

Dritter Abschnitt.

Verbindung zweier rotierender Bewegungen
durch Räder in mittelbarer Verbindung.

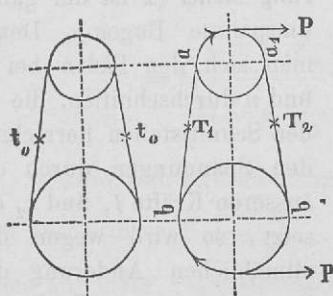
VII. RIEMENTRANSMISSION.

§ 38. Allgemeine Berechnung der Spannungen in einem um zwei Rollen gelegten biegsamen Faden.

Wenn die Entfernung der beiden zu verbindenden Axen gross ist oder lokale sowie konstruktive Verhältnisse eine unmittelbare Bewegungsübertragung durch zwei sich berührende Räder (Zahn- oder Reibungsräder) nicht gestatten, so wird zwischen die beiden, mit den beiden Axen verbundenen, Radformen ein eigenes Zwischenorgan eingeschaltet, wodurch die Bewegungsübertragung nur indirekt und mittelbar geschieht. So verschieden die Natur dieses vermittelnden Zwischenorganes ist (Leder- oder Kautschukriemen und -Schnüre, Hanfseile und -bänder, Drahtseile und -bänder etc.), so lassen alle die verschiedenen Annahmen einerlei theoretische Behandlung zu, insbesondere was die Bedingungen für die Möglichkeit der Bewegungsübertragung betrifft. Man nimmt dabei als die mit den Axen zu verbindenden Radformen zwei kreisrunde Scheiben an, um welche ein endloses Band, vorläufig ein gewichtslos

und absolut biegsam gedachter Faden, gelegt ist, welcher sich den Scheiben längs eines Teiles ihres Umfanges anschmiegt, zwischen denselben aber die Lage der gemeinschaftlichen Tangente an die Scheiben annimmt. Wird dieser Faden von Anfang an mit einer gewissen Kraft gespannt, so herrscht, so lange

Fig. 215.



die Scheiben in Ruhe sind, durch die ganze Länge des Fadens gleichmassig die Spannung t_0 (Fig. 215).

Wenn sodann Bewegung eintreten soll, und am Umfange der getriebenen Scheibe ein Widerstand P thätig ist, so muss am Umfange der andern treibenden Scheibe eine genau gleich grosse Kraft P erscheinen. Dabei muss für jede der beiden Scheiben unter den darauf einwirkenden äusseren Kräften Gleichgewicht sein, und können daher wegen des Hinzukommens der Kraft P die beiden Fadenspannungen auf beiden Seiten nicht mehr gleich blieben. Aus diesem Grunde müssen sich in Vergleich zu der anfänglich durchweg gleichmässigen Spannung t_0 der Ruhe Spannungsänderungen ergeben, so dass die eine Seite eine Spannung erhält

$T_1 > t_0$, und die andere Seite eine Spannung

$T_2 < t_0$, und zwar muss als Grenzwert für den Beharrungszustand und für den Fall des Gleichgewichtes gelten

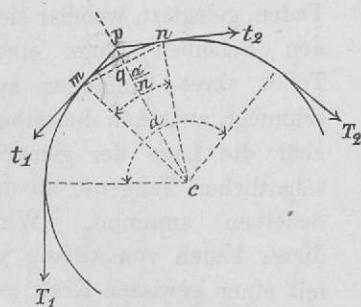
$T_1 - T_2 = P$, während für den Beginn der Uebertragung einer Bewegung

$T_1 - T_2 > P$ sein muss.

Dieser Übergang von T_1 in T_2 kann natürlich nicht plötzlich, sondern nur allmählich geschehen, und zwar längs der ganzen Berührungsstrecke zwischen Faden und Scheibenumfang, und veranlasst durch die zwischen beiden Teilen (Faden und Scheibe) stattfindende Adhäsion.

Man betrachtet den Faden an einer ganz beliebigen Stelle, an welcher derselbe durch den sehr kleinen Bogen $m n = \frac{\alpha}{n}$ (Fig. 216)

Fig. 216.



auch zwischen t_1 und t_2 eine Ungleichheit stattfinden, so dass

$$t_1 > t_2 \quad \text{ist.}$$

mit der Scheibe in Berührung stehe. (α ist der ganze umspannte Bogen.) Denkt man sich den Faden bei m und n durchschnitten, die an den Schnittstellen herrschenden Spannungen durch die äusseren Kräfte t_1 und t_2 ersetzt, so wird wegen der allmählichen Änderung der Spannungen von T_1 in T_2

Die Richtungen von t_1 und t_2 schneiden sich im Punkte p , von welchem aus die Verbindungsline nach dem Mittelpunkte c den Winkel $\frac{\alpha}{n}$ halbiert. t_1 und t_2 haben somit die Normalkomponenten:

$$pq = t_1 \sin \frac{\alpha}{2n}, \text{ und } pq = t_2 \sin \frac{\alpha}{2n},$$

sowie die Tangentialkomponenten

$$mq = t_1 \cos \frac{\alpha}{2n}, \text{ und } nq = t_2 \cos \frac{\alpha}{2n}.$$

Ist der Bogen $mn = \frac{\alpha}{n}$ sehr klein, so kann man statt des Sinus den Bogen, sowie $\cos \frac{\alpha}{2n} = 1$ setzen, und ergiebt sich dann die algebraische Summe der Tangentialkomponenten

$$= (t_1 - t_2),$$

und die durch die Summe der beiden Normalkomponenten $= (t_1 + t_2) \frac{\alpha}{2n}$ entstehende Adhäsion

$$= p(t_1 + t_2) \frac{\alpha}{2n}.$$

Es ist folglich zu setzen:

$$t_1 - t_2 = \mu (t_1 + t_2) \frac{\alpha}{2n},$$

$$t_1 = t_2 \frac{1 + \mu \frac{\alpha}{2n}}{1 - \mu \frac{\alpha}{2n}} = t_2 (1 + \mu \frac{\alpha}{n}) \dots \dots \quad 193)$$

Sowie nun zwischen Punkt n und m die Fadenspannungen im Verhältnisse $(1 + \mu \frac{\alpha}{n}) \dots \dots$ ab- bzw. zunehmen, so wird dies auf jeder Peripheriestrecke von derselben Länge ebenfalls eintreten. Wenn mithin auf die ganze Umspannungslänge, entsprechend dem ganzen Umspannungsbogen $\alpha = n \cdot \frac{\alpha}{n}$ beim Über-

gang der Spannungen T_1 in T_2 , die Spannungsänderung n -mal in diesem Verhältnis eintritt, so ist schliesslich zu setzen

$$T_1 = T_2 \left(1 + \mu \frac{\alpha}{\mu} \dots\right)^n = T_2 \left\{1 + n \mu \frac{\alpha}{n} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \left(\mu \frac{\alpha}{n}\right)^2 \dots\right\}.$$

Hierin setzt man die Bogenelemente $\frac{\alpha}{n}$ unendlich klein, d. h. $n = \infty$ und erhält dann

$$T_1 = T_2 \left\{1 + \mu \alpha + \frac{(\mu \alpha)^2}{1 \cdot 2} + \dots\right\},$$

und endlich

$$T_1 = T_2 e^{\mu \alpha}. \dots \quad 194)$$

War oben als Bedingung einer Bewegungsübertragung für den Beharrungszustand gesetzt

$$T_1 - T_2 = P,$$

so folgt

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= P \frac{e^{\mu \alpha}}{e^{\mu \alpha} - 1}, \\ T_2 &= P \frac{1}{e^{\mu \alpha} - 1}, \end{aligned} \right\} \dots \quad 195)$$

Der Bogen α wechselt bei den verschiedenen Arten von Transmissionsanlagen zwischen 0,3 bis 0,7 des ganzen Umfanges, der Adhäsions- oder Reibungskoeffizient μ , entsprechend den verschiedenen für Scheibe und Faden angewendeten Materialien, zwischen 0,15 und 0,40, und lässt sich für die verschiedenen Werte von α und μ nachstehende Tabelle aufstellen:

Umspannter Bogen	Werte von $e^{\mu \alpha}$, wenn						
	$\mu = 0,15$	$\mu = 0,20$	$\mu = 0,25$	$\mu = 0,30$	$\mu = 0,35$	$\mu = 0,40$	$\mu = 0,5$
$\alpha = 0,2 \cdot 2 \pi$	1,20	1,28	1,37	1,46	1,55	1,65	1,87
0,3 »	1,32	1,46	1,60	1,74	1,94	2,11	2,57
0,4 »	1,46	1,66	1,87	2,13	2,41	2,70	3,51
0,5 »	1,59	1,85	2,19	2,53	3,00	3,50	4,81
0,6 »	1,74	2,13	2,56	3,01	3,71	4,47	6,59
0,7 »	1,93	2,40	3,00	3,65	4,66	5,81	9,00
0,8 »	2,13	2,73	3,51	4,52	5,81	7,46	12,34

Aus dieser Tabelle ergiebt sich:

Je grösser der umspannte Bogen, desto grösser wird das

Verhältnis der beiden Spannungen $\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\alpha}$, und desto grösser

die Umfangskraft $P = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$, welche mit einer gegebenen Fadenspannung T_1 zu übertragen ist. So würde z. B. für $\mu = 0,25$

$$\text{und } \alpha = 0,4 \cdot 2 \pi \dots P = 0,465 T_1,$$

$$\alpha = 0,5 \cdot 2 \pi \dots P = 0,543 T_1,$$

$$\alpha = 0,6 \cdot 2 \pi \dots P = 0,610 T_1.$$

Es wird mithin die Transmissionsanlage günstiger mit Zunahme, ungünstiger mit Abnahme des Umspannungsbogens.

Kann der zur indirekten Verbindung zweier Scheiben benützte Faden nicht mehr als gewichtslos angenommen werden, so ist auch noch die Wirkung der Zentrifugalkraft zu berücksichtigen, durch welche der Faden von der Scheibe abgehoben und somit die Adhäsion verringert wird. Es kommen in diesem Falle die beiden Fadenspannungen T_1 und T_2 nicht mehr völlig für die Adhäsion zur Geltung, sondern nur ein Restbetrag hievon nach Abzug der in die Richtung von T_1 und T_2 fallenden Komponente Z der Zentrifugalkraft. Deshalb ist nicht mehr $T_1 = T_2 e^{\mu\alpha}$ und $P = T_1 - T_2$,

sondern

$$(T_1 - Z) = (T_2 - Z) e^{\mu\alpha} \text{ u. } P = (T_1 - Z) - (T_2 - Z) = T_1 - T_2, \\ \text{worin nach früherer Entwicklung *)}$$

$$Z = \frac{\gamma v^2}{g} \dots \dots \dots \quad 196)$$

die auf jeder Seite in der Richtung des die Scheibe verlassenden Fadens wirkende Komponente der Zentrifugalkraft ist.

§ 39. Berechnung der Abmessungen von Lederriemen.

Nimmt man als das die beiden Scheiben umspannende Zugorgan einen Lederriemen, und die Scheiben selbst von Eisen an, sowie, als nahezu ständig geltend, den Umspannungs-

*) § 27 S. 154 findet sich für den der Zentrifugalkraft unterworfenen Radkranz in Gleichung 146 das Gewicht für den lauf. Meter durch G_0 bezeichnet, während hier γ das Fadengewicht auf den lauf. Meter darstellt.

bogen als Halbkreis und den der Praxis geläufigen Werth der grösseren der beiden Riemenspannungen

$$T_1 = 2 P,$$

so ergiebt sich, dass dabei der Wert des Adhäsionskoeffizienten μ zwischen 0,20 und 0,25 fällt, was auch mit den neueren Versuchen in Einklang scheint.

Auf Zunahme der Adhäsion durch den Atmosphärendruck braucht wohl um so weniger Rücksicht genommen zu werden, als ja dieser sicher zum grossen Teil durch die Zentrifugalkraft des Riemens aufgehoben wird, wenn er je allgemein als herrschend angenommen werden dürfte.

Ist die Bogenumspannung erheblich geringer oder grösser als durch einen Halbkreis, so dürfte T_1 nicht mehr gleich $2 P$, sondern es müsste ein grösserer oder kleinerer Wert von T_1 als grössere der beiden Riemenspannungen eingesetzt werden.

Vielen Konstrukteuren ist es geläufig, bei der Bestimmung der Riemenabmessungen von einer ein für alle Mal konstanten Lederdicke auszugehen, d. h. einen Wechsel in derselben gänzlich zu vernachlässigen, und somit einfach die durch die Einheit der Riemenbreite zu übertragende Umfangskraft anzunehmen.

Nimmt man z. B. als solche Durchschnittsdicke $\delta = 6 \text{ mm}$ und als zulässige Anstrengung $k = 0,27 \text{ kg/qmm}$, so ergiebt sich einfach

$$\beta \cdot \delta \cdot k = \beta \cdot 6 \cdot 0,27 = T_1 = 2 P,$$

und somit die auf den Millimeter Riemenbreite zu übertragende Umfangskraft

$$p = \frac{P}{\beta} = \frac{1}{2} k \delta = 0,81 \text{ kg}.$$

Es folgt daraus die Riemenbreite

$$\beta = \frac{P}{p} = \frac{P}{0,81} = 1,2 P.$$

Führt man statt dessen das auf die Welle einwirkende verdrehende Moment M , den Effektsquotienten $\frac{N}{n}$, sowie den Halbmesser R der Scheibe oder auch die Umfangsgeschwindigkeit in Millim. = v oder endlich dieselbe in Metern = V ein, so ergiebt sich:

$$\left. \begin{aligned} \beta &= 1,2 \frac{M}{R}, \\ \beta &= 1,2 \cdot 716200 \frac{N}{n} \cdot \frac{1}{R}, \\ &\quad = 860000 \frac{N}{n} \cdot \frac{1}{R}, \\ \beta &= 860000 \frac{N\pi}{30 \cdot v}, \\ &\quad = 90000 \frac{N}{v}, \\ \beta &= 90 \frac{N}{V} \end{aligned} \right\} \dots \quad . 197)$$

Ein allgemein giltiger Zusammenhang zwischen Breite und Dicke der Lederriemen, und dann wieder zwischen Dicke und zulässiger Beanspruchung lässt sich zwar in den Ausführungen nicht feststellen. Immerhin aber kann daran festgehalten werden, dass man in allen jenen Fällen, in welchen man für die Übertragung grösserer Kräfte auch breitere Riemen benötigt, auch solche aus kräftigeren Ledersorten wählen wird, denen also bei grösserer Dicke auch grössere Inanspruchnahme kommt. Ein solcher Zusammenhang lässt sich etwa durch die Gleichungen darstellen:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= 1,55 \sqrt[4]{\beta} \\ k &= 0,045 \delta \\ p &= \frac{1}{2} k \delta, \end{aligned} \right\} \dots \quad . 198)$$

woraus mit dem Werte $T_1 = 2P$ sich als Formel für die Riemenbreite entwickelt

$$\beta = 7,0 \sqrt[3]{P^2} \dots \quad . 199)$$

und nachstehende Tabelle von zusammengehörigen Werten:

$\beta = 50$	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\delta = 4,1$	$4,9$	$5,4$	$5,8$	$6,2$	$6,4$	$6,5$	$6,7$	$6,9$	$7,1$
$k = 0,18$	$0,22$	$0,24$	$0,26$	$0,28$	$0,29$	$0,30$	$0,31$	$0,32$	$0,33$
$p = 0,38$	$0,54$	$0,66$	$0,76$	$0,85$	$0,94$	$1,01$	$1,08$	$1,15$	$1,21$
$P = 19$	54	99	153	214	279	354	432	516	604

Der Einfluss der Zentrifugalkraft ist hiebei noch nicht mitberücksichtigt. Soll demselben Rechnung getragen werden, so ergibt sich die Mehrinanspruchnahme eines Riems aus dem der Zentrifugalkraft entsprechenden Spannungsbetrag

$$= Z = \frac{\gamma v^2}{g} \text{ durch die Gleichung}$$

$$k_e = \frac{Z}{\beta \delta} \quad \quad 200)$$

Setzt man das spezifische Gewicht von Leder im Mittel = 1,1 oder 1100 kg/cbm, so rechnet sich das Gewicht γ für den laufenden Meter aus durch $\gamma = \frac{\beta}{1000} \cdot \frac{\delta}{1000} \cdot 1100 = 0,001 \beta \delta$,

daher $Z = 0,001 \beta \delta \frac{v^2}{g}$, und die der Zentrifugalspannung entsprechende zusätzliche Inanspruchnahme daher durch

$$k_e = 0,001 \frac{v^2}{g} = 0,0001 v^2, \quad \quad 201)$$

oder bei den üblichen Werten der Umfangsgeschwindigkeit

$v =$	10	12	14	16	18	20	22	24	26
$k_e =$	0,010	0,014	0,020	0,026	0,032	0,040	0,048	0,058	0,068

Man wird deshalb bei der Berechnung von Riemen zunächst nach Annahme einer passenden Lederdicke die zulässige Gesamtspannung k , sodann mit Rücksicht auf die Riemengeschwindigkeit die der Zentrifugalkraft entsprechende zusätzliche Spannung k_e bestimmen und den Riemenquerschnitt endlich berechnen mit einer der blossen Adhäsion entsprechenden Spannung von $k_1 = k - k_e$ durch die Gleichung

$$\beta \delta k_1 = T_1 = 2 P \quad \quad 202)$$

Die Benützung doppelt oder dreifach übereinander gelegter, zusammengenähter oder sonst verbundener Riemen sollte möglichst vermieden werden, da der Biegungswiderstand solcher mehrfacher Riemen unverhältnismässig zunimmt, auch deren Anschmiegeung an Scheiben insbesondere von geringen Durchmessern nur sehr unvollkommen ist. Ist aber dennoch aus irgend welchen Gründen eine Reduktion der Riemenbreite durch Verdopplung oder Verdreifachung der Lederschichte be-

absichtigt, so wird für den neuen Riemen gesetzt werden müssen

$$2 \cdot \beta_1 \delta_1 k' = \beta \delta k_1, \text{ bzw. } 3 \cdot \beta_2 \delta_2 k'' = \beta \delta k_1,$$

und wird hiernach unter Annahme einer mit der neuen Riemenbreite β_1 bzw. β_2 zu- oder abnehmenden Lederdicke ebenso verfahren, wie bei einfachen Riemern nach Gleichung 198 bis 202.

$$2 \beta_1 V \sqrt{\beta_1} = \beta V \sqrt{\beta}, \quad \text{bzw. } 3 \beta_2 V \sqrt{\beta_2} = \beta V \sqrt{\beta},$$

$$\beta_1 = \beta \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 0,63 \beta, \quad \Rightarrow \quad \beta_2 = \beta \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 0,48 \beta,$$

und

$$\delta_1 = \delta \sqrt[6]{\frac{1}{2}} = 0,89 \delta, \quad \Rightarrow \quad \delta_2 = \delta \sqrt[6]{\frac{1}{3}} = 0,83 \delta.$$

So würde z. B. gelten: für $P = 604$ kg

einfache Riemen : doppelte Riemen : dreifache Riemen :

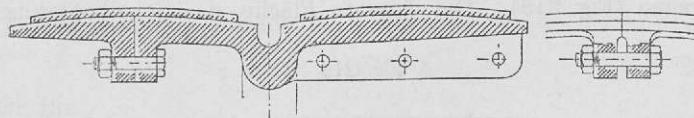
$$\begin{array}{lll} \beta = 500 \text{ mm}, & \beta_1 = 315 \text{ mm}, & \beta_2 = 240 \text{ mm}, \\ \delta = 7,1 \text{ mm}, & \delta_1 = 6,3 \text{ mm}, & \delta_2 = 5,9 \text{ mm}. \end{array}$$

Sehr breite Riemer führt man in der Breite nicht in *einem* Stücke aus, sondern teilt dieselben in mehrere (zwei oder drei) kleinere Riemer, wie z. B. Fig. 217 einen Kranz für einen doppelten Riemen von je 450 mm Breite zeigt.

Die hiefür nötigen grossen Scheiben werden in mehreren Teilen hergestellt, wobei als Verbindungsstelle der Flanschen

Fig. 217 a.

Fig. 217 b.



ein ebener Rollenschnitt entweder normal zur Axe (Fig. 217 a, linke Seite) oder ein solcher parallel zur Axe und quer durch die Kranzbreite geführt (Fig. 217 b) sein kann.

§ 40. Konstruktive Ausführung der Riemscheiben.

Als Anhaltspunkt bei Wahl der Riemscheibengrösse kann gelten, dass man den Halbmesser für die grösste von zwei zusammengehörigen Riemscheiben mindestens achtmal

so gross wählt als den Durchmesser der zugehörigen Axe, oder mit Rücksicht auf die Übersetzung durch die Formel bestimmt

$$R_1 = (8 + i) d, \dots \dots \dots \quad 203)$$

wobei die Übersetzungszahl i

$$= \frac{\text{grössere}}{\text{kleinere}} \text{ Umdrehungszahl} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{R_1}{R_2} \text{ stets } \geqslant 1 \text{ ist.}$$

Die Axe ist dabei vorausgesetzt als gerechnet nach der Formel (§ 9)

$$d_2 = 1,36 \sqrt[3]{M} = 122 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}.$$

Für die kleinere der beiden Scheiben muss aber als Grenzwert

$$R_2 > 50 \delta \dots \dots \dots \quad 204)$$

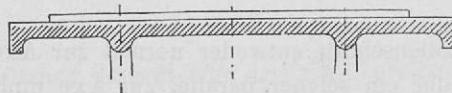
festgehalten werden, wodurch sich möglicherweise eine Vergrösserung der anderen Scheibe über das durch Gl. 203 gegebene Mass bedingt ist.

Der Kranz der Riemenscheiben, Fig. 218, wird etwas breiter gemacht als der Riemen, mit

$$b = 1,1 (\beta + 10^{\text{mm}}).$$

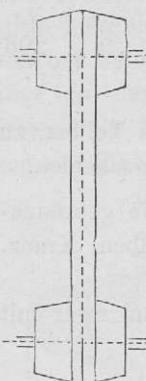
Bei sehr breiten Scheiben erhält der Kranz beiderseitige Randleisten, und ist auch durch ein zweifaches Armsystem getragen (Fig. 218). Die äussere Fläche des Scheibenkränzes

Fig. 218.



erhält nur bei sehr breiten Scheiben vollkommen zylindrische, in der Regel eine leicht gewölbte, doppelkonoidische Form, und zwar wird die Überhöhung um so grösser genommen, je weniger genau die Aufstellung gemacht werden kann, oder je mehr der Riemen durch verschieden über einander

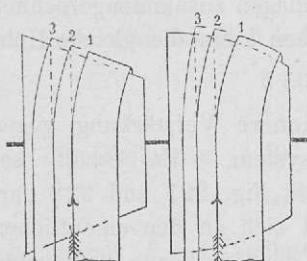
Fig. 219.



genähte und eingesetzte Stücke etc. von der einfachen konstanten rechteckigen Form abweicht. Die Veranlassung zu der Herstellung solcher überhöhter (balliger) Scheibenkränze ist in der Thatsache zu suchen, dass ein Riemen auf einer schwach konischen Scheibe allmählich von der dünneren Stelle gegen die Kegelbasis emporsteigt und hier abfällt, während bei doppelkonischen oder doppelkonoidischen Scheiben (Fig. 219) die von beiden Seiten auf den Riemen einwirkende Tendenz, in die Höhe zu steigen, denselben in der Mitte halten wird.

Der Grund dieser Thatsache liegt darin, dass der auf einer konischen Scheibe liegende Riemen in Folge seiner mangelhaften Biegsamkeit und Dehnsamkeit sich etwa in der durch Fig. 220 gezeigten Weise auf die Scheibe legt,

Fig. 220.



und desshalb in Folge seiner Adhäsion nach je einer Vierteldrehung aus der Stellung 1 in die Stellungen 2, 3 . . . gebracht wird*).

Bei mathematisch genauer Aufstellung und einem durchaus homogenen Riemen würde selbstverständlich eine Überhöhung nicht nötig sein.

Als Mass der Überhöhung

kann angenommen werden

$$\sigma = 2 + 0,005 b \dots \dots \dots \quad (205)$$

oder für

$b =$	100	200	300	400	500	600	700	800
$\sigma =$	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
$p =$	500	1666	3214	5000	6944	9000	11136	12500

*) Nach Versuchen von Professor *Pinzger* in Aachen nimmt auch die Adhäsion mit der Wölbungshöhe zu, was wohl weniger der Wölbung selbst, als der durch diese verauflassten grösseren Riemen-Dehnung und -Spannung zuzuschreiben ist.

wobei der Wölbungsradius durch die Formel

$$\rho = \frac{b^2}{8 \cdot \sigma} \quad \dots \dots \dots \quad 206)$$

gerechnet wurde.

Betreffs aller übrigen Abmessungen sind die beiden zu Riemscheiben verwendbaren Materialien zu unterscheiden.

a. *Gusseiserne Scheiben* sind vorerst noch die gebräuchlicheren, und bei mittleren Dimensionen derselben Kranz, Arme und Wellenhülse aus *einem* Stück gebildet.

Der Kranz erhält das Profil von Fig. 221, und zwar mit einer äusseren Minimalstärke

$$s = 0,7 (\Sigma \delta) + 0,01 R \quad \dots \dots \dots \quad 207)$$

bis abwärts auf $0,5 (\Sigma \delta) + 0,007 R$

ersteres Mass bei Herstellung der Riemscheiben nach hölzernen, letzteres bei Benützung von eisernen Modellen; $(\Sigma \delta)$ bezeichnet die totale Riemendicke, mithin bei zwei- oder dreifachen Riemen die Dicke der zwei oder drei Riemenlagen zusammengerechnet. Für die Überwölbung balliger Scheiben kann die gleiche Höhe

$$\sigma = 2 + 0,005 b$$

genommen werden, wie für die innere Verstärkung gegen das in der Mitte gelegene Armsystem. Es erhält so nach der Riemscheibenkranz die in Fig. 221 und 222 darstellten Formen. In letzterer fügt sich an den eigentlichen Scheibenkranz noch ein Wulst an, der in bezug auf seine Dicke der Dicke der Arme entspricht, in welche er übergeht.

Fig. 221.

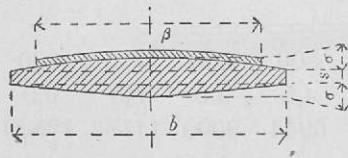
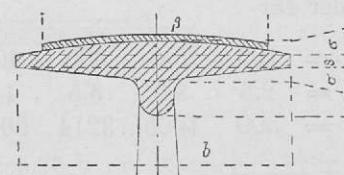


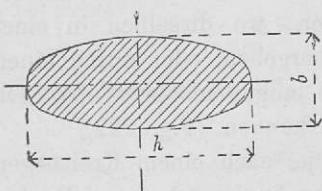
Fig. 222.



Die Radarme berechnet man auf Biegung, unter der Voraussetzung, dass jeder derselben (A an der Zahl) an der Übertragung der Umfangskraft auf die Axe gleichen Anteil habe;

man betrachtet zunächst den Arm als einen in der Scheibenmitte befestigten, und an seinem andern Ende im Abstand R von der Befestigungsstelle durch die Umfangskraft P belasteten, aber an der Belastungsstelle frei beweglichen Stab. Als Querschnitt des Armes zunächst an der Axe werde eine Ellipse von der Höhe h und Breite b angenommen.

Fig. 223.



Es ist daher in der allgemeinen Biegungsgleichung für die Stelle der Maximalanstrengung zunächst an der Axe zu setzen

$$W = \frac{\pi}{32} b h^2,$$

und

$$M = \frac{P R}{A},$$

daher für eine zulässige Materialbeanspruchung = k_1

$$\frac{P R}{A} = \frac{\pi}{32} b h^2 k_1.$$

Setzt man hierin $b = 0,4$ $h = \frac{h}{2,5}$, so wird

$$h^3 = \frac{32 \cdot 2,5}{\pi \cdot k_1} \cdot \frac{P \cdot R}{A}.$$

Für die Welle war (§ 9)

$$d^3 = \frac{32}{\pi} \frac{P R}{k},$$

folglich mit $k = 4$ (Schmiedeisen) für die Welle,

und $k_s = 1$ (Gusseisen)*) für die Scheibenarme

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{10}{A}}, \quad \dots \dots \dots \quad (208)$$

für $A = 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 10$

$$\frac{h}{d} = 1,5 \quad 1,36 \quad 1,26 \quad 1,19 \quad 1,12 \quad 1,08 \quad 1$$

$$\frac{b}{d} = 0,60 \quad 0,54 \quad 0,50 \quad 0,47 \quad 0,45 \quad 0,43 \quad 0,40.$$

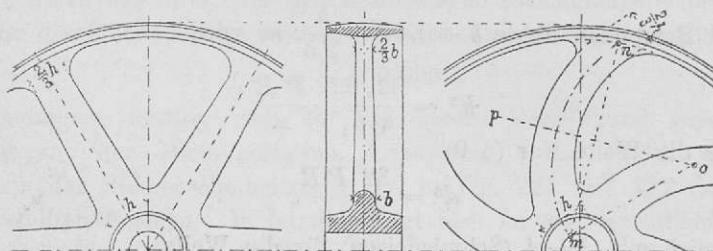
^{*)} Der Koeffizient k wird kleiner genommen als bei Zahnrädern wegen der Unsicherheit der Voraussetzung, dass alle Arme zugleich tragen, und weil sich gerade bei Riemenscheiben, wegen der raschen Abkühlung des verhältnismässig dünnen Kranzes, beträchtliche Längenspannungen in den Armen ergeben.

Man nimmt dabei für die Anzahl der Arme diejenige ganze Zahl, welche dem Zahlenwerte von $0,6 \frac{R}{d}$ am nächsten liegt, bei $A \geq 6$ jedoch nur die geraden Zahlen.

Diese Armhöhe h , eigentlich berechnet für eine innerste Stelle des bis zur Axenmitte fortgesetzten Armes, trägt man tangierend zur Nabe normal zur Anfangsrichtung des Armes auf (Fig. 224), und lässt sie, wie auch die Breite der Arme, gegen den Kranz auf 0,7 abnehmen, wo dieselben in einer Kurve vollständig in den Kranz übergehen, oder durch einen an dem inneren Scheibenumfange angebrachten Wulst sich gegen den nächsten Arm fortsetzen können. (Fig. 222.)

Gekrümmte Arme erhalten eine nach einem Kreisbogen gekrümmte Mittellinie, deren Anfang an irgend einem Punkte zwischen dem Mittelpunkt der Scheibe und dem Ende der Wellenhülse angenommen werden kann. (Fig. 224.) Ist m dieser

Fig. 224.



Anfangspunkt, $m o$ die Richtung des Radius der Armkrümmung daselbst, und n das Ende der Armmittellinie am Scheibenkranz, so zieht man die auf $m n$ senkrechte Halbierungslinie $p o$, deren Durchschnitt o mit der Richtung des Anfangsradius $m o$ den Mittelpunkt o der Armkrümmung giebt. Den Endpunkt n bestimmt man dadurch, dass man die Armmittellinie bei kleinen Scheiben durch $\frac{1}{2}$, bei grösseren durch $\frac{2}{3}$ einer Armenteilung krümmt. Die Armhöhen werden normal zur Mittellinie der Armkrümmung aufgetragen.

Die Bohrung d_1 der Nabe wird meistens grösser als der Durchmesser der nach der Formel $d = 122 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ berechneten

Welle gemacht, etwa $d_1 = 1\frac{1}{4} d$, entsprechend einer Verstärkung der Welle durch einen Kopf. Insbesondere für kleinere zu übertragende Kräfte werden die nach § 9 Gleichung 31 bestimmten Wellen zu dünn, und sind dieselben dann zu bestimmen nach § 9 mit

$$d_1 = d + \Delta,$$

d. h. mit einem durch (Gleich. 35)

$$\Delta = 15 \text{ mm} - 15 \frac{N}{n}$$

zu berechnenden Zuschlag oder durch (Gleich. 33)

$$d_1 = 120 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}.$$

Ist die Welle, auf welcher die Riemscheibe zu befestigen ist, nicht auf die durch die letztere zu übertragende Kraft allein berechnet, sondern ein Teil einer grösseren Transmission, deren Stärke mithin in bezug auf die gesamte fortzuleitende Kraft zu bestimmen ist, so muss natürlich auch die Bohrung der Riemscheibennabe nach diesem grösseren Wellendurchmesser bemessen werden.

