HK* pro Quadratmeter.

Die Helligkeit der Sonnenoberfläche ist etwa $2 \cdot 10^8$ bis $6,3 \cdot 10^8$, die der Mondoberfläche 4400, die des Lichtbogenkraters 150 bis 200 Millionen *HK* pro Quadratmeter.

In doppeltem Abstand sinkt allerdings die Intensität der ins Auge eindringenden Strahlen auf $\frac{1}{4}$, gleichzeitig verdichten sie sich aber zu einem Netzhautbild von $\frac{1}{4}$ der früheren Größe, so daß die auf 1 qm der Netzhaut entfallende Energiemenge dieselbe bleibt wie zuvor.

Bei einem Fernrohr tritt das von dem Objektiv aufgenommene Lichtbündel mit p/P mal verkleinertem Durchmesser, also $(p/P)^2$ mal verkleinertem Querschnitt (d. h. sovielfach verdichtet) aus, wenn P die Objektiv- und p die Okularbrennweite bedeuten. Da nun infolge der Vergrößerung des Fernrohrs jedes Bildflächenstück auf der Netzhaut $(P/p)^2$ mal größer, also entsprechend lichtschwächer erscheint, bleibt, von der Lichtschwächung durch Reflexion und Absorption abgesehen, das Bild ebenso hell wie ohne Fernrohr, solange der Querschnitt des austretenden Lichtbündels größer ist als die Pupille des Auges. Bei sehr starken Vergrößerungen wird der Querschnitt kleiner als die Pupille, die Helligkeit nimmt also ab.

Bei Fixsternen hängt die Helligkeit einfach von der Weite des Objektivs ab, da das Bild keine Ausdehnung hat, also alle Strahlen, die das Objektiv treffen, auch ins Auge gelangen. Man sieht deshalb mit dem Fernrohr weit mehr Sterne als mit freiem Auge, um so mehr, je größer das Objektiv.

Als Güteverhältnis einer Lichtquelle bezeichnet man das Verhältnis der kleinsten Energiemenge (Energieverbrauch der besten Lampe), welche gleiche Helligkeit zu erzeugen vermag, zum tatsächlichen Energieverbrauch für die leuchtende Strahlung. Der physiologische Wirkungsgrad ist das Produkt des physikalischen Wirkungsgrades mit diesem Güteverhältnis.

Verengung der Pupille. Atropin, Mydriasis. Morphin, Myosis. Stäbchen und Zapfen. Gespenstersehen. Lichtstärke der Sonne = $4,56 \cdot 10^{27}$ H.K. Sonnenlicht = 216000 Lux. Hygienisches Minimum = 10 Lux. Tageslicht = 50 Lux. Straßenbeleuchtung = 0,1 bis 1 Lux. Berechnung der erforderlichen Leuchtkraft. Einheit der Belichtung = 1 Phot. Lichtmenge pro Quadratmeter bei 1 Phot. Belichtung = 1 Rad. Stärke des Lichtstromes bei 1 Rad pro Sekunde = 1 Lumen. Albedo. Indizierte und effektive Helligkeit. Matte und glänzende Flächen. Abstandsphotometer. Helligkeitsprüfer. Prismen-, Diffusions-, Schatten-, Fettstief-, Kontrast-, Interferenz-, Milchglas-, Polarisations-, Mikro-, Sektoren-, Reflex-, Absorptions-, Attino-, Phosphoreszenz-, Diaphragmen-, Spektral-, Spektralspolarisations- und andere Photometer. Mittlere sphärische Intensität. Kugelphotometer. Photometer für verschiedene Richtung. Lichtverteilung im Spektrum. Glühgrad. Relative Helligkeit. Helligkeitsfaktor. Lichtäquivalent bei verschiedenen Temperaturen. Sonnenlicht. Optische und photometrische Pyrometer. Rasches Anwachsen einer Farbe. Optische Methode der Strommessung. Umkehrung der Natriumlinie. Ökonomie der Lichtquellen. Verhältnis der leuchtenden zur Gesamtstrahlung bei Glühlampen (1,5 Proz.). Flammenbogenlampen. Lumineszenzlampen. Spezifischer Verbrauch. Metallfadenlampen (1 Watt pro HK).

299. **Farbentriaden und Akkorde.** Ebenso wie zwei Komplementärfarben zusammen Weiß geben, gibt es auch Gruppen (Triaden) von drei Farben, durch deren Mischung Weiß erhalten wird, z. B. Rot, Gelb, Blau oder Orange, Grün, Violett. Solche Farben harmonisieren besonders gut zusammen, weil alle farbenempfindenden Nerven gleichmäßig beansprucht werden. Man nennt sie deshalb auch Farbenakkorde. Durch Beimischung von Weiß wird eine Farbe „ungesättigt“, durch Beimischung von Schwarz „gebrochen“. Der Eindruck wird am besten, wenn eine der Farben eines Akkords ungesättigt, die andere gebrochen ist und die Flächenausdehnung der reinen „gesättigten“ Farbe entsprechend geringer bzw. die der anderen dem Mangel an Sättigung entsprechend größer gewählt wird.

In gleicher Weise können harmonische Zusammenstellungen von vier und mehr Farben erhalten werden. Bedingung ist, daß sie als Mischfarbe weiß oder grau geben. Wegen der Kon-

trastwirkung werden gesättigte Komplementärfarben zweckmäßig durch einen schwarzen oder einen glänzenden Strich getrennt.

Farbenempfindung. Newtons sieben Farben. Mischung von Spektralfarben. Rotierendes Prisma. Farbenmischapparat von Helmholtz. Feine Schraffierung. Stereoskop. Gaußsche Platte. Chromatometer (Farbenmesser). Komplementärfarben. Prisma und Zylinderlinse. Schistoskop. Drehung der Polarisationssebene. Farbkreis nach Newton. Goethes Farbkreis. Grundfarben. Farbenblindheit. Dreißigteiliger Kreis. Farbencylinder und -kugel. Farbkreis bei Farbenblinden. Herings Theorie. Schwarz-Weiß-Empfindung. Maxwell's Diagramm. Dreifarbendruck. Farbenphotographie. Chromoskop. Zintometer. Ermüdung des Auges. Subjektive Farben. Simultancontrast. Farbige Nebenbilder. Farbige Nachbilder. Undulzierende Irradiation. Benham's Kreisel. Komplementäre Raumbildungen. Farbenmelodie. Chamäleonkreisel. Gips- und Quarzlinfen zwischen gekreuzten Nicols.

XX. Akustik.

300. **Tonhöhe.** Dieselbe ist bedingt durch die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde. Den Ton, welchem bei 15° C 435 ganze Schwingungen entsprechen, bezeichnet man durch a_1 . Derselbe gehört zu der Oktave c_1 bis h_1 , welche etwa der Tonhöhe einer mittleren Frauenstimme entspricht und als eingestrichene Oktave bezeichnet wird, auf diese folgen die zwei- und dreigestrichene Oktave c_2 bis h_2 , c_3 bis h_3 , darunter liegt die kleine Oktave c bis h , unter dieser die große $c-1$ bis $h-1$, unter dieser die Kontra-Oktave $c-2$ bis $h-2$ und dann folgt die Subkontra-Oktave $c-3$ bis $h-3$.

Nachstehende Tabelle gibt die Schwingungszahlen.

Oktave	$C-2-H-2$	$C-1-H-1$	$C-H$	$c-h$	c_1-h_1	c_2-h_2	c_3-h_3	c_4-h_4
C . .	16,17	32,33	64,66	129,3	258,7	517,3	1035	2069
Cis .	17,13	34,25	68,51	137,0	274,0	548,1	1096	2192
D . .	18,15	36,29	72,58	145,2	290,3	580,7	1161	2323
Dis .	19,22	38,45	76,90	153,8	307,6	615,2	1230	2461
E . .	20,37	40,74	81,47	162,9	325,9	651,8	1304	2607
F . .	21,58	43,16	86,31	172,6	345,3	690,5	1381	2762
Fis .	22,86	45,72	91,45	182,9	365,7	731,6	1463	2926
G . .	24,22	48,44	96,89	193,8	387,5	775,1	1550	3100
Gis .	25,66	51,32	102,65	205,3	410,6	821,2	1642	3285
A . .	27,19	54,38	108,75	217,5	435,0	870,0	1740	3480
Ais .	28,80	57,60	115,22	230,4	460,9	921,7	1843	3687
H . .	30,52	61,03	122,07	244,1	488,3	976,5	1953	3906