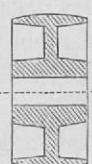
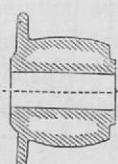
Die Länge der Nabe wird bei geringer Scheibenbreite gleich der Kranzbreite, mindestens aber $1\frac{1}{2} d_1$ gemacht, und die Stärke derselben

$$\delta_1 = 0,4(d_1 + 10 \text{ mm}),$$

wie die Stärke der Kupplungshülsen (§ 15 S. 52).

Wie bei Zahnrädern werden auch hier kleinere Riemenrollen ganz massiv, oder mit massiven Mittelscheiben (Fig. 225),

Fig. 225.

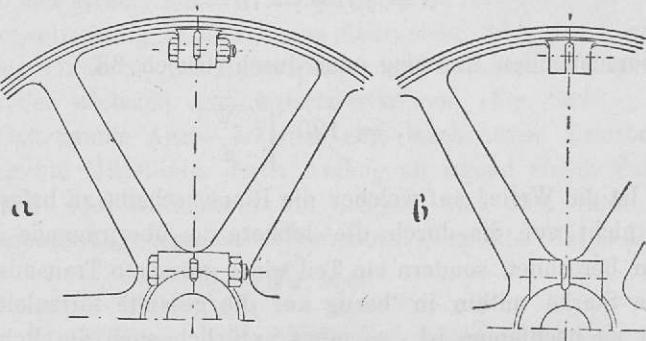


ganz grosse auch getrennt in zwei oder mehreren Teilen hergestellt. In letzterem Falle ist entweder nur die Nabe geteilt und durch einen schmiedeisernen Ring wieder vereinigt, oder die ganze Scheibe gespalten und zwar wieder entweder durch

zwei diametral gegenüberliegende Arme, oder zwischen je zwei Armen. Eine vollständige Teilung der Riemscheiben, nicht

allein bei besonders grossen Abmessungen, sondern bei jeder Grösse derselben, wird nötig, zum Zwecke der Aufbringung solcher auf Wellen, ohne die letzteren aus ihren Lagern heben zu müssen. Bei Teilung der Scheiben zwischen zwei Armen ist die Bildung der Flanschen nach Fig. 226 a allein zulässig, diejenige nach Fig. 226 b falsch, da hiebei bedenkliche Span-

Fig. 226.



nungen in Kranz und Armen infolge der elastischen Formänderung beim Zusammenschrauben der Flanschen entstehen. Aus gleichem Grunde ist überhaupt die Teilung der Scheiben

Fig. 227.

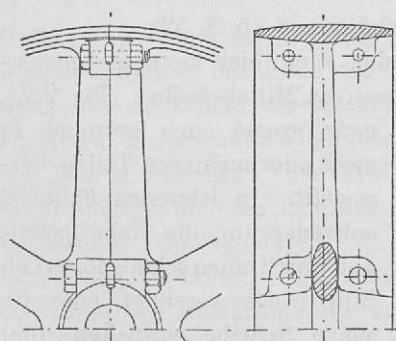
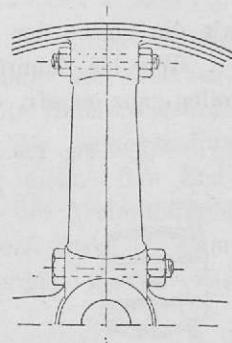
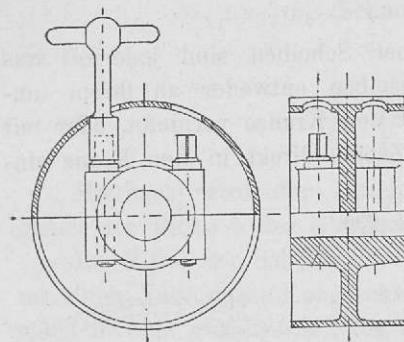


Fig. 228.



durch eine mitten durch einen Arm gelegte Ebene (Fig. 227 und Fig. 228) vorzuziehen. Bei sehr kleinen Scheiben sind

Fig. 229.



die Verbindungsschrauben an der Nabe nur durch Löcher im Kranz zugänglich zu machen (Fig. 229), und dabei besondere Schrauben am Kranz nicht nötig.

Die Stärke der Nabenschrauben wird denjenigen zur Verbindung zweiteiliger Kupplungen (§ 15, Gl. 59) gleich genommen; für die

Stärke der Flanschenschrauben am Scheibenkranze gilt die Regel

$$\Delta = 1\frac{1}{4} s_m \text{ und } f = 1\frac{1}{2} s \dots \dots \dots \quad 209)$$

wobei mit s_m die mittlere Kranzstärke und mit Δ und f die Schrauben- und Flanschendicke bezeichnet ist.

b. *Schmiedeiserne Scheiben*, bei welchen, wie aus Versuchen hervorzugehen scheint, eine energischere Adhäsion zwischen Scheibenumfang und Riemen statt hat, sind nicht aus *einem* Stücke gebildet, sondern es sind dabei Kranz und Arme, oft auch diese letzteren mit der Nabe auf besondere Weise verbunden.

Der Scheibenkranz kann aus Walzeisen von geeignetem Querschnitte hergestellt werden, und in diesem Falle auch leicht sowohl die zur Sicherung der Riemenlage nötige Wölbung, als auch eine innere Verstärkung an der Befestigungsstelle des Armkreuzes erhalten. Wird dagegen der Kranz lediglich aus Flacheisen gebildet, so sind äussere Wölbung und innere Verstärkung nicht ohne besondern Arbeitsprozess (z. B. Abdrehen) herzustellen, und ist daher insbesondere die innere Verstärkung besser wegzulassen.

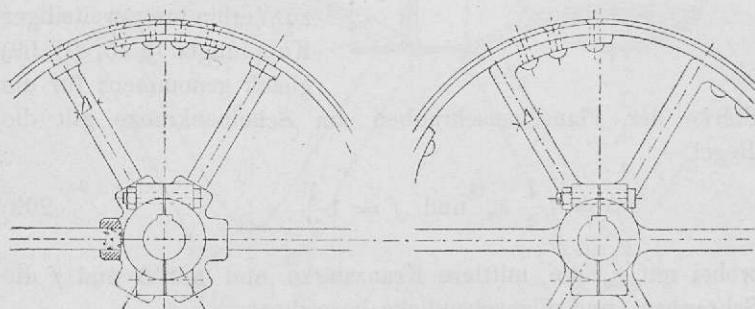
Die Abmessungen des Kranzes können auf etwa 0,7 der für Gusseisen geltenden Masse genommen werden, woraus sich eine kleinste Stärke von

$$s = 0,5 (\Sigma \delta) + 0,007 R, \dots \dots \dots \quad 210)$$

oder bei einfachen Riemen eine solche von 6 bis 10 mm ergiebt.

Die Arme schmiedeiserner Scheiben sind jederzeit aus Rundisen gebildet, und dieselben entweder an ihrem umgebogenen äusseren Ende mit dem Kranze vernietet, oder mit einem am Ende angesetzten Zapfen direkt in den Kranz eingenieitet. (Fig. 230.)

Fig. 230.



Nennt man
 A die Anzahl der Arme,
 Δ den Durchmesser des Armrundeisens,
und nimmt man wieder alle Arme gleichzeitig als tragend an,
so gilt die Gleichung

$$P R = A \frac{\pi}{32} \Delta^3 k_2,$$

woraus

$$\Delta^3 = \frac{32}{\pi k_2} \frac{P R}{A},$$

während für gusseiserne Arme von der gleichen Anzahl A erhalten war

$$h^3 = \frac{32 \cdot 2,5}{\pi \cdot k_1} \frac{P R}{A}.$$

Es folgt hieraus

$$\frac{\Delta}{h} = \sqrt[3]{\frac{k_1}{2,5 k_2}};$$

setzt man hierin k_1 (Gusseisenarme) = 1 kg/qmm,
 k_2 (Schmiedeisenarme) = 6 „

so wird

$$\frac{\Delta}{h} = \sqrt[3]{\frac{1}{15}} = 0,4 \dots \dots \dots \quad (211)$$

Hier nach wird der Durchmesser Δ der Rundeisenarme gleich der Dicke b der elliptischen gusseisernen Arme.

Im Mittel der Scheibe sind die Arme entweder zu einer massiven Nabe zusammengeschweisst, oder sie sind als Rundstäbe in eine gusseiserne Nabe eingeschraubt oder eingegossen. (Fig. 230.)

Eine besondere Art der Anwendung kommt der *Leer- oder Losscheibe* zu, welche sich stets neben einer genau gleichen auf der Axe festen Scheibe befindet, und auf welche für den Fall der Bewegungsabstellung der Riemen mittelst eines so genannten Riemenführers (Fig. 231 und 232) übergeleitet wird.

Solche Losscheiben werden dann, wie die daneben liegenden festen Scheiben mit zylindrischer oder nur ganz schwach

Fig. 231.

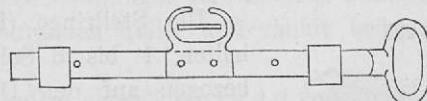


Fig. 232.

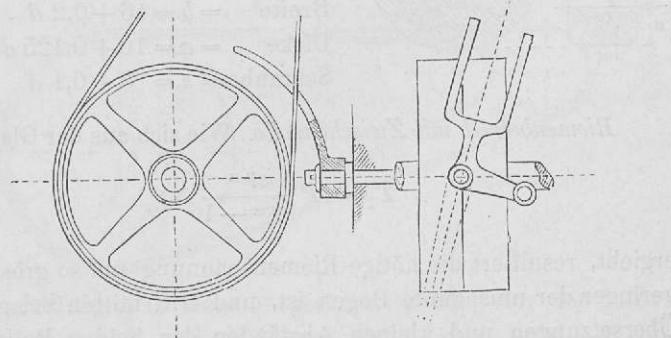
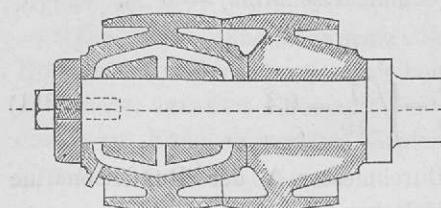


Fig. 233.



nicht durch Anlaufen derselben am zugehörigen Maschinen-
gestelle hiefür gesorgt ist (Fig. 233 und 234).

Fig. 234.

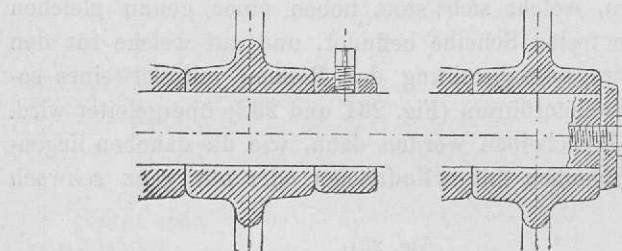
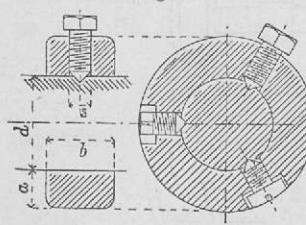


Fig. 235.



Die Stellringe (Fig. 235) erhalten 1 bis 3 Schrauben und, bezogen auf den Durchmesser d der zugehörigen Welle, folgende Abmessungen:

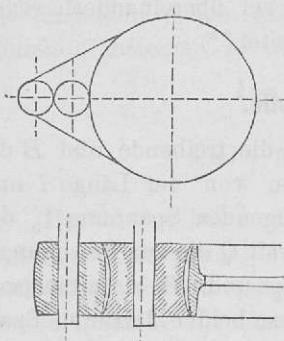
$$\left. \begin{array}{l} \text{Breite } = b = 16 + 0,2 d \\ \text{Dicke } = a = 10 + 0,125 d \\ \text{Schraube } = s = 8 + 0,1 d \end{array} \right\} 212)$$

Riemenbetrieb mit Zwischenrolle. Wie sich aus der Gleichung

$$T_1 = P \frac{e^{\mu \alpha}}{e^{\mu \alpha} - 1}$$

ergiebt, resultiert die nötige Riemenspannung um so grösser, je geringer der umspannte Bogen ist, und tritt mithin bei grossen Übersetzungen und kleinen Abständen der beiden Rollenachsen

Fig. 236.

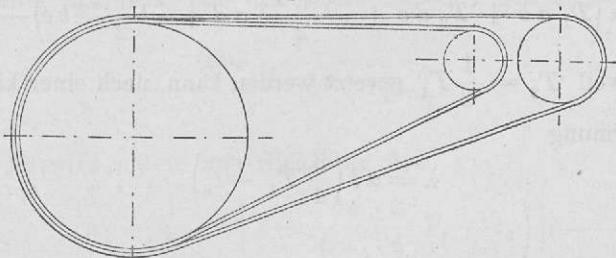


gerade dieses ungünstige Verhältnis ein, welches nicht nur einen sehr kräftigen Riemen erheischt, sondern auch eine bedeutende, weil mit der Riemenspannung sich vergrössernde, Abnutzung der Lager veranlasst. Um diese, d. h. die Pressung der Zapfen und Wellenhäuse gegen die Lager, zu verringern, hat *Gwinne* eine Zwischenrolle eingeschaltet (Fig. 236), wodurch bei richtiger Bestimmung der Rollengrösse der Axendruck und damit Reibung

und Abnutzung nahezu vollständig aufgehoben werden kann. Die einzuschaltende Rolle muss auf der Zentraallinie der beiden Triebrollen liegen, und der Kranz sämtlicher Rollen entweder ohne jede Wölbung oder derart bemessen sein, dass die Zwischenrolle mit den Triebrollen nicht ihrer ganzen Breite nach, sondern nur entweder an den Rändern oder in der Mitte in Berührung steht. Würden sich gewölbte Rollen ihrer ganzen Breite nach berühren, so würde sich bei den in diesem Falle stets sehr starken Wölbungen verschiedene Umfangsgeschwindigkeit der berührenden Teile, und damit bedeutende Reibung ergeben.

Eine besonders eigentümliche Art von Riemenbetrieb ist der Betrieb zweier Scheiben durch zwei auf der treibenden Scheibe übereinander liegende Riemen. Die erste solche Anordnung wurde

Fig. 237.



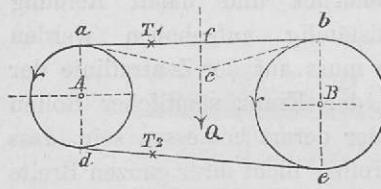
bei einer Weberei in Gent ausgeführt, wobei jeder der beiden Riemen von 970 und 914 mm Breite eine Leistung von

350 Pferdestärken übertrug;*) auf der Ausstellung in Chicago wurden 2000 Pferdestärken durch zwei übereinanderliegende Riemen von 1830 mm Breite fortgeleitet.*^{**})

§ 41. Spannrolle.

Die beiden Rollen (Fig. 238), *A* die treibende und *B* die getriebene, seien von einem Riemen von der Länge l umschlungen, welcher bei einer ungenügenden Spannung t_0 des Ruhezustandes durch eine äussere Kraft *Q* die zur Bewegungsübertragung nötigen Spannungen T_1 und T_2 erhalten soll.

Fig. 238.



Diese beiden letzteren Spannungen werden gegen den Ruhezustand in dem Riemen Dehnungen veranlassen, welche den ausdehnenden Kräften (Spannungsänderungen) und der ursprünglichen Länge proportional sind, und zwar im Stücke:

$$\begin{aligned} ab &\text{ die Dehnung: } \alpha(T_1 - t_0) ab, \\ de &\text{ " } \quad \quad \quad \alpha(T_2 - t_0) de, \\ ad &\text{ " } \quad \quad \quad \alpha \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - t_0 \right) ad, \\ be &\text{ " } \quad \quad \quad \alpha \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - t_0 \right) be. \end{aligned}$$

Mithin wird die Gesamtdehnung

$$\lambda = \alpha \left(T_1 ab + T_2 de + \frac{T_1 + T_2}{2} ad + \frac{T_1 + T_2}{2} be \right) - t_0 \alpha l,$$

und weil $T_2 = \frac{1}{2} T_1$ gesetzt werden kann, nach einer kleinen Umformung

$$\lambda = \alpha l \left(\frac{3}{4} T_1 - t_0 \right). \dots \dots \dots \quad 213)$$

*) Wochenschrift des österr. Ing.- und Arch.-Vereins 1889. S. 268.

**) Zeitschr. d. Ver. d. Ing. 1893. S. 970. Mitt. von Prof. Reichel über Riementriebe in Amerika.

Setzt man nun als Durchschnittswert den Axenabstand bei ungefähr gleich grossen Rollen gleich dem dreifachen Rollendurchmesser, so wird nahezu

$$l = 3a b, \text{ und daher}$$

$$\lambda = \alpha \cdot 3 \cdot a b \left(\frac{3}{4} T_1 - t_0 \right).$$

Durch eine bei c mit der Kraft Q senkrecht zu $a b$ angedrückte Spannrolle, deren Grösse in dieser Rechnung vernachlässigt werden möge, wird nun der im Ruhezustande gerade laufende Riemen $a b$ die eingeknickte Gestalt der gebrochenen Linie $a c b$ annehmen müssen, auf deren Länge die ursprüngliche Länge $a b$ und die Verlängerung λ verwendet wird. Es wird mithin gesetzt werden müssen

$$a c + c b = a b + \lambda = a b \left\{ 1 + 3 \alpha \left(\frac{3}{4} T_1 - t_0 \right) \right\}.$$

Nimmt man eine gegen die beiden Rollen symmetrische Richtung und Lage von Q an, so wird $a c = c b$ und daher

$$a c = \frac{1}{2} (a b + \lambda) = \frac{1}{2} a b \left\{ 1 + 3 \alpha \left(\frac{3}{4} T_1 - t_0 \right) \right\}. \quad \dots \quad 214)$$

Bezeichnet E den Elastizitätsmodul für Leder, so ist die Dehnung eines Lederstreifens von der Länge = 1 und dem Querschnitte = 1 unter dem Einflusse der Kraft = 1 gleichzusetzen $\frac{1}{E}$, und kann daher der Wert α , d. h. die Dehnung

eines bestimmten Riemens von der Länge = 1, vom Querschnitte $\beta \delta$ unter dem Einflusse der Spannung = 1 gesetzt werden

$$\alpha = \frac{1}{E \cdot \beta \delta} = \frac{1}{E \cdot \frac{T_1}{k}} \quad \dots \dots \dots \quad 215)$$

Es wird mithin aus Gleichung 214

$$\begin{aligned} a c &= \frac{1}{2} a b \left\{ 1 + \frac{3 k}{E T_1} \left(\frac{3}{4} T_1 - t_0 \right) \right\}, \\ &= \frac{1}{2} a b \left(1 + \frac{9}{4} \cdot \frac{k}{E} - \frac{3 k}{E} \cdot \frac{t_0}{T_1} \right) \quad \dots \dots \quad 216) \end{aligned}$$

Für eine Anfangsspannung $t_0 = 0$ ergiebt sich

$$a c = \frac{1}{2} a b \left(1 + \frac{9}{4} \cdot \frac{k}{E} \right),$$

und hieraus die Einsenkung

$$\begin{aligned} f c &= \sqrt{a c^2 - \left(\frac{1}{2} a b \right)^2}, \\ &= \frac{1}{2} a b \sqrt{\left(1 + \frac{9}{4} \frac{k}{E} \right)^2 - 1}. \end{aligned}$$

Nach Versuchen von Bach können als zusammengehörige Mittelwerte gesetzt werden

alte Riemen, Spannungsgrenzen	$k = 0,07 - 0,2$	kg/qmm	$E = 26,60$
	$k = 0,20 - 0,34$	"	$E = 36,10$
	$k = 0,34 - 0,47$	"	$E = 40,40$
	$k = 0,47 - 0,61$	"	$E = 42,16$
neue Riemen,	$k = 0,07 - 0,20$	"	$E = 13,50$
	$k = 0,20 - 0,30$	"	$E = 18,90$

Jedenfalls wächst der Elastizitätsmodul mit der dem Riemen zugemuteten Spannung, d. h. je stärker der Riemen gespannt ist, desto weniger nachgiebig, elastisch, ist derselbe.

Setzt man beispielsweise für neue Riemen

$$\begin{aligned} k &= 0,20 \\ E &= 18, \end{aligned}$$

so wird

$$\frac{k}{E} = \frac{1}{90},$$

und somit bei einer Anfangsspannung $t_0 = 0$

$$a c = \frac{1}{2} a b \left(1 + \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{90} \right) = 0,512 a b,$$

und die Einsenkung

$$f c = \frac{1}{2} a b \sqrt{1,025^2 - 1} = 0,112 a b$$

Wenn man nun $Q = 0$ setzt, d. h. die Bedingung aufstellt, dass die Anwendung einer Spannrolle umgangen werden

solle, so muss die Grösse der anfänglich nötigen Spannung t_0 resultiren, welche dem Riemen zu erteilen ist. Es muss dann gesetzt werden, da in diesem Falle auch keine Einsenkung sich ergeben darf,

$$f c = 0,$$

und ist daher in Gleichung 216 zu setzen

$$a c = \frac{1}{2} a b.$$

Mithin muss unter dieser Bedingung sein

$$1 + \frac{9 k}{4 E} - 3 \frac{k t_0}{E T_1} = 1,$$

woraus

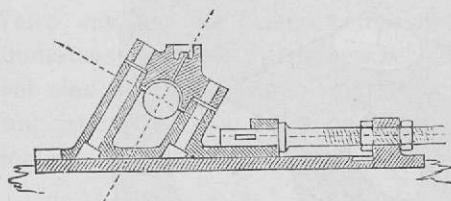
$$\frac{t_0}{T_1} = \frac{3}{4}, \quad \dots \dots \dots \quad (217)$$

folglich

$$t_0 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) T_1 = \frac{1}{2} \left(T_1 + \frac{T_1}{2} \right) = \frac{T_1 + T_2}{2} = 1,5 P. \quad (218)$$

Dieses Resultat zeigt, dass die anfänglich nötige Riemenspannung, wenn ein direkter Betrieb ohne Spannrollen möglich sein soll, mindestens gleich sein muss dem arithmetischen Mittel der beiden Betriebsspannungen, oder der $1\frac{1}{2}$ fachen

Fig. 239.

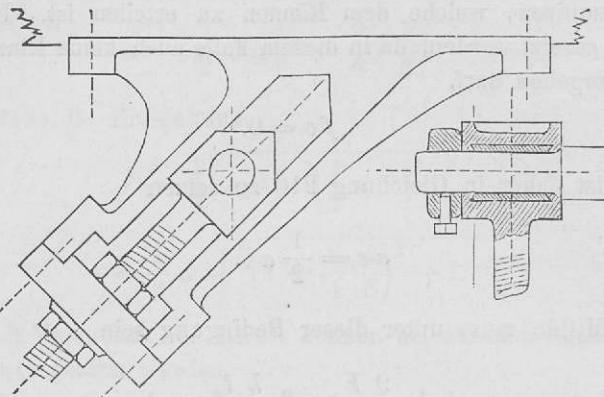


starker sondern) auf das schwächer gespannte Riemenstück einwirken soll.

Fig. 239 und 240 zeigen zwei Anordnungen von Spannrollenlagern.

Umfangskraft. Es ergiebt sich ferner aus dieser Betrachtung, dass die Kraft Q , mit welcher die Spannrolle ange drückt werden muss, zweckmässiger (nicht, wie in der Berechnung angenommen, auf das

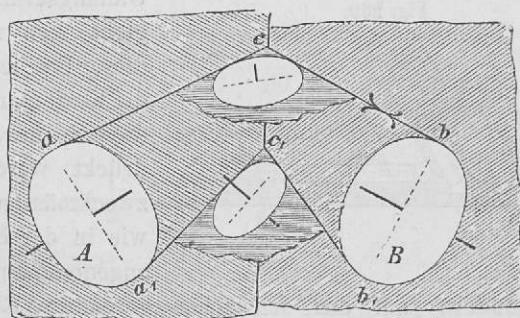
Fig. 240.



§ 42. Verschiedene Rollenanordnungen.

Wenn die Bewegungsübertragung zwischen ganz beliebig liegenden Axen durch Riemenrollen geschehen soll, so ist vor Allem der Grundsatz festzuhalten, dass der Riemen stets in der mittleren Rollenebene auflaufen muss, d. h. in einer Ebene, welche, senkrecht zur Rollenaxe geführt, die Rolle in ihrer halben Breite schneidet. Für jede nur denkbare Aufgabe ist nach dem ausgesprochenen Grundsatze die Anordnung einer Riemenrollentransmission ausführbar.

Fig. 241.

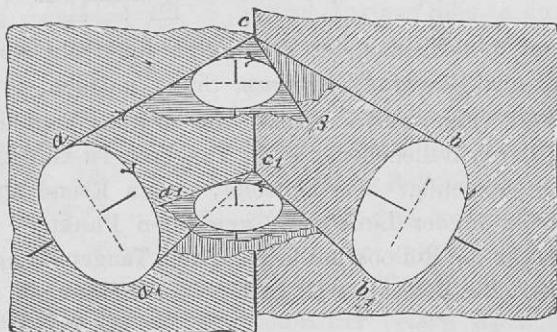


1. Allgemeinster Fall (Fig. 241). Die Triebrollen *A* und *B* liegen ganz beliebig, ihre mittleren Ebenen schneiden sich in

der durch c und c_1 gehenden Geraden. Von den beliebigen Punkten c und c_1 zieht man Tangenten an die Triebrollen, welche dieselben in a und b , a_1 und b_1 treffen, so sind durch $a c b$ und $a_1 c_1 b_1$ die mittleren Ebenen der anzuhörenden Leitrollen zu legen. Der Riemen folgt der Linie $a c b b_1 c_1 a_1$, und dabei ist eine Bewegung nach *beiden* Richtungen möglich.

2. Fall. Begnügt man sich mit *einerlei* Bewegungsrichtung, so lässt sich die Anordnung vereinfachen (Fig. 242), indem man die eine Hilfsebene im Punkte c um die Kante $a c$,

Fig. 242.



und ebenso die andere Hilfsebene um die Linie $b_1 c_1$ gedreht denkt, bis die beiden Hilfsebenen parallel liegen. Auf diese Weise erhalten die beiden Leitrollen die gleiche, oder doch mindestens parallele, Dehungsaxe, ihre Drehungsrichtungen aber sind entgegengesetzt; die Bewegung der ganzen Anordnung ist nur in dem *einen* durch die Pfeile angezeigten Sinne möglich.

3. Fall (Fig. 243). Laufen die beiden Axen parallel, so schneiden sich die Ebenen der mittleren Rollenschnitte nicht, und die Leitrollen erhalten als Durchmesser den Abstand jener beiden Ebenen. Die Bewegung ist nach *beiden* Richtungen möglich.

4. Fall (Fig. 244). Lässt man, wie in Fall 2, die Axen der beiden Leitrollen zusammenfallen, so dass deren mittlere

Fig. 243.

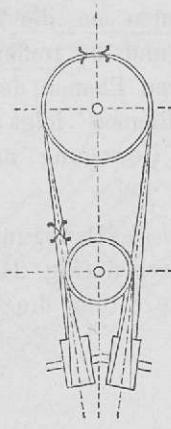
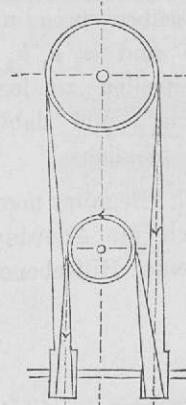


Fig. 244.



Ebenen auf den Ebenen der Triebrollen senkrecht stehen, so ist wieder nur Bewegung in *einem* Sinne möglich.

5. Fall (Fig. 245). Wenn die Durchschnittslinie der beiden mittleren Rollenebenen $a_1 b_1$ Tangente ist zu den Rollenschnitten, so genügt eine Leitrolle, deren Ebene durch den ganz beliebig in der Linie $a_1 b_1$ gewählten Punkt c , und die von hieraus an die Rollenschnitte gezogenen Tangenten ca und cb gegeben ist. Die Bewegung ist nach *beiden* Richtungen möglich.

Fig. 245.

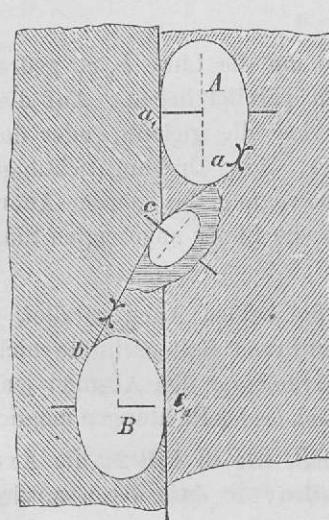
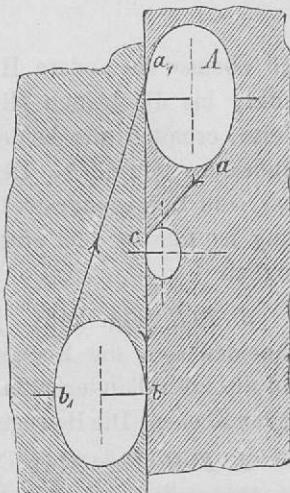
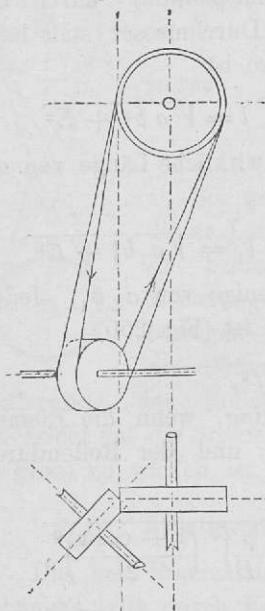


Fig. 246.



6. Fall (Fig. 246). Lässt man die mittlere Ebene der Leitrollen, wie in Fall 2 und 4, sich um die Tangente $a c$ drehen, Fig. 247.



bis sie mit der Ebene einer Triebrolle zusammenfällt, so ist wieder nur die Bewegung in *einem* Sinne möglich.

7. Fall (Fig. 247). Endlich kann man die Leitrolle ganz entbehren, da der Riemen zwischen a und b in Fall 6, mit oder ohne Leitrolle nur in der Ebene $a c b$ liegt; die Bewegung aber ist bei dieser Anordnung, dem sogenannten „geschränkten“ Riemen, nur in *einem* Sinne möglich. Der Fehler, der sich aus der thatsächlichen Breite der Scheibe ergiebt, ist verschwindend klein, sobald nur die Entfernung der beiden Rollenachsen mindestens gleich ist dem zweifachen Durchmesser der grössten der beiden Scheiben. Der Winkel der beiden

mittleren Rollenebenen, und somit der beiden Axen gegeneinander, kann von 0° bis 180° wechseln und ergiebt sich auf diese Weise der Übergang vom offenen Riemen (Fig. 248) zum gekreuzten Riemen (Fig. 249).

Fig. 248.

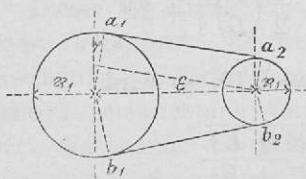
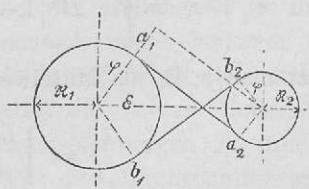


Fig. 249.

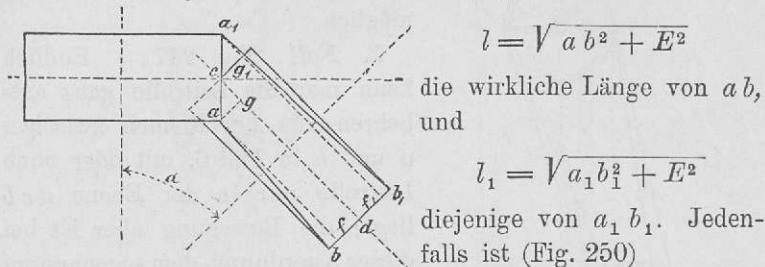


Ein Nachteil aber, der sich bei allen geschränkten und gekreuzten Riemern ergiebt, ist die dabei eintretende ungleiche Dehnung der Riemenkanten, indem jedenfalls (Fig. 250) die innere Riemenkante $a b$ kürzer und die äussere $a_1 b_1$ länger

ist als die Riemenmittellinie $c d$. Nimmt man dabei an, dass die Entfernung E der beiden Scheiben so gross sei, dass bei horizontaler Axenlage die Scheibenumspannung durch den halben Umfang bis zum horizontalen Durchmesser statt habe,

Fig. 250.

so ist



$$l = \sqrt{a^2 + b^2 + E^2}$$

die wirkliche Länge von $a b$, und

$$l_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + E^2}$$

diejenige von $a_1 b_1$. Jedenfalls ist (Fig. 250)

$$ab = \sqrt{af^2 + bf^2},$$

und hieraus nach geeigneter Umformung, wenn die Riemen- und Scheibenbreite $a a_1 = b b_1 = \beta$, und der Rollendurchmesser $c d = D$ gesetzt wird,

$$ab = D \sqrt{\left(1 - \frac{\beta}{D} \frac{\sin \alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{D}\right)^2 \left(\frac{1 - \cos \alpha}{2}\right)^2},$$

und ebenso

$$a_1 b_1 = D \sqrt{\left(1 + \frac{\beta}{D} \frac{\sin \alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{D}\right)^2 \left(\frac{1 - \cos \alpha}{2}\right)^2}.$$

Für den halbgeschränkten Riemen mit $\alpha = 90^\circ$ wird mithin

$$\frac{l_1}{l} = \sqrt{\frac{D^2 \left\{1 + \frac{\beta}{D} + \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{D}\right)^2\right\} + E^2}{D^2 \left\{1 - \frac{\beta}{D} + \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{D}\right)^2\right\} + E^2}}.$$

Setzt man z. B. als Mittelwert $\frac{\beta}{D} = 0,15$, so wird

$$\frac{l_1}{l} = \sqrt{\frac{1,16 D^2 + E^2}{0,86 D^2 + E^2}}.$$

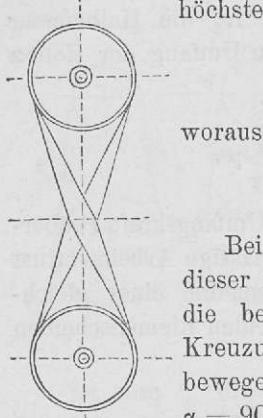
Bei dem kleinsten, nicht zu unterschreitenden, Werte

$$\frac{E}{D} = 2 \text{ würde } \frac{l_1}{l} = 1,03.$$

Der Längenunterschied beträgt somit 3% .

Fig. 251.

Sollte der Längenunterschied weniger, etwa höchstens 1%, betragen, so wäre zu setzen:



woraus

$$\sqrt{\frac{1,16 D^2 + E^2}{0,86 D^2 + E^2}} < 1,01,$$

$$\frac{E}{D} > 3,78.$$

Bei gekreuztem Riemeu (Fig. 251) erscheint dieser Längenunterschied doppelt so gross, da die beiden Teile des Riemens sich an der Kreuzungsstelle flach über einander hinwegbewegen und dort mithin eine Wendung von $\alpha = 90^\circ$ machen. Daraus folgt auch, dass die Entfernung der Rollenachsen bei gekreuztem Riemen mit Rücksicht auf die Streckung der äusseren Riemenkante doppelt so gross zu wählen ist, als bei geschränktem Riemen.

§ 43. Arbeitsverluste bei Riementransmissionen.

Die bei Riementrieben sich ergebenden Arbeitsverluste entstehen teils durch Kraftverluste, teils durch Geschwindigkeitsverluste, indem weder die dem Drehmoment der treibenden Welle entsprechende Umfangskraft P in gleicher Grösse als Umfangskraft Q an der getriebenen Scheibe erscheint, noch auch die beiden Umfangsgeschwindigkeiten v_1 der treibenden und v_2 der getriebenen Welle gleich sind.

a) Verlust an Umfangskraft.

Dieser ist durch die Reibung der Rollenachsen in ihren Lagern veranlasst. Es werden nämlich (abgesehen von der Anwendung von Zwischenrollen, und ungefähr parallel laufende offene Riemenrichtung vorausgesetzt) die beiden Rollenachsen durch die Summe der beiden Riemenspannungen T_1 und T_2 gegen ihre Lager gepresst, wofür mit den Durchschnittswerten

$$T_1 = 2 P,$$

und

$$T_2 = \frac{1}{2} T_1 = P,$$

gesetzt werden kann: $T_1 + T_2 = 3 P$.

Mithin sind, wenn mit r_1 und r_2 die Halbmesser der Axen an den Lagerstellen, mit R_1 und R_2 die Halbmesser der Rollen bezeichnet werden, die auf den Umfang der Rollen reduzierten Reibungswiderstände

$$= 3 P \frac{r_1}{R_1} \mu \text{ und } 3 P \frac{r_2}{R_2} \mu,$$

welche beide zu gleicher Zeit durch die Umfangskraft P überwunden werden müssen. Der verhältnismässige Arbeitsverlust beträgt mithin unter der vorläufigen Annahme einer gleichgrossen Umfangsgeschwindigkeit $= v$ an beiden Riemscheiben

$$V_{\alpha 1} = \frac{\left(3 P \frac{r_1}{R_1} + 3 P \frac{r_2}{R_2}\right) \mu}{P} = 3 \mu \left(\frac{r_1}{R_1} + \frac{r_2}{R_2}\right), \dots \quad (219)$$

oder mit den beispielsweise angenommenen Durchschnittswerten

$$\frac{r_1}{R_1} = \frac{r_2}{R_2} = \frac{1}{16},$$

und

$$\mu = 0,1,$$

$$V_{\alpha 1} = 0,037, \quad \text{oder} \quad 3,7 \%,$$

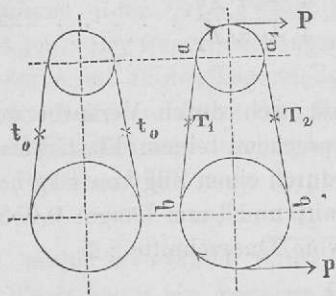
sowie endlich der Wirkungsgrad in bezug auf die Umfangskraft allein

$$\eta_1 = 1 - V_{\alpha 1} = 1 - 0,037 = 0,963.$$

b. Verlust an Umfangsgeschwindigkeit.

Dieser erscheint als unvermeidliches und durch keine, auch noch so starke Riemenspannung zu beseitigendes Schleifen des Riemens auf den Rollen. Veranlassung hiezu ist die Elastizität des Riemenmaterials, für welches eine Spannungsänderung stets eine gleichzeitige Längenänderung im Gefolge haben muss. Da bei der kontinuierlichen Bewegung des Riemens an jeder Stelle in der gleichen Zeit stets das gleiche Ledervolumen, die gleiche Lederquantität, vorbeigehen muss, so muss also ein stärker gespanntes und somit mehr gedehntes Stück rascher laufen, als das gleiche Lederquantum eines weniger

Fig. 252.



gespannten, weniger gedehnten Stückes. Längs des Berührungsgebogens $a a_1$ oder $b b_1$ (Fig. 252) finden aber Spannungs- und Längenänderung statt, und folglich beim Übergang von der kleineren Riemenspannung T_2 in die grösse T_1 auch eine relative Bewegung des Riemens gegen die Rolle, d. h. ein Schleifen.

Ist nun l_0 die Länge des ursprünglichen Riemens unter der Spannung t_0 , welche bei einer gewissen Geschwindigkeit in einer bestimmten Zeit durch einen Punkt läuft, und α die Dehnung, welche durch die Spannung = 1 an der Länge = 1 hervorgebracht wird, so sind in der gleichen Zeit folgende Riemenslängen in Bewegung (Fig. 252):

an der treibenden Scheibe

$$\begin{aligned} \text{bei } a &\text{ läuft auf: } l_1 = l_0 (1 + \alpha [T_1 - t_0]), \\ \text{„ } a_1 &\text{ „ ab: } l_2 = l_0 (1 + \alpha [T_2 - t_0]); \end{aligned}$$

an der getriebenen Scheibe

$$\begin{aligned} \text{bei } b_1 &\text{ läuft auf: } l_2 = l_0 (1 + \alpha [T_2 - t_0]), \\ \text{„ } b &\text{ „ ab: } l_1 = l_0 (1 + \alpha [T_1 - t_0]). \end{aligned}$$

Nimmt man nun an, dass die Umfangsgeschwindigkeit v_1 und v_2 der Rollen R_1 und R_2 gleich sei der Geschwindigkeit des auflaufenden Riemens, so ist

für die treibende Scheibe $v_1 = w_1 R_1 = l_0 (1 + \alpha [T_1 - t_0])$ } 220
für die getriebene Scheibe $v_2 = w_2 R_2 = l_0 (1 + \alpha [T_2 - t_0])$ } 220

und daher der Wirkungsgrad in bezug auf den Geschwindigkeitsverlust gegeben durch

$$\eta_2 = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1 + \alpha (T_2 - t_0)}{1 + \alpha (T_1 - t_0)} \quad \quad 221$$

Setzt man hierin den oben angenommenen Wert $T_1 = 2 T_2$

sowie $t_0 = \frac{3}{4} T_1 = 1 \frac{1}{2} T_2,$

so wird

$$\eta_2 = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1 - \alpha \frac{T_1}{4}}{1 + \alpha \frac{T_1}{4}} = \frac{4 - \alpha T_1}{4 + \alpha T_1} \dots \dots \dots \quad (222)$$

Der Wert der Grösse α lässt sich durch Versuche ermitteln, und zwar beträgt, entsprechend einem Elastizitätsmodul $E = 18$, die Verlängerung durch einen Zug von 1 kg bei einem Riemen von 1 qmm Querschnitt und 1 mm Länge: 0,055. Allgemein wird für den Riemen vom Querschnitte $\beta \delta$

$$\alpha = \frac{1}{E \cdot \beta \delta}$$

und mit

$$\beta \delta k = T_1$$

wird bei dem Werte $k = 0,20$

$$\alpha = \frac{k}{E T_1} = \frac{0,20}{18 T_1} = \frac{0,011}{T_1} = \frac{0,022}{T_2}.$$

Es wird nun

$$\eta_2 = \frac{4 - 0,011}{4 + 0,011} = 0,994$$

und der verhältnismässige Verlust

$$V_{\alpha_2} = 1 - 0,994 = 0,006 \text{ oder } 0,6\%.$$

Ein solcher Geschwindigkeitsverlust könnte bei einer einmaligen Übersetzung vielleicht vernachlässigt werden, doch wächst derselbe bei mehrfachen Riemenübertragungen mit der Potenz von 0,994, und es wird bei

$$2 \text{ maliger Übertragung } \eta_2 = 0,994^2 = 0,988 \dots V_{\alpha_2} = 0,012$$

$$3 \text{ " } \eta_2 = 0,994^3 = 0,982 \dots V_{\alpha_2} = 0,018$$

$$4 \text{ " } \eta_2 = 0,994^4 = 0,976 \dots V_{\alpha_2} = 0,024$$

Der Geschwindigkeitsverlust durch Gleiten der Riemens auf den Scheiben kann verringert werden durch Erhöhung der anfänglichen Riemenspannung, jedoch zu Ungunsten der Gesamtleistung, indem durch vermehrte Riemenspannung die Reibung der Rollenachsen in ihren Lagern vergrössert wird.

Kleinere Widerstände ergeben sich ferner aus der Biegung des Riemens um die Rollen, und bei geschränktem Riemen

aus der Dehnung der äusseren Riemenkanten; doch bleiben diese Widerstände bei Ausführungen mit normalen Verhältnissen unter $1/2\%$, weshalb wir sie nicht weiter berücksichtigen. Der Gesamtwirkungsgrad, hervorgehend aus der Reibung der Axen an den Lagerstellen, aus dem Gleiten der Riemen auf den Rollen und aus dem Biegungswiderstand des Riemens etc., drückt sich aus durch $\eta = \eta_1 \eta_2$, und beträgt bei den oben erhaltenen Werten $\eta_1 = 0,963$

$$\text{und } \eta_2 = 0,994$$

mithin $\eta = 0,963 \cdot 0,994 = 0,957$, also ergiebt sich mit diesem Werte von η ein gesamter verhältnismässiger Arbeitsverlust von

$$V_a = 1 - \eta = 0,043 \quad \text{oder} \quad 4,3\%,$$

derselbe steigt in normalen Fällen wohl nicht über 3%.

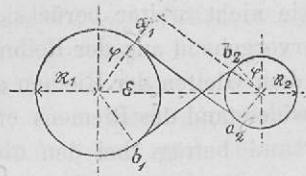
§ 44. Bewegungsübertragung mit veränderlichem Geschwindigkeitsverhältnisse.

Um mehrfache Übersetzungsverhältnisse zu ermöglichen, werden mehrere Scheibenkränze von verschiedenen Durchmessern zu *einem* Stücke vereinigt, und solche mehrfache Rollen (Stufenscheiben, auch Stufenkonuse) auf den beiden zu verbindenden Wellen angebracht. Die Bedingung, welcher, neben der Forderung der Vermittlung richtiger Geschwindigkeitsverhältnisse, diese Stufenscheiben genügen müssen, ist zunächst, dass ein und derselbe Riemen für alle verlangten Übersetzungen benutzt werden kann, und dass daher der für ein zusammengehöriges Scheibenpaar bestimmte, von Anfang an mit t_0 gespannte, Riemen die gleiche Länge habe, wie für jedes andere Paar. Unter Vernachlässigung der Anordnungen mit geschränkten Riemen mögen die Gleichungen für die in betracht kommenden Riemenlängen nur für die Grenzfälle, den gekreuzten und den offenen Riemen entwickelt werden.

Für gekreuzten Riemen ist diese Länge (Fig. 253):

$$\begin{aligned} L &= \widehat{a_1 b_1} + \widehat{b_1 b_2} + \widehat{b_2 a_2} + \widehat{a_2 a_1}, \\ &= R_1(\pi + 2\varphi) + E \cos \varphi + R_2(\pi + 2\varphi) + E \cos \varphi, \\ &= (\pi + 2\varphi)(R_1 + R_2) + 2E \cos \varphi \dots \dots \dots \quad 223) \end{aligned}$$

Fig. 253.



Zur Erinnerung

Summe der Halbmesser konstant die gleiche bleibe, d. h. es muss sein:

$$R'_1 + R'_2 = R_1 + R_2 = S \dots \dots \dots \quad 224)$$

woraus

$$R'_1 = \frac{S}{1 + \left(\frac{R'_2}{R'_1}\right)} = \frac{S}{1+i},$$

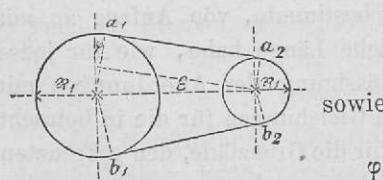
und

$$R'_2 = \dots \dots \frac{S i}{1+i},$$

Bei offenem Riemen (Fig. 254) drückt sich die Riemenlänge aus durch die Gleichung:

$$\begin{aligned} L &= \widehat{a_1 b_1} + \widehat{b_1 b_2} + \widehat{b_2 a_2} + \widehat{a_2 a_1}, \\ &= R_1 (\pi + 2\varphi) + E \cos \varphi + R_2 (\pi - 2\varphi) + E \cos \varphi, \\ &= \pi(R_1 + R_2) + 2\varphi(R_1 - R_2) + 2E \cos \varphi \dots \dots \quad 225) \end{aligned}$$

Fig. 254.



Setzt man hierin

$$R_1 + R_2 = S,$$

$$R_1 - R_2 = D,$$

sowie

$$\varphi = \sin \varphi = \frac{R_1 - R_2}{E} = \frac{D}{E},$$

und

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \left(\frac{D}{E}\right)^2} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{D}{E}\right)^2$$

so wird

$$\begin{aligned} L &= \pi S + 2 \frac{D}{E} D + 2 E \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{D}{E}\right)^2\right) \\ &= \pi S + 2 E + \frac{D^2}{E}. \quad \dots \dots \dots \quad 226) \end{aligned}$$

Für irgend ein anderes Scheibenpaar erhielte man analog

$$L' = \pi S' + 2 E + \frac{D'^2}{E},$$

und muss daher, da die Forderung besteht, dass $L' = L$ sein soll, auch

$$S' = S + \left\{ \left(\frac{D}{E}\right)^2 - \left(\frac{D'}{E}\right)^2 \right\} \frac{E}{\pi} = S + F. \quad \dots \dots \quad 227)$$

sein. Diese Gleichung sagt, dass bei offenem Riemen die Summe je zweier zusammenarbeitender Halbmesser nicht konstant bleibt, sondern dass zu der Summe der beiden zuerst berechneten Halbmesser $S = R_1 + R_2$ ein Korrekturglied

$$F = \left\{ \left(\frac{D}{E}\right)^2 - \left(\frac{D'}{E}\right)^2 \right\} \frac{E}{\pi}. \quad \dots \dots \quad 228)$$

addiert werden muss. In diesem Korrekturglied ist die Grösse D' , d. h. die Differenz der erst noch zu bestimmenden Halbmesser R'_1 und R'_2 allerdings unbekannt; mit hinreichender Genauigkeit kann aber hiefür die Differenz der für gekreuzte Riemen treffenden Halbmesser gesetzt werden, welche unter der einfacheren Bedingung der Konstanz der Summe $R'_1 + R'_2$ berechnet werden können.

Als das erste Scheibenpaar, d. h. als dasjenige, für welches zuvor die Summe $S = R_1 + R_2$ gerechnet wird, betrachtet man dasjenige, mit welchem die grösste Übersetzung bewirkt werden soll, und setzt dabei den grösseren dieser beiden Halbmesser, wie bei andern Rollenanordnungen (§ 39 S. 232)

$$R = (8 + i) d;$$

hierin ist wieder

$$i = \frac{\text{grössere}}{\text{kleinere}} \text{ Umdrehungszahl} \geq 1.$$

Beispiel. Es seien $N = 2$ Pferdestärken zu übertragen von einer Welle aus, welche konstant 100 Touren mache, auf eine zweite Welle, welche nach Bedarf: 50, 100, 200, 300 oder 400 Umdrehungen machen solle. Das erst zu berechnende Scheibenpaar ist hier dasjenige, durch welches die grösste der geforderten Übersetzungen, also diejenige von 100 auf 400 Umdrehungen bewirkt werden soll. Demgemäss rechnet sich zunächst für die grösste vorkommende Scheibe in Zusammenhang mit der zugehörigen Bezugs-Axe d (alle Masse in mm)

$$d = 122 \sqrt{\frac{2}{100}} = 33,$$

$$R_1 = 33 \left(8 + \frac{400}{100} \right) = 396,$$

und die zugehörige kleinste Scheibe

$$R_2 = R_1 \frac{100}{400} = \frac{396}{4} = 99.$$

Hieraus folgt nun die Summe der beiden Halbmesser mit $S = 396 + 99 = 495$, und erhält man für die Übersetzungen

$$\begin{array}{ccccc} 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ \hline 400 & 300 & 200 & 100 & 50 \end{array}$$

die Halbmesser bei gekreuzter Riemenleitung

$$\begin{array}{c} R_1 = | 396,00 | 371,25 | 330,00 | 247,50 | 165,00 \\ R_2 = | 99,00 | 123,75 | 165,00 | 247,50 | 330,00 \end{array}$$

Es werden folglich die Differenzen der Halbmesser:

$$D' = 297,00 \quad 247,50 \quad 165,00 \quad 0 \quad -165,00$$

und ergibt sich bei einer Axenentfernung $E = 1000$ das Korrekturglied

$$F = 0 \quad 8,6 \quad 19,4 \quad 28,1 \quad 19,4$$

daher die neuen Halbmessersummen für offene Riemenleitung

$$S' = S + F = 495 \quad 503,6 \quad 514,4 \quad 523,1 \quad 514,4$$

und endlich die korrigierten Halbmesser:

$$\begin{array}{c} R_1' = | 396,00 | 377,7 | 342,93 | 261,55 | 171,47 \\ R_2' = | 99,00 | 125,9 | 171,47 | 261,55 | 342,93 \end{array}$$

Eine nochmalige Korrektur mit Hilfe der nun bestimmten Halbmesser wird wohl selten nötig sein.

Zur Berechnung der Riemenbreite bestimmt man aus dem von der treibenden Axe zu übertragenden Drehmoment für den mittleren Halbmesser der Stufenscheiben die Umfangskraft und hieraus unter Annahme der Riemenstärke δ nach den Regeln von § 38 die Riemenbreite β .

Jeder einzelne Rollenkranz erhält die auch für einfache Rollen nötige Breite

$$b = 1,1 (\beta + 10^{\text{mm}}).$$

Die grösste in der Stufenscheibe vorkommende Rolle (Fig. 255) erhält die Minimalkranzstärke

$$s_1 = 0,7 \delta + 0,01 R,$$

welches Mass wir an der äussersten Stelle auftragen und von da aus mit einem Steigungsverhältnis 1 : 60 gegen die Nabe verstärken. Die Verschlusscheibe (Fig. 255 untere Hälfte) kann als Stärke das mittlere Mass der Kranzstärke (hier also s_3) erhalten.

Fig. 255.

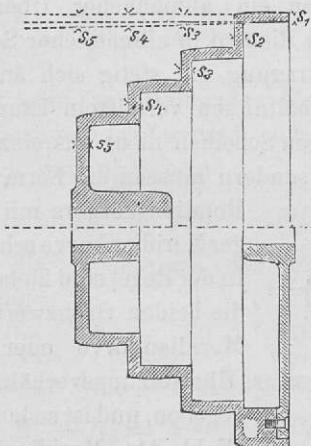
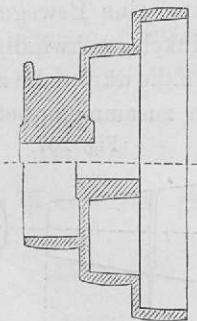


Fig. 256.



Als Länge der Nabe nehme man mindestens die Kranzbreite = b , und für jede gegen die Nabe unsymmetrisch an-

geordnete Scheibe $\frac{1}{4} b$ weiter, also z. B. in Fig. 255 $b + \frac{3}{4} b$,
 in Figur 256 (obere Hälfte) $b + \frac{2}{4} b$,
 » » » (untere Hälfte) b .

Oftmals ist bei Stufenscheiben nur die mit dem ersten und dem letzten Scheibenpaar zu erzielende Übersetzung gegeben, die Zwischen-Übersetzungen sodann nach irgend einem Gesetz, arithmetisch oder geometrisch fortschreitend, einzuschalten. Ist z. B. die mit dem ersten Scheibenpaare zu erzielende Übersetzung $= i_1$, diejenige bei dem letzten (n^{ten}) $= i_n$, und sollen die Übersetzungszahlen eine geometrische Reihe bilden, so wird deren gemeinschaftlicher Faktor x erhalten durch

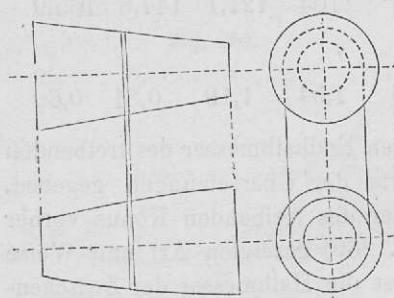
$$\begin{aligned}i_2 &= x i_1, \\i_3 &= x i_2 = x^2 i_1, \\i_4 &= \dots x^3 i_1, \\i_n &= \dots x^{n-1} i_1,\end{aligned}$$

$x = \sqrt[n-1]{\frac{i_n}{i_1}}$.

folglich wird

stellt. Ist für dieselbe eine gerade Linie angenommen, so wird sie für die andere Rolle bei gekreuztem Riemen ebenfalls eine gerade Linie (Fig. 257), da hiedurch der Bedingung genügt ist, dass die Summe je zweier zusammenarbeitender

Fig. 258.



Halbmesser konstant gleich sein muss. — Bei offenem Riemen wird die zu bestimmende Meridianlinie der zweiten Rolle eine krumme Linie sein, welche man durch einzelne Riemenstellungen bestimmt, indem man für diese jeweils die Summe zweier zusammengehöriger Halbmesser berechnet. Aus dieser Summe folgen (Fig. 258) durch

einfache Subtraktion die Halbmesser der zweiten Rolle an diesen Stellen.

Beispiel. Der treibende Riemenkonus mit gerader Meridianlinie habe einen grössten Halbmesser = 200 mm, einen kleinsten von 100 mm, und die grösste Übersetzung auf den getriebenen Konus sei vierfach. Somit ist dessen kleinster Halbmesser = $\frac{200}{4} = 50$ mm, und die Halbmessersumme = 250 mm.

Zieht man am treibenden Konus in gleichen Abständen die Halbmesser, so werden dieselben eine arithmetische Reihe bilden, und etwa sein:

$$R_1 = 200 \quad 180 \quad 160 \quad 140 \quad 120 \quad 100$$

und die zugehörigen des getriebenen Konus für gekreuzte Riemen

$$R_2 = 50 \quad 70 \quad 90 \quad 110 \quad 130 \quad 150$$

Es folgen dann die Differenzen

$$D' = R_1 - R_2 = 150 \quad 110 \quad 70 \quad 30 \quad -10 \quad -50$$

bei einer Axenentfernung = 400 mm die Korrekturglieder

$$F = \quad 0 \quad 8,2 \quad 14,0 \quad 17,1 \quad 17,8 \quad 15,9$$

folglich die neuen Halbmessersummen für offene Riemen

$$S' = 250 \quad 258,2 \quad 264,0 \quad 267,1 \quad 267,8 \quad 265,9$$

und die Halbmesser selbst

$$R'_1 = 200 \quad 180 \quad 160 \quad 140 \quad 120 \quad 100$$

$$R'_2 = 50 \quad 78,2 \quad 104 \quad 127,1 \quad 147,8 \quad 165,9$$

und daher die Übersetzungen

$$i = 4 \quad 2,30 \quad 1,54 \quad 1,19 \quad 0,81 \quad 0,60$$

Sind hiebei nicht die beiden Endhalbmesser des treibenden Konus, sondern die Grenzwerte der Übersetzungen gegeben, so ist der zweite Endhalbmesser des treibenden Konus vorher nach der in dem Beispiele (S. 260) gezeigten Art und Weise zu bestimmen, und hierauf erst die Halbmesser der Zwischenwerte in irgend einer Weise einzuschalten.

VIII. SEILTRANSMISSION.

§ 45. Die Kettenlinie als Seilkurve.

Von ganz ausserordentlicher Wichtigkeit für die Übertragung kleiner wie grösster Kräfte auf geringe wie auf die weitesten Entfernungen ist die Benützung eines Seiles als Bewegung vermittelnden Organes zwischen zwei Rollen, welche auf den zu verbindenden Axen befestigt sind. Übereinstimmend für diese Art der Bewegungsübertragung mit der Riementransmission ist die gegenseitige Mitnahme von Triebrollen und Seil durch die Adhäsion des letzteren auf den ersteren. Der Unterschied zwischen beiden besteht im Prinzip darin, dass bei Riementransmissionen der Riemen (das Bewegung übertragende Band) als gewichtslos angesehen und daher auch angenommen werden darfte, dass derselbe zwischen den beiden Ablaufstellen in einer geraden Linie an beiden Rollenumfängen tangierend laufe, während bei einem Seile eine solche Annahme nicht mehr zulässig ist, da dasselbe zwischen den beiden Ablaufstellen von den Rollen in einer Kurve schlaff herabhängt.

Der letztere Umstand veranlasst zunächst den Zusammenhang aufzusuchen zwischen der Gestalt der Seilkurve und den Spannungen an den Ablaufstellen.

Das Seil, betrachtet als ein vollkommen biegsamer Faden von stets gleichem Querschnitte, d. h. von einem über seine

ganze Länge gleichmässig verteilten Eigengewichte, wird zwischen 2 Punkten p und p_1 in einer Kurve hängen (Fig. 259). Die bei p herrschende Längenspannung T im Seile werde in ihre beiden Komponenten H und V in horizontaler und vertikaler Richtung zerlegt. Denkt man sich jede dieser drei Spannungen T , V und H

dargestellt durch das Gewicht eines Seiles von bestimmter Länge, so kann gesetzt werden

$$\left. \begin{array}{l} T = n \gamma, \\ H = m \gamma, \\ V = s \gamma. \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (229)$$

Betreffs der letzteren Spannung V ist bekannt, dass bei allen Seilpolygonen und Seilkurven mit irgend beliebiger Belastungsweise der Wert der Vertikalkomponente der Längenspannung in jedem Punkte gleich ist der Summe sämtlicher Belastungen zwischen dem betrachteten und dem tiefsten Punkte, dem Scheitel der Seilkurve. Im vorliegenden Falle ist eine äussere Belastung als das Eigengewicht des Seiles nicht vorhanden, folglich ist V gleich dem Gewichte eines Seiles von der Länge $= s$ und dem Gewichte γ per Längeneinheit, wobei s die Länge des Seiles bezeichnet von dem Punkte p bis zum Scheitel der Seilkurve.

Legt man ein rechtwinkliges Koordinatensystem, und zwar die Y -Axe vertikal durch den Scheitel der Seilkurve, die X -Axe darauf senkrecht in einem erst zu bestimmenden Abstande

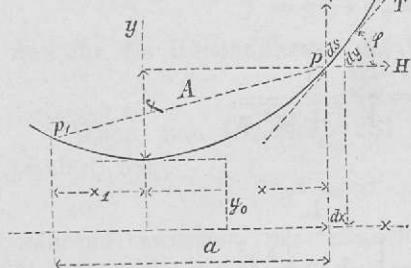


Fig. 259.

unter dem Scheitel, und ist φ der Winkel des Elementes bei p gegen die Horizontale, so gilt jedenfalls

$$\cos \varphi = \frac{d x}{d s},$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{V}{H} = \frac{s}{m}.$$

Weil aber

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}},$$

so wird

$$\frac{d x}{d s} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{s}{m}\right)^2}}.$$

Es folgt hieraus durch Integration

$$x = m \log \operatorname{nat} \left\{ \frac{s}{m} + \sqrt{1 + \left(\frac{s}{m}\right)^2} \right\} \dots \dots \dots \quad 230)$$

sowie

$$\frac{s}{m} + \sqrt{1 + \left(\frac{s}{m}\right)^2} = e^{\frac{x}{m}},$$

woraus nach einiger Umformung folgt

$$s = \frac{m}{2} \left(e^{\frac{x}{m}} - e^{-\frac{x}{m}} \right) \dots \dots \dots \quad 231)$$

Setzt man

$$\frac{s}{m} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{d y}{d x},$$

so wird aus 231

$$\frac{d y}{d x} = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{x}{m}} - e^{-\frac{x}{m}} \right),$$

und hieraus durch Integration

$$y = \frac{m}{2} \left(e^{\frac{x}{m}} + e^{-\frac{x}{m}} \right) + C \dots \dots \dots \quad 232)$$

Setzt man die Konstante $C = 0$, so wird für $x = 0$, d. h. für den Scheitel der Seilkurve

$$y_0 = m,$$

d. h. die Lage der X -Axe ist nunmehr bestimmt durch deren Abstand $y_0 = m$ von dem Scheitel der Kurve.*)

Für die Tiefe des Scheitels unter dem Punkte p , die sogenannte *Einsenkung*, hat man

$$f = y - y_0 = y - m,$$

und für die Höhendifferenz der beiden Ablaufpunkte p und p_1

$$h = y - y_1.$$

Wenn man Gleichung 231 und 232 quadriert und subtrahiert, folgt

$$y^2 = s^2 + m^2. \dots \dots \dots \quad 233)$$

während zwischen der Längenspannung und deren beiden Komponenten die Beziehung herrscht

$$T^2 = V^2 + H^2,$$

oder

$$n^2 = s^2 + m^2. \dots \dots \dots \quad 234)$$

Den beiden Gleichungen 233 und 234 wird genügt durch

$$y = n.$$

Es ist mithin zu setzen

$$T = y \gamma, \dots \dots \dots \quad 235)$$

und ist daher die Längenspannung in einem Seile gleich dem Gewichte eines Seiles von einer Länge $= n = y$, gleich der Ordinate, und ist somit durch die aus andern Rücksichten stets bekannte notwendige Spannung T an einem Punkte p auch die Höhe dieses Punktes über der X -Axe gegeben durch

$$y = \frac{T}{\gamma}.$$

Am Scheitel der Seilkurve, wo y seinen kleinsten Wert $y_0 = m$ annimmt, wird

$$T_0 = m \gamma = H,$$

*) m heisst der *Parameter* der Kettenlinie; die in der Entfernung m vom Scheitel liegende X -Axe heisst die *Direktrix*.

d. h. die Horizontalspannung am tiefsten Punkte ist die gleiche, wie diejenige an irgend einem beliebigen Punkte p , mithin durch die ganze Seilkurve konstant $= H = m\gamma$.