Entstehung des Schalls. Stimmbänder. Kehlkopfmodell. Kehlkopfspiegel. Luftschlauch zwischen Kautschukmembranen oder Fingern. Manometrische Flammen und Drehspiegel. Löcher sirene. Geulz, Mührads, Wasser sirene. Musikalische Schleuder. Zahnrad sirene. Reibungstäbe. Schrickläute. Pfeifen beim Bremsen. Pfeifen von Klintenflugeln. Insektentöne. Elektrochemisches Telephon. Mund- und Ziehharmonika. Harmonium. Kindertrompete. Brummkreisel. Tönende Raketen. Gastrompete. Wasser trompete. Zungenpfeife. Blasinstrumente (Klarinette, Oboe, Fagott, Kornpfeifen, Weibenschalmey, Fosaune, Waldhorn, Jagdhorn, Zinke, Bombardon, Ophikleide, Ventiltrompete). Pfeifen mit Lippe. Zinnpfeifen. Klangstäbe. Stimmgabeln. Glasharmonika. Stiftpfeife. Stimmgabel mit Resonator. Zwei Stimmgabeln mit Resonanzkästen. Pneumatische und elektrische Stimmgabeln. Longitudinale und drehende Schwingung von Stäben. Klangplatten und Glocken. Erhitzen einer Glocke. Kühlen einer Bleischale mit flüssiger Luft. Glocke mit Resonator. Tönendes Tringlas. Elektromagnetophon und Summer. Saiteninstrumente. Vertikalmonochord. Monochord mit Resonanzkästen. Reiter und Aluminiumringe. Klavier. Hackbrett. Gitarre. Harfe. Zither. Laute. Violine (Viola, Bratsche, Violoncello, Bassgeige). Aeolsharfe (Windharmonika, Anemochord). Singen der Telegraphenbrähme. Einfaches und elektrisches Trevelyaninstrument. Singende Flammen. Pyrophon. Ofenrohr. Sandhausflugeln. Rißes Röhre. Elektrische Flöte. Singen beim Kochen. Rauchen und Zischen von Flammen. Lippenpfeifen. Labium. Tonvariator. Orgelpfeifen. Dampfpfeife. Wasserpfeife. Glaspfeife. Pfeifen und Flöten (Querpfeife, Flageolet, Syring, Pansflöte, Dudelsackpfeife). Radiophon. Thermophon. Pfeifende Bogenlampe. Singender Kondensator. Tönende Magnete. Telephon. Sinusinduktor. Summer und Hochfrequenzmaschine. Monotelephon. Anleger. Telephonbrücke. Oligableiteruntersuchung. Widerstandsthermometer (Thermophon). Wasseruntersuchung. Messung von Kapazitäten. Dielektrizitätskonstanten. Induktionskoeffizienten. Differentialinduktor. Fernmehinduktor. Induktionswaage. Mikrophon. Strahltelephon. Photophon. Elektromagnetophon. Höhrrohr für elektrische Wellen. Elektrolytischer und magnetischer Detektor. Verschwinden des Schalls im Vakuum. Geschwindigkeit des Schalls. Forttragen durch den Wind. Geschwindigkeit von Geschützflugeln (bis 1000 m pro Sekunde). Geschwindigkeit unabhängig von der Beschaffenheit des Tons. Schallschatten und Echo. Verstärkung nahe der Wand. Nachhall. Vielsache Echo. Flüstergewölbe. Fortleitung in Röhren. Sprachrohr. Höhrrohr. Topophon. Stethoskop. Leitung in Flüssigkeiten, Drähten und Stäben. Hydraulisches Mikrophon. Brechung des Schalls. Interferenz bei Klangscheiben und Stimmgabeln. Bestimmung der Gasdichte mittels der Interferenzröhre. Spezifische Wärme. Interferenz bei zwei Telephonen. Temperatur. Schwebungen. Scheiblers Gesetz. Doppelsirene. Zwei Metronome. Doppelpfeife. Tonmesser. Harmonium. Zwei Stimmgabeln. Formenophon. Tonhöhebestimmung mit der Sirene. Tonhöhe von Pfeifen. Beschaffenheit der Wandung. Pfeife mit Pergamentwand. Pyramidale und kegelförmige Pfeifen. Kubische, gebogene und geknickte Pfeifen. Stimmen der Pfeifen. Enge Pfeifen. Akustische Bestimmung der Dampfdichte durch eine Pfeife. Töne schwingender Stäbe. Stimmgabeluhr. Phönisches Rad. Resonator. Kundtsche Röhre. Wellenlänge nach Quincke. Änderung der Tonhöhe durch Bewegung.

301. Tonstärke. Sie ist bedingt durch die Amplitude der Wellen. Die noch hörbaren Energiemengen bewegen sich zwischen $\frac{1}{100}$ Mikroerg und 10000 Erg pro Sekunde und Quadratcentimeter (nach W. Wien). Der mittlere Wert ist etwa $\frac{1}{100}$ Erg.

Diesen Werten entsprechen die Druckdifferenzen $1:10^9$, $1:10^7$ und $1:10^5$ (in Bruchteilen des Normaldrucks) und die Amplituden 10^{-8} , 10^{-6} und 10^{-4} cm. Ein normales Ohr hört einen Ton von 181 Schwingungen pro Sekunde noch bei einer Amplitude von 0,00004 mm.

Bei einer Stimmgabel von 256 Schwingungen beträgt die Energie im Moment des Verlöschens 42,1 Erg pro Sekunde, hieraus ergibt sich als kleinste noch hörbare Amplitude $1,27 \times 10^{-7}$ cm und die kleinste Verdichtung $6,0 \times 10^{-9}$ Atmosphären (früher war als obere Grenze der Amplitude bei Pfeifen 8,1 $\cdot 10^{-8}$ cm gefunden worden).

Ebenso wie für Licht gilt auch für Schall das psychophysische Grundgesetz: „Damit zwei Schallstärken eben als verschieden erscheinen, muß die stärkere die schwächere um einen bestimmten für alle Schallstärken gleichen Bruchteil von deren Stärke übertreffen.“ Dieser Bruchteil ist etwa $\frac{1}{4}$.

Für sehr starke Reize r wächst indes die Empfindung e schwächer (Höhenwert). Abgesehen hiervon ist also

$$de = c \cdot \frac{dr}{r} \text{ (Webers Gesetz)}$$

oder $e = c \cdot \log r$ (Fechners Gesetz).

Für $r = 1$ wird $e = 0$, dies ist der Schwellenwert.

Für einen Ton von 64 Schwingungen muß nach M. Wien die Energie etwa eine Million mal größer sein als für einen solchen von 1500 Schwingungen, wenn er gleich laut empfunden werden soll. Gleiches gilt für sehr hohe Töne.

Im Orchester ist der tiefste Ton das Kontra-E (e_{-2}) des Kontrabasses mit 41 Schwingungen, der höchste das fünfgestrichene d (d_5) der Pikkoloflöte mit 4645 Schwingungen. Die menschlichen Singstimmen liegen zwischen 64 und 1500 Schwingungen (also zwischen C und fs_2 , die Pfeifstimmen zwischen c_2 und c_3).

Nach Ostmann sind die Schwellenwerte der Amplitude für ein normales Ohr (Normalamplitude):

	für C:		für G:	
der großen	Oktave 0,0711	mm	0,0118	mm
„ kleinen	„ 0,00474	„	0,00079	„
„ 1 gestrichenen	„ 0,000316	„	0,000053	„
„ 2	„ 0,0000211	„	0,00000952	„
„ 3	„ 0,00000141	„	0,0000002353	„
„ 4	„ 0,000000094	„	0,0000000157	„

Höchste und tiefste Töne. Schwerhörigkeit. Taubheit. Hörrohr. Starton zwischen den Zähnen. Mikrophon. Audiometer. Sonometer.

302. Klangfarbe. Daß derselbe Ton auf verschiedenen Instrumenten angegeben, verschieden klingt, ist dadurch bedingt, daß sich neben dem intensivsten Ton, dem Grundton (in der Regel der Grundschwingung entsprechend) auch noch Obertöne, zuweilen auch Untertöne bilden (Obertöneapparat).

Die zum Grundton C gehörigen Obertöne einer offenen Pfeife sind im allgemeinen:

1	2	3	4	5	6	7	8
C	c	g	\bar{c}	\bar{e}	\bar{g}	\bar{i}	\bar{c}

Einzelne der Obertöne sind harmonisch, die anderen nicht harmonisch. So ist in dem gegebenen Beispiel der siebente Oberton, der Ton „i“, nicht harmonisch zum Grundton C. Soll die Pfeife gut klingen, so müssen solche nicht harmonischen Obertöne durch geeignete Konstruktion unterdrückt werden.

Resonatoren. Stroboskopischer Analysator. Geräusche. Melodiaphon. Menschliche Stimme. Bestimmungston der Vokale. Stimmgabel- und Sirenenvokalapparat. Sprechmaschine. Mama- und Papa-Pfeife. Gehörorganmodell. Binaurales Hören. Camera acustica mit Membran. Phonoidoskop. Phonograph. Wellensirene. Phonograph. Grammophon. Verbindung mit einem Spiegel. Souraudphon. Fadentelephon. Mikrophontelephon. Pupins Selbstinduktionsspulen. Multiplextelegraph. Elektromechanisches Telephon. Photophontelephon. Telephonograph. Photographophon. Sprechende Vogenlampe. Leuchtende Vogenlampe. Telephonie ohne Draht. Schwebungen. Tonmesser (Zungenpfeife mit 2 Zungen, Doppelsirene, Stimmgabeln. Kombinationstöne (hohe Pfeifen, Wellensirene, Stoßtöneapparat). Dissonanz. Stimmen von Musikinstrumenten.

303. Harmonie und Melodie. Am leichtesten stimmen läßt sich die Oktave eines Tones (doppelte Schwingungszahl), da sie zusammenfällt mit dem ersten Oberton und auch ihre Obertöne sich decken mit solchen des Grundtones. Weniger gut, aber immer noch vollkommen ist die Harmonie des Tones, welcher $\frac{3}{2}$ mal so viel Schwingungen macht wie der Grundton, der Quinte. Schreitet man vom Grundton in Quinten aufwärts, so erhält man eine Reihe von Tönen, deren Schwingungszahlen in folgenden Verhältnissen stehen:

$$1 \quad \frac{3}{2} \quad \left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^3 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^4 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^5 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^6 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^7$$

oder $1 \quad \frac{3}{2} \quad \frac{9}{4} \quad \frac{27}{8} \quad \frac{81}{16} \quad \frac{243}{32} \quad \frac{729}{64} \quad \frac{2187}{128}$.