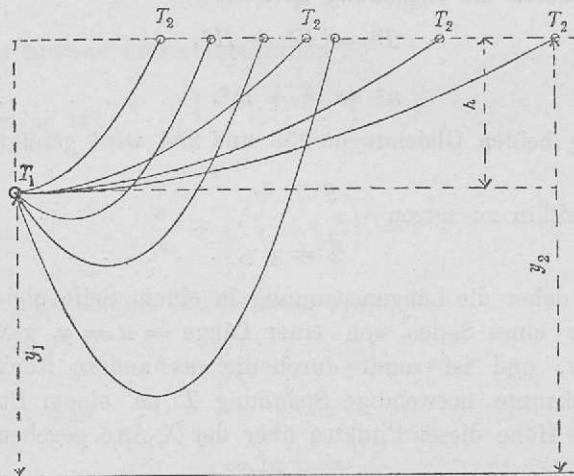
Aus Gleichung 235 folgt für zwei beliebige Punkte einer Seilkurve analog $T_1 = y_1 \gamma$,
und $T_2 = y_2 \gamma$.

Ist der Vertikalabstand der beiden Punkte $= h$

so muss $h = y_2 - y_1$
sein, und daher $T_2 - T_1 = (y_2 - y_1) \gamma = h\gamma$. . 236)

d. h. die Differenz der Längen-Spannungen in zwei Punkten einer Seilkurve ist gleich dem Gewichte eines Seiles von der Länge gleich der Höhen-Differenz der beiden Punkte, und unabhängig von der sonstigen gegenseitigen Lage derselben. So

Fig. 260.



ist für alle in Fig. 260 gezeichneten Seilkurven bei gleichbleibender Spannung $= T_1$ im unteren Ablaufpunkte die Spannung in der oberen Ablaufstelle ebenfalls die gleiche $= T_2 = T_1 + h\gamma$.

Die Gleichungen 230 bis 233 können auf eine zur Lösung der meisten Aufgaben bequemere Gestalt gebracht werden,

wenn man zunächst in Gleichung 230 den Wert einführt

$$\frac{s}{m} = \operatorname{tg} \varphi. \quad \text{Es wird somit}$$

$$x = m \log \operatorname{nat} \left\{ \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{\cos \varphi} \right\},$$

$$x = m \left\{ \log \operatorname{nat} (1 + \sin \varphi) - \frac{1}{2} \log \operatorname{nat} (1 - \sin^2 \varphi) \right\},$$

$$x = \frac{m}{2} \log \operatorname{nat} \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi},$$

wofür man die Reihe hat

$$x = \frac{m}{2} \cdot 2 (\sin \varphi + \frac{1}{3} \sin^3 \varphi + \frac{1}{5} \sin^5 \varphi + \dots) \quad \dots \quad 237)$$

In den meisten Fällen werden die Ablaufwinkel φ nicht über 10° betragen, und wenn dann die höheren Potenzen von $\sin \varphi$ vernachlässigt werden, so erhält man zur Bestimmung der Seilkurve die Beziehungen:

$$\left. \begin{array}{l} x = m \sin \varphi, \\ \text{wozu noch} \\ m = y \cos \varphi, \\ s = y \sin \varphi, \\ f = y - m = y(1 - \cos \varphi). \end{array} \right\} \quad \dots \quad 238)$$

Innerhalb derselben Grenze, d. h. bis zu Ablaufwinkeln höchstens $= 10^\circ$, ist aber, wie im folgenden Paragraphen gezeigt wird, auch die Substitution der Parabel für die Kettenlinie zulässig, und lassen sich mit Hilfe der Parabel diese einfacheren Aufgaben auch genügend genau lösen.

Bei grösseren Ablaufwinkeln ist aber in der Gleichung 237 für x die Berücksichtigung weiterer Glieder der Reihe notwendig, und zwar wird insbesondere, wenn man noch das

zweite Glied: $\frac{1}{3} \sin^3 \varphi$ mit in Rechnung zieht,

$$x = m \left(\sin \varphi + \frac{1}{3} \sin^3 \varphi \right),$$

$$= y \cos \varphi \left(\sin \varphi + \frac{1}{3} \sin^3 \varphi \right),$$

$$x = y \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \dots\right) \left(\sin \varphi + \frac{1}{3} \sin^3 \varphi\right),$$

$$\frac{x}{y} = \sin \varphi - \frac{1}{6} \sin^3 \varphi \dots$$

Höhere als dritte Potenzen von $\sin \varphi$ sind dabei vernachlässigt, und wird nun, wenn man setzt

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{s}{y}, \\ x &= s \left\{1 - \frac{1}{6} \left(\frac{s}{y}\right)^2\right\}, \\ \text{sowie angenähert} \\ s &= x \left\{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{x}{y}\right)^2\right\}, \\ \text{ferner} \\ f &= y \left(1 - \cos \varphi\right) = \frac{s}{2} \left(\frac{s}{y}\right). \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad 239)$$

Diese Berechnung ist zulässig bis zu Werten der Ablaufwinkel $\varphi = 30^\circ$. Sollte ein noch höherer Grad von Genauigkeit wünschenswert sein, so würde mit Berücksichtigung auch noch des dritten Gliedes von Gleichung 237 schliesslich erhalten werden

$$\left. \begin{aligned} x &= s \left\{1 - \frac{1}{6} \left(\frac{s}{y}\right)^2 - \frac{11}{120} \left(\frac{s}{y}\right)^4 \dots\right\}, \\ s &= x \left\{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{11}{120} \left(\frac{x}{y}\right)^4 \dots\right\}, \\ f &= \frac{s}{2} \left(\frac{s}{y}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{s}{y}\right)^2 \dots, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad 240)$$

Die Formeln 238, 239 und 240 dienen für den Fall, dass bei grossen Werten des Ablaufwinkels der Seilkurve nicht mehr die Parabel substituiert werden kann, insbesondere dazu, um aus der bekannten Länge s und der Längenspannung $T = y\gamma$ die übrigen Elemente der Seilkurve zu bestimmen, wenn die beiden Ablaufpunkte p und p_1 auf sehr viel verschiedenem Niveau liegen.

Jedenfalls gilt für den einen Zweig der Kurve vom Scheitel bis zum Punkte p_1

$$m = y_1^2 - s_1^2,$$

und für den zweiten Zweig vom Scheitel bis zum Punkte p

$$m = y^2 - s^2,$$

woraus

$$\begin{aligned} y_1^2 - y^2 &= s_1^2 - s^2, \\ &= (s_1 + s)(s_1 - s). \end{aligned}$$

Ist nun die gesamte Länge l des verwendeten Seiles bekannt, so ist zu setzen:

$$s_1 + s = l,$$

$$s_1 - s = \frac{y_1^2 - y^2}{l},$$

woraus die einzelnen Längen folgen mit

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{2} \left(l + \frac{y_1^2 - y^2}{l} \right), \\ s &= \frac{1}{2} \left(l - \frac{y_1^2 - y^2}{l} \right). \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad 241)$$

Aus den Werten von s_1 und s folgen sodann nach Gleichung 238, 239 oder 240 die Werte f , sowie x_1 und x , somit die Hauptelemente der Seilkurve.

Für l kann man als erste Annäherung jene Seillänge setzen, welche bei direkter Verbindung der beiden Ablaufpunkte p und p_1 unter Beibehaltung des direkten Abstandes $p p_1 = a$ resultieren würde, wenn p und p_1 im gleichen Niveau lägen.

Über die Bestimmung des Wertes von y und y_1 für jede Ablaufstelle siehe § 47.

§ 46. Genäherte Bestimmung der Seilkurve als Parabel.

Bei den verhältnismässig geringen Einsenkungen und kleinen Werten der Ablaufwinkel, welche sich bei Drahtseiltransmissionen zumeist finden, ist es zulässig, für die Kettenlinie als Seilkurve eine Parabel zu substituieren.

Setzt man hierin wieder (Fig. 261)

H = Horizontalspannung im Scheitel,

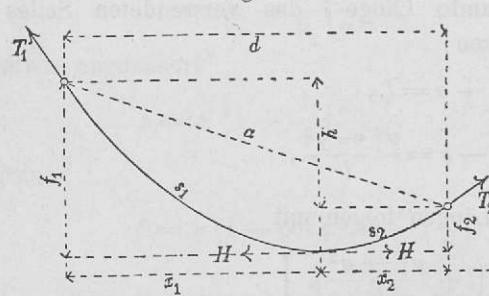
x = Horizontalabstand eines Punktes p vom Scheitel,

f = Einsenkung oder Vertikalabstand des Punktes p vom Scheitel,

γ = auf die Längeneinheit von x treffende gleichmässig verteilte Belastung,

so gilt als Momentengleichung in bezug auf den Aufhängungspunkt p :

Fig. 261.



$$Hf = \gamma x \frac{x}{2},$$

woraus die bekannte Parabelgleichung folgt

$$H = \gamma \frac{x^2}{2f} \quad (242)$$

Ferner muss auch wieder gelten

$$T^2 = V^2 + H^2.$$

• Hierin ist wieder:

T die Längenspannung im Seile am Aufhängungspunkt,

V die Vertikalkomponente von T gleich der Summe sämtlicher Belastungen zwischen dem Scheitel und dem Aufhängungspunkte, mithin $V = \gamma x$,

und wird mithin

$$T^2 = \gamma^2 x^2 + \left(\gamma \frac{x^2}{2f}\right)^2,$$

woraus

$$f = \frac{1}{2} \frac{\gamma x^2}{\sqrt{T^2 - \gamma^2 x^2}} \quad \dots \quad (243)$$

Liegen allgemein die Aufhängungspunkte eines Seiles nicht auf derselben Horizontalen, sondern in einem Vertikalabstand $= h$, so liegt auch der Scheitel nicht in der Mitte zwischen beiden, und sind auch dann die beiden Parabelzweige zwischen dem Scheitel und den Aufhängungspunkten nicht gleich. Für

jeden derselben gelten aber die eben gefundenen Gleichungen 242 und 243, nämlich:

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \gamma \frac{x_1^2}{2f_1}, \\ f_1 &= \frac{1}{2} \frac{\gamma x_1^2}{V T_1^2 - \gamma^2 x_1^2}, \end{aligned} \right\} \text{und} \left. \begin{aligned} H_2 &= \gamma \frac{x_2^2}{2f_2}, \\ f_2 &= \frac{1}{2} \frac{\gamma x_2^2}{V T_2^2 - \gamma x_2^2}, \end{aligned} \right\}. \quad (244)$$

Da hierin $H_1 = H_2$ sein, d. h. die horizontale Scheitelspannung für die beiden im Scheitel zusammenstossenden Zweige der Parabel gleich sein muss, so folgt

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{Vf_2}{Vf_1},$$

während gleichzeitig der ganze Horizontalabstand d der beiden Ablaufpunkte gesetzt werden kann:

$$d = x_1 + x_2 = x_1 \left(1 + \frac{x_2}{x_1}\right),$$

sowie

$$f_2 = f_1 - h.$$

Daraus wird nun

$$\begin{aligned} x_1 (Vf_1 + Vf_1 - h) &= d Vf_1, \\ x_1^2 h &= 2 d x_1 f_1 - d^2 f_1 \dots \dots \dots \quad (245) \end{aligned}$$

Setzt man hierin

$$f_1 = \frac{1}{2} \frac{\gamma x_1^2}{V T_1^2 - \gamma^2 x_1^2},$$

so ergibt sich

$$h V T_1^2 - \gamma^2 x_1^2 = d \gamma x_1 - \frac{d^2 \gamma}{2},$$

und nach geeigneter Umformung

$$x_1^2 - x_1 \frac{d^3}{h^2 + d^2} + \frac{d^4 \gamma^2 - 4 h^2 T_1^2}{4 \gamma^2 (h^2 + d^2)} = 0.$$

Setzt man hierin $h^2 + d^2 = a^2$ (worin a der direkte Abstand der beiden Aufhängepunkte), sowie $y_1 = \frac{T_1}{\gamma}$, so wird

$$x_1^2 - x_1 \frac{d^3}{a^2} + \frac{d^4 - 4 h^2 y_1^2}{4 a^2} = 0.$$

Die Auflösung dieser quadratischen Gleichung giebt den horizontalen Scheitelabstand von Punkt p_1

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1}{2} \frac{d^3}{a^2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{d^3}{a^2}\right)^2 - \frac{d^4 - 4h^2y_1^2}{4a^2}}, \\&= \frac{1}{2} \frac{d^3}{a^2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{a}{d}\right)^2 + 4 \frac{a^2 h^2 y_1^2}{d^6}} \right\}.\end{aligned}$$

Ebenso erhält man den horizontalen Scheitelabstand für Punkt p_2

$$x_2 = \frac{1}{2} \frac{d^3}{a^2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{a}{d}\right)^2 + 4 \frac{a^2 h^2 y_2^2}{d^6}} \right\}.$$

So weit sind die Rechnungen ohne Annäherung durchgeführt. Um aber zu einer einfacheren Schlussformel zu gelangen, setzt man für geringe Höhendifferenzen der beiden Punkte p_1 und p_2 annähernd

$$a = d, \text{ sowie } y_1 = y_2 = y,$$

und erhält, da für x_1 das obere und für x_2 das untere Vorzeichen gilt, endlich

$$\left. \begin{aligned}x_1 &= \frac{d}{2} + \frac{h}{d} y, \\x_2 &= \frac{d}{2} - \frac{h}{d} y.\end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad 247) ^*)$$

Die Einsenkungen folgen aus Gleichung 242 mit

$$f_1 = \frac{x_1^2}{2} \frac{\gamma}{H} \text{ oder annähernd} = \frac{x_1^2}{2} \frac{\gamma}{T_1},$$

mithin auch

$$f_2 = \frac{x_2^2}{2} \frac{\gamma}{H}, \quad " \quad " \quad = \frac{x_2^2}{2} \frac{\gamma}{T_1},$$

^{*)} Mit dem Werte $f_1 = \frac{x_1^2}{2y}$ aus Gl. 248 folgt aus Gl. 245 $\dots \dots$
 $x_1^2 h = 2d x_1 f_1 - d^2 f_1$ direkt der obige Wert von Gl. 247, nämlich

$$x_1 = \frac{d}{2} + \frac{hy}{d}.$$

und endlich

$$f_1 = \frac{x_1^2}{2y}, \quad \text{und} \quad f_2 = \frac{x_2^2}{2y}. \quad \dots \quad . 248)$$

Stellt man die Frage: wann fällt der Scheitel mit dem tiefsten Aufhängungspunkte des Seiles zusammen, so ist zu setzen:

$$h = f_1 = \frac{x_1^2}{2y} = \frac{\left(\frac{d}{2} + \frac{hy}{d}\right)^2}{2y},$$

woraus nach einiger Umformung folgt

$$\frac{d}{h} = 2 \frac{y}{d}. \quad \dots \quad . 249)$$

Für horizontalen Trieb, d. h. Lage der beiden Punkte p_1 und p_2 auf gleichem Niveau, gilt insbesondere

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = x_2 = \frac{d}{2}, \\ f_1 = f_2 = \frac{1}{8} \frac{d^2}{y}. \end{array} \right\} \quad \dots \quad . 250)$$

Die Länge des Seiles bestimmt sich, auf Grund der vorhergehend angenommenen Gestalt der Seilkurve als Parabel, durch die bekannte Rektifikationsformel

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = x_1 \left\{ 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{f_1}{x_1} \right)^2 \right\}, \\ s_2 = x_2 \left\{ 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{f_2}{x_2} \right)^2 \right\}, \end{array} \right\} \quad \dots \quad . 251)$$

für jeden der beiden Zweige der Parabel zwischen Scheitel und Aufhängestelle.

Insbesondere wird für horizontalen Trieb

$$\begin{aligned} l &= s_1 + s_2 = 2s_1 \quad \text{und} \\ d &= x_1 + x_2 = 2x_1, \end{aligned}$$

sowie

$$l = d \left\{ 1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{d} \right)^2 \right\}. \quad \dots \quad . 252)$$

oder für

$$\frac{f}{d} = \frac{1}{8} \frac{d}{y}$$

$$l = d \left(1 + \frac{1}{24} \left(\frac{d}{y} \right)^2 \right) \quad \dots \dots \dots \quad 252a)$$

Ändert sich die Länge des Seiles von l zu l' , so ändert sich auch die Einsenkung, und wird

$$f' = d \sqrt{\frac{3}{8} \left(\frac{l'}{d} - 1 \right)}, \quad \dots \dots \dots \quad 253)$$

und entsteht eine neue Spannung T' im Seile, gegeben durch
 $T' = y' \gamma$ und wird gemäss Gl. 252a

$$y' = d \frac{1}{\sqrt{24 \left(\frac{l'}{d} - 1 \right)}}$$

Beträgt z. B. für den Ruhezustand, montiert bei $+30^\circ$,

$$y_0 = 450,$$

so wird bei einer Entfernung der Ablaufstellen $d = 100$

$$\text{die Einsenkung } f_0 = \frac{d^2}{8 y_0} = 2,777 \text{ m},$$

$$\text{und } l_0 = 100 \left(1 + \frac{1}{24} \left(\frac{100}{450} \right)^2 \right) = 100,206 \text{ m.}$$

Ändert sich die Temperatur von $+30^\circ$ auf -20° , mithin um 50° , so wird, bei einer dem Drahtmaterial zukommenden Längenänderung von $\frac{1}{800}$ auf 100° , im vorliegenden Falle

eine neue Länge sich ergeben

$$l' = l_0 \left(1 - \frac{1}{800} \cdot \frac{50}{100} \right) = l_0 (1 - 0,000625) = 100,143 \text{ m},$$

und die neue Spannung gegeben sein durch

$$y' = 100 \frac{1}{\sqrt{24 \left(\frac{100,143}{100} - 1 \right)}} = 550,$$

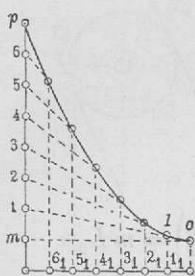
sowie die neue Einsenkung

$$f' = \frac{100^2}{8.550} = 2,273 \text{ m.}$$

Mithin ist die Einsenkung um $f_0 - f' = 2,777 - 2,273 = 0,504 \text{ m}$ geringer geworden.

Die Verzeichnung der durch die Bestimmungsstücke $x_1, x_2, f_1, f_2, s_1, s_2$ vollständig definierten Parabel kann nun auf folgende Weise geschehen (Fig. 262).

Fig. 262.



Man teile die Horizontalabstände $o m_1 = x_1$, sowie $o m_2 = x_2$ bzw. in ebensoviele gleiche Teile, wie die vertikalen Abstände $m_1 p_1$ und $m_2 p_2$; der Durchschnitt der Linie $o 1$ mit der vertikalen Linie durch 1_1 giebt den Punkt I der Parabel u. s. w.

Die praktische Aufgabe, welche bei Ausführung und Aufstellung von Seiltransmissionen zu lösen ist, lautet aber folgendermassen: *Mit welcher Einsenkung ist ein Seil zu hängen im Ruhestande, damit es im Zustande des Betriebes die richtigen Spannungen T_1 im straffen und T_2 im schlaffen Seilstücke und die diesen Spannungen entsprechenden Einsenkungen f_1 und f_2 annehme?*

Die genauere Beantwortung dieser Frage ist mit Hilfe der im vorigen Paragraphen entwickelten Formeln unter Voraussetzung der Kettenlinie als Seilkurve möglich, wenn auch die Rechnung etwas weitläufig wird. Für horizontalen Trieb lässt sich die Lösung der gestellten Aufgabe auch für die der Kettenlinie substituierte Parabel mit genügender Genauigkeit erreichen.

Bezeichnen

$T_0 \ T_1 \ T_2$ die Seilspannungen im ruhenden, im straffen und im schlaffen Seile,

$L_0 \ L_1 \ L_2$ die entsprechenden Seillängen,

$F_0 \ F_1 \ F_2$ die entsprechenden Einsenkungen,
so muss jedenfalls gelten

$$L_1 = L_0 + \lambda_1,$$

$$L_2 = L_0 + \lambda_2,$$

worin λ_1 und λ_2 die Längenänderungen im Seile sind, wenn die Spannung der Ruhe T_0 in diejenige T_1 und T_2 des Betriebes übergeht.

Sind die gleichzeitigen Anstrengungen des Seilmateriales bzw. k_0 , k_1 und k_2 , und der Elastizitätsmodul E , so gilt

$$\lambda_1 = L_0 \frac{k_1 - k_0}{E},$$

$$\lambda_2 = L_0 \frac{k_2 - k_0}{E},$$

und daher

$$L_1 = L_0 \left(1 + \frac{k_1 - k_0}{E}\right),$$

$$L_2 = L_0 \left(1 + \frac{k_2 - k_0}{E}\right),$$

und endlich

$$L_1 + L_2 = L_0 \left(2 + \frac{k_1 + k_2}{E} - 2 \frac{k_0}{E}\right) = m L_0$$

Die Größen $\frac{k_1 + k_2}{E}$ und $2 \frac{k_0}{E}$ sind nicht ganz genau

gleich, doch kann mit vollkommen genügender Annäherung

$$m = 2$$

und daher auch

$$L_0 = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

gesetzt werden; daher ergibt sich aus der Gleichung 253

$$F_0 = d \sqrt{\frac{3}{8} \left(\frac{L_1 + L_2}{2d} - 1 \right)}.$$

Setzt man hierin ferner auch für L_1 und L_2 Werte, welche analog der Gleichung 252 gebildet werden, so wird

$$F_0 = \sqrt{\frac{F_1^2 + F_2^2}{2}} \dots \dots \dots \quad 254)$$

Da nach Gleichung 248 und 250 die Einsenkungen sich verhalten wie umgekehrt die Werte y , und diese wie die Seil-

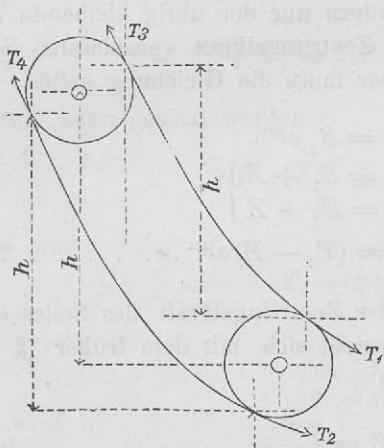
spannungen, T_1 aber in der Regel den Wert $T_1 = 2 T_2$ hat, so kann gesetzt werden

$$F_1 = \frac{1}{2} F_2, \text{ und daher } F_0 = 1,58 F_1 = 0,79 F_2 . \quad 255)$$

§ 47. Berechnung der Zugspannungen im Seile.

Es mögen (Fig. 263) die Ablaufstellen ganz allgemein auf

Fig. 263.



verschiedenem Niveau liegen, und zwar werde bei einem vertikalen Abstande der Rollenachsen $= h$ auch der vertikale Abstand der Ablaufstellen 1 und 3, sowie 2 und 4 gleichfalls $= h$ angenommen. Ist eine Umfangskraft P zu übertragen, so werden an den 4 Ablaufstellen im allgemeinen 4 verschiedene Spannungen in dem

Seile erscheinen, und zwar:

- | | |
|-------|--|
| T_1 | die grösse Spannung an der tiefer gelegenen Rolle, |
| T_2 | " kleinere " " " " " |
| T_3 | " grösse " " " höher " " |
| T_4 | " kleinere " " " " " |

welche 4 verschiedene Seilspannungen wieder dargestellt oder gleichwertig gesetzt werden können mit den Gewichten von gewissen Längen eines Drahtseiles bei einem Gewichte γ per Längeneinheit, so dass gesetzt werden kann:

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = y_1 \gamma, \\ T_2 = y_2 \gamma, \\ T_3 = y_3 \gamma, \\ T_4 = y_4 \gamma. \end{array} \right\} \quad \dots \quad 256)$$

Die beiden Spannungen T_1 und T_2 an den tiefer gelegenen Ablaufstellen sind selbstverständlich kleiner als diejenigen an den höheren Ablaufstellen wegen des die letzteren weiter belastenden Gewichtes des zwischen den beiden Rollen gespannten Seiles. Die Totalspannung an den unteren Ablaufstellen, welche daher allein massgebend sein kann für den Betrieb, setzt sich zusammen aus der zur Hervorbringung der nötigen Adhäsion notwendigen Längenspannung S_1 und S_2 und der durch die Zentrifugalkraft bedingten Mehrspannung Z ; die Totalspannungen T_1 und T_2 kommen also nicht ganz für die Adhäsion zur Geltung, sondern nur der übrig bleibende Teil nach Abzug der durch die Zentrifugalkraft veranlassten Seilspannung Z . Jedenfalls aber muss die Gleichung gelten:

$$\begin{aligned} S_1 &= S_2 e^{\mu\alpha}, \\ \text{sowie wegen } T_1 &= S_1 + Z \\ \text{und } T_2 &= S_2 + Z \\ T_1 - Z &= (T_2 - Z) e^{\mu\alpha} \dots \dots \dots \quad 257 \end{aligned}$$

Adhäsionsfrage

Der Betrag der aus der Zentrifugalkraft des Seiles entstehenden Mehrspannung ergiebt sich mit dem früher (§ 27, Gl. 146) entwickelten Werte

$$Z = \frac{\gamma v^2}{g}; \quad \dots \dots \dots \quad 258)$$

daher wird

$$T_2 = \left\{ T_1 + \frac{\gamma v^2}{g} (e^{\mu\alpha} - 1) \right\} \frac{1}{e^{\mu\alpha}}.$$

Setzt man hierin, wie im Vorhergehenden schon öfters, $e^{\mu\alpha} = 2$, *) so wird

$$T_2 = \frac{1}{2} \left(T_1 + \frac{\gamma v^2}{g} \right) \quad \dots \dots \dots \quad 259)$$

*) $e^{\mu\alpha} = 2$ kann jedenfalls nur gelten für ausgefütterte Seilrollen. Wenn Drahtseile auf blossem Eisen laufen, so ergiebt sich, dass die Seilspannung um 50 bis 70% grösser sein muss. Bei kleinen zu übertragenden Kräften wird die dadurch bedingte grössere Seilstärke nicht von nachteiligem Einflusse sein, da man ja doch nicht gut unter eine solche von 10 mm herabgeht.

Mithin ergibt sich für die Möglichkeit der Erzielung einer Umfangskraft

$$P = T_1 - T_2$$

die zum mindesten nötige Spannung

Aus dieser grösseren Spannung an der unteren Rolle wird die grössere Spannung an der Ablaufstelle der oberen Rolle

$$T_3 = T_1 + h\gamma = 2P + \frac{\gamma v^2}{g} + h\gamma.$$

Mithin kann gesetzt werden

$$2P + \frac{\gamma v^2}{g} = T_3 - h\gamma,$$

und weil

$$T_3 = \gamma y_3,$$

oder

$$\gamma = \frac{T_3}{y_3},$$

so wird

Sind die Rollen auf gleicher Höhe, d. h. $h = 0$, so wird

$$T_3 = -\frac{2P}{1 - \frac{v^2}{g} \cdot \frac{1}{y_3}} = m \cdot 2P \quad \dots \quad (262)$$

Eine Transmission ist nicht mehr möglich, wenn

$$T_1 - Z = 0 \quad \text{oder} \quad T_1 = \frac{\gamma v^2}{g},$$

oder wenn zufolge Gleichung 261

$$T_3 = \infty,$$

bei

$$\left(h + \frac{v^2}{g} \right) = y_3 \quad \dots \dots \dots \quad (263)$$

Bei horizontalem Seiltriebe, für welchen $h = 0$ ist, und bei dem, wie gezeigt werden soll, ganz passenden Werte $y_3 = 600$, resultiert aus Gleichung 263 der Grenzwert für die Geschwindigkeit v mit

$$v^2 = g \cdot y_3 = 9,81 \cdot 600 = 5886,$$

während v in Wirklichkeit nicht mehr als 20 m, meistens sogar nicht über 15 m beträgt.

Aus Gleichung 260 folgt unter Voraussetzung horizontalen Triebes die mittelst einer Spannung $T_1 = T_s$ zu erzielende Umfangskraft

$$P = \frac{1}{2} \left(T_1 - \frac{\gamma v^2}{g} \right),$$

und die durch dieselbe verrichtete Arbeit

$$Pv = \frac{1}{2} \left(T_1 - \frac{\gamma v^2}{g} \right) v.$$

Diese Arbeit wird ein Maximum für

$$\frac{dP}{dv} = 0,$$

mithin für

$$T_1 - 3 \frac{\gamma v^2}{g} = 0,$$

oder wenn

$$v = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{T_1 \cdot g}{\gamma}} = \sqrt{\frac{y_1 g}{3}} \quad \quad (264)$$

z. B. für $y_1 = 600$

$$v = \sqrt{\frac{600 \cdot 9.81}{3}} = 44,3.$$

Auch diese Geschwindigkeit wird aber in praktischen Fällen nie erreicht.

§ 48. Inanspruchnahme eines Drahtseiles.

Zu der im vorigen Paragraphen berechneten Spannung T_s , dem Maximalwert aller in einem Seiltriebe vorkommenden Längenspannungen, kommt noch für das Drahtseil dessen Anstrengung infolge seiner Biegung um die Seilrolle. Hierdurch entstehen in den einzelnen Drähten totale Spannungsintensitäten k , welche als Resultierende zu betrachten sind aus den beiden Partialspannungen:

- k_1 infolge der Längenspannung und
- k_2 infolge der Biegung.

Ein Drahtseil, wie es zu Transmissionen angewendet wird, besteht aus mehreren kleineren Seilen (Litzen) (Fig. 264),

Fig. 264.