Diese Töne liegen in sehr großen Abständen und würden für sich noch nicht genügend sein, Melodien zu bilden. Es müssen also weitere Töne in die Reihe eingefügt werden, um eine musikalisch brauchbare Tonleiter zu erhalten. Nach dem pythagoräischen System trifft man die Wahl so, daß zu dem dritten

1) Nach Kirnberger, oder „w“ nach Tartinis Bezeichnungsweise. Lehmann, Leitfaden der Physik. 20

und vierten die erste untere Oktave, zu dem fünften und sechsten die zweite, zu dem siebenten und achten die dritte hinzugenommen wird. So entsteht, wenn man sich auf die in dem Intervall einer Oktave liegenden Töne beschränkt, folgende Reihe:

$$1 \frac{3}{2} \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{2} \frac{27}{8} \cdot \frac{1}{2} \frac{81}{16} \cdot \frac{1}{4} \frac{243}{32} \cdot \frac{1}{4} \frac{729}{64} \cdot \frac{1}{8} \frac{2187}{128} \cdot \frac{1}{8}$$

oder $1 \frac{3}{2} \frac{9}{8} \frac{27}{16} \frac{81}{64} \frac{243}{128} \frac{1}{3} 2,$

wobei statt der letzten beiden Brüche einfachere Annäherungswerte gesetzt sind.

Ordnet man diese Zahlen nach ihrer Größe, so entsteht nachfolgende Reihe:

$$1 \frac{9}{8} \frac{81}{64} \frac{1}{3} \frac{3}{2} \frac{27}{16} \frac{243}{128} 2.$$

Dies ist die Reihe der Schwingungszahlen der pythagoräischen Tonleiter.

Von c ausgehend erhalten wir folgende Töne¹⁾:

c	d	e	f	g	a	h	c ₁
130,5	146,8	163	174	195,7	217,5	245	261.

Von c₁ ausgehend, gelangen wir weiter zu:

c ₁	d ₁	e ₁	f ₁	g ₁	a ₁	h ₁	c ₂
261	293,6	326	348	391,5	435	489	522
c ₂	d ₂	e ₂	f ₂	g ₂	a ₂	h ₂	c ₃
522	587	652,5	696	783	870	979	1044
c ₃	d ₃	e ₃	f ₃	g ₃	a ₃	h ₃	c ₄
1044	1174	1305	1392	1566	1740	1957	2088
c ₄	d ₄	e ₄	f ₄	g ₄	a ₄	h ₄	c ₅
2088	2349	2610	2784	3132	3480	3915	4176.

Nach abwärts fortgesetzt, ergeben sich:

c-2	d-1	e-1	f-1	g-1	a-1	h-1	c-1
65,2	73,4	81,56	87	97,9	108,7	122,5	130,5
c-3	d-2	e-2	f-2	g-2	a-2	h-2	c-2
32,62	36,7	40,78	43,5	48,9	54,4	61,2	65,25
c-4	d-3	e-3	f-3	g-3	a-3	h-3	c-3
16,31	18,35	20,4	21,7	24,4	27,2	30,6	32,62.

304. Die diatonische Tonleiter. Vergleicht man zwei aufeinander folgende Töne der pythagoräischen Tonleiter, so ergeben sich nachstehende Verhältnisse der Schwingungszahlen:

$$\frac{9}{8} \frac{9}{8} \frac{256}{243} \frac{9}{8} \frac{9}{8} \frac{9}{8} \frac{256}{243}$$

¹⁾ Die Zahlen sind nicht genau den pythagoräischen Verhältnissen entsprechend berechnet, sondern gemäß der weiter unten zu besprechenden natürlich reinen Stimmung.

Die Intervalle $\frac{9}{8}$ nennt man ganze, die Intervalle $\frac{256}{243}$ halbe Töne (\sharp Erhöhung, \flat Erniedrigung um $\frac{1}{2}$ Ton).

Die Tonstufen sind also ungleichmäßig und man muß, um eine gleichmäßig ansteigende sogenannte diatonische Tonleiter zu erhalten, noch weitere Tonintervalle einschalten, welche die ganzen Tonintervalle halbieren. So entsteht folgende Reihe von 12 Tönen nach dem Grundton c:

c cis d dis e f fis g gis a ais h c₁.

305. Gleichschwebende Temperatur. Wie bereits in § 303 gezeigt, kann man durch siebenmaliges Aufsteigen in Quinten nicht zu der vierten Oktave gelangen. Man erhält den Ton, dessen Verhältnis zum Grundton $\frac{2^{107}}{3^{120}} = 17$, also nicht genau $= 2^4 = 16$ ist, d. h. nicht die genaue Schwingungszahl der vierten Oktave hat.

Obenjowenig gelangt man natürlich zum Grundton zurück, wenn man von der reinen vierten Oktave in sieben Quinten rückwärts schreitet. Man erhält dabei eine Reihe von Tönen, welche den beim Aufsteigen gewonnenen annähernd, aber nicht genau gleich sind. Die Nichtübereinstimmung tritt deutlich hervor, wenn wir die beiden Reihen in den gebräuchlichen musikalischen Bezeichnungen untereinander schreiben und nicht nur in sieben, sondern, der diatonischen Tonleiter entsprechend, in zwölf Quinten aufwärts und abwärts schreiten.

c-3	g-3	d-2	a-2	e-1	h-1	
deses-3	ases-3	eses-2	bb-2	fes-1	ces	
fis	cis ₁	gis ₁	dis ₂	ais ₂	eis ₃	his ₃
ges	des ₁	as ₁	es ₂	b ₂	f ₃	c ₄

Zwölf Quinten sind sehr nahe gleich sieben Oktaven, denn $(\frac{3}{2})^{12} = 130$ und $2^7 = 128$, aber die Übereinstimmung ist, wie man sieht, keine vollkommene.

Um nun die Tonleiter musikalisch verwerten zu können, müßte die Klaviatur des Musikinstrumentes eigentlich alle Töne derselben enthalten. Sie würde aber viel zu kompliziert und unhandlich werden, wollte man auf die betrachteten kleinen Unterschiede Rücksicht nehmen. Man ist deshalb übereingekommen, die Unterschiede in der Art auszugleichen, daß man zur Herstellung der diatonischen Tonleiter einfach das ganze Intervall der Oktave in zwölf gleiche Teile teilt, so daß die Verhältnisse der Schwingungszahlen zu der des Grundtones dargestellt werden durch die folgende Reihe:

c	cis	d	dis	e	f	fis	g	gis	a	ais	h	c
1	$1\frac{1}{12}$	$1\frac{2}{12}$	$1\frac{3}{12}$	$1\frac{4}{12}$	$1\frac{5}{12}$	$1\frac{6}{12}$	$1\frac{7}{12}$	$1\frac{8}{12}$	$1\frac{9}{12}$	$1\frac{10}{12}$	$1\frac{11}{12}$	2.
												20)*

Die so hergestellte diatonische Tonleiter nennt man die gleichschwebend temperierte Tonleiter, weil jeder Ton mit dem folgenden, da die Differenz der Schwingungszahlen jeweils $\frac{1}{12}$ beträgt, gleichviel Schwebungen macht. (Nachweis der Übereinstimmung der Schwebungen mittels des Harmoniums.)

Diese Tonleiter hat noch den wesentlichen Vorteil, daß sich die Töne wegen der gleichen Zahl von Schwebungen sehr leicht stimmen lassen. Sie entspricht aber nicht den Gesetzen der vollkommenen Harmonie, so daß z. B. die Quinten, auf einem mit temperierter Stimmung versehenen Instrument angegeben, weit weniger rein und wohlklingend erscheinen als auf einem solchen mit pythagoräischer Stimmung (Intervallapparat).

306. Die natürlich reine Stimmung. Auch die pythagoräische Stimmung entspricht nicht vollkommen den natürlichen Harmonieverhältnissen, da (nach v. Helmholtz) zwei Töne nur dann vollkommen harmonisch sind, wenn keine störenden Schwebungen ihrer Obertöne auftreten, d. h. Schwebungen, welche in der Häufigkeit von 33 pro Sekunde erfolgen.

Außer bei der Oktave lassen sich Schwebungen der Obertöne überhaupt nicht vermeiden, eine vollkommene Harmonie anderer Töne ist also nicht möglich. Je nachdem sie nun mehr oder weniger vollkommen ist, d. h. je nachdem die Schwebungen der Obertöne wenig oder erheblich störend hervortreten, unterscheidet man nach v. Helmholtz Töne, welche im ersten und im zweiten Grade verwandt sind.

Im ersten Grade verwandt sind Klänge, welche zwei gleiche Partialtöne haben, z. B.:

$$1 \quad \frac{3}{4} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{9}{5} \quad 2,$$

welche ganz oder nahezu den folgenden Tönen der pythagoräischen Tonleiter entsprechen:

$$c \quad e \quad es \quad f \quad g \quad a \quad as \quad c_1.$$

Im zweiten Grade verwandt sind Klänge, welche mit demselben dritten im ersten Grade verwandt sind.