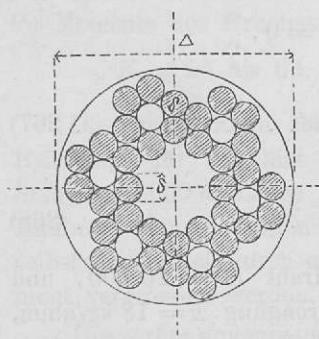


Fig. 265.



welche selbst aus einer Anzahl Drähten gewunden sind, so dass infolge dieser doppelten Drehung die Drähte an der äusseren Peripherie des Seiles so ziemlich in der Richtung der Längenaxe des ganzen Seiles liegen (Fig. 265.) Man kann sonach unterstellen, jeder einzelne Draht habe an der äusseren Peripherie des Seiles eine Biegung nach der Krümmung des Rollenhalbmessers anzunehmen. Ist nun die Anzahl der einzelnen Drähte des ganzen Seiles = a , deren Durchmesser = δ , der Halbmesser der Rolle = R , endlich E der Elastizitätsmodul des verwendeten Materials, so gilt für die

Partialanstrengung durch die Längenspannung

$$k_1 = \frac{T_s}{\frac{\delta^2 \pi}{a \cdot 4}}, \dots \quad 265)$$

und für die Partialanstrengung durch die Biegungsspannung

$$k_2 = \frac{E}{R} \cdot \frac{\delta}{2} \dots \quad 266)$$

Mithin wird

$$k = k_1 + k_2 = \frac{T_3}{\delta^2 \pi} + \frac{E}{2} \cdot \frac{\delta}{R},$$

$$a \frac{\delta^2 \pi}{4}$$

und hieraus

$$T_3 = \left(k - \frac{E}{2} \frac{\delta}{R} \right) a \frac{\delta^2 \pi}{4}.$$

Soll bei gegebener Maximalanstrengung k die Leistung eine möglichst gute, d. h. der für die Transmission verwertbare Zug T_3 möglichst gross werden, so erhalten wir den Maximalwert von T_3 durch die Bedingung

$$\frac{d T_3}{d \delta} = 0.$$

Hieraus wird

$$2 k \delta - \frac{3}{2} \frac{E}{R} \delta^2 = 0,$$

und daher

$$k = \frac{3}{4} E \frac{\delta}{R}, \quad \dots \dots \dots \quad 267)$$

sowie

$$\frac{R}{\delta} = \frac{3}{4} \frac{E}{k} \quad \dots \dots \dots \quad 268)$$

Nimmt man für Schmiedeisendraht $E = 20\,000$, und gestattet man eine grösste Totalanstrengung $k = 18 \text{ kg/qmm}$, so erhält man den entsprechenden Wert

$$\left. \begin{array}{l} \text{des Rollenhalbmessers } \frac{R}{\delta} = 833, \\ \text{der Biegungsspannung } k_2 = \frac{E}{2} \frac{\delta}{R} = 12 = \frac{2}{3} k, \end{array} \right\} . \quad 269)$$

und der Längenspannung $k_1 = k - k_2 = 6 = \frac{1}{3} k$)

*) Den thatsächlichen Verhältnissen besser Rechnung tragend, wäre die zulässige Längenspannung zu bestimmen durch die Formel $k_1 = 0,75 (10 - \delta)$ mithin für

δ	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6
k_1	6,90	6,75	6,60	6,45	6,30	6,15	6,00	5,85	5,70	5,55
k	20,70	20,25	19,80	19,35	18,90	18,45	18,00	17,55	17,10	16,65

Unter Annahme des Wertes $k_1 = 6$ kann die Stärke δ eines einzelnen Drahtes bestimmt werden durch die Gleichung

$$a \frac{\delta^2 \pi}{4} k_1 = T_3,$$

woraus

$$\delta = 0,46 \sqrt{\frac{T_3}{a}} \quad \quad (270)$$

Ein ganz eigenartiger Zusammenhang ergibt sich zwischen den Bruchbelastungen Q der Drahtseile und dem Seilgewichte γ per laufenden Meter, indem aus Versuchen der Mittelwert erscheint

$$Q = 6000 \gamma,$$

(für Seile aus Holzkohleneisen), sowie eine Spannungsintensität im Momenten des Bruches (Bruchkoeffizient)

$$K = 56 \text{ bis } 64, \text{ Mittel } = 60 \text{ kg/qmm.}^*)$$

Die Zahl 6000 in obiger Formel bezeichnet die sogenannte Reisslänge für das hier in Rede stehende Material, d. h. ein Stab von 6000 m Länge reißt vertikal aufgehängt unter dem Einflusse seines eigenen Gewichtes ab. Die Reisslänge kann selbstverständlich durch eine Verstärkung des Stabquerschnittes nicht vergrößert werden.

Die vorher angenommene Maximal-Totalanstrengung $k = 18$ bietet somit eine etwa $3^{1/3}$ -fache Sicherheit, während die

*) Die Seile von *Heckel* in St. Johann zeigen für Eisendraht folgende Durchschnittswerte:

$$Q = 4500 \gamma \\ K = 50 \text{ kg/qmm};$$

hiemit würde mit $k = 18$ und $k_1 = 6$

die Sicherheit in bezug auf die totale Spannung $= \frac{50}{18} = 2,8$ fach,

" " " " " Längen-Spannung $= \frac{50}{6} = 8,4$ "

und somit

$$T = \frac{4500 \gamma}{8,4} = 536 \gamma,$$

also endlich

$$y = 536.$$

Sicherheit bei Beachtung der reinen Längenspannung mit $k_1 = 6$ eine 10-fache wäre.

Es ist mithin zu setzen

$$\left. \begin{aligned} T_3 &= \frac{1}{10} Q = 600 \gamma, \dots \frac{T_3}{\gamma} = 600 = y_3, \\ T_4 &= \frac{1}{2} T_3 = 300 \gamma, \dots \frac{T_4}{\gamma} = 300 = y_4. \end{aligned} \right\} \dots .271)$$

und demzufolge

Dieses Verhältnis $\frac{T_3}{\gamma} = y_3$, bzw. $\frac{T_4}{\gamma} = y_4$ ist aber das

in den Gleichungen für Bestimmung der Seilkurve vorkommende Verhältnis zwischen Längenspannung und Seilgewicht per Längeneinheit, gleich der Länge der Ordinate des betreffenden Punktes der Seilkurve, wofür mithin ganz allgemein giltig für Eisendrahtseile gesetzt werden kann

im stark gespannten Seilstücke

$$\left. \begin{aligned} y_3 &= 600, \\ \text{und im schwach gespannten Seilstücke} & \\ y_4 &= 300, \end{aligned} \right\} \dots .272)$$

Mitunter sind aus irgend welchen, oft lokalen Gründen die Einsenkungen bestimmt, worauf dann nach Gleichung 250 folgt:

$$y = \frac{1}{8} \frac{d^2}{f} \dots .273)$$

Dieser Wert y ist dann im allgemeinen von dem eben vorher bestimmten verschieden, und rechnen sich darnach, bei einem bekannten Werte T der Längenspannung, der Sicherheitsgrad σ und die übrigen Grössen durch folgende Gleichungen in nachstehender Reihenfolge aus:

$$1. \text{ spezifisches Seilgewicht} \dots \gamma = \frac{T}{y},$$

$$2. \text{ Bruchbelastung} \dots Q = 6000 \gamma,$$

3. Sicherheitsgrad $\sigma = \frac{Q}{T} = \frac{6000}{y}$,
 4. Intensität der Längenspannung . . . $k_1 = \frac{K}{\sigma}$,
 5. Intensität der Biegungsspannung . . . $k_2 = k - k_1$,
 6. Rollengröße $\frac{R}{\delta} = \frac{1}{2} \frac{E}{k_2}$,

oder folgende Tabelle von zusammengehörigen Werten:

$y = 400$	450	500	550	600	650	700	750	800
$\sigma = 15$	$13,33$	$12,00$	$10,91$	$10,00$	$9,23$	$8,58$	$8,00$	$7,50$
$k_1 = 4,0$	$4,5$	$5,0$	$5,5$	$6,0$	$6,5$	$7,0$	$7,5$	$8,0$
$k_2 = 14,0$	$13,5$	$13,0$	$12,5$	$12,0$	$11,5$	$11,0$	$10,5$	$10,0$
$\frac{R}{\delta} = 714$	741	769	800	833	870	909	952	1000

Für Drahtseile aus Tiegelgusstahl findet sich als Mittelwert die Bruchbelastung

$$Q = 10000 \gamma,$$

und die Spannungsintensität im Augenblicke des Bruches

$$K = 120 \text{ kg/qmm.}$$

Die Maximal-Totalanstrengung darf für Stahldrahtseile $k = 36 \text{ kg}$ angenommen werden, welche Annahme, wie bei Eisendraht, einer etwa $3\frac{1}{3}$ -fachen Sicherheit entspricht.

Setzt man ferner für Stahldraht $E = 27600$, so ergibt sich aus obiger Formel 268

$$\frac{R}{\delta} = \frac{3}{4} \frac{27600}{36} = 575,$$

sowie für die Partialspannungen

$$k_2 = \frac{E}{2} \frac{\delta}{R} = 24,$$

$$k_1 = k - k_2 = 12.$$

Der Sicherheitsgrad der reinen Längenspannung ist wieder

$$\sigma = \frac{K}{k_1} = \frac{120}{12} = 10\text{-fach},$$

und das Verhältnis

$$\frac{T}{\gamma} = y = \frac{Q}{\sigma \gamma} = \frac{10\,000}{10} = 1000.$$

Auch hiebei können durch lokale und andere Verhältnisse die Einsenkungen gegeben, und damit wieder die Werte y bestimmt sein, und resultieren dann wieder auf gleiche Art, wie oben für Eisendraht, nachstehende zusammengehörige Werte für Stahldrahtseile:

$y = 800$	850	900	950	1000	1050	1100
$\sigma = 12,5$	11,76	11,11	10,53	10,00	9,52	9,09
$k_1 = 9,6$	10,2	10,8	11,4	12,0	12,6	13,2
$k_2 = 26,4$	25,8	25,2	24,6	24,0	23,4	22,8
$\frac{R}{\delta} = 523$	535	547	561	575	589	605

§ 49. Konstruktionsdetails für Drahtseiltransmissionen.

Die kleinsten praktisch anwendbaren Transmissionssseile haben einen äusseren Durchmesser (des umschriebenen Kreises) von 8 mm und bestehen aus 36 Drähten, von welchen je sechs zu einem kleineren Seile (Litze) gedreht sind (siehe Fig. 264 und 265 in § 48); 6 solcher Litzen bilden dann das ganze Seil. Es finden sich aber auch Seile von mehr als 6 Litzen, sowie Litzen von mehr als 6 Drähten, so dass eine grosse Anzahl verschiedener Seile allen denkbaren Verhältnissen entsprechend angefertigt werden kann. Ein ganz konstantes Verhältnis zwischen Drahtzahl und äusserem Durchmesser, sowie Drahtstärke lässt sich freilich nicht wahrnehmen, doch sind folgende Verhältnisse der Praxis ziemlich genau angepasst:

bezeichnet δ die Stärke eines einzelnen Drahtes,

a die Anzahl der einzelnen Drähte,

Δ die Stärke des ganzen Seiles,

so kann gesetzt werden

$$\frac{\Delta}{\delta} = 1,6 \sqrt{a} \quad \quad (274)$$

und wird somit für

$$\begin{array}{ccccccc} a = & 36 & 42 & 48 & 54 & 72 & 84 \\ \frac{\Delta}{\delta} = & 9,6 & 10,4 & 11,1 & 11,8 & 13,6 & 14,7. \end{array}$$

Drahtzahlen über $a = 84$ finden sich wohl häufig vor bei Förderseilen, während die kleineren Zahlen $a = 36$ bis 84 in der Regel bei Transmissionsseilen angenommen werden.

Nach Annahme der Anzahl der Drähte erhält man für Eisenseile die Drahtstärke aus der Gleichung

$$\frac{\delta^2 \pi}{4} a k_1 = T_s,$$

wobei T_s die grösste in einem Trieb vorkommende Spannung und k_1 die zulässige Spannungsintensität der reinen Längenspannung ist. Es folgt hieraus mit $k_1 = 6$ (Gleichung 269)

$$\delta = 0,46 \sqrt{\frac{T_s}{a}},$$

und wenn $T_s = m \cdot 2 P = 2,2 P$ gesetzt wird,

$$a) \quad \delta = 0,68 \sqrt{\frac{P}{a}},$$

$$b) \quad = 0,68 \sqrt{\frac{M}{R a}},$$

$$c) \quad = 0,68 \sqrt[3]{716200} \sqrt{\frac{N}{n} \cdot \frac{1}{R a}} = 579 \sqrt[3]{\frac{N}{n \cdot R \cdot a}},$$

$$d) \quad = 0,776 \sqrt[3]{\frac{M}{a} \cdot \frac{\delta}{R}},$$

$$e) \quad = 0,776 \sqrt[3]{716200} \sqrt[3]{\frac{N}{n \cdot a} \cdot \frac{\delta}{R}} = 69 \sqrt[3]{\frac{N}{n \cdot a} \cdot \frac{\delta}{R}},$$

$$f) \quad = 5,9 \sqrt[3]{\frac{N}{V} \cdot \frac{1}{a}}.$$

... 275)

In der letzten Formel ist V in Metern ausgedrückt. Setzt man in der Gleichung 275 a den Wert aus Gl. 274 ein, nämlich

$$\frac{\Delta}{\delta} = 1,6 V a^-$$

so wird die Stärke des ganzen Drahtseils unabhängig von der Anzahl der Drähte

$$\Delta = 1,6 \cdot 0,68 V P = 1,09 V P = \text{konst.} \dots 276^*)$$

Diese Formel kann natürlich nur dann benutzt werden, wenn nach vorhergehender Annahme der zu benützenden Drahtstärke zunächst der Halbmesser der Drahtseilscheibe $R = 833 \delta$ berechnet, und mit Hilfe desselben die Umfangskraft P bestimmt werden kann.

Andernfalls wird man, wenn die Dicke des anzuwendenden Drahtes noch nicht bekannt ist, zunächst unter Annahme des Verhältnisses $\frac{R}{\delta} = 833$, und der Zahl der Drähte aus Gl. 275 . e die Drahtstärke bestimmen, durch

$$\delta = 69 \sqrt[3]{\frac{N}{n.a}} \cdot \frac{1}{833} = 7,3 \sqrt[3]{\frac{N}{n.a}}, \dots 277)$$

und hieraus dann erst die Dicke des Seiles bemessen.

Der Scheibenkranz wird von Gusseisen hergestellt, und zwar mit Ausfütterung der Kranzrinne. Diese letztere, welche die Auflage für das Drahtseil darstellt, wofür in früherer Zeit Holz, Kautschuk, Bindfaden etc. versucht wurde, wird nunmehr ziemlich durchgehend mit Leder hergestellt, und zwar durch radial und quer in die Kranzrinne gestellte Lederplättchen. Jedenfalls unterliegt dieses Material unter dem Witterungswechsel nicht so bedeutenden Volumenänderungen wie Holz, und kann eine Erneuerung des Lederbesatzes jederzeit leicht durch Herstellung der schwabenschwanzförmigen Lederplättchen aus Abfällen von Transmissionstriemen durchgeführt werden. Fig. 266 zeigt den Scheibenkranz im Quer-

^{*)} Man gibt auch in der Regel dem Fabrikanten weder Litzenzahl noch Stärke und Anzahl, sondern nur den äusseren Durchmesser des ganzen Drahtseiles an; das Verhältnis des Seilquerschnittes, d. h. der Fläche des umschriebenen Kreises zur Summe der Drahtquerschnitte, ist nahe konstant = 2.

Fig. 266.

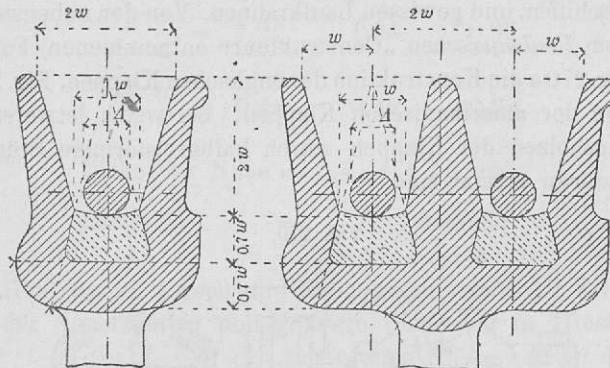


Fig. 267.

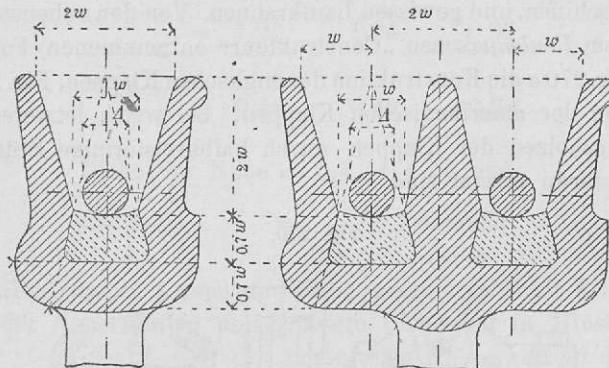
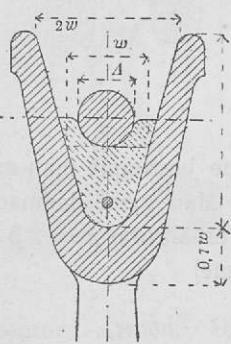


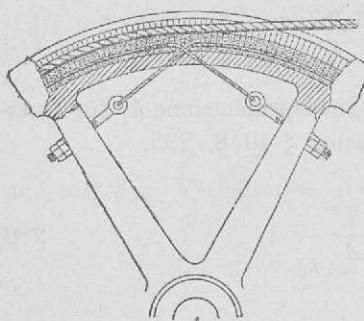
Fig. 268.



schnitte für ein-, Fig. 267 für zweifache Kranzrinne, Fig. 268 einen solchen mit anders durchgebildeter Befestigung der Lederausfütterung.*). Die Masse sind bezogen auf $w = \Delta + 10\text{mm}$. Der Keilwinkel beträgt $40^\circ - 45^\circ$. Diesen Winkel grösser zu machen als 50° , erscheint jedenfalls nicht ratsam, da sonst bei den unvermeidlichen Schwankungen des Seiles durch das Aufsteigen und Wiederabgleiten eine erhebliche Abnutzung veranlasst werden könnte.

Eine eigentümliche Art von Seilrinne mit Vorrichtung zum Festklemmen des Drahtseiles zeigt die *Fowlersche Klappen-*

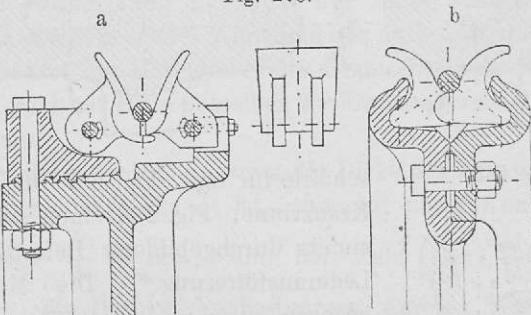
Fig. 269.



*) Diese Methode der Befestigung der Lederausfütterung für Drahtseilscheiben stammt von *Heckel in St. Johann* her. Das zur Befestigung der Lederscheibchen dienende dünne Drahtselchen wird mit seinen beiden Enden an den Armen der Drahtseilscheiben befestigt, und daselbst fest in Spannung versetzt. (Fig. 269.)

trommel (Fig. 270) angewandt bei dem Dampfpfluge, Drahtseilschleppschiffen, und gewissen Laufkrahnen. Von den nebenstehenden (dem Reuleauxschen „Construkteur“ entnommenen) Formen zeigt Fig. 270 a die Konstruktion der englischen Klappen, Fig. 270 b diejenige der amerikanischen Klappen, bei welch letzterer die Drehungsbolzen der Klappen durch halbkreisförmige Stützung der letzteren ersetzt sind.

Fig. 270.



Die Abmessungen für gusseiserne Arme bestimmt man auf ähnliche Weise, wie für Riemenscheiben. Man giebt demnach den Armen ovalen Querschnitt, mit einem Verhältnisse $h = 2,5 b$, und bestimmt die Armzahl nach der Formel

$$A = 0,5 \frac{R}{d}, \quad \dots \dots \dots \quad 278)$$

mithin wechselnd zwischen 4, 6 oder 8 (da man 5 oder 7 Arme nicht wohl ausführt).

Als Durchschnittswert kann für die Armzahl auch gelten

$$A = 0,08 \frac{R}{\Delta} \quad \dots \dots \dots \quad 279)$$

Setzt man hier die zulässige Inanspruchnahme k_1 für Guss-eisen = 1,50, so erhält man, analog § 40 S. 235,

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{7}{A}}, \quad \dots \dots \dots \quad 280)$$

mithin für

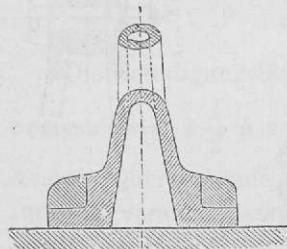
$A =$	4	6	8
$\frac{h}{d} =$	1,21	1,04	0,97
$\frac{b}{d} =$	0,48	0,42	0,39

Dicke der Nabe = 0,4 ($d + 10$ mm),

Länge „ „ = $\frac{1}{6} R$, jedenfalls $> 1 \frac{1}{2} d$.

Hohlguss an Armen und Nabe gewährt zunächst Erleichterung der Konstruktion und grössere Sicherheit in Hinsicht auf

Fig. 271



porenfreien Guss; beträgt die Höhlung nicht mehr als 0,4 der äusseren Stärke nach allen Richtungen, so ist eine Zugabe an Stärke mit Rücksicht auf die Höhlung nicht zu machen (Fig. 271).

Sollen Rollen bei grösster Sicherheit möglichst leicht werden, so konstruiert man dieselben mit guss-eisernem Kranze und gusseiserner Nabe, und verbindet diese beiden durch ein System von schmiede-

eisernen Armen. Diese erhalten bei Treibrollen rechteckigen, bei Leitrollen, deren Arme keine Biegung auszuhalten haben, sowie bei Rollen mit Doppelkranzrinne, kreisförmigen Querschnitt.

Bei Berechnung schmiedeiserner Arme von rechteckigem Querschnitt (Fig. 272 und 273) wird, wie für gusseiserne Arme, vorausgesetzt, dass alle Arme in gleicher Weise gleichzeitig auf Biegung beansprucht seien, und folgt dann aus der Gleichung:

$$P R = A \frac{1}{6} b h^2 k,$$

und mit dem Verhältnisse $\frac{h}{b} = 6$ der Wert

$$h^3 = \frac{36}{k} \frac{P R}{A}.$$

Fig. 272.

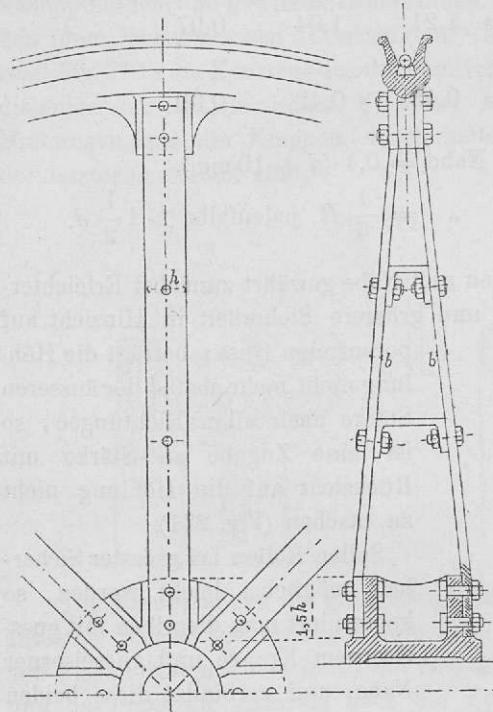
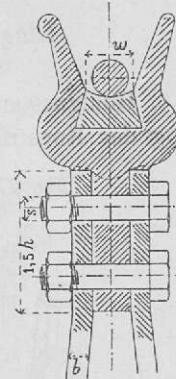


Fig. 273.



Setzt man ferner die zulässige Materialanstrengung für Schmiedeisen $k = 4$, so wird

$$h = 2,08 \sqrt[3]{\frac{P R}{A}}.$$

Für die durch ein gleich grosses drehendes Moment $P R$ beanspruchte Welle war

$$d = 1,36 \sqrt[3]{P R},$$

woraus folgt

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{3,6}{A}}, \quad \dots \dots \dots \quad 281)$$

mithin für

$A =$	8	12	16
$\frac{h}{d} =$	0,77	0,67	0,61
$\frac{b}{d} =$	0,128	0,111	0,101

Da schmiedeiserne rechteckige Arme sich jederzeit paarweise befestigt in einem Querschnitte finden, so ist für solche die Armzahl etwa zweimal so gross zu machen als für guss-eiserne Arme, somit nach den Formeln zu bestimmen:

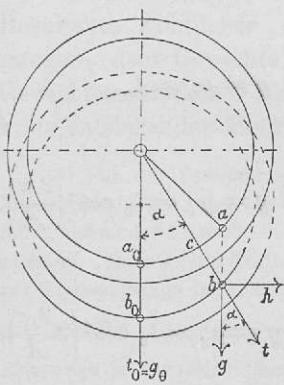
$$A = 1,0 \frac{R}{d} \quad \text{oder} \quad A = 0,16 \frac{R}{\Delta} \dots \dots \dots \quad (282)$$

Als Stärke der Befestigungsschrauben für die schmied-eisernen Arme an Kranz und Hülse wird genommen

$$s = 1,2 b = \frac{1}{5} h \dots \dots \dots \quad (283)$$

Die Befestigungslänge der Arme an Kranz und Hülse soll wenigstens $= 1 \frac{1}{2} h$ sein. Zur Versteifung sind zwischen den Armen Querverbände anzubringen (Fig. 272) mit Rücksicht zunächst darauf, dass die auf Biegung in Anspruch genommenen Arme auf der Kompressionsseite seitlich ausweichen könnten, und soll infolgedessen die Entfernung zwischen je zwei Querverbänden nicht grösser sein als $50 b$.

Fig. 274.



Bei der Konstruktion schmied-eiserner Arme aus Rundisen für Tragrollen bestimmt sich zunächst deren Inanspruchnahme auf nachstehende Weise:

Ist (Fig. 274) ein Rad mit einem unveränderlich starr gedachten Radkranze einer Belastung G in irgend einem Sinne ausgesetzt, und sind die darin angebrachten Arme keiner Biegung unterworfen, so werden sich dieselben in Folge der Belastung G derart zu deformieren streben, dass der Radkranz in der Richtung von G

gegen seine ursprüngliche Lage herabsinkt. Ein beliebiger, unter dem Winkel α gegen die Vertikale gelegener Arm wird infolgedessen eine Längenänderung $\sigma = cb$ annehmen, welche bei einem Arme in der unteren Hälfte (in der Richtung der Belastung G gemessen) eine Verlängerung, in der oberen Hälfte des Rades eine Verkürzung ist, und zwar wird, wenn der ganze Radkranz um ab sinkt,

$$\sigma = cb = ab \cos \alpha.$$

Zerlegt man die Totalspannung t im Arme nach horizontaler und vertikaler Richtung (g und h), so wird

$$t = \frac{g}{\cos \alpha}.$$

Die Dehnung $\sigma_0 = a_0 b_0 = ab$ eines vertikal in der Mitte des Rades in der Richtung der Belastung stehenden Armes wird unter der Spannung t_0 gegeben sein durch

$$\begin{aligned} \sigma_0 : t_0 &= \sigma : t, \\ t_0 &= \frac{\sigma_0}{\sigma} t = \frac{ab}{cb} t = \frac{g}{\cos^2 \alpha}, \\ g &= t_0 \cos^2 \alpha \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (284) \end{aligned}$$

Erhält das Rad A Arme, so sind für dieselben der Reihe nach die Werte der Winkel, der Armspannungen und von deren vertikalen Komponenten

1. mittlerer (vertikaler) Arm

$$\alpha = 0, \quad \dots \quad t = t_0, \quad \dots \quad g = g_0 = t_0,$$

2. erster Arm (links oder rechts)

$$\alpha = \frac{2\pi}{A}, \quad \dots \quad t = t_1, \quad \dots \quad g = g_1 = t_0 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{A} \right),$$

3. zweiter Arm (links oder rechts)

$$\alpha = 2 \frac{2\pi}{A}, \quad \dots \quad t = t_2, \quad \dots \quad g = g_2 = t_0 \cos^2 \left(2 \frac{2\pi}{A} \right),$$

Es muss aber gelten

$$\begin{aligned} G &= g_0 + 2g_1 + 2g_2 + \dots, \\ &= t_0 + 2t_0 \cos^2 \frac{2\pi}{A} + 2t_0 \cos^2 \frac{4\pi}{A} + \dots, \\ &= t_0 (1 + 2 \cos^2 \frac{2\pi}{A} + 2 \cos^2 \frac{4\pi}{A} + \dots), \end{aligned}$$

woraus

$$t_0 = \frac{G}{1 + 2 \cos^2 \frac{2\pi}{A} + 2 \cos^2 \frac{4\pi}{A} + \dots} \quad \dots \dots \quad 285)$$

Setzt man hierin der Reihe nach $A = 8, 10, 12$ u. s. w. und berücksichtigt, dass bei steifen Armen sämtliche, bei dünnen Armen nur die in der unteren Radhälfte gelegenen, auf Zug in Anspruch genommenen als tragend betrachtet werden dürfen, während die anderen unter einer rückwirkenden Inanspruchnahme widerstandslos ausknicken und die gerade in der horizontalen Mittellinie liegenden Arme sich widerstandslos biegen würden, so erhält man für

$$\begin{array}{l} A = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} 8 & 10 & 12 & 14 & 16 & \text{allg. } A \\ \hline \frac{1}{4} G & \frac{1}{5} G & \frac{1}{6} G & \frac{1}{7} G & \frac{1}{8} G & ", \frac{2}{A} G \end{array} \right| \\ (\text{steife Arme}) \quad t_0 = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} \frac{1}{4} G & \frac{1}{5} G & \frac{1}{6} G & \frac{1}{7} G & \frac{1}{8} G & ", \frac{2}{A} G \end{array} \right| \\ (\text{dünne Arme}) \quad t_0 = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} \frac{1}{2} G & \frac{2}{5} G & \frac{1}{3} G & \frac{2}{7} G & \frac{1}{4} G & ", \frac{4}{A} G \end{array} \right| \end{array}$$

Die Belastung G hat man sich zu kombinieren aus der Resultante sämtlicher auf eine Rolle einwirkender Seilspannungen, dem Gewichte des Rollenkranzes und der Hälfte des Gewichtes sämtlicher Arme, sowie einer durch die Zentrifugalkraft entstehenden Mehrspannung der Arme,*)) wofür als erster

*)) Für die Bestimmung der durch die Zentrifugalkraft entstehenden Mehrspannung der Arme denkt man sich den Rollenkranz zweiteilig ausgeführt, und an der Flansche der Trennungsfuge die Verbindungsschrauben weg gelassen. Dann ist die Kraft, mit welcher die Arme in der Richtung senkrecht zur Trennungsfuge in Anspruch genommen werden (analog § 27. Gl. 145)

$= 2Z = \frac{2\gamma v^2}{g}$, welche Kraft für die ungünstigste Stellung bei horizontaler Kranzfuge in vertikalem Sinne nach abwärts wirkt, und sich zu dem Gewicht der Rolle und der Seile addiert.

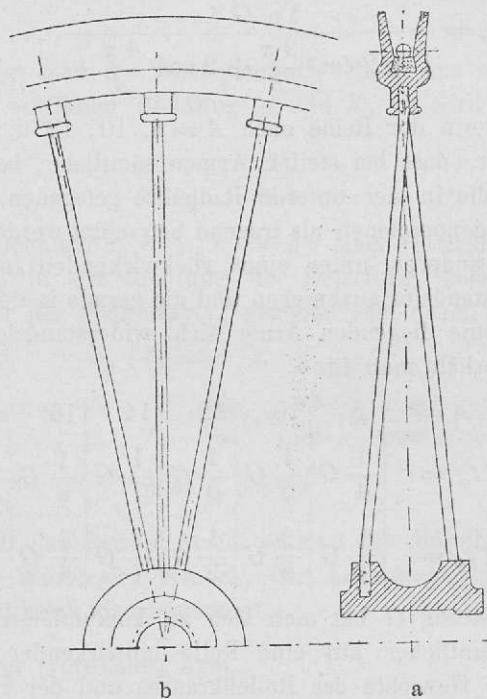
Näherungswert, der nachträglich korrigiert werden kann, gesetzt werden darf

$$G = 6 P,$$

unter P die Umfangskraft verstanden.

Es wird nunmehr gesetzt für dünne Rundeisenarme

Fig. 275.



$$\frac{\vartheta^2 \pi}{4} k = t_0 = \frac{4}{A} G,$$

$$\vartheta^2 = \frac{16}{\pi k} \cdot \frac{G}{A} = \frac{96}{\pi k} \cdot \frac{P}{A}.$$

Wird hierin, wie oben bei den Rechteckarmen, $k = 4$ angenommen, so wird

$$\vartheta = \sqrt{\frac{24}{\pi} \frac{P}{A}} = 2,8 \sqrt{\frac{P}{A}} \quad \dots \quad 286)$$

während früher für die Seilstärke erhalten war, (Gleichung 276)

$$\Delta = 1,09 \sqrt{P}.$$

Es wird mithin

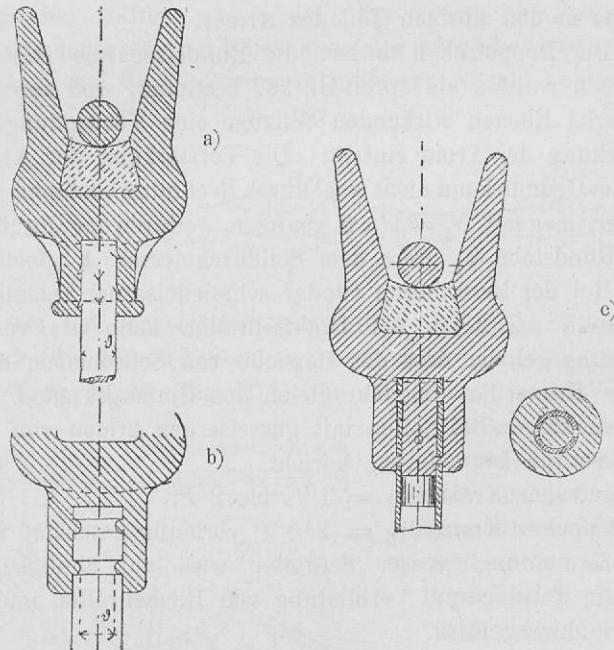
$$\frac{\vartheta}{\Delta} = \frac{2,8}{1,09} \sqrt{\frac{1}{A}} = 2,6 \sqrt{\frac{1}{A}} \quad \dots \dots \dots \quad 287)$$

oder bei

$$A = \begin{matrix} 12 & 14 & 16 & 18 & 20 \end{matrix}$$

$$\frac{\vartheta}{\Delta} = \begin{matrix} 0,75 & 0,69 & 0,65 & 0,61 & 0,58 \end{matrix}$$

Fig. 276.