Stellen wir nun diejenigen dieser natürlich verwandten Töne zusammen, welche den Tönen der pythagoräischen Tonleiter am nächsten kommen, so erhalten wir folgende sogenannte natürlich reine Tonleiter:

$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{15}{8} \quad 2 \\ c \quad d \quad e \quad f \quad g \quad a \quad h \quad c_1.$$

Die Intervalle dieser Töne sind:

$$\frac{9}{8} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{16}{15} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{16}{15}.$$

An Stelle des halben Tonintervalls $\frac{256}{243}$ der pythagoräischen Tonleiter tritt also in der natürlich reinen das Verhältniß $\frac{16}{15}$. Da nun $\frac{256}{243} = \frac{16}{15} \cdot \frac{80}{81}$, so ist das pythagoräische Intervall $\frac{80}{81}$ mal (um ein „Komma“) kleiner als der Halbton der natürlichen Tonleiter.

Im Verhältniß zum Grundton c werden die Töne in folgender Weise bezeichnet: d: Sekunde, e: große Terz, f: Quarte, g: Quinte; a: große Sexte, h: Septime, c₁: Oktave, g₁: Duodecime. Der Ton es (= $\frac{9}{8}$) heißt kleine Terz.

307. Dur- und Moll-Tonleitern. Außer der eben betrachteten möglichst wohlklingenden Zusammenstellung von Tönen der sogenannten C-Dur-Tonleiter kann man noch eine weniger vollkommene Reihe verwandter Töne bilden, die sich von der vorigen zwar nur wenig unterscheidet, immerhin aber bei Verwendung zur Bildung von Melodien und Akkorden weniger frisch und voll klingt wie die vorige, sondern weich, gedämpft, die sogenannte C-Moll-Tonleiter.

$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{15}{8} \quad 2$$

$$c \quad d \quad es \quad f \quad g \quad a \quad h \quad c_1$$

Dabei kann auch an Stelle von a der Ton as = $\frac{9}{8}$ und an Stelle von h der Ton b = $\frac{3}{2}$ gewählt werden.

Multipliziert man alle Zahlen der c-Dur-Tonleiter mit $\frac{9}{8}$, so erhält man eine von d ausgehende Dur-Tonleiter. In ähnlicher Weise entstehen andere Dur- und Moll-Tonleitern, z. B.:

Dur-Tonleitern:

$$\begin{array}{l} d\text{-Dur: } d \quad \overline{e} \quad \overline{fis} \quad g \quad a \quad h \quad \overline{cis_1} \quad d_1 \\ e\text{-Dur: } e \quad \overline{fis} \quad gis \quad a \quad h \quad cis_1 \quad \overline{dis_1} \quad e_1 \\ g\text{-Dur: } g \quad a \quad h \quad c_1 \quad d_1 \quad e_1 \quad \overline{fis_1} \quad g_1 \\ f\text{-Dur: } f \quad g \quad a \quad \overline{b} \quad c_1 \quad d_1 \quad e_1 \quad f_1 \\ a\text{-Dur: } a \quad h \quad cis_1 \quad \overline{d_1} \quad e_1 \quad fis_1 \quad \overline{gis_1} \quad a_1 \\ h\text{-Dur: } h \quad \overline{cis_1} \quad dis_1 \quad e_1 \quad \overline{fis_1} \quad gis_1 \quad \overline{ais_1} \quad h_1 \end{array}$$

Moll-Tonleitern:

$$\begin{array}{l} d\text{-Moll: } d \quad \overline{e} \quad \overline{f} \quad g \quad \overline{a} \quad b \quad c_1 \quad d_1 \\ es\text{-Moll: } es \quad \overline{f} \quad ges \quad as \quad b \quad ces \quad des \quad es_1 \\ f\text{-Moll: } f \quad g \quad as \quad \overline{b} \quad c_1 \quad \overline{des_1} \quad es_1 \quad f_1 \\ g\text{-Moll: } g \quad \overline{a} \quad b \quad c_1 \quad d_1 \quad es_1 \quad \overline{f_1} \quad g_1 \\ as\text{-Moll: } as \quad \overline{b} \quad ces \quad \overline{des_1} \quad es_1 \quad fes_1 \quad \overline{ges_1} \quad as_1 \\ b\text{-Moll: } b \quad \overline{c_1} \quad des_1 \quad es_1 \quad f_1 \quad ges \quad \overline{as_1} \quad b_1 \end{array}$$

Hierbei bedeuten Striche über einem Buchstaben einen um ein „Komma“, d. h. $\frac{80}{81}$ höheren Ton, desgleichen unterstrichene Buchstaben ebensoviel tiefere Töne.

Ein Klavier oder Harmonium, auf welchem diese Tonleitern gespielt werden sollen, müßte bedeutend mehr Tasten haben als ein gewöhnliches für gleichschwebende Temperatur eingerichtetes. Außer den bereits aus obiger Zusammenstellung ersichtlichen sind noch nötig die Töne ces, es, fes, ceses (= $\frac{24}{25} \cdot \frac{24}{25} \cdot c$), deses, deses, eses, geses, ases, bb und bb. Annähernd sind nämlich die Töne der gleichschwebend temperierten folgenden Tönen der natürlichen Tonleiter gleich:

c	= deses = deses
$\sharp c = \flat d$	= cis = \overline{cis} = des = <u>des</u>
d	= <u>d</u> = cisis = \overline{cisis} = eses
$\sharp d = \flat e$	= dis = <u>dis</u> = es = <u>es</u>
e = $\flat f$	= \overline{e} = disis = fes = <u>fes</u>
f = $\sharp e = \flat g$	= \overline{f} = eis = \overline{eis} = geses
$\sharp f = \flat g$	= fis = <u>fis</u> = ges
g	= fisis = \overline{fisis} = ases
$\sharp g = \flat a$	= <u>gis</u> = as = <u>as</u>
a	= a = $\flat b = \flat b$
$\sharp a = \flat h$	= b = <u>b</u> = ais = \overline{ais} = ceses ₁
h	= aisis = ces ₁ = <u>ces₁</u>
$\sharp h = \flat c_1$	= his = c ₁ .

Intervallapparat. Antoliks Polychord. Authentische Tonleiter des Ambrosius. Tongeschlechter des Clavicus. Melodie. Rhythmus. Reuten. Homophone und polyphone Musik. Organum und Distant. Kontrapunkt. Fuge. Generalbaß. Harmonische Musik. Dreiflangapparat. Dualistische Theorie. Tonika und Phonika. Grundton und Dominante. Verschmelzungstheorie. Gesetz der Komplifikation.

Sachregister.

A.

Ablenkung, elektrische, der Kathodenstrahlen 253.
 —, magnetische, der Kathodenstrahlen 253.
 Absolute Feuchtigkeit 61.
 Absoluter Brechungsquotient 274.
 Absorption von Wärmestrahlen 262.
 Absorptionshygrometer 60.
 Absorptionskoeffizient 56, 270.
 Achsen, optische 288.
 Adiabaten 147.
 Aero statif 45.
 Aero statische Waage 50.
 Akkumulator, hydraulischer 35.
 Akkumulatoren 199.
 —, Wirkungsgrad von 199.
 Akustik 302.
 Ampere 184.
 Aneroidbarometer 48.
 Anionen 189.
 Anodenstrahlen 255.
 Anomale Dispersion 276.
 Aperiodische Schwingungen 116.
 Äquipotentialflächen 173.
 Äquipotentiallinie 19.
 Äquivalent, elektrochemisches 196.
 Äquivalentkonzentration 160.
 Argon's Manometer 53.
 Arbeit 12.
 — durch Dampf 151.
 — eines Wechselstroms 242.
 Archimedisches Prinzip 37.
 Archivdiagramm 8.
 Archivometer 2.
 Armatur 224.
 Atome 9.
 Atomwärme 140.
 Auftrieb 37.

Auge 295.
 Ausdehnung der Gase 62.
 Ausdehnungskoeffizient fester Körper 72.
 — von Flüssigkeiten 64.
 Ausfluggeschwindigkeit 116.
 Ausflusskoeffizient 118.
 Ausladeelektromotor 185.
 Ausstrahlung, schiefe 269.
 Ausströmungsgeschwindigkeit von Gasen 129, 150.
 Avogadro's Gesetz 138.

B.

Ballistisches Galvanometer 218.
 Balmer's Formel 284.
 Barlow's Rad 220.
 Barometer 47, 48.
 Barometerkorrektion, bezügl. Dampftension 66.
 Barometerstand, Reduktion auf 0° 65.
 Barometrische Höhenmessung 54.
 Baroskop 50.
 Batterieelemente, Schaltung 192.
 Batterien, Stromwärme bei 191.
 —, Wirkungsgrad 191.
 Becquerelstrahlen 257.
 Beleuchtung, schiefe 269.
 Beschleunigung 7, 84.
 — eines Schwungrades 92.
 — — Wagens 91.
 —, Winkel= 7.
 Beugung 128, 282.
 Beugungsgitter 283.
 Bewegung, gezwungene 15.
 —, gleichförmig beschleunigte 84.
 — des Mondes 89.
 Bewegungsenergie 85.
 Bifilarpendel 101.

Bildgröße 273.
 Viot = Savarts Gesetz 213.
 — = — Clementargesetz 213.
 Bodendruck, hydraulischer 35.
 Boyle = Mariottes Gesetz 52, 138.
 Brechung der Strahlen 273.
 — in Linsen 277.
 — in Prismen 275.
 Brechungsquotient 274.
 Brechungsverhältnis 112.
 Brechungsvermögen, spezifisches 274.
 Brechungswinkel 112.
 Brillen 296.
 Brücke, Wheatstones 187.
 Buffone 213.

G.

Garnots Kreisprozeß 152.
 CGS-System 12.
 Charles' (Gay-Lussac = Charles' Geset') Gesetz 138.
 Chemische Erzeugung von Elektrizität 187.
 — kinetisch 164.
 — Strahlen 260.
 Chemisches Gleichgewicht 163.
 Chromatische Polarisation 289.
 Coulomb 170.
 Coulombs Gesetz 170, 182.

D.

Daltons Gesetz 56.
 Dampf, Arbeit durch 151.
 Dampfdichte 67, 139.
 Dämpfe, gesättigte und ungesättigte 58.
 Dampfmaschine 145, 151.
 Dampfspannung von Gemengen 60.
 Dampftension 157.
 Dämpfungsverhältnis 115.
 Daniels Clement 190.
 DASYmeter 50.
 Decimegadyne 11.
 Dekrement, logarithmisches 115.
 Diamagnetische Stoffe 210.
 Diatonische Tonleiter 306.
 Dichte 9, 180.
 Dichtigkeit der Gase 49.
 Dickenmesser 3.
 Dielektrizitätskonstante 182.
 Differentialgalvanometer 218.
 Diffusion 41.
 — und Partialdruck 56.
 Dioptrie 277, 296.
 Dispersion, anomale 276.

Dissipation der Energie 165.
 Dissoziation, elektrolytische 200.
 Dissoziationsgrad 140.
 Doppelbrechung 287.
 Dopplers Prinzip 284.
 Drahtwellen, elektrische 245.
 Drehung der Polarisationssebene 290
 —, spezifische 290.
 Drehungsmittelpunkt 91.
 Drehwaage 12.
 Dreifacher Punkt 76.
 Droffelpule 237.
 Druck der Gase 45.
 —, osmotischer 44, 158.
 — und Schmelzpunkt 157.
 — — Siedepunkt 67.
 — — Umwandlungstemperatur 157.
 Druckhöhenverlust 118.
 — in Röhren 118.
 Druckluftmotor 143.
 Durchstoß durch Kapillaren 120.
 Dur-Tonleitern 309.
 Dynamik 84.
 Dynamomaschinen 230.
 —, deren Wirkungsgrad 231.
 Dynamometer 95, 222.

E.

Ebene, schiefe 16.
 Effekt 12.
 Effektive Spannung 234.
 Effektübertragung 93.
 Eichen von Meßzylindern 33.
 Eigenschwingungsdauer eines Schwingungskreises 243.
 Einfallswinkel 96.
 Einheiten, natürliche 287.
 Einziehen eines Magnetpols in eine Drahtspule 214.
 Eisalorimeter und -pyrometer 79.
 Elastische Körper, Stoß 96.
 Elektrische Ablenkung der Kathodenstrahlen 253.
 — Drahtwellen 245.
 — Energie, spezifische 183, 247.
 — Flächen-dichte 178.
 — Masse der Elektronen 199.
 —, potentielle Energie einer 171.
 — Schwingungen 243.
 — Sonde 176.
 — Spannung 172.
 Elektrifizierungs-konstante 182.
 Elektrizität 169.
 —, Erzeugung auf chemischem Wege 187.

Elektrochemisches Äquivalent 196.
 Elektrodenlose Vakuumröhren 249.
 Elektrodynamische Motoren 224.
 Elektrodynamometer 222.
 Elektrolyse 189.
 Elektrolytische Dissoziation 200.
 Elektrolytische Gesetze 195.
 Elektromagnetische Strahlung 258.
 Elektrometer 175. 185.
 Elektromotoren mit Eisen 225.
 —, deren Gegenkraft 231.
 Elektromotorische Kraft 188.
 — — galvanischer Elemente 198.
 — — bei Wechselstrommaschinen 233.
 Elektronen 169. 199. 251.
 Elektrostatik 169.
 Elektrostatische Induktion 182.
 Elemente 190. 192. 198.
 Emission von Wärmestrahlen 262.
 Energie der Gasmoleküle 149.
 — — Lage 14.
 — — Schwingungen 113.
 —, Dissipation der 165.
 — eines Schwungrades 90.
 —, Entwertung der 165.
 —, Erhaltung der 13.
 —, freie 155.
 —, magnetische 246.
 —, potentielle 14. 171. 177. 208. 222.
 —, spezifische elektrische 183. 247.
 —, — magnetische 246.
 —, Zerstreuung der 165.
 Energieaufspeicherung, pneumatische 55.
 Energiekurve des Spektrums 284.
 Entladungen 248.
 Entladungsgradient 248.
 Entropie 155. 165.
 Entwertung der Energie 165.
 Erdinduktor 229.
 Erg 13.
 Erhaltung der Energie 13.
 Erstarren und Schmelzen von Gemengen 74.
 Erstarrungswärme 78.
 Erzeugung von Elektrizität auf chemischem Wege 187.
 Expansionsfälle bei Gasen 83.
 Extrastrom 236.

F.

Fallmaschine 11. 93.
 Fallrinne 7.
 Farben dünner Blättchen 280.

Farben, gebrochene 301.
 —, gefättigte und ungefättigte 301.
 Farbenafforde 301.
 Farbenharmonie 301.
 Farbertriaden 301.
 Fehners Gesetz 299. 304.
 Federpendel 102.
 Federstromwage 215.
 Federwage 8.
 Feld, magnetisches, eines Stromes 212.
 Feldintensität, magnetische 207.
 Feldstärke 180.
 Fernrohr 297.
 Feste Körper, Ausdehnungskoeffizient 72.
 Feuchtigkeit 61. 82.
 Feuchtigkeitsgrad 61.
 Flächenichte, elektrische 178.
 —, magnetische 208.
 Flächenmessung 4.
 Fluida, imponderable 169.
 Fluoreszenz 271.
 Flüssige Kristalle 292.
 Flüssigkeiten 37.
 —, Ausdehnungskoeffizient 64.
 —, Gasabsorption durch 65.
 —, Kompressibilität 43.
 —, Longitudinalschwingungen in 128.
 Flüssigkeitsdruck 34.
 Fortschreitende Wellen 105.
 Freie Energie 155.
 Fritter 260.
 Funktionen, trigonometrische 5.

G.

Galvanische Elemente, deren elektromotorische Kraft 198.
 — Ströme und deren Regulierung 190.
 Galvanismus 187.
 Galvanometer 216. 218.
 Galvanoplastik 197.
 Ganze Töne 307.
 Gasabsorption durch Flüssigkeiten 65.
 Gase 52.
 —, Ausdehnung 62.
 —, Ausströmungsgeschwindigkeit 129. 150.
 —, Dichtigkeit 49.
 —, Expansionsfälle 83.
 —, innere Reibung 130.
 —, Kompressibilität 52.
 —, Trägheitswiderstand 131.
 —, übervollkommene 150.
 —, unvollkommene 150.

Gase, Volumen und Druck 45.
 Gaskonstante 63.
 Gasmoleküle, Energie 149.
 Gasmotor 145.
 Gastheorie, kinetische 137.
 Gasvolumen, Reduktion auf Normal-
 druck 53.
 —, — Normalzustand 64.
 Gay=Lussac=Charles' Gesetz 138.
 —=—=Mariottes Gesetz 63.
 Gebrochene Farben 301.
 Gedämpfte Schwingungen 114.
 — Wellen 114.
 Gefäße, kommunizierende 36.
 Gefrierpunktserniedrigung, moleku-
 lare 162.
 Gegenkraft der Elektromotoren 231.
 Geladene Kondensatoren, potentielle
 Energie 177.
 Gemenge, Dampfspannung 60.
 —, deren Schmelzen und Erstarren 74.
 Gesättigte Farben 301.
 — und ungesättigte Dämpfe 58.
 Geschlossenes Manometer 53.
 Geschwindigkeit 132.
 Geschwindigkeit 6.
 — der Luftwellen 149.
 —, Winkel= 6.
 Gewicht, Wärme= 153.
 Gewichtsfuß 8. 11.
 Gezwungene Bewegung 15.
 Gitterkonstante 283.
 Gleichförmig beschleunigte Bewegung
 84.
 Gleichgewicht, chemisches 163.
 Gleichgewichtskoeffizient 164.
 Gleichschwebende Temperatur 307.
 Gleitstück im Magnetfeld 219.
 Leitung 119.
 Soniometer 4.
 Grenzwinkel der Totalreflexion 112.
 274.
 Größe, scheinbare 295.
 Güterverhältnis der Dynamomaschinen
 290.
 — einer Lichtquelle 301.
 Gyroskop 87.

G.

Halbe Töne 307.
 Halbschatten 291.
 Harmonie 305.
 Hauptaximut 295.
 Hauptebenen 277.
 Haupteinfallswinkel 295.