Die Befestigung der Schmiedeisen-Arme im Gusseisen-Kranze erfolgt durch „Eingießen“, wobei die Enden (Fig. 276 a) der Rundstäbe aufgerauht und verzinkt werden. Werden anstatt der Aufrauhung zum Zwecke der innigeren Verbindung den Rundstäben eingedrehte Ringnuten gegeben (Fig. 276 b), so muss in der Tiefe der Ringnut den Rundstäben immer noch die Stärke ϑ bleiben. Die Befestigungslänge soll nicht weniger als den doppelten Durchmesser des eingegossenen Arm-Rund-

stabes, die Hülsenstärke für denselben nicht weniger als 0,7 dieses Durchmessers betragen.

Zur Erhöhung der Steifigkeit der Konstruktion, ohne gleichzeitige Vermehrung des Gewichtes dient der Ersatz der massiven durch hohle schmiedeiserne Arme, welche in diesem Falle aus gezogenen Röhren (z. B. Gasrohre) hergestellt werden (Fig. 276 c). Die Enden werden hiebei wieder verzinnt, jedoch vorher mit kleinen Querbohrungen versehen, durch welche das flüssige Eisen in das Innere des Rohres gelangen kann. Ein eingesetzter Ppropf verhindert das Einfliessen des flüssigen Eisens in den übrigen Teil des Armes.

Bei Doppelrollen müssen die Rundeisenarme stärker genommen werden als durch Gl. 287 bestimmt, weil durch die in zweierlei Ebenen wirkenden Seilzüge eine Verwindungs-Bbeanspruchung der Arme eintritt. Die Verstärkung der Arme aus diesem Grunde kann nicht wohl durch Rechnung bestimmt werden, sondern mag mit $\vartheta_1 = 1\frac{1}{3} \vartheta$ genügen, wodurch der Durchmesser der Rundstäbe ϑ_1 etwa dem Seildurchmesser Δ gleich wird.

Bei der Berechnung runder schmiedeiserner Spannstangen an Stelle der Arme bei Drahtseilrollen kann als vorläufige Annahme gelten, dass das Gewicht von Seilscheiben mit einfacher Kranzrille ungefähr gleich der Umfangskraft P gesetzt werden kann. Bei Rollen mit gusseisernen Armen von ovalem Querschnitte kann deren Gewicht bei einfacher Kranzrille $= 1\frac{1}{2}$ bis $2 P$, bei doppelter Kranzrille $= 2\frac{1}{2} P$ vorläufig geschätzt werden.

Zweiteilung grosser Seilrollen wird auf ähnliche Weise wie die Teilung und Verbindung von Riemenrollen und Zahnrädern durchgeführt.

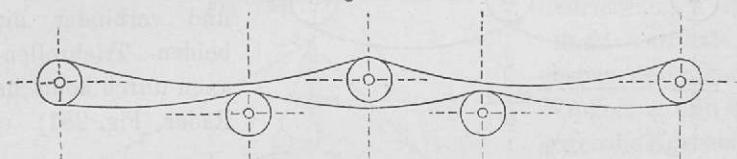
§ 50. Zwischenstationen, Trag- und Leitrollen.

Die geringste Entfernung, auf welche mit Vorteil eine Drahtseiltransmission eingerichtet werden kann, beträgt 15 bis 20 m. Bei kleineren Entfernungen erhält das Seil (bei horizontaler Triebe) ganz geringe Einsenkungen und läuft daher nahezu horizontal. Die mit den Temperaturänderungen sich ergebenden Längenänderungen äussern dann eine sehr ungünstige Wirkung auf die Leistungsfähigkeit der Anlage, indem

infolge der nur minimalen Einsenkungen bei Verkürzung des Seiles sich nicht eine gleichzeitige genügende Änderung der Pfeilhöhe ergeben kann, und daher durch die gesteigerten Seilspannungen sehr bedeutende Lagerdrücke und hieraus Reibung und Abnutzung sich ergeben. Die andere Grenze für die Entfernung zweier Seilablaufstellen ist bei etwa 120 m; bei grösserer Entfernung der beiden Haupttriebrollen muss das Seil entweder an Zwischenstationen durch Tragrollen unterstützt werden, oder der ganze Seiltrieb in mehrere kleinere mit geringerem Rollenabstande eingeteilt werden.

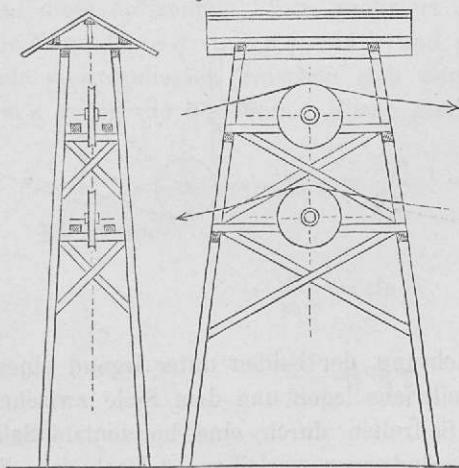
Tragrollen sollten wegen der, der geringeren Spannung entsprechenden grösseren Einsenkung des schwächer gespannten Seilstückes, bei dem letzteren in grösserer Anzahl angewandt

Fig. 277.



werden als bei dem stärker gespannten (Fig. 277); doch bedingt oft die Konstruktion eigener Tragpfiler oder thurmartiger Traggerüste (Fig. 278) die Anordnung gleich vieler

Fig. 278.



Zwischentragsrollen sowohl im stärker wie im schwächer gespannten Stücke, und werden dann je zwei Rollen vertikal über einander angebracht (Fig. 279).

Wird ein sehr langer Seiltrieb in mehrere kleinere eingeteilt, so erhalten die Zwischenstationen entweder je zwei Rollen auf einer Axe,

oder eine Rolle mit Doppelrolle (Fig. 267 und 280).

Richtungsänderungen für horizontale Seiltriebe können auf verschiedene Weise durchgeführt werden:

1. Auf einer Zwischenstation lässt man die beiden ge-

Fig. 279.

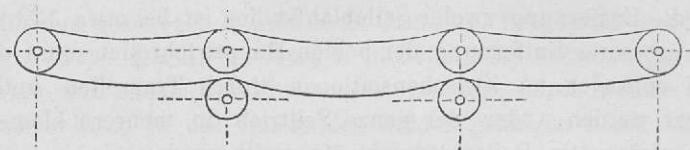
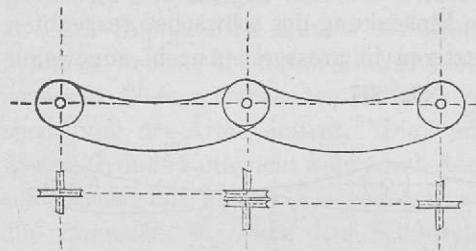


Fig. 280.



trennten Triebe unter beliebigem Winkel zusammentreffen und verbindet die beiden Triebrollenachsen durch konische Räder (Fig. 281).

2. Bei Benützung eines über eine Tragstation fortlaufenden ununterbrochenen Seiles kann man (Fig. 282) die beiden letzten

Fig. 281.

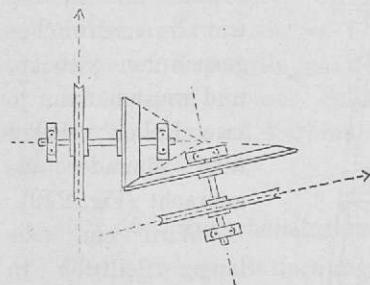
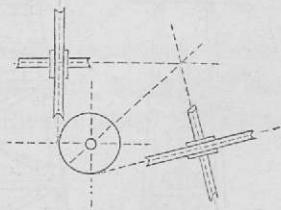


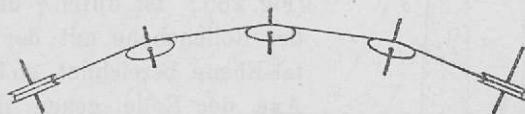
Fig. 282.



Tragrollen je in die Richtung der beiden unter irgend einem Winkel fortlaufenden Seiltriebe legen und dem Seile zwischen den beiden vertikalen Seilrollen durch eine horizontale Seileitrolle seine Richtungsänderung verleihen. Doch ist die Anordnung unter 1 vorzuziehen.

3. Will man die Benützung von drei Trag- und Leitrollen vermeiden, so lässt sich eine gesicherte Winkelführung für jedes Seilrum auch mittelst einer einzigen Rolle erreichen (Fig. 283),

Fig. 283.



doch muss diese dann schräg stehen, und bestimmt sich ihre Stellung auf folgende Weise:

Ist (Fig. 284) o der Punkt, von dem aus die beiden Seilrichtungen in

Fig. 284.

ihren Vertikal-ebenen unter den Winkeln φ und ψ gegen die Horizontale ablaufen, so legt man eine horizontale Ebene, in

welche die beiden Seilrichtungen bei m und n einschneiden. Auf diese horizontale Ebene projiziert sich der Punkt o in p . Die Normalen oq und pq von o und p auf die Verbindungs- linie mn schliessen zwischen sich den Winkel γ der Ebene omn gegen die horizontale Ebene pmn ein, und zwar ist

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{op}{pq}.$$

Es ist aber

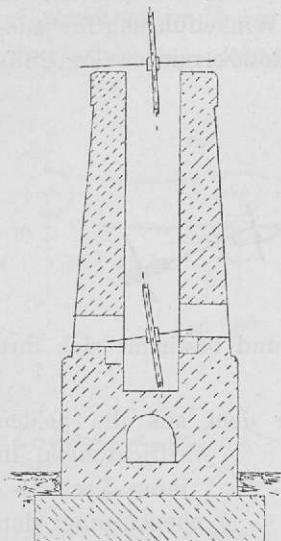
$$\frac{pq}{mp} = \sin \beta,$$

$$\frac{op}{mp} = \operatorname{tg} \varphi,$$

folglich

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin \beta} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (288)$$

Fig. 285.



Da die Ablaufwinkel φ bez. ψ in dem schlaffen und in dem straffen Seile nicht die gleichen sind, so wird auch der Winkel γ für die Unterstützungsrollen des schlaffen und des straffen Seiles nicht gleich sein. (Fig. 285.) Ist durch γ der Winkel der Rollenebene mit der Horizontal-Ebene bezeichnet, so bildet die Axe der Rolle gegen die Horizontale den Winkel $90^\circ - \gamma$.

Sind nun, wie man wohl meistens annehmen darf, die Ablaufrichtungen beiderseits gleich, so ist

$$\varphi = \psi,$$

und

$$\beta = \frac{1}{2}(180^\circ - \delta) = 90^\circ - \frac{\delta}{2},$$

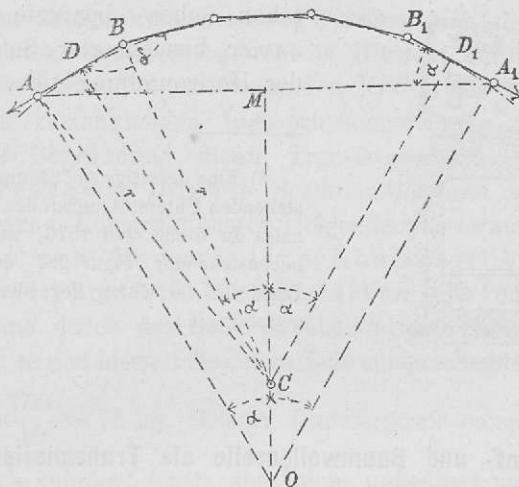
folglich

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \frac{\delta}{2}}, \dots \dots \dots \quad 289$$

wenn hiebei δ der Winkel ist, welchen die Richtungen der beiden Seiltriebe in der Horizontalprojektion bilden. Der Winkel δ ist dabei beliebig, doch wird man am besten den ganzen Seiltrieb zwischen zwei in grösserer Entfernung liegenden nicht parallelen Axen nach einem regelmässigen Polygonzuge anordnen, und erhält dabei die Bestimmungselemente für diesen Polygonzug wie folgt (Fig. 286).

Es seien A und A_1 die Endpunkte des Polygonzuges von n Seiten, AB und A_1B_1 die Endrichtungen des Seillaufes, unter beiderseits gleichem Winkel α gegen die Verbindungslinie AA_1 . Die Richtungslinien der beiden Axen A und A_1 schneiden sich in O , und OM ist die Verbindungslinie von O mit der Mitte M der Entfernung $AA_1 = L$; OM halbiert daher den ganzen Axenwinkel 2α .

Fig. 286.



Ist $AB = a$ die erste Polygonseite, D deren Mitte und $DC \perp AB$, so ist

$CD = \rho$ der Radius des in das Polygon einzuleichnenden, $CA = r$ der Radius des um das Polygon zu beschreibenden Kreises, und $\frac{2\alpha}{n-1}$ der einer Polygonseite entsprechende Mittelpunktswinkel. Es gelten nun folgende Gleichungen:

$$AB = a = 2r \sin \frac{\alpha}{n-1},$$

$$\frac{AC}{AO} = \frac{\sin \alpha}{\sin \left[180^\circ - \left(\alpha + \frac{\alpha}{n-1} \right) \right]} = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{n \cdot \alpha}{n-1}},$$

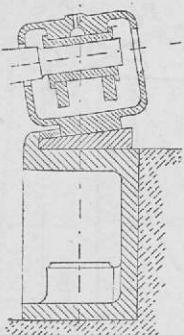
$$AO = \frac{\frac{1}{2} L}{\sin \alpha},$$

mithin wird endlich

$$a = L \frac{\sin \frac{\alpha}{n-1}}{\sin \frac{n \cdot \alpha}{n-1}} \text{ die Polygonseite, und} \quad \left. \right\} \dots 290)$$

$$\delta = 180^\circ - \frac{2\alpha}{n-1} \text{ der zwischen zwei Polygonseiten}$$

Fig. 287.



eingeschlossene Winkel, oder der schon oben benützte Winkel zweier benachbarter Seilläufe in der Horizontalprojektion.*)

*) Eine derartige Anordnung mit schief stehenden Unterstützungsrollen siehe: Annales du Genie civil 1876, wobei die in nebenstehender Figur 287 dargestellten Lager für die schräg liegenden Axen angewandt sind.

§ 51. Hanf- und Baumwollenseile als Transmissionsorgane.

Treibseile aus Pflanzenfaser finden im Maschinenbau vielfache Anwendung, sowohl zur Verbindung einer beweglichen Arbeitsmaschine (Hebezeuge, Bohrmaschine etc.) mit einer festen treibenden Axe, als auch wenn die Arbeitsmaschine im Laufe ihres eigenen Betriebes eine Stellungsänderung annimmt (z. B. Spinnmaschinen etc.), sowie endlich zur Verbindung von festgelagerten Axen analog der Kraftübertragung durch Lederriemen und Drahtseile. Als feststehend darf zunächst angenommen werden, dass solche Seile nur zu benützen sind, wo sie in gedeckten Räumen vor den Einflüssen der Witterung geschützt angebracht werden können.

Der Betrieb von Laufkranen durch Treibseile war vor einiger Zeit noch durchgängig normal, hat aber heute nahezu vollständig — ausgenommen einige ältere noch nicht umgebaute Anlagen — dem elektrischen Betriebe Platz gemacht. Das Gleiche gilt von dem Betrieb beweglicher Werkzeugmaschinen z. B. Bohrmaschinen etc. Von grösster Wichtigkeit geblieben ist aber die Benützung von Seilen aus Pflanzenfaser für die grossen Transmissionsanlagen, ja es hat gerade seit Einführung der elektrischen Kraft- und Lichtanlagen diese Art von Transmission noch bedeutend an Ausdehnung gewonnen.

Seit der ersten Veröffentlichung, welche überhaupt in technischen Zeitschriften erschien,^{*)} haben sich die Verhältnisse wesentlich geändert, sowohl in Hinsicht auf die Grösse der mit Treibseilen zu übertragenden Kräfte, als betreffs der den Seilen zuzumutenden Inanspruchnahme. In der ersten Zeit nach Begründung dieser Transmissionsart durch Gebrüder Pearce in Dundee (Schottland) konnte man die zu Grundeliegende Konstruktionsregel folgendermassen aussprechen: Ein Seil von 50 mm Dicke überträgt bei 10 m Geschwindigkeit 10 Pferdestärken. Es ergäbe sich hieraus eine durch das Seil zu übertragende Leistung von 750 sek kg m und hiermit die einem Seile entsprechende Umfangskraft von $\frac{750}{10} = 75$ kg. Dieser Umfangskraft entspräche bei

der vielfach gebräuchlichen, aber nicht unbedingt zutreffenden Berechnungsweise, wonach die Spannung T_1 im straffen Seil gleich der doppelten Umfangskraft gesetzt wird, ein Wert $T_1 = 150$, und eine Materialanstrengung des 50 mm Seiles

$$\text{bei einem Querschnitte} = 2000 \text{ qmm von } k = \frac{150}{2000} = 0,075$$

oder $7\frac{1}{2}$ kg/qcm. Eine solche Inanspruchnahme entspricht zufolge Versuchen der mechanisch-technischen Versuchsanstalt zu Berlin, bei einem Bruchkoeffizient von 700 kg/qcm einer etwa 90fachen Sicherheit, während man Seilen beim Hebezeug bei etwa 7 facher Sicherheit bis zu 100 kg/qcm zumuten darf.

Nach vorliegenden zahlreichen Angaben über neuere und mitunter grossartig ausgeführte Seiltransmissionsanlagen konstruiert man nunmehr mit geringerer Sicherheit und gestattet 0,2 kg/qmm oder 20 kg/qcm bei etwa nur 35facher Sicherheit. Immerhin aber erscheinen solche hohe Inanspruchnahmen nur ausnahmsweise, und lässt sich als durchschnittlich giltige Regel bei Annahme einer gegen die ursprüngliche englische nur etwa halb so grossen Sicherheit festsetzen:

^{*)} Siehe den Aufsatz des Verfassers in der Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 1876.

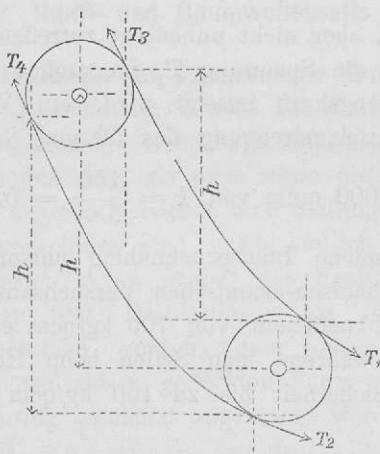
Ein Seil von $\Delta_0 = 50$ mm Dicke überträgt bei $V_0 = 10$ m Geschwindigkeit eine Arbeit von $N_0 = 20$ Pferdestärken mit einer Materialanstrengung von 0,15 kg/qmm.

Unter diesen Umständen ist das Verhältnis y_3 zwischen der grössten im Seile vorkommenden Spannung T_3 (Fig. 288) und seinem Gewichte γ per l. M. durchschnittlich zu setzen

$$y_3 = \frac{T_3}{\gamma} = 150.$$

Für die Übertragung grösserer Kräfte ist, da man mit den Seilstärken nicht wohl über 51 mm = 2" engl. geht (nur ausnahmsweise sind Seile von 52 bis 56 mm vorzufinden),

Fig. 288.



eine grössere Anzahl von Seilen notwendig, oder aber es muss, und zwar meistenteils gleichzeitig mit der Vermehrung der Seilzahl, auch eine Steigerung der Geschwindigkeit über 10 m hinaus eintreten. Andererseits werden aber auch bei grösseren Transmissionanlagen mitunter geringere Seilstärken bis 35 mm abwärts

benutzt, und muss natürlich bei der Berechnung der Seiltransmissionsanlage auf diese Verhältnisse Rücksicht genommen werden. Da die Anzahl der zu benutzenden Seile der zu übertragenden Leistung direkt, der Geschwindigkeit und dem Seilquerschnitt aber indirekt proportional ist, so lässt sich die einfache Formel aufstellen:

$$\frac{A}{A_0} = \frac{N}{N_0} \cdot \frac{V_0}{V} \left(\frac{\Delta_0}{\Delta} \right)^2, \quad \dots \dots \dots \quad 291)$$

woraus mit den Werten der vorher gegebenen Regel:

$A_0 = 1$, $V_0 = 10$ m, $\Delta_0 = 50$ mm und $N_0 = 20$ folgt:

$$A = 1250 \frac{N}{V \cdot \Delta^2} \dots \dots \dots \quad 292)$$

Die Steigerung der Seil- und Umfangsgeschwindigkeit der Seilscheiben hat aber ihre praktische Grenze, zum Teil in der Grösse der hierzu nötigen Scheiben, zum Teil in der Lockerung der Seilberührungen und Verminderung der Adhäsion rasch umlaufender Seile durch die Zentrifugalkraft.

Als zweckmässigste Seilgeschwindigkeit geben englische Regeln 4000 bis 5000', einzelne sogar bis 6000' in der Minute an, entsprechend ungefähr 20 bis 25 m bzw. bis 30 m in der Sekunde. Letztere Geschwindigkeit kommt nur ausnahmsweise (vereinzelt sogar noch höhere) vor, doch wird bei solchen grossen Geschwindigkeiten die Mehrspannung t_1 , welche den Seilen über die lediglich der Adhäsion entsprechende Spannung hinaus gegeben werden muss, damit durch die Lockerung der Seilberührungen die Kraftübertragung nicht gemindert werde, zu erheblich.

Jene Mehrspannung ergibt sich nach § 27 Gl. 146 mit

$$t_1 = Z = \frac{\gamma V^2}{g} = \frac{T_3}{y_3} \frac{V^2}{g} \dots \dots \quad 293)$$

Es entsprechen sich somit mit Einsetzung des Wertes $y_3 = 150$ nachstehende Werte von V und Z :

$V =$	10	15	20	25	30	35	40
Z	0,06	0,15	0,27	0,42	0,60	0,82	1,01

Bei einer Geschwindigkeit von 40 m würde somit unter Zugrundelegung der gleichen Materialanstrengung die volle durch die Seilspannung hervorgebrachte Adhäsion infolge der Zentrifugalkraft aufgehoben, bei 30 m von jener Spannung nur 40% als verwertbar für die Kraftübertragung übrig bleiben.

Ein weiterer Betrag von zukömmlicher Mehrspannung muss denjenigen Seilen gegeben werden, welche zur Verbindung von Scheiben auf sehr verschiedener Höhenlage dienen, gleichviel ob diese Scheiben direkt übereinander oder gleichzeitig in irgend einer Horizontaldistanz sich

befinden. Bei der Kettenlinie nämlich, also bei jener Kurve, in welcher ein Seil sich unter dem Einflusse seines Eigengewichtes hängt, ist die Differenz der Längenspannungen in zwei verschieden hoch liegenden Punkten, unabhängig von der Horizontaldistanz, gleich dem Gewicht einer Seillänge gleich der Höhendifferenz der beiden Punkte. Es drückt sich daher die infolgedessen an der höheren Scheibe eintretende Mehrspannung aus durch

und ergiebt sich mithin unter Annahme von $y_3 = 150$ nachstehender Zusammenhang zwischen t_s und h :

$h =$	5	10	15	20	25	30	35	40	m
$\frac{t_2}{T_3} =$	0,03	0,07	0,10	0,13	0,17	0,20	0,23	0,27	

oder rund für je 1 m Höhendifferenz 0,7 %.

So ergäbe sich beispielsweise bei einer Höhendifferenz von 20 m und einer Geschwindigkeit von 20 m in 1 Sekunde ein Abgang von $(0,13 + 0,27) T_3 = 0,40 T_3$ oder 40% der Seilspannung, so dass nur 60% derselben für die eigentliche Kraftübertragung verwertbar blieben.

Von den beiden in Wirklichkeit in der höher gelegenen Rolle herrschenden Betriebsspannungen T_3 und T_4 bleiben somit allgemein für die Kraftübertragung nur übrig:

die grössere $S_3 = T_3 - t_1 - t_2$
und die kleinere $S_4 = T_4 - t_1 - t_2$.

Für diese beiden mindestens nötigen Spannungen (Adhäsionsspannungen) S_3 und S_4 ist aber der Zusammenhang mit der zu übertragenden Umfangskraft P durch die bekannten Gleichungen gegeben:

$$S_3 = P \frac{e^{\mu\alpha}}{e^{\mu\alpha} - 1} \quad \text{und} \quad S_4 = P \frac{1}{e^{\mu\alpha} - 1} \quad \dots \quad 295)$$

Zur Bestimmung dieser beiden Werte sind leider noch nicht genügende Versuche gemacht worden; *Leloutre* hat bei seinen Versuchen über Reibung von Baumwoll- und Hanf-

seilen*) nur dünne Seile, wie sie beim Betriebe von Spinnmaschinen und Ähnlichen Anwendung finden, benutzt, und Reibungsversuche von *Duril***) machen bei ihrer eigentümlichen Regelmässigkeit der Zahlenresultate nicht den Eindruck grosser Zuverlässigkeit; immerhin kann diesen Versuchen als ein für vorliegenden Fall passender Wert entnommen werden

$$\mu = 0,13 \text{ bis } 0,14.$$

Berücksichtigt man ferner den üblichen Keilwinkel von 40° bis höchstens 45° , so kann man setzen

$$e^{\mu\alpha} = 3,5,$$

und somit die beiden der Adhäsion entsprechenden Mindest-Spannungen

$$S_3 = 1,4 \text{ } P \text{ und } S_4 = 0,4 \text{ } P.$$

Nimmt man nun hierzu noch eine Höhendifferenz der Seilrollen von 5 m (wie sie auch bei Anbringung der ganzen Transmission in demselben Stockwerke wohl eintreten kann) und eine Seilgeschwindigkeit von 20 m an, so bleiben bei einem Abgange von $(0,03 + 0,27) T_3 = 0,3 T_3$ nur $S_3 = 0,7 T_3$ und $S_4 = 0,6 T_4$ für die eigentliche Kraftübertragung übrig, woraus sich

$T_3 = 2 \text{ } P$ und $T_4 = 0,68 T_3 = P \dots \dots \dots 296)$ ergeben würde. Wenn diese Werte auch für Durchschnittsverhältnisse passen, so können sie doch, wie sich aus dem vorhergehenden ergiebt, nicht als allgemein geltige betrachtet werden.

Die Verhältnisse gestalten sich aber wesentlich anders, wenn anstatt Seilen aus Hanf solche aus Baumwolle benutzt werden, deren Gewicht bei (angeblich) gleicher zulässiger Inanspruchnahme sich zu demjenigen der ersten verhält wie 3 : 4. Es kann mithin die Geschwindigkeit, anstatt wie oben auf 20 m, auf 23 m abgegrenzt werden, und kann die bei Höhendifferenzen zu berücksichtigende Mehrspannung auf 0,5% der gesamten Spannung geschätzt werden. Hierzu kommt

*) „Les Transmissions par Courroies“ etc. Paris 1884. Siehe Z. 1884, S. 870.

**) The Engineer, vol. 43, S. 443.

noch die den Baumwollenseilen eigene grössere Geschmeidigkeit, infolge deren sich die Seile leichter spleissen lassen und sich auch inniger dem Scheibenumfang anschmiegen. Es sind dies wohl Gründe genug, welche es erklären, dass neuerdings bei grossen Transmissionsanlagen aus englischen Fabriken vorzugsweise Baumwollenseile in Benutzung sind. Muster von solchen aus den Werkstätten von *James Taylor* in Oldham und *Hick, Hargreave & Co.* in Bolton zeigen folgende Verhältnisse:

Fabrikant	Seildmr. mm	Litzen	Anzahl der		Garn-Nr. engl.	Gewicht kg pro lfd. m
			Schnüre	Fäden		
J. Taylor	$1\frac{3}{8}'' = 35$	3	$3 \cdot 36 = 108$	$108 \cdot 244 = 26\,352$	21	0,730
	$1\frac{1}{2}'' = 38$	3	$3 \cdot 46 = 138$	$138 \cdot 244 = 33\,672$	22	0,890
	$1\frac{3}{4}'' = 44$	3	$3 \cdot 54 = 162$	$162 \cdot 244 = 39\,528$	23	1,000
Hick etc.	$2'' = 51$	3	$3 \cdot 44 = 132$	$132 \cdot 144 = 19\,008$	10	1,070

Die Benutzung von Baumwollenseilen überhaupt ist nicht neu; es möge hier nur auf den schon längst damit eingerichteten Selfaktorbetrieb, den Betrieb der *Ramsbottomschen* Krane in den Werkstätten zu Crewe hingewiesen werden; auch für Transmissionsanlagen im vorherbesprochenen Sinne waren dieselben immer schon vereinzelt in Anwendung. Notwendig scheint bei denselben zur Schonung der äusserlichen Fadenwindung ein Überzug mit einer Schmiere aus Graphit und Talg.*)

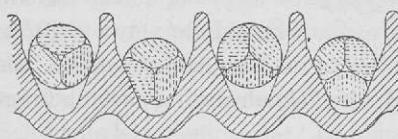
Eine eigentümliche Beobachtung lässt sich bei Hanfseiltransmissionen machen, nämlich die Drehung der Seile um ihre eigene Axe; eine solche Drehung tritt aber nicht bei allen auf einer Scheibe liegenden Seilen, sondern nur bei einzelnen derselben ein, und zeigen diese sich drehenden Seile vollständige Beibehaltung der runden Gestalt und deutliche Spuren der Drehung in einer aussen sichtbaren Streifung. Andere Seile dagegen, welche stets mit derselben Seite sich in die Keilrillen legen, nehmen infolge der Pressung in den-

*) In bezug auf verschiedene bei Hanfseiltransmissionen eintretende Verhältnisse sowie Schwierigkeiten verweist Verfasser auf seinen Aufsatz Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 1885.

selben vollkommene Keilform an, so dass die beiden Arten von Seilen gleichzeitig auf einer Seilscheibe etwa in neben-

stehender Art (Fig. 289) gelegen sind. Es kann diese drehende Bewegung nur durch eine Gleitung auf dem Scheibenumfang veranlasst sein, wobei die

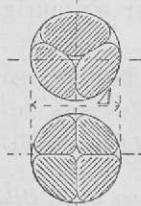
Fig. 289.



drehende Bewegung durch die äussere Schraubenform des Seiles herbeigeführt wird. Die gleitende Verschiebung tritt aber jedesmal ein, sobald aus irgend einem Grunde die verschiedenen Seile mit verschiedenen Geschwindigkeiten laufen, welche Thatsache selbst wieder entweder durch verschiedenen Grad von Härte oder Zusammendrückbarkeit der Seile, ungleiche Seildurchmesser und ungleich gedrehte Rillenform etc. veranlasst sein kann.

Vermieden kann diese Drehung der Seile werden durch Annahme der *Bekschen Quadratseile*, wenn auch bei diesen eine gleitende Verschiebung der Seile in den Rillen bei verschiedener Tiefe des Einsinkens nicht ganz zu vermeiden sein wird. Es wird auch hie und da die Praxis verfolgt, dass die über die Scheiben gelegten Seile mit Hämtern in die Keilrinnen eingeschlagen werden, infolgedessen sie schon vom Anfang an den ganz runden Querschnitt verlieren und seitliche Abflachungen annehmen.

Fig. 290.