Hauptstrommotor 232.
 Hebelwage 18.
 Helligkeit 300.
 Henry Daltons Gesetz 58.
 Hochdruck=Spannungsmesser 195.
 — = Strommesser 195.
 Höhenlinie 19.
 Höhenmessung, barometrische 54.
 Höhenwert 298. 304.
 Hohlspiegel 272.
 Homöotropie 292.
 Hydraulische Presse 34.
 Hydraulischer Akkumulator 35.
 — Bodendruck 35.
 Hydrodynamische Mühle 123.
 Hydrometer 36.
 Hydrostatik 33.
 Hygrometer 60. 81.
 Hysteresis 248.

H.

Impedanz 239.
 Imponderable Fluida 169.
 Induktanz 237.
 Induktion, elektrostatische 182.
 — in geschlossenen Leitern 228.
 — — offenen Leitern 226.
 —, magnetische 210.
 Influenz 175.
 —, magnetische 208.
 Influenzmaschine 179.
 Innere Reibung 118.
 — — der Gase 130.
 Instrumente, optische 295.
 Intensität der Strahlung 136. 264.
 — — Wellenbewegung 164.
 — des Wärmestroms 166.
 Interferenz=Spektroskopie 283.
 — zweier Strahlenbündel 279.
 Ionengeschwindigkeiten 202.
 Joule 13.
 Joules Gesetz 187.
 — und Thomsons Versuche 150.
 Isolatoren 170.
 Isosmotische Lösungen 160.
 Isothermen 146.
 Isotonische Lösungen 161.

I.

Kalibrieren von Röhren 33.
 Kalorie 76.
 Kalorimeter 79. 194. 270.
 Kalorimetrische Pyrometer 78.
 — Spannungsmessung 194.

Kalorimetrische Strommessung 194.
 — Widerstandsmessung 194.
 Kanakstrahlen 254.
 Kapazität 240.
 Kapazität 177.
 —, Leitungen mit 241.
 —, Wärme- 76.
 —, Wechselstromleitungen mit 240.
 Kapillaren, Durchfluß durch 120.
 Kapillarität 38.
 Kapillarwellen 128.
 Kathodenstrahlen 250. 252. 253.
 Kationen 189.
 Kettenpendel 101.
 Kilogrammometer 13.
 Kinetik, chemische 164.
 Kinetische Gastheorie 137.
 Kirchhoff's Gesetze 121.
 — Satz betr. Strahlung 263.
 Klangfarbe 305.
 Koerzitivkraft 209.
 Kohärer 260.
 Kollektor, Tropfen- 176.
 Komma 310.
 Kommunizierende Gefäße 36.
 Komparator 2.
 Kompensationsmethode 218.
 Kompressibilität der Flüssigkeiten 43.
 — — Gase 52.
 Kompressionsarbeit 131.
 Kondensanz 240.
 Kondensationswärme 80.
 Kondensatoren 181.
 Konduktor, Spannung auf einem 174.
 Konduktoren, potentielle Energie ge-
 ladener 177.
 Konisches Pendel 98.
 Konjugierte Punkte 273.
 Konstante Elemente 190.
 Konzentration 39.
 —, räumliche 40.
 Konzentrationsgefälle 41.
 Konzentrationsfetten 204.
 Körper, elastische 96.
 — feste, Ausdehnungskoeffizient 72.
 — unelastische 95.
 Körperlicher Winkel 5.
 Kraft, elektromotorische 188. 198. 233.
 — zwischen parallelen Strömen 220.
 Kräftepaar 97.
 Kräfteplan 17.
 Kräftepolygon 17.
 Kraftlinien 19. 173.
 Kraftlinienzahl 180. 208.
 Kraftmessung 10.

Krafttröhre 181.
 Kraftübertragung durch Riemen 95.
 Kreisprozeß 152.
 Kristalle, flüssige 292.
 Kritische Temperatur 71.
 Kundts Staubfiguren 135.

L.

Ladungsteilung 170.
 Lage, Energie der 14.
 Längenmessung 2.
 Leerer Raum, Reduktion einer Wä-
 gung auf diesen 49.
 Leiter 170. 226. 228.
 Leitfähigkeit, molekulare 201.
 Leitung, Wärme- 166. 167.
 Leitungen mit Kapazität und Selbst-
 induktion 241.
 Lenardstrahlen 255.
 Licht, dessen Polarisation 287.
 Lichtäquivalent, mechanisches 265.
 Lichtdruck 266.
 Lichtquelle, Güteverhältnis einer 301.
 —, Wirkungsgrad 301.
 Lichtstrahlen 260.
 —, deren Wellenlängen 280.
 Lichtwellen, deren Schwingungszahlen
 280.
 Linsen, Brechung in 277.
 Linsensysteme 278.
 Log 123.
 Logarithmisches Dekrement 115.
 Longitudinalschwingungen in Flüssig-
 keiten 128.
 Longitudinalwellen 109.
 Löslichkeit 39. 41.
 —, deren Zunahme mit der Wärme 73.
 Lösungen, isosmotische 160.
 —, isotonische 161.
 Lösungswärme 79.
 Luftballon 51.
 Luftpumpen 47.
 —, deren Verdünnungsgrad 54.
 Luftwellen 133.
 —, deren Geschwindigkeit 149.
 Lumineszenzercheinungen 271.
 Lupe 297.

M.

Magneten, Tragkraft 211.
 Magnetfeld, Stromspeiche im 220.
 Magnetische Ablenkung der Kathoden-
 strahlen 253.
 — Energie 246.
 — Feldintensität 207.

- Magnetische Flächendichte 208.
 — Induktion 210.
 — Influenz 208.
 — Masse 206.
 — Permeabilität 210.
 — Sättigung 210.
 — Suszeptibilität 209.
 Magnetischer Widerstandskoeffizient 210.
 Magnetisches Feld eines Stromes 212.
 Magnetismus 206.
 Magnetoelektrische Maschinen 229.
 Magnetpol, Einziehen in eine Drahtspule 214.
 —, potentielle Energie 208.
 Manometer 34, 45, 53.
 Manometerstand, Reduktion auf 0° 65.
 Mariotte-Gay-Lussacs Gesetz 63.
 Maschinen, magnetoelektrische 229.
 —, thermodynamische 153.
 —, umkehrbare 155.
 —, Wechselstrom- 232.
 Masse 7.
 —, magnetische 206.
 —, potentielle Energie einer elektrischen 171.
 —, scheinbare, der Elektronen 251.
 Massenkonzentration 40.
 Massenwirkungsgesetz 163.
 Maßflasche 185.
 Mechanische Wärmetheorie 137.
 Mechanisches Lichtäquivalent 265.
 — Wärmeäquivalent nach Hirn 145.
 — — — Joule 144.
 — — — R. Mayer 142.
 Mehrleitersysteme 193.
 Melodie 305.
 Messung, Winkel- 4.
 Meßbrücke 121, 187, 217.
 Meßzylinder, deren Eichung 33.
 Meterkilogramm 13.
 Mho 193.
 Mikroskop 297.
 Mischungen, Siedepunkt von 69.
 Mittelpunkt des Stoßes 96.
 Mittlere Spannung 234.
 Molekulardurchmesser 141.
 Molekulare Gefrierpunktniedrigung 162.
 — Leitfähigkeit 201.
 — Siedepunkterhöhung 162.
 Molekulargeschwindigkeit 140.
 Molekulargewicht und osmotischer Druck 158.
 Molekularkonzentration 160.
 Molekularrefraktion 274.
 Molekularwärme 140.
 Moleküle 9, 141.
 Moll-Leitern 309.
 Momente 14.
 Mondbewegung 89.
 Motor, Nebenschluß- 232.
 Motoren, elektrodynamische 224.
 —, Verbund- 232.
 —, Wasser- 35.
 Motorzähler 225.
 Mühle, hydrodynamische 123.
 Müllersche Streifen 290.
 Muskelkraft 12.
- N.**
- Natürlich reine Stimmung 308.
 Natürliche Einheiten 287.
 Natürliches logarithmisches Defrement 115.
 Nebenschlußmotor 232.
 Neumanns Gesetz 140.
 Newtons Ringe 280.
 Nicols Prisma 288.
 Niveaulächen 173.
 Niveaulinien 19, 122.
 Nonius 3.
 Normalamplitude 304.
 Normaldruck, Reduktion eines Gasvolumens auf 53.
 Normale Sehweite 296.
 Normaler Siedepunkt 67.
 Normalzustand, Reduktion eines Gasvolumens auf 64.
 Nummer einer Brille 296.
- O.**
- Oberflächenspannung 37, 48.
 Obertöne 305.
 Ohms Gesetz 120.
 Oktave 302.
 Optik 295.
 Optische Achsen 288.
 — Instrumente 295.
 Osmose 44.
 Osmotischer Druck 44.
 — — und Molekulargewicht 158.
- P.**
- Parallele Ströme 220.
 Parallelogrammgesetz 15.
 Paramagnetische Stoffe 210.
 Partialdruck 56.
 Pendel 98, 99, 100.