In den vorstehenden Ausführungen ist das Seil vorausgesetzt als von vollkommen kreisförmigem Querschnitte, während es in Wirklichkeit, aus 3 oder 4 Litzen hergestellt, den Querschnitt von Fig. 290 hat. Die Durchmesserbezeichnung Δ gilt für den Durchmesser des dem Seile umschriebenen Kreises. Der Völligkeitsgrad des Querschnittes beträgt etwa 90%.

An Stelle der Rundseile werden neuerdings vielfach Quadratseile benutzt, welche aus 8 Litzen durch Flechtung derselben (Zopfgeflecht) hergestellt werden (Fig. 291). Als Durchmesser solcher Seile bezeichnet man die Seite des umschrie-

Fig. 291.



Querschnitte des Rund- und des Quadratseiles, so beträgt ersterer $\frac{\pi}{4}$ des letzteren oder umgekehrt letzterer $\frac{4}{\pi} = 1,27$ des ersten. Es ist daher auch die demselben zuzumutende Spannung und daher auch die von einem solchen Seile zu übertragende Leistung etwa in demselben Verhältnis grösser zu nehmen. Daher gilt für Quadratseile anstatt Gleichung 292 die Formel:

$$A = 1000 \frac{N}{V \cdot \Delta^2} \quad \dots \quad 297)$$

oder die Regel: ein Seil von 50 mm Stärke überträgt bei 10 m Geschwindigkeit eine Leistung von 25 Pferdestärken.*)

§ 52. Konstruktions-Verhältnisse für Hanfseiltransmissionen.

Nachdem die Anzahl der für eine gewisse Kraftübertragung notwendigen Seile durch Gleichung 292 bzw. 297 bestimmt ist, nimmt man die Anzahl der einer Treibscheibe zu gebenden Rillen zweckmässig zu $A + 1$. Die Treibscheiben erhalten sonach jederzeit eine grössere Anzahl von Rillen, ausgenommen diejenigen für gewisse Anordnungen von Kreisseiltrieben (siehe § 53), bei welchen die getriebenen Scheiben nur einspurig hergestellt werden.

Was den Durchmesser der Hanfseilscheiben betrifft, so gilt als Regel, dass derselbe für die kleinere von zweien zusammenarbeitenden Scheiben mindestens den 40-fachen Seil-

Solche Seile werden hergestellt in der Quadratseil-Fabrik von *J. H. Bek* in Mannheim, nach einem demselben patentierten Verfahren. Bei der eigen-tümlichen Art der Herstellung und der schon bei Herstellung vorgenommenen Streckung der Seile, ist eine weitere Dehnung während des Gebrauches kaum wahrzunehmen. Auch ist bei der Spleissung, die sich auf eine Anzahl von 8 Litzen und eine Länge von 5 m verteilt, eine Änderung im Durchmesser längs der Spleissungsstelle nicht wahrzunehmen.

benen Quadrates, und ist der Völligkeitsgrad ungefähr der gleiche wie bei Rundseilen, nämlich etwa 90 %. Vergleicht man die

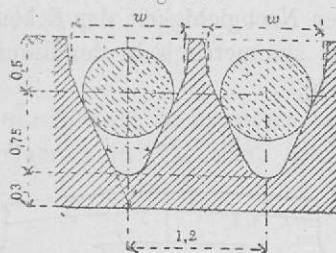
durchmesser betragen muss; wenigstens findet man bei neueren Ausführungen für Rundseile selten kleinere Abmessungen. Bei den bei weitem biegsameren Quadratseilen genügt auch der 30-fache, ja sogar auch der 25-fache Seildurchmesser. Die grössere von zweien zusammenarbeitenden Scheiben ist meistens die treibende, die auf der Antriebswelle befestigt ist, und — bei Dampfmaschinenbetrieb wenigstens — auch gleichzeitig als Schwungrad dient. Der Durchmesser dieser Antriebsscheibe ist infolgedessen oft als Durchmesser des Schwungrades gegeben; doch kann man dieses Mass auch mit jenem vergleichen, welches nach der für Riemscheiben geltigen Formel (§ 40 S. 232)

$$R = (8 + i) d$$

sich ergeben würde.

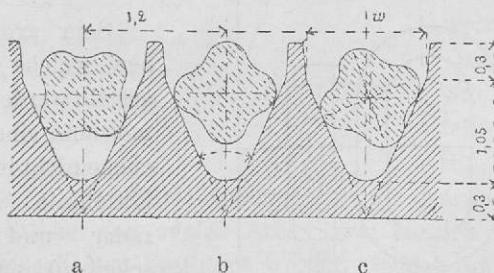
Das Querprofil des Scheibenkranzes*) erhält bei Benützung von Rundseilen die durch Fig. 292 dargestellte Form mit einem Keilwinkel von durchschnittlich 45° . Die innere Begrenzung wird entweder glatt, oder selbst wieder rillenförmig hergestellt wie Fig. 296 und 298.

Fig. 292.



Werten des Keilwinkels von 45° bis zu 50° lässt sich beob-

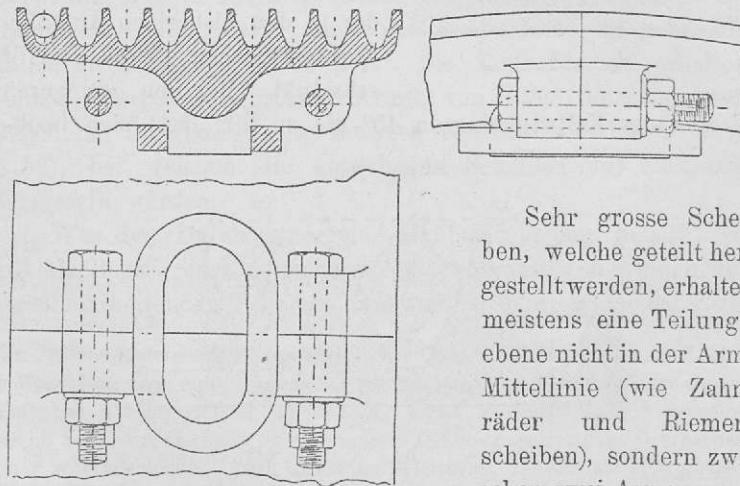
Fig. 293.



*) Die in Fig. 292 und 293 eingeschriebenen Zahlen beziehen sich auf die Einheit $w = \Delta + 10$.

achten, dass die Seile sich nicht symmetrisch in die Rinne legen, sondern so (Fig. 293 c), dass sie auf der einen Keilfläche mit einer Seite, auf der andern mit einer Ecke der Quadratform anliegen. Diese unsymmetrische Lage der Seile hat an und für sich keinen Nachteil, kann aber dann ungünstig wirken, wenn etwa nicht alle Seile, die auf einer Scheibe aufgelegt sind, sich in gleicher Weise unsymmetrisch legen, da in diesem Falle die einzelnen Seile nicht gleich tief in der Rinne liegen und daher auf verschiedenen Kreisen und mit verschiedener Geschwindigkeit laufen. Da jedes Seil von vornherein das Bestreben hat, den tiefsten Punkt einzunehmen, so wird immer die Tendenz existieren, sich unsymmetrisch zu legen, weil in diesem Falle der Schwerpunkt des Seilquerschnittes tiefer in die Rinne zu liegen kommt als bei symmetrischer Lage (Fig. 293 a und b). Bei einem Keilwinkel von 60° an aufwärts ist jener Unterschied in der Höhenlage des Schwerpunktes vom Seilquerschnitt so gering, dass in der That — wohl aus Veranlassung der Nachgiebigkeit der Ecken der Quadratform — die Seile ganz symmetrisch in der Rinne zu liegen scheinen nach (Fig. 293 b).

Fig. 294.



Sehr grosse Scheiben, welche geteilt hergestellt werden, erhalten meistens eine Teilungsebene nicht in der Arm-Mittellinie (wie Zahnräder und Riemscheiben), sondern zwischen zwei Armen, und

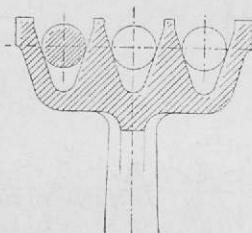
werden die beiden Teile durch Flanschen und Schrauben (Fig. 297)

oder durch Schrumpfringe, oder mit Benützung von Schrauben und gleichzeitig von Schrumpfringen verbunden (Fig. 294). Die Stärke dieser Verbindungsteile kann mit Rücksicht auf die in der Fuge infolge der Zentrifugalkraft herrschende Spannung

$$Z = \frac{\gamma v^2}{g} \text{ kontrolliert werden; außerdem erhalten die Kranzver-}$$

bindungsschrauben eine Stärke von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4} (\Delta + 10)$ je nach ihrer Anzahl, die Flanschen eine mindestens um die Hälfte grössere Stärke.

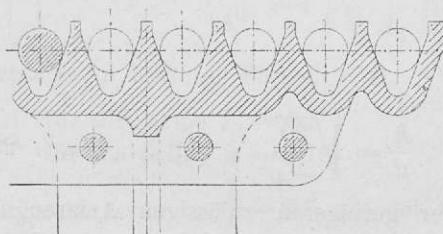
Fig. 295.



Für die Arme finden sich bei kleineren Transmissionsscheiben der ovale (Fig. 295), und der kreuzförmige (Fig. 296) Querschnitt, bei den grösseren gleichzeitig als Schwungräder dienenden ersten Antriebsscheiben auch der hohlovale oder -runde Querschnitt, sowie bei besonders breiten Scheiben Unterstützung des Kranzes

durch zwei Armsysteme von ovalem oder doppelt-T-förmigem Querschnitt (Fig. 298) oder auch eine Teilung der Scheiben

Fig. 296.



nach der Breite in zwei Scheiben, von denen jede wieder mit doppeltem Armsystem durchgeführt werden kann. So zeigt Fig. 297 eine solche geteilte Scheibe mit im Ganzen vier

Armsystemen bei ovalem Querschnitte der gusseisernen Arme.

Die Stärke der ovalen Arme kann ähnlich wie diejenige der Riemscheiben bestimmt werden, jedoch unter Annahme einer kleineren zulässigen Materialanstrengung von etwa $k = 0,5$ kg. Man erhält analog mit jener Rechnung § 40, Gl. 208.

Fig. 297.

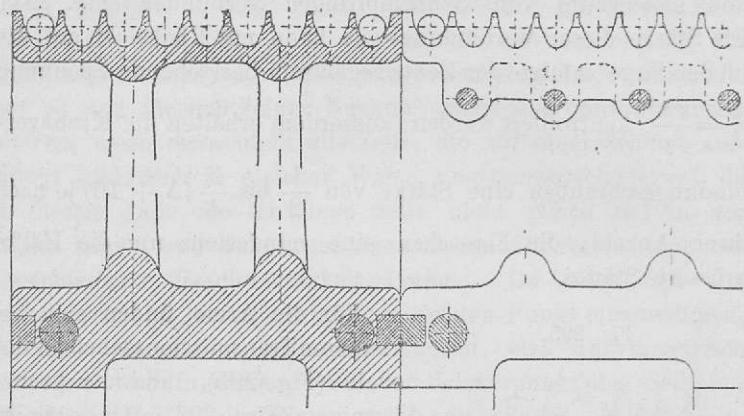
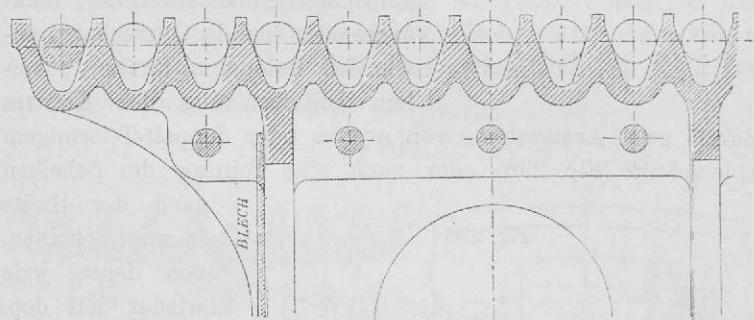


Fig. 298.



$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{20}{A_1}}. \dots \dots \dots \quad (298)$$

Die Annahme einer geringeren zulässigen Anstrengung ist darin begründet, dass, bei breiteren Scheiben zumal, die Seilspannungen oftmals einseitig auf den Scheibenkranz einwirken und dabei durch die hieraus entstehende Drehungstendenz eine schwer zu kontrollierende Mehrbeanspruchung der Arme resultiert.

Die Berechnung von ovalen Armen kann auch auf nachstehende Weise erfolgen:

Bezeichnet

- A die Anzahl der benützten Seile,
- Δ deren Stärke,
- P die übertragene Umfangskraft,
- k die zulässige Spannungsintensität für die Seile,
- h die Höhe,
- b die Breite der elliptischen Arme (zunächst der Axe aufgetragen),
- A_1 die Anzahl der Arme,
- k_1 die zulässige Spannungsintensität für Gusseisen-Arme,

so ist zu setzen

$$A \frac{\Delta^2 \pi}{4} k = 2 P,$$

und

$$A_1 \frac{\pi}{32} b h^2 k_1 = P R.$$

Hieraus folgt

$$\begin{aligned}\Delta^3 &= \frac{4}{\pi k} 2 P \frac{\Delta}{A}, \\ h^3 &= \frac{32}{\pi k_1} \cdot \frac{h}{b} \cdot P \frac{R}{A_1}, \\ \left(\frac{h}{\Delta}\right)^3 &= 4 \frac{h}{b} \frac{R}{\Delta} \frac{A}{A_1} \frac{k}{k_1}.\end{aligned}$$

Setzt man in letzterer Formel z. B.

für die Arme $k_1 = 0,5$

für die Seile $k = 0,15$

und $\frac{h}{b} = 2,5$ wie bei Riemenscheiben,

so wird

$$\frac{h}{\Delta} = \sqrt[3]{3 \frac{R}{\Delta} \cdot \frac{A}{A_1}} \dots \dots \dots \quad (29)$$

Die Abmessungen von kreuzförmigen und doppel-T-förmigen Scheibenarmen werden, wie bei Zahnrädern, unter der Voraus-

setzung bestimmt, dass nur die in die Umdrehungsebene fallenden Armrippen tragen, jedoch aus gleichem Grunde wie vorher erwähnt, unter grösserer Sicherheit mit $k = 1$, und ergiebt sich dann

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{12}{A}}, \dots \dots \dots \quad (300)$$

oder man bestimmt die Armhöhe analog der vorstehenden Berechnung der ovalen Arme auf folgende Weise:

Zunächst ist wieder zu setzen

$$A \frac{\Delta^2 \pi}{4} k = 2 P,$$

und

$$A_1 \frac{1}{6} b h^2 k_1 = P R.$$

Hieraus folgt

$$\Delta^3 = \frac{4}{\pi k} 2 P \frac{\Delta}{A},$$

$$h^3 = \frac{6}{k_1} P \frac{h}{b} \frac{R}{A_1},$$

woraus

$$\left(\frac{h}{\Delta} \right)^3 = \frac{6 \pi}{4} \cdot \frac{h}{b} \cdot \frac{R}{\Delta} \cdot \frac{k}{k_1} \cdot \frac{A}{A_1} \quad \dots \quad (301)$$

Setzt man hierin z. B.

für die Arme . . . $k_1 = 1,0$,

für die Seile . . . $k = 0,15$,

ferner $\frac{h}{b} = 5$ wie bei Zahnrädern,

so wird

$$\frac{h}{\Delta} = \sqrt[3]{3,5 \frac{R}{\Delta} \cdot \frac{A}{A_1}}, \quad \dots \dots \quad (302)$$

Scheiben von grösseren Dimensionen, oder solche, welche auf eine in ihren Lagern liegende Welle sollen aufzusetzen

oder von einer solchen leicht abzunehmen sein, werden zwei- oder mehrteilig gebaut, wobei die Trennungsebenen entweder in die Mittelebene eines Armes oder zwischen zwei Arme fallen können, oder Kranz und Armsystem getrennt hergestellt werden.

Die Verbindungsschrauben am Kranz werden nicht unter der Zahl 2, aber sonst so bestimmt, dass auf etwa 2 bis $2\frac{1}{2}$ Seile eine Schraube trifft. Die Stärke der Kranzschrauben ist auf etwa $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4} w$, diejenige für die Schrauben an der Nabe nach der bei 2 teiligen Kuppelungen geltenden Regel zu bestimmen (§ 15 Gleichung 58 und 59). Bei Benützung von Schrumpftringen an Kranz oder Nabe können die Verbindungs-schrauben eventuell etwas schwächer oder in geringerer Zahl benützt werden.

Das Gewicht der Seilscheiben kann für jede Seilrille und jeden Meter des Durchmessers auf 90 bis 110 kg geschätzt werden.

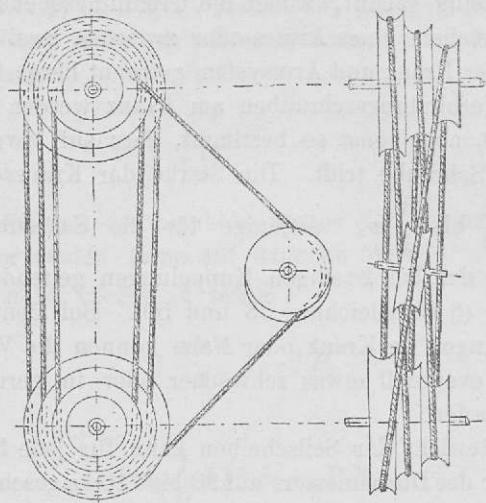
§ 53. Der Kreisseiltrieb.

Eine besonders eigentümliche Art von Seilrieben stellen diejenigen dar, bei welchen zur Verbindung der treibenden und getriebenen Axe um die zugehörigen Seilrollen nicht mehrere einzelne endlose Seile gelegt sind, sondern nur ein einziges Seil benützt wird, welches im fortlaufendem Zuge abwechselnd um die verschiedenen Seilrillen der treibenden und der getriebenen Rolle und endlich noch um die Seilrille einer Spannrolle gelegt wird. Von solchen Anordnungen, welche zuerst Zuppinger angewandt hat, geben Fig. 299 und 300 Skizzen.*). Hiebei sind, um den Fehler der nicht ganz richtigen Auflaufrichtungen thunlichst zu beseitigen, die Rollen um eine halbe Rillenbreite gegenseitig versetzt, während die Spannrolle selbstverständlich schräglegen muss.

*) Bericht des Ingenieurs Zuppinger über solche Anlagen; Schweizer Bauzeitung vol. 3 S. 61; von solchen Anlagen ist diejenige von Chessey und Hössly in Schaffhausen noch bis in jüngste Zeit in Betrieb gewesen. Eine ähnliche Anordnung siehe auch Engng. vol. 46 S. 510.

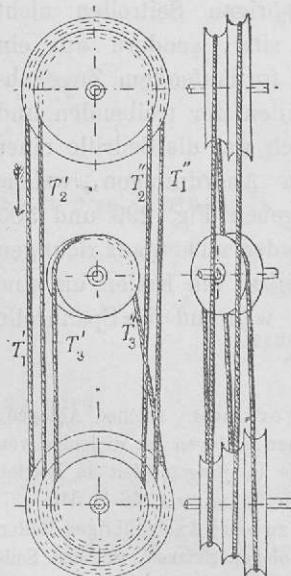
Es wird selbstverständlich sein, dass die zu einer Axe gehörigen Rollen von gleicher Grösse sein müssen und nur in obigen Skizzen, um den Seilauf deutlicher zu zeigen, von verschiedener Grösse gezeichnet wurden.

Fig. 299.



Da die getriebenen Rillen nicht alle zu derselben Rolle und zu der gleichen Axe zu gehören brauchen, so folgt hieraus eine Anordnung, wonach von einer treibenden Rolle aus auf eine grössere Anzahl getriebener Rollen die Bewegung durch ein einziges, endlos um alle (beliebig viele) Rollen geschlungenes Seil übertragen werden kann, eine Anordnung, welche nunmehr allgemein unter dem Namen des Kreisseiltriebes bekannt ist, und sich schon in äusserst zahlreichen Ausführungen findet.

Fig. 300.



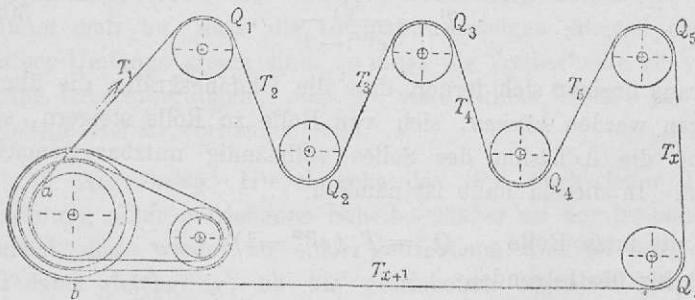
Die auf die einzelnen Rollen zu übertragenden Kräfte können gleich oder verschieden sein; auch kann das eine endlose Seil in mannigfacher Weise und Ordnung um die Rillen des treibenden Rades und diejenigen der verschiedenen getriebenen Rollen geschlungen werden.

I. Anordnung. (Fig. 301.) Das Seil, welches die treibende Rolle bei a verlässt, wird der Reihe nach um sämtliche getriebenen Rollen, jedoch nur um einen Teil des Umfanges, gelegt, und kehrt bei b zur treibenden Rolle zurück. Die von der treibenden Rolle abgegebene Umfangskraft sei $= P$, und die von den getriebenen Rollen empfangenen Umfangskräfte seien mit $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_x$ bezeichnet. Unter den Werten Q_1, Q_2, Q_3, \dots seien ausser den nützlichen auch die den schädlichen Widerständen entsprechenden, auf den Rollenumfang reduzierten Umfangskräfte miteinbezogen. Zunächst muss unter der Annahme, dass kein Geschwindigkeitsverlust entstehe, gesetzt werden

$$P = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots \quad . \quad Q_x = \Sigma(Q), \quad . \quad (303)$$

und muss für jede Rolle die übertragene Umfangskraft gleich der Differenz der beiden Seilspannungen sein. Bezeichnet T ,

Fig. 301.



die Spannung im Seile an der Stelle a , wo dasselbe die treibende Rolle verlässt, und T_2, T_3, \dots, T_x und T_{x+1} die Spannung in den folgenden Seilstücken, so ist

$$Q_1 = T_2 - T_1 \quad \text{oder} \quad T_2 = Q_1 + T_1$$

$$Q_2 = T_a - T_2 \quad , \quad T_3 = Q_1 + Q_2 + T_1$$

$$Q_3 = T_4 - T_3 \quad , \quad T_4 = Q_1 + Q_2 + Q_3 + T_1$$

$$\theta_1 = T_{\text{min}} - T_{\text{max}} = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots$$

$$\varphi_x - x_{x+1} = x_x - x_{x+1} = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \vartheta_n + T = \Sigma(\vartheta) + T$$

T_1 ist die kleinste, T_{x+1} die grösste in der ganzen Seileitung vorkommende Spannung, letztere giltig an der Stelle

wo bei b das Seil wieder zur treibenden Rolle zurückkehrt. Auf dieser treibenden Rolle muss sodann diese Spannung T_{x+1} wieder in die kleinste Spannung T_1 zurückgeführt werden, was durch eine gewisse Anzahl von Umschlingungen erreicht wird, gemäss der Gleichungen

$$\left. \begin{array}{l} T_{x+1} - T_1 = \Sigma(Q) = P \\ \text{und} \\ T_{x+1} = T_1 e^{n \cdot 2\pi \cdot \mathbf{i}} \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad 304)$$

Hieraus folgt

$$n = \frac{1}{2\pi \cdot u} \lg n \cdot \frac{T_{x+1}}{T_1} \dots \dots \dots \quad (305)$$

Die Spannung im Seilstücke T_1 ergibt sich nach Massgabe der Umfangskraft Q_1 und mit Berücksichtigung der bekannten Gleichung

$$T_1 = \frac{Q_1}{e^{\mu x} - 1}, \quad \dots \dots \dots \quad (306)$$

hieraus ergiebt sich ferner, dass die Umfangskräfte, die übertragen werden können, sich von Rolle zu Rolle steigern, soferne die Adhäsion des Seiles vollständig nutzbar gemacht wird. In diesem Falle ist nämlich

für die erste Rolle . . . $Q_1 = T_1(e^{\mu\alpha} - 1)$,

und für die folgenden

Rollen

$$T_2 = T_1 e^{\mu\alpha}, \text{ daher } Q_2 = T_2 (e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 e^{\mu\alpha} (e^{\mu\alpha} - 1),$$

$$T_3 = T_2 e^{\mu\alpha}, \quad , \quad Q_3 = T_3 (e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 (e^{\mu\alpha})^2 (e^{\mu\alpha} - 1),$$

Die nach Gleichung 305 sich ergebende Anzahl von Seilumschlingungen n an der treibenden Scheibe kann aber praktisch direkt nicht durchgeführt werden, sondern nur in der Weise, dass man unter Benützung einer Spannrolle das Seil nacheinander um einen halben Umfang der Treibscheibe, sodann wieder um einen halben Umfang der Spannrolle, und

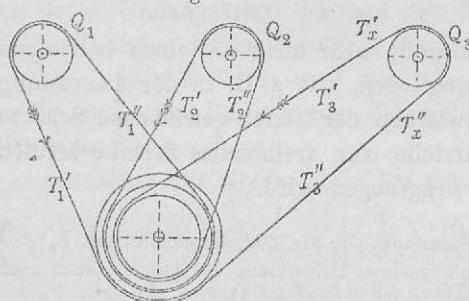
so fort führt, bis sich auf der Treibscheibe n ganze Seilum schlungen befinden. Die Anzahl der zu benützenden Rillen auf der Treibscheibe wird sonach $2n$ sein.

Diese Anordnung hat den Übelstand, dass das letzte auf die treibende Scheibe auflaufende Seiltrum eine sehr grosse Spannung $T_{x+1} = \Sigma(Q) + T_1$ auszuhalten hat, und dass daher bei mehreren zu betreibenden Rollen, die von einer derselben empfangene Umfangskraft nur einen verhältnismässig kleinen Wert haben kann, wenn nicht dem letzten Seiltrum mit der Spannung T_{x+1} eine übermässige Materialinanspruchnahme zugemutet werden soll.

Die Spannung, welche der Spannrolle gegeben werden soll, entspricht der Summe der verschiedenen Seilspannungen, welche darauf einwirken, wobei auch wieder die Spannung T_{x+1} bei b mit jeder halben Umschlingung der Triebrolle im Verhältnis $e^{u\alpha}$ abnimmt bis zu dem Werte T_1 . Wurde an den getriebenen Rollen die Adhäsion vollständig ausgenutzt und nimmt man an, dass die Umspannungsbögen überall einem halben Umfange gleich sind, so muss die Treibscheibe so viele halbe Umschlingungen, also so viele Rillen haben, als getriebene Rollen vorhanden sind.

2. Anordnung. Hiebei geht das Seil nach jeder Umspannung einer getriebenen Scheibe wieder zu der treibenden zurück, dann wieder zu einer getriebenen und so fort. Es ist dabei gleichgültig, ob die getriebenen Scheiben auf der gleichen Axe sitzen, also nur durch die einzelnen Rillen einer breiteren Scheibe dargestellt sind, oder ob jede Umschlingung

Fig. 302.



einer besonderen getriebenen Scheibe angehört (Fig. 302). Auch die in Fig. 299 und 300 dargestellten Verbindungen entsprechen dieser 2. Anordnung.

Sind hiebei die Seilspannungen

im ziehenden Trum T_1' T_2' T_3' . . . T_x'
 im nachlaufenden Trum T_1'' T_2'' T_3'' . . . T_x'' *)
 so gilt für die Umfangskräfte P auf den treibenden und Q auf
 den getriebenen Rillen

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = T_1' - T_1'' \text{ und } P_1 = T_1' - T_x'' \\ Q_2 = T_2' - T_2'' \quad , \quad P_2 = T_2' - T_1'' \\ Q_3 = T_3' - T_3'' \quad , \quad P_3 = T_3' - T_2'' \\ \dots \dots \dots \dots \end{array} \right\} \dots 307)$$

Da bei dieser Anordnung die Umfangskräfte sich direkt von einer treibenden auf eine getriebene Scheibe oder Rille übertragen, so muss hier auch gesetzt werden

$$P_1 = Q_1, \quad P_2 = Q_2, \quad P_3 = Q_3, \quad \dots \quad P_x = Q_x$$

Mithin wird aus Gleichung 307

$$T_1'' = T_2'', \quad T_2'' = T_3'', \quad T_3'' = T_4'', \quad \dots \quad T_x'' = T_1''$$

d. h. bei jeder Rillenumschlingung erscheint immer wieder derselbe Spannungswert im nachlaufenden Trum; es ist hiebei nicht nötig, dass die auf die einzelnen Rillen oder Scheiben übertragenen Umfangskräfte einander gleich sind, es kann auch eine derselben $= 0$ sein, oder doch verschwindend klein sein; eine solche Scheibe ist dann eine Spannrolle, bei welcher als die einzurechnende Umfangskraft nur die auf den Umfang reduzierte Axenreibung zu betrachten ist.

Man kann daher auch unter Vernachlässigung der Axenreibung die Spannung in den beiden Seiltrumen dieser Spannrolle als gleich gross ansehen, z. B. in Fig. 300 die Spannung T_3' , T_3'' und T_2'' , und muss diese Spannrolle dann mit einer Kraft $T_3'' + T_3' = T_3'' + T_2'' = 2 T_2'' = 2 T_3''$ verschoben werden.

Man kann die Spannrolle aber auch an einen beliebigen anderen Teil der Seilleitung legen, wie z. B. in der Anordnung Fig. 299 das Seiltrum zwischen der letzten getriebenen Scheibe und der Wiederrückkehrstelle zur treibenden Scheibe seitlich durch eine Spannrolle weggezogen wird.

*) Die beiden letzten Spannungen in Fig. 302, bezeichnet mit T_3' und T_3'' , sind zum Zweck der allgemeinen Behandlung der Aufgabe auch noch mit T_x' und T_x'' bezeichnet.

Gehören mehrere der getriebenen Scheiben derselben Axe an, so sind diese als Rillen einer einzigen breiteren Scheibe anzusehen, und muss die gesamte von der getriebenen Scheibe aufgenommene Kraft als zu gleichen Teilen auf die einzelnen Rillen treffend angenommen werden.

Im allgemeinen kann man für die Berechnung der Spannungen in den verschiedenen Teilen eines Kreisseiltriebes und unabhängig von der speziellen Anordnung der Seilführung und Seilschlingung folgende einfache Regel aufstellen: Man hat zunächst nur zu berücksichtigen, dass bei jeder Rillenumschlingung der Unterschied der Seilspannungen im ziehenden und im nachgeschleppten Trum gleich der übertragenen Umfangskraft ist. Die Umfangskraft selbst berechnet sich aus dem durch die Axe zu übertragenden Drehmoment, wobei man, wenn zum Antriebe einer Welle zwei oder mehrere Rillenumschlingungen gehören, den auf jede einzelne Umschlingung treffenden Teil der Umfangskraft gleich gross annehmen kann.

Man fängt sonach an irgend einer beliebigen Stelle des ganzen Kreisseiltriebes an, wo sich die Spannung T_1 im Seil findet, und durchgeht der Reihe nach alle einzelnen Teile desselben in der Richtung der Seilbewegung, indem man zu der Spannung T_1 im ersten Trum für jeden Umgang über eine getriebene Scheibe die auf diese Rille treffende Umfangskraft addiert, dagegen für jeden Umgang über eine treibende Scheibe, die auf die betreffende Rille entfallende Umfangskraft subtrahiert. Beim Übergang über eine Leitrolle kann man die beiderseitigen Seilspannungen gleich gross annehmen (in diesem Falle wird die Leitrolle als widerstandslos mitlaufend angesehen), oder man kann die Leitrollen als getriebene Rollen ansehen, als deren Umfangskraft der auf den Rollenumfang bezogene Axenreibungswiderstand aufgefasst wird.*)

So würde z. B. für eine ganz allgemeine Anordnung wie in Fig. 303 die Bestimmung der Seilspannungen auf nachstehende Weise erfolgen:

Zunächst gilt wieder, wie bei den übrigen Anordnungen

$$P = \Sigma(Q) \text{ oder auch } \frac{1}{2} P = \frac{1}{2} \Sigma(Q).$$

* Siehe den Aufsatz des Verf. in der Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 1898.