Permeabilität, magnetische 210.
 Phosphoreszenz 271.
 Photometer 268.
 Physikalischer Wirkungsgrad der Strahlung 268.
 Physikalisches Pendel 99.
 Physiologischer Wirkungsgrad einer Lichtquelle 301.
 Pitots Röhre 118.
 Planimeter 4.
 Pneumatische Energieaufspeicherung 55.
 Polarisation, chromatische 289.
 — des Lichtes 287.
 — durch Reflexion 294.
 —, galvanische 190. 198.
 Polarisationsebene 290. 294.
 Polygon der Kräfte 17.
 Polymorphie 158.
 Potential 18. 172.
 Potentielle Energie 14.
 — — einer elektrischen Masse 171.
 — — eines Magnetpols 208.
 — — geladener Konduktoren 177.
 — — zweier Ströme aufeinander 222.
 Präzessionsbewegung 88.
 Presse, hydraulische 34.
 Prevost's Satz 263.
 Prisma, Nicol'sches 288.
 Prismen, Brechung in 275.
 Psychophysik'sches Grundgesetz 304.
 Psychrometer 81.
 Punkte, konjugierte 273.
 Purkinje = Phänomen 299.
 Pyrometer 33.
 Pyrometer (Eis-) 79.
 —, kalorimetrische 78.
 Pythagoräische Tonleiter 306.

D.

Quecksilberluftpumpe 47.

R.

Räder, Wasser= 122. 124.
 Räderwerk 14.
 Radiant 4.
 Räumliche Konzentration 40.
 Raummessung 4.
 Reaktion 124.
 Reaktionsisochore 164.
 Reaktionsisotherme 163.
 Reaktionsstrommesser 124.
 Reaktionswärme 79.
 Reaktionswasserrad 124.
 Rechenchieber 3.

Reduktion einer Wägung auf den leeren Raum 49.
 — eines Gasvolumens auf Normaldruck 53.
 — — — Normalzustand 64.
 — von Barometer- und Manometerstand auf 0° 65.
 Reduzierte Zustandsgleichung 71.
 Reflexion, Polarisation durch 294.
 —, Total- 112. 274.
 Reflexionswinkel 96.
 Reibung, innere 118. 130.
 Reine Stimmung 308.
 Relative Feuchtigkeit 61.
 Reversionspendel 100.
 Ringarmatur 224.
 Ringe, Newton's 280.
 Röhre, Pitots 118.
 Röhren, Druckhöhenverlust in 118.
 —, Kalibrieren von 33.
 Röntgenstrahlen 256.
 Rückstoß 132.

S.

Saitenschwingungen 104.
 Sättigung 39.
 —, magnetische 210.
 Schaltung von Batterieelementen 192.
 Scheinbare Größe 295.
 — Masse der Elektronen 251.
 Schiefe Ausstrahlung 269.
 — Beleuchtung 269.
 — Ebene 16.
 Schmelzen und Erstarren von Gemengen 74.
 Schmelzpunkt 73.
 — und Druck 157.
 Schmelzwärme 78.
 Schraube 16.
 Schublehre 3.
 Schwefelätherhygrometer 81.
 Schwellenwert 298. 304.
 Schwerkraft, Veränderlichkeit der 89.
 Schwerpunkt 17.
 Schwimmen 37.
 Schwingungen, aperiodische 116.
 —, elektrische 243.
 —, Energie der 113.
 —, gedämpfte 114.
 —, Torsions= 102.
 — von Saiten 104.
 —, Wasser= 127.
 Schwingungsebene 294.
 Schwingungskreis, Eigenschwingungsdauer 243.

- Schwingungszahlen der Lichtwellen 280.
 Schwungrad, Beschleunigung 92.
 —, Energie 90.
 Schweite 296.
 Seifenblase 48.
 Selbstinduktion 236.
 —, Leitungen mit 241.
 —, Wechselstromleitungen mit 238.
 Senkwaage 37.
 Siedepunkt, normaler 67.
 — und Druck 67.
 — von Mischungen 69.
 Siedepunktserhöhung, molekulare 162.
 Sonde, elektrische 176.
 Spannung 172, 234.
 — auf einem Konduktor 174.
 —, mittlere 234.
 —, Zerfalls- 198.
 Spannungsmesser 195.
 Spannungsmessung, kalorimetrische 194.
 Spektrallinienserien 284.
 Spektroskopie 283.
 Spektrum, Energiekurve 284.
 Spezifische Drehung 290.
 — elektrische Energie 183, 247.
 — magnetische Energie 246.
 Spezifischer Widerstand 186.
 Spezifisches Brechungsvermögen 274.
 — Strahlungsvermögen 267.
 — Volumen 10.
 — Wärmeleitungsvermögen 167.
 Spiegel 272.
 Stabschwingungen 100, 108.
 Stangenzirkel 2.
 Statif 2.
 Staubfiguren 135.
 Stefan-Boltzmanns Strahlungsgesetz 267.
 Stehende Wellen 105.
 Stimmung, natürlich reine 308.
 Stöchiometrie 139.
 Stoffe, paramagnetische 210.
 Stoß elastischer Körper 96.
 —, dessen Mittelpunkt 96.
 — unelastischer Körper 95.
 Stoßstrommesser 124.
 Stoßwirkung der Kathodenstrahlen 252.
 — des Wassers 122.
 Stoßzahl der Moleküle 141.
 Strahlen, Brechung der 273.
 —, chemische 260.
 —, Wärme- 260, 262.
 Strahlenbündel, Interferenz zweier 279.
 Strahlung 136, 258, 263, 264.
 —, Wirkungsgrad 268.
 Strahlungsgesetz 267.
 Strahlungskalorimeter 270.
 Strahlungsvermögen, spezifisches 267.
 Streifen, Müllersche 290.
 Strom, magnetisches Feld 212.
 —, Wärme- 166.
 Stromarbeit 125, 184, 185.
 —, galvanische, und deren Regulierung 190.
 —, parallele 220.
 —, potentielle Energie zweier aufeinander 222.
 Stromkalorimeter 194.
 Stromlinien 122.
 Strommesser 124, 195.
 Strommessung, kalorimetrische 194.
 Stromspeiche im Magnetfeld 220.
 Stromstärke und Stromarbeit 184.
 Strömungsgeschwindigkeit 116.
 Stromverzweigung 121, 193.
 Stromwärme 185.
 — bei Batterien 191.
 Stufengitter 283.
 Sublimation und Umwandlungskurven 75.
 Suszeptibilität, magnetische 209.
- T.**
- Tangentenbusssole 213.
 Taupunkt 82.
 Teilmaschine 3.
 Teilungskoeffizient 40.
 Temperatur 62.
 —, gleichschwebende 307.
 —, kritische 71.
 —, Umwandlungs- 157.
 Thermodynamik 137, 153.
 Thermodynamische Maschine 153.
 Thermoelktrizität 205.
 Thomsons Satz 156.
 — Versuche 150.
 Töne, ganze 307.
 —, halbe 307.
 Tonhöhe 302.
 Tonleiter, diatonische 306.
 —, pythagoräische 306.
 Tonleitern, Dur- und Moll- 309.
 Tonstärke 303.
 Torsionsschwingungen 102.
 Totalreflexion 112, 274.
 Tourenzähler 6, 94.

Trägheitsgesetz 7.
 Trägheitsmoment 91.
 Trägheitsradius 91.
 Trägheitswiderstand 125.
 — bei Gasen 131.
 Tragkraft eines Magneten 211.
 Transformatoren 236.
 —, Übersetzungsverhältnis 237.
 Trigonometrische Funktionen 5.
 Tripelpunkt 76.
 Trommelarmatur 224.
 Tropfenkollektor 176.
 Tropflufpumppe 47.

II.

Überdruck 46.
 Überführungszahl 202.
 Übersetzungsverhältnis eines Transformators 237.
 Übertragungsdynamometer 95.
 Übervollkommene Gase 150.
 Uhr, Wasser= 123.
 Umkehrbare Maschinen 155.
 Umwandlungskurven 75.
 Umwandlungstemperatur und Druck 157.
 Umwandlungswärme 78. 156.
 Unelastische Körper 95.
 Ungefättigte Dämpfe 58.
 — Farben 301.
 Unvollkommene Gase 150.

B.

Vakuummeter 47.
 Vakuumröhren, elektrodenlose 249.
 Veränderlichkeit der Schwerkraft 89.
 Verbrennungswärme 83.
 Verbundmotor 232.
 Verdampfungswärme 80.
 Verdet'sche Konstante 291.
 Verdünnungsgrad der Luftpumpe 54.
 Verdunsten 59.
 Vergrößerung 297.
 Verschiebungsgesetz, Wiens 285.
 Viskosität 118.
 Voltainduktion 234.
 Volumen der Gase 45.
 —, spezifisches 10.
 Volumenenergie 51.
 Volumenometer 54.

W.

Wage 12. 18. 50.
 Wagen, Beschleunigung 91.
 Wägung, Reduktion auf den leeren Raum 49.

Wärme, Kondensations= 80.
 —, Molekular= 140.
 —, Reaktions= 79.
 —, Strom= 185.
 —, Umwandlungs= 78. 156.
 —, Verbrennungs= 83.
 —, Verdampfungs= 80.
 —, Zunahme der Löslichkeit mit der 73.
 Wärmäquivalent, mechanisches, nach Hirn 145.
 —, —, — Joule 144.
 —, —, — H. Mayer 142.
 Wärmegewicht 153.
 Wärmekapazität 76.
 Wärmeleitung 166.
 Wärmeleitungsvermögen, spezifisches 167.
 Wärmemenge 76.
 Wärmestrahlen 260. 262.
 Wärmestrom, dessen Intensität 166.
 Wärmethorie, mechanische 137.
 Wärmewirkung der Kathodenstrahlen 252.
 Wasser, Stoßwirkung 122.
 Wassermotor 35.
 Wasserräder 122. 124.
 Wasserchwingungen 127.
 Wasseruhr 123.
 Wasserwellen 127.
 Wasserzoll 117.
 Watt 13.
 Weber's Gesetz 299. 304.
 Wechselstrom, dessen Arbeit 242.
 —, Zusammenlegung 234.
 Wechselstromleitungen mit Kapazität 240.
 — mit Selbstinduktion 238.
 Wechselstrommaschinen 232.
 —, elektromotorische Kraft bei 233.
 Wellenlänge der Moleküle 141.
 Wellen, fortschreitende 105.
 —, gedämpfte 114.
 —, in ausgebehten Medien 111.
 —, stehende 105.
 —, Wasser= 127.
 —, zusammengesetzte 106.
 Wellenbewegung, Intensität der 114.
 Wellenform 106.
 Wellenlängen der Lichtstrahlen 250.
 Wheatstone's Brücke 187.
 Widerstand 186.
 —, Trägheits= 125. 131.
 Widerstandscoefficient, magnetischer 210.

Widerstandsmessung, kalorimetrische 194.
 Wiens Verschiebungsgesetz 285.
 Winkel, körperlicher 5.
 Winkelbeschleunigung 7.
 Winkelgeschwindigkeit 6.
 Winkelmessung 4.
 Wirkungsgrad von Akkumulatoren 199.
 — — Batterien 191.
 — der Dynamomaschinen 231.
 — einer Lichtquelle 301.
 — der Strahlung 268.
 — einer thermodynamischen Maschine 153.
 Wurfbewegung 86.
 Wurfsweite 117.

3.

Zeemaneffekt 293.
 Zeigerwaage 18.
 Zeitmessung 5.
 Zentrifugalkraft 86.
 Zersetzungsspannung 198.
 Zerstreuung der Energie 165.
 Zunahme der Löslichkeit mit der Wärme 73.
 Zusammengesetzte Wellen 106.
 Zusammensetzung von Wechselströmen 234.
 Zustandsgleichung, reduzierte 71.
 Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik 153.

Berichtigungen.

Seite 1, Zeile 21 von oben ist einzuschalten: Die von König Dungi I. (2650 v. Chr.) eingeführte babylonische Doppelzelle war = 0,993 m. Nach G. Reifes war die beim Bau der Cheopspyramide (2600 v. Chr.), welcher nach dem Maßverhältnis des goldenen Schnittes ausgeführt ist, angewandte Maßeinheit genau der englische Fuß.

Seite 8, Zeile 10 von oben statt Bleiflugel zu setzen: gleichgroße Bleiflugel.
 Seite 8, Zeile 14 von oben statt schwereren zu setzen: leichteren (Messingflugel).

Seite 10, Zeile 17 von oben. Links ist der Faktor 11 beizufügen.

Seite 11, Zeile 1 von unten ist einzuschalten: Da $s = \frac{g \cdot t^2}{2}$ (vgl. S. 84) und die Umlaufgeschwindigkeit der Walze $c = \alpha/t$, wenn α die Ablenkung und $c = 2\pi r/T$, worin r der Radius und T die Umlaufdauer, also $t = \alpha \cdot T/2\pi r$, so ist $g = 2s \cdot 4\pi^2 \cdot r^2/T^2 \cdot \alpha^2$.

Seite 12, Zeile 10 von unten statt 153 zu setzen: 45.

Seite 26, Zeile 1 von unten soll heißen:

$$\alpha = f \cdot \frac{P \cdot h}{q} \text{ Meter} \quad \text{oder} \quad P = F \cdot \frac{\alpha \cdot q}{h} \text{ Decimegadynen.}$$

Seite 157, Zeile 4 von unten ist beizufügen: Entsprechend der Betrachtung von S. 143 ergibt sich $c_p \cdot d\tau = c \cdot d\tau + dr$, wenn c die spezifische Wärme und r die Verdampfungswärme der Flüssigkeit ist. Z. B. ist für Benzoldampf die spezifische Wärme $c_p = 0,292$, für flüssiges Benzol $c = 0,436$, also $dr/d\tau = c_p - c = -0,144$. Ähnliches gilt für Wärmetönungen überhaupt.

Bemerkung. Infolge langandauernder Erkrankung sind mir leider beim Lesen der Korrektur diese und wahrscheinlich noch andere Fehler und Mängel entgangen. Durch Vergleich mit Friess phys. Techn., 7. Aufl., wird man solche indes gegebenenfalls leicht auffinden können.

Verzeichnis sonstiger Veröffentlichungen des Verfassers.

Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig:

Elektricität und Licht, Einführung in die messende Elektricitätslehre und Photometrie. 1895, 390 Seiten mit 220 Abbildungen, 3 Tafeln (davon zwei farbig) mit 85 Figuren. Preis 7 Mark.

J. Fricks Physikalische Technik, oder Anleitung zu Experimentalvorträgen, sowie zur Selbstherstellung einfacher Demonstrationsapparate. 7. vollst. umgearb. u. stark verm. Aufl. Bd. I (1) 1904, 630 Seiten mit 2003 Abbildungen. Preis 16 Mark; Bd. I (2) 1905, 1631 Seiten mit 1905 Abbildungen. Preis 24 Mark; Bd. II (1) 1907, 762 Seiten mit 1443 Abbildungen und 3 Tafeln (davon zwei farbig). Preis 20 Mark. Bd. II (2) unter der Presse.

J. Müllers Grundriß der Physik, mit besonderer Berücksichtigung von Molekularphysik, Elektrotechnik und Meteorologie. 14. völlig umgearb. Auflage 1896, 820 Seiten mit 810 Abbildungen und 2 Tafeln. Preis 7,50 Mark.

Verlag von W. Engelmann in Leipzig:

Physikalische Technik, speziell Anleitung zur Selbstanfertigung physikalischer Apparate. 1885, 419 Seiten mit 882 Abbild., 17 Taf. mit 115 Figuren. Preis 8 Mark. (2. Auflage in Vorbereitung.)

Molekularphysik, mit besonderer Berücksichtigung mikroskopischer Untersuchungen und Anleitung zu solchen. Bd. I 1888, 852 Seiten mit 375 Abbildungen, 5 farbigen Tafeln. Bd. II 1889, 697 Seiten mit 249 Abbildungen, 5 Tafeln mit 131 Figuren. Preis 42 Mark.

Kristallanalyse, oder die chemische Analyse durch Beobachtung der Kristallbildung mit Hilfe des Mikroskops. 1891, 82 Seiten mit 75 Abbild. Preis 2 Mark.

Flüssige Kristalle, sowie Plastizität von Kristallen im Allgemeinen; molekulare Umlagerungen und Aggregatzustandsänderungen. 1904, 264 Seiten mit 483 Figuren im Text u. 39 Taf. in Lichtdruck. Preis 20 Mark.

Verlag von fr. Gutsch in Karlsruhe:

Versuchsergebnisse u. Erklärungsversuche, nebst einem Verzeichnis sämtl. Publikationen des Verf. 1899, 57 Seiten. Preis 1 Mark.

Verzeichnis sonstiger Veröffentlichungen des Verfassers.

Verlag von J. f. Schreiber in Eßlingen a. N.:

Die scheinbar lebenden Kristalle,

Anleitung zur Demonstration ihrer Eigenschaften, sowie ihrer Beziehungen zu anderen flüssigen und zu den festen Kristallen in Form eines Dreigesprächs. 1907, 68 Seiten mit 109 meist farbigen Figuren im Text. Preis 2,20 Mark.

Der berühmte Kristallograph der Universität in Paris Professor Dr. Wallerant schreibt (Rivista di Scienza 1907 S. 224): „La découverte de M. Lehmann est certainement une des plus importantes du siècle dernier; ses conséquences sont nombreuses et de premier ordre et elles permettent en particulier de préciser nos connaissances sur la structure des corps cristallisés.“

Verlag von W. Knapp in Halle a. S.:

Die elektrischen Lichterscheinungen

oder Entladungen, bezeichnet als Glimmen, Büschel, Funken und Lichtbogen. 1898, 569 Seiten mit 370 Abbildungen und 10 Tafeln in Farbendruck mit 108 Figuren. Preis 20 Mark.

Verlag von J. Ambr. Barth in Leipzig:

Flüssige Kristalle und die Theorien des Lebens.

1906, 55 Seiten mit 30 Abbildungen. Preis 1,20 Mark.

Verlag von G. Braun in Karlsruhe:

Physik und Politik,

festrede beim Rektoratswechsel an der Großh. Techn. Hochschule zu Karlsruhe am 27. Okt. 1900, 55 S. Preis 1,20 M.

Geschichte des Physikalischen Instituts der Großh. Techn. Hochschule zu Karlsruhe.

1892. (Nur noch zusammen mit der ganzen Festschrift der Techn. Hochschule zum 40jährigen Regierungsjubiläum des Großherzogs Friedrich von Baden, direkt von der Hochschule zu beziehen.)

Verlag von Julius Springer in Berlin:

Die wichtigsten Begriffe und Gesetze der Physik,

unter alleiniger Anwendung der gesetzlichen und der damit zusammenhängenden Maßeinheiten. 1907, 58 Seiten. Preis 1 Mark.

Anmerkung. In „Meyers Großes Konversationslexikon“ 6. Aufl. (Verlag des Bibliographischen Instituts in Leipzig, die letzten Bände noch unter der Presse) sind die physikalischen Artikel von dem Verfasser dieses Leitfadens bearbeitet.