Ferner wird der Reihe nach

$$T_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1}{e^{u\alpha} - 1}, \text{ (Spannung in dem ersten Trum, wo das Seil bei } \alpha \text{ die treibende Scheibe verlässt)}$$

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{2} Q_1,$$

$$T_3 = T_2 + \frac{1}{2} Q_2 = T_1 + \frac{1}{2} Q_1 + \frac{1}{2} Q_2,$$

$$T_4 = T_3 + \frac{1}{2} Q_3 = T_1 + \frac{1}{2} Q_1 + \frac{1}{2} Q_2 + \frac{1}{2} Q_3,$$

$$T_5 = T_4 - \frac{1}{2} P, \quad \text{wobei}$$

$$\frac{1}{2} P = \frac{1}{2} Q_1 + \frac{1}{2} Q_2 + \frac{1}{2} Q_3, \quad \text{also}$$

$$T_5 = T_1,$$

$$T_6 = T_5 + \frac{1}{2} Q_1 = T_1 + \frac{1}{2} Q_1,$$

$$T_7 = T_6 + \frac{1}{2} Q_2 = T_1 + \frac{1}{2} Q_1 + \frac{1}{2} Q_2,$$

$$T_8 = T_7 + \frac{1}{2} Q_3 = T_1 + \frac{1}{2} Q_1 + \frac{1}{2} Q_2 + \frac{1}{2} Q_3,$$

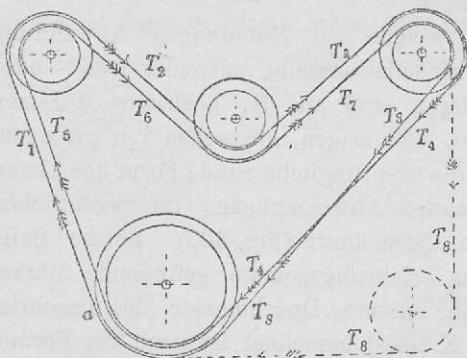
$$T_1 = T_8 - \frac{1}{2} P, \quad \text{wobei wieder}$$

$$\frac{1}{2} P = \frac{1}{2} Q_1 + \frac{1}{2} Q_2 + \frac{1}{2} Q_3, \quad \text{also}$$

$$T_1 = T_1.$$

Die hiebei nötige Spannrolle kann in jeden beliebigen Seiltriebteil gelegt werden, (z. B. in Fig. 303 punktiert) in das Trum mit der Spannung T_8 ; dieses ist das Trum mit der grössten in dem ganzen Trieb vorkommenden Spannung. Passender würde die Spannrolle in das Trum mit der kleinsten Spannung (z. B. T_1 oder T_5) gelegt, weil dann auch das

Fig. 303.

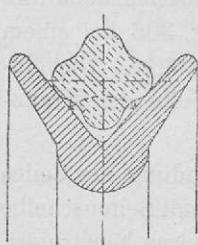


Spanngewicht geringer bemessen werden kann.

Ein nicht zu bestreitender Vorteil dieser Kreisseiltriebe ist, dass das Seil mit dem kleinstmöglichen Werte einer Spannung vom Anfang an um die Rollen gelegt werden

kann, und dass diese Spannung infolge der Benützung einer unter unveränderlicher Gewichtsbelastung stehenden Spannrolle auch im Laufe der Zeit sich nicht ändern und das Seil nicht schlaff werden kann, auch wenn ein Längen des Seiles eintreten sollte. Bei Anwendung von Einzelseilen muss jedes Seil von Anfang an unter einer erheblichen übermässigen Spannung auf die Seilrollen aufgelegt werden, die dadurch erzielt wird, dass das Seil etwas zu kurz gesplissen wird; hiendurch wird von Anfang an eine bedeutende Axenreibung veranlasst, während nach und nach das Seil immer schlaffer wird und zuletzt kaum mehr genügende Spannung besitzt. Der Nachteil, dass bei eintretendem Seilbrüche die ganze oft recht ausgedehnte Anlage eine Betriebsstörung erleidet, wird dadurch ausgeglichen, dass ein Bruch bei einem Kreisseiltrieb eben deshalb sehr unwahrscheinlich wird, weil das Seil mit einem Mindestwert von Spannung um die Rollen gelegt werden kann.

Fig. 304.



Die bei Kreisseiltrieben vorkommenden Leitrollen erhalten an ihren Rillen nicht die Form der Triebrollen, da die Seile sich hier nicht einklemmen dürfen. Für Rundseile werden deshalb auch erweiterte, rund ausgedrehte Rillen hergestellt, auf deren Grund das Seil frei aufliegt; für Quadratseile wird ein stärkerer Rillenwinkel angewandt, bei welchem ebenfalls das Einklemmen vermieden ist, etwa 80° wie in Fig. 304.

§ 54. Anwendung der Seile bei Hebezeugen.

1. Die Hanfseile, welche bei Hebezeugen Anwendung finden, sind, wie die Transmissionsseile, entweder Rund- oder Quadratseile. Die ersten sind aus 3, höchstens 4 Litzen

Fig. 305.

gedreht, und zeigen, abgesehen von geringen, durch die ursprüngliche runde Form der Litzen veranlassten Abweichungen, im wesentlichen runden Querschnitt (Fig. 305). Solche Seile erhalten erfahrungsgemäss genügende Stärke, wenn ihr äusserer Durchmesser (des umschriebenen Kreises) berechnet ist nach der Formel

$$\Delta = 1,1 \sqrt{T}, \dots \dots \quad 308)$$

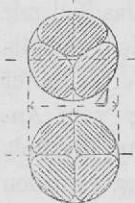
wobei T der grösste auf das Seil treffende Zug ist. Betrachtet man den Seilquerschnitt als vollkommen rund, das Material ferner überall gleich stark angestrengt und homogen, so würde die Anstrengung k sich hieraus rechnen mit

$$k = 1,05.$$

Diese Anstrengung ist eine bei weitem grössere, als sie für Triebseile bei Transmissionen gestattet ist, aber immer noch eine genügende, nämlich ungefähr fünffache in bezug auf die Bruchspannung. Die Quadratseile sind durch Flechtung aus 8 Litzen gebildet (siehe § 50 und 51). Als deren Durchmesser bezeichnet man die Seite des umschriebenen Quadrates, und berechnet dieselbe nach der obigen Formel 308. Während eine an einem Rundseile hängende Last stets von selbst in Drehung gelangt, bleiben die an Quadratseilen hängenden Lasten stets ruhig hängen.

Die Seillrollen, insbesondere wie sie bei Flaschenzügen ihre Anwendung finden, erhalten das Profil von Fig. 306 bei einem Minimaldurchmesser gleich der achtfachen Seilstärke. Die eingeschriebenen Masse beziehen sich auf die Weite der Kranzrinne $w = \Delta + 10$ mm.

Soll eine Seilscheibe mehr als *eine* Umwindung des Seiles aufnehmen, so wird sie als Seiltrommel aus Holz mit Seitenscheibe von Schmied- oder Gusseisen oder ganz aus Gusseisen konstruiert, und erhält am einfachsten gewöhnlich zylindrische Gestalt



(Fig. 307). Die konische Form der Seiltrommel wird insbesondere dann benützt, wenn die Belastung des sich auf-

Fig. 306.

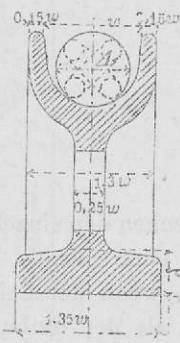
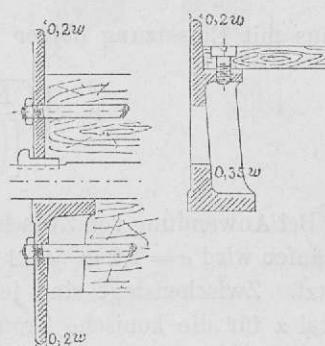


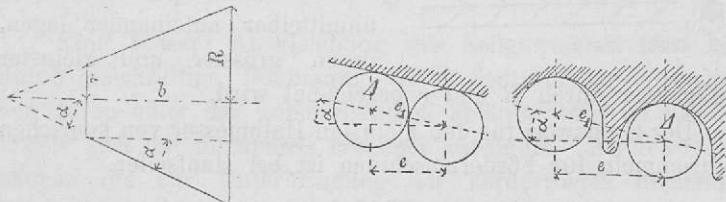
Fig. 307.



wickelnden Seiles veränderlich ist, z. B. wenn bei sehr grossen Aufzugshöhen der Einfluss des Seilgewichtes auf die Seilspannung berücksichtigt werden soll.

In diesem Falle ergibt die Rücksicht auf möglichst gleichbleibenden Wert des Widerstandsmomentes den Anfangs- und Endhalbmesser der Trommeln (Förderkörbe *).

Fig. 308.



Ist die ganze Aufwickellänge des Seiles (Aufzugshöhe) = H , R der grösste, r der kleinste, ρ der mittlere Trommelhalbmesser, n die Anzahl der Umwindungen, b die Breite der Trommel, so ergiebt sich mit den Bezeichnungen von Fig. 308

$$2 \rho \pi n = H = (R + r) \pi n,$$

$$n = \frac{b}{e},$$

$$e = e_1 \cos \alpha, \quad \text{und} \quad b \tan \alpha = R - r.$$

*) Siehe die Berechnung der Halbmesser von Förderkörben, sowie über Detailkonstruktion derselben u. a., v. *Hauer, Fördermaschinen*.

Mithin ergiebt sich

$$H = (R + r) \pi \frac{b}{e},$$

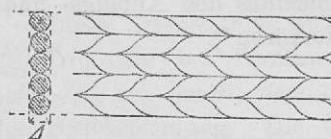
woraus mit Einsetzung obiger Werte

$$r = \sqrt{\frac{H \cdot e_1 \cdot \sin \alpha}{\left[\left(\frac{R}{r}\right)^2 - 1\right] \pi}} \quad \dots \dots \quad (309)$$

Bei Anwendung von Zwischenstegen zwischen den einzelnen Seilläufen wird $e = 1,2$ $w = 1,2$ ($\Delta + 10$ mm), ohne solche $e_1 = \Delta$ gesetzt. Zwischenstege sind jederzeit nötig, wenn der Seitenwinkel α für die konische Trommel grösser als der Reibungswinkel ist.

Wird $\alpha = 90^\circ$, so geht die konische Trommel in eine Planscheibe über, neben welche sich die einzelnen Seilumschlingungen legen. Man benützt in diesem Falle nicht mehr Rundseile, sondern flache Bandseile (Fig. 309) von einer Dicke Δ ,

Fig. 309.



welche sich in Spiralwindungen unmittelbar aufeinander legen, deren grösster und kleinster

Halbmesser durch R und r bezeichnet wird.

Der Grenzwert für den kleinsten Halbmesser von konischen Seiltrommeln für Fördermaschinen ist bei Hanfseilen

$$\underline{r \geq 15 \Delta}.$$

Das Verhältnis $\frac{R}{r}$ in Gleichung 309 findet sich auf folgende

Weise:

Ist bei Benützung nur einer konischen Windetrommel (Fig. 310)

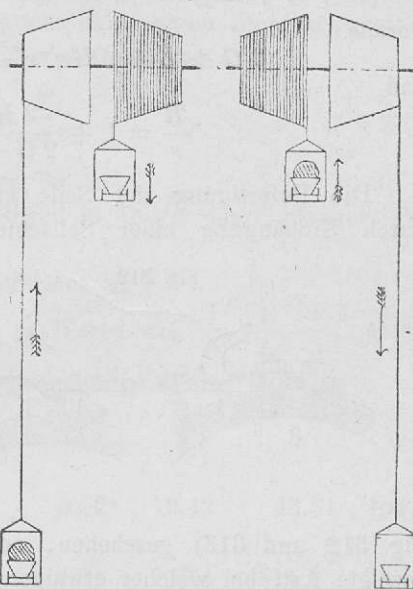
Q die am Aufzugsseile hängende Belastung,
 $S = \gamma H$, das Seilgewicht, bei vollständig abgelassenem Seile,

so gilt unter der Voraussetzung, dass der Aufzug der Last bis in die Höhe der Windetrommel geschehe,

Fig. 310.



Fig. 311.



$$(Q + \gamma H) r = Q R$$

$$\frac{R}{r} = 1 + \frac{\gamma H}{Q} \quad \dots \quad 310)$$

Eine bessere Ausgleichung des Seilgewichtes lässt sich durch gleichzeitige Benützung von 2 Seiltrommeln erreichen, von deren einer das unbelastete Seil abläuft, während das belastete sich auf die andere Trommel aufwindet. An den Seilen hängen die zur Unterbringung der Förderwagen dienenden Förderschalen; die aufsteigenden Förderwagen sind gefüllt, die absteigenden leer (Fig. 311).

Ist G das Gewicht der Förderschale samt den leeren Wagen,
 L „ „ „ in den Wagen befindlichen Last,
 $S = H\gamma$ „ „ des Seiles in der tiefsten Lage, so gilt als Drehmoment für den Anfang einer Aufzugsperiode:

$$(G + L + H\gamma)r - G R,$$

für das Ende der Aufzugsperiode:

$$(G + L)R - (G + H\gamma)r,$$

und es ist nun zu setzen:

$$(G + L + H\gamma)r - GR = (G + L)R - (G + H\gamma)r,$$

woraus

$$(2G + L + 2H\gamma)r = (2G + L)R,$$

und

$$\frac{R}{r} = 1 + \frac{2H\gamma}{2G + L}. \dots \dots \dots \quad 311)$$

Die Befestigung der Seile an den Seiltrommeln kann durch Einhängung einer Seilschleife in Haken und Ösen

Fig. 312.

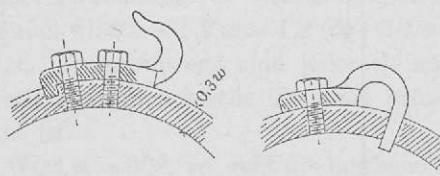


Fig. 313.

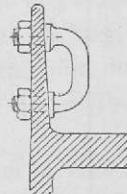
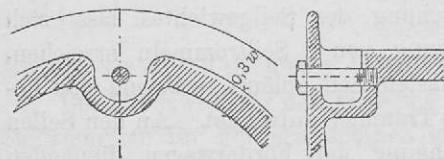


Fig. 312 und 313) geschehen, oder durch die in Fig. 314 gezeigte Art, bei welcher etwaigen Verwickelungen des Seiles für den Fall einer zweiten oder dritten Umwindung vorbeugeht wird.

Fig. 314.



Bei Seilen kann man, um bei grosser Aufzugs Höhe eine allzu grosse Länge der Seiltrommel zu vermeiden, auch eine zwei- und dreifache Auflage über einander

gestatten, doch muss dann die Höhe der seitlichen Abschluss scheibe darnach bestimmt werden, und zwar soll dieselbe

bei 1-facher Auflage eine Höhe von mindestens $1,5 \Delta$,

" 2 " " " " " " " " $2,5 \Delta$,

" 3 " " " " " " " " $3,5 \Delta$

erhalten.

Um die letzte Befestigungsstelle zu entlasten und eine geringere Anstrengung der dort anzubringenden Teile, wie der Haken und Befestigungsschrauben, zu erzielen, kann man noch eine Anzahl Umwindungen zugeben, welche auch bei grösster

Abwickelung des Seiles unberührt bleiben. Die Befestigungsstelle des Seiles hat in diesem Falle einen Zug auszuhalten, welcher sich bestimmt durch die Gleichung

worin T_1 der Zug im freien Seilende,

α der umspannte Bogen in Teilen des Umfanges, also

$$\alpha = n \cdot 2\pi,$$

z. der Adhäsionskoeffizient ist.

Setzt man hierin für μ Werte wie $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, so er-

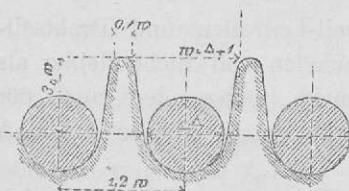
geben sich folgende zusammengehörige Werte:

$\frac{\alpha}{2\pi} = n =$	0,5	1	2	3	4
für $\mu = \frac{1}{5} \dots \frac{T_1}{T_2} = 1,87$	3,52	12,42	43,81	154,4	
$= \frac{1}{4} \dots ",$	2,19	4,81	23,14	111,3	535
$= \frac{1}{3} \dots ",$	2,82	8,08	65,3	527	4264

Es ergibt sich mithin bei Annahme von nur etwa 4 überzähligen Umwindungen eine Reduktion der Seilspannung und somit der Anstrengung der Befestigungsstelle auf $\frac{1}{154}$ bis $\frac{1}{4264}$,

und können in diesem Falle diese Befestigungsteile sehr schwach gebaut sein.

Fig. 315



genügend gering, so kann der d das auf die Trommel einerseits sich aufwickelnde Seil andererseits wieder abgezogen werden, so dass die wirklich benützte Trommellänge nicht grösser sein muss, als den zur Reduktion der Seilspannung nötigen n Umwindungen entspricht. Diesem Prinzip gemäss sind die Friktionswinden konstruiert und

können deren Seiltrommeln entweder ähnlich den Scheiben der Seiltransmissionen mit Zwischenstegen zwischen den einzelnen Seilläufen versehen werden (Fig. 315), oder auch konische oder konoidische Form erhalten.

2. *Drahtseile* beim Hebezeug sind auf gleiche Weise in Anspruch genommen, wie diejenigen der Seiltransmissionen, nämlich gleichzeitig durch Zug und Biegung. Man gestattet aber bei Hebezeugen eine höhere Partialzugsspannung, für Schmiedeisen $k_1 = 10 \text{ kg/qmm}$, da die Biegung der Aufzugsseile um ihre Trommeln in bei weitem geringerem Masse erfolgt als bei laufenden Transmissionsseilen.

Man erhält demnach, nach Annahme der Anzahl a der Drähte, die Stärke δ eines einzelnen Drahtes mit Bezug auf die grösste Längenspannung T durch die Gleichung

$$a \frac{\delta^2 \pi}{4} k_1 = T,$$

$$\delta = 0,36 \sqrt{\frac{T}{a}}, \dots \quad 313)$$

oder bei den Drahtzahlen

$$a = 36 \quad 42 \quad 72 \quad 98 \quad 114$$

$$\frac{\delta}{\sqrt{T}} = 0,060 \quad 0,055 \quad 0,042 \quad 0,036 \quad 0,033$$

$$\frac{\Delta}{\delta} = 9,5 \quad 10,0 \quad 12,0 \quad 15,0 \quad 17,0$$

$$\frac{\Delta}{\sqrt{T}} = 0,57 \quad 0,55 \quad 0,50 \quad 0,54 \quad 0,56$$

$$\text{im Mittel } \Delta = 0,54 \sqrt{T} \quad \dots \quad 314)$$

Der Halbmesser von Drahtseil-Leitrollen und Drahtseiltrommeln für gewöhnliche Handwinden soll nicht kleiner als 15Δ , derjenige von Förderstrommeln, insbesondere auch der kleinere der konischen Förderkörbe, nicht kleiner als 30Δ genommen werden.

Für beste Stahldrahtseile bei Hebezeugen darf die Partialzugsspannung zweimal so gross als bei Eisendrahtseilen ge-

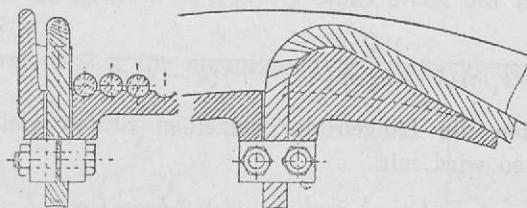
nommen, und somit die Drahtstärke berechnet werden nach der Formel

$$\delta = 0,25 \sqrt{\frac{T}{a}}, \text{ und daraus im Mittel } \Delta = 0,38 \sqrt{T} \dots 315)$$

Der Halbmesser der Trommeln für Stahldrahtseile, insbesondere der kleinere Halbmesser konischer Förderkörbe, soll zur möglichsten Schonung der Seile nicht kleiner als 40Δ sein.

Im übrigen gilt betreffs der Bestimmung der Halbmesser konischer Trommeln das für Anwendung von Hanfseilen Angeführte, desgleichen auch betreffs der Befestigung der Seile auf den Trommeln. In letzterer Beziehung kann auch die in Fig. 316 dargestellte Anordnung gewählt werden.

Fig. 316.



Bei sehr bedeutenden Längen des hängenden Seiles kann das Gewicht desselben auch dadurch berücksichtigt werden, dass man dem Seile von unten nach oben stufenförmig wachsenden Querschnitt giebt.

Der unterste Querschnitt hat nur die anhängende Last Q zu tragen, und erhielt sonach bei einer angenommenen zulässigen Spannung $= k$ die Grösse

$$f_0 = \frac{Q}{k}.$$

Der obere Querschnitt der untersten Seilstufe hat ausser der Belastung Q auch noch das Seilgewicht der untersten Stufe zu tragen $= f_1 l_1 \sigma$; es wird within hier die grösste Seilspannung

$$T_1 = Q + f_1 l_1 \sigma,$$

und daher

$$f_1 = \frac{T_1}{k} = \frac{Q}{k - l_1 \sigma}$$

Ebenso erhält man für die folgende Stufe (die zweite von unten)

$$T_2 = T_1 + f_2 l_2 \sigma,$$

und

$$f_2 = \frac{T_2}{k} = \frac{T_1}{k - l_2 \sigma} = \frac{Q}{(k - l_1 \sigma)(k - l_2 \sigma)}$$

für das obere Ende der dritten Stufe wird

$$T_3 = T_2 + f_3 l_3 \sigma,$$

und

$$f_3 = \frac{T_3}{k} = \frac{T_2}{k - l_3 \sigma} = \frac{Q}{(k - l_1 \sigma)(k - l_2 \sigma)(k - l_3 \sigma)}$$

endlich für die letzte Stufe

$$f_n = \frac{Q}{(k - l_1 \sigma)(k - l_2 \sigma) \dots (k - l_n \sigma)} \quad \dots \dots \dots \quad 316)$$

Werden die Längen der einzelnen Stufen gleich angenommen, so wird mit

$$l_1 = l_2 = l_3 = \dots = l_n = l$$

$$f_n = \frac{Q k^{n-1}}{(k - l \sigma)^n} = \frac{Q}{k} \left(\frac{k}{k - l \sigma} \right)^n \quad \dots \dots \dots \quad 317)$$

Bei dieser Art zu rechnen kann man unter Annahme von l leicht für die Querschnittsgrösse einen bei normalen Drahtseilen unpassenden Wert erhalten. Es ist daher bei solchen stufenförmig verjüngten Seilen zweckmässiger, von einer nach der jeweiligen Seilkonstruktion zu bestimmenden Zunahme des Querschnitts von einer zur andern Stufe auszugehen. Man kann z. B. durch alle Seilstufen Drahtstärke und Litzenzahl beibehalten und nur die Drahtzahl in der Litze wachsen lassen, so dass die Gesamt-Drahtzahl z. B. die Werte $6 \cdot 10 = 60$, sowie $6 \cdot 12 = 72$, $6 \cdot 14 = 84$ u. s. w. besitzt.

In diesem Falle ist dann $f_1, f_2, f_3 \dots$ als bekannt vorauszusetzen, und gilt zunächst für die erste Stufe

wie vorher $f_0 = \frac{Q}{k}$,

$$T_1 = Q + f_1 l_1 \sigma,$$

$$f_1 = \frac{T_1}{k},$$

woraus $Q = f_0 k = f_1 k - f_1 l_1 \sigma$,

oder $l_1 = \frac{f_1 - f_0}{f_1} \cdot \frac{k}{\sigma} \dots \dots \dots \quad 318)$

Setzt man hierin allgemein $f \cdot \sigma \cdot 1000 = \gamma$,

und $T = y \gamma$, (γ das Gewicht per lauf. Meter)

sowie $\frac{T}{k} = f$,

so wird $\frac{k}{\sigma} = 1000 \frac{T}{\gamma} = 1000 \cdot y$.*)

Mithin ergibt sich für die unterste Seilstufe die Länge

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= \frac{f_1 - f_0}{f_1} \cdot 1000 y \text{ in mm,} \\ L_1 &= \frac{f_1 - f_0}{f_1} y \text{ in m.} \end{aligned} \right\} \dots \dots \quad 319)$$

Allgemein ergibt sich, wenn die konstante Querschnittsdifferenz zweier benachbarter Stufen mit Δ bezeichnet wird, für die Länge irgend einer beliebigen, x^{ten} Stufe

$$L_x = \frac{\Delta}{f_x} y \dots \dots \dots \quad 320)$$

Um den Wert y in diese Gleichung einführen zu können, benutzt man entweder Tabellen, welche von den Fabrikanten veröffentlicht sind, oder man berücksichtigt, dass das Gewicht des fertigen Seiles etwa $1\frac{1}{4}$ mal so gross ist, als das Gewicht des hiezu verwendeten Drahtes.

*) Die Grösse y hat hier dieselbe Bedeutung wie bei Drahtseilen für Transmissionen, und bezeichnet dieselbe sonach das Verhältnis der von dem Seile auszuhaltenden Längenspannung zu seinem Gewichte per lauf. Meter.

§ 55. Widerstände bei Seiltrieben.

Die bei Seiltrieben sich ergebenden Arbeitsverluste sind ihrer Natur nach die gleichen, wie diejenigen bei Riementrieben, d. h. hervorgehend aus der Reibung der Axen in ihren Lagerstellen, aus einem Gleiten des Zugorgans, der Seile, auf den Rollenumfängen, und aus der Steifigkeit der Seile.

Der *Geschwindigkeitsverlust durch Gleiten* der Seile auf den Rollenumfängen ist, insbesondere bei denjenigen Treibseilen, welche sich in eine keilförmige Kranzrinne einpressen, so gering, dass er nicht berücksichtigt zu werden braucht.

Aus der *Steifigkeit der Seile* ergibt sich zunächst ein Arbeitsverlust durch den Widerstand, den ein laufendes Seil seiner steten Biegung nach dem Umfang der Triebrollen (manchmal auch der Leitrollen) an der Auflaufstelle und seiner darauf wieder eintretenden Streckung an der Ablaufstrecke entgegengesetzt. Doch kann auch dieser Arbeitsverlust im Vergleich mit den beiden folgenden Verlusten vernachlässigt werden.

Die *Steifigkeit der Seile* ist nämlich auch Veranlassung, dass das auflaufende Seilstück nur allmählich aus der gestreckten

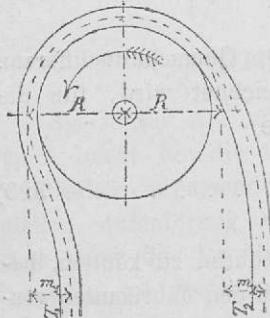
Form in die Krümmung nach dem Rollenumfang, und das ablaufende Seilstück ebenso nur allmählich wieder aus der gekrümmten in die gestreckte Form übergehen kann, so dass sich (Fig. 317) auf der Ablaufseite eine Verkleinerung, an der Auflaufseite eine Vergrösserung des theoretischen Rollenhalbmessers (bis Seilmitte gemessen) ergiebt.

Sind, wie bei Hebezeugrollen meistens, nur die beiden Seilspannungen T_1 und T_2 an der Rolle

thätig (abgesehen von einer geringen, der Überwindung der Axenreibung entsprechenden Umfangskraft) und geschieht die Bewegung im Sinne der Spannung T_1 , so ergiebt sich die Gleichung

$$T_1(R - m_1) = T_2(R + m_2) \dots \dots \dots \quad 321$$

Fig. 317.



Da hierin (in Ermangelung von Versuchen hierüber) annähernd

$$m_1 = m_2 = m$$

gesetzt werden kann, so wird

$$T_1 = T_2 \frac{R + m}{R - m} = T_2 \left(1 + \frac{2m}{R - m} + \dots \right),$$

und annähernd

$$T_1 = T_2 \left(1 + \frac{2m}{R} \right), \dots \quad (322)$$

während ohne Rücksicht auf Seilsteifigkeit gelten würde

$$T_1 = T_2.$$

Es ist mithin $T_2 \frac{2m}{R}$ derjenige Anteil, um welchen T_1 wegen der Seilsteifigkeit grösser als T_2 sein muss, und drückt daher

$$V_a = \frac{2m}{R} \dots \quad (323)$$

den verhältnismässigen Arbeitsverlust im Vergleich zur nützlichen Arbeit aus.

Zur Bestimmung der Grösse m fehlen noch genügende Versuche, und setzt man daher, um bei vorläufiger Schätzung des Arbeitsverlustes sicher zu gehen,

$$\text{für Hanfseile } \frac{2m}{R} = \frac{4m}{D} = 0,01 \frac{\Delta^2}{D},$$

$$\text{„ Drahtseile } \text{ „ } \text{ „ } = 0,016 \frac{\Delta^2}{D}.$$

Für Rollen und Trommeln, wie sie bei Hebezeugen vorkommen, kann man setzen:

$$\text{für Hanfseile } \frac{\Delta}{D} = \frac{1}{8} \text{ und wird mithin } V_a = 0,00125 \Delta,$$

$$\text{„ Drahtseile } = \frac{1}{25} \text{ „ } \text{ „ } \text{ „ } V_a = 0,00064 \Delta,$$

oder

$$\begin{aligned} \text{für Hanfseile von } \Delta = 20 \text{ bis } 60 \text{ mm } & V_a = 0,025 \text{ bis } 0,075, \\ \text{„ Drahtseile } \Delta = 10 \text{ „ } 30 \text{ mm } & V_a = 0,006 \text{ „ } 0,019. \end{aligned}$$

Gehören die Seile dagegen einer Seiltransmission an, und wirkt ausser den beiden Seilspannungen T_1 und T_2 am Umfang der getriebenen Rolle die Umfangskraft P , so gilt die Gleichung

$$P R = T_1 (R - m_1) - T_2 (R + m_2), \dots \quad 324)$$

wenn die Bewegung wieder in der Richtung der Spannung T_1 vor sich gehend angenommen wird.

Setzt man hierin wieder

$$m_1 = m_2 = m,$$

sowie

$$T_1 + T_2 = 3 P,$$

so wird

$$P = (T_1 - T_2) - \frac{3m}{R} P, \dots \dots \dots \quad 325)$$

während ohne Rücksicht auf Seilstifigkeit wäre

$$P = T_1 - T_2.$$

Es ist mithin

$$\frac{3m}{R} P$$

derjenige Anteil, um welchen der nützliche Widerstand P kleiner ist, als er ohne Rücksicht auf Seilstifigkeit wäre, und drückt daher in diesem Falle

$$V_a = \frac{3m}{R} \dots \dots \dots \quad 326)$$

den Kraftverlust im Verhältnis zum nützlichen Widerstände P aus.

Setzt man hierin wie oben

$$\text{für Hanfseile } \frac{2m}{R} = 0,01 \frac{\Delta^2}{D}, \text{ daher } \frac{3m}{R} = 0,015 \frac{\Delta^2}{D},$$

$$\text{„ Drahtseile „ } = 0,016 \frac{\Delta^2}{D} \text{ „ „ } = 0,024 \frac{\Delta^2}{D},$$

so wird, da man für Transmissionsrollen setzen darf im Mittel

$$\left. \begin{aligned} \text{für Hanfseile } \frac{\Delta}{D} &= \frac{1}{30}, & V_a &= 0,0005 \Delta, \\ \text{„ Drahtseile „ } &= \frac{1}{160} \text{ „ } & &= 0,00015 \Delta, \end{aligned} \right\} \dots \dots \quad 327)$$

und daher

für Hanfseile bei $\Delta = 40 \text{ mm}$ bis 50 mm , $V_a = 0,020$ bis $0,025$,
 „ Drahtseile „ „ $= 10$ „ „ 30 „ „ $= 0,0015$ „ $0,0045$,
 für die bei Seiltransmissionen jederzeit verbundenen beiden
 Rollen zusammen mithin

für Hanfseile 4% bis 5% ,
 „ Drahtseile höchstens 1% .

Der Arbeitsverlust, welcher bei Seiltransmissionen durch
 die Reibung der Axen in ihren Lagerstellen entsteht, rechnet
 sich selbstverständlich auf gleiche Weise, wie der gleiche bei
 Riementransmissionen auftretende Verlust (§ 43), und gilt mit-
 hin (Gleichung 219)

$$V_{a_1} = 3 \mu \left(\frac{r_1}{R_1} + \frac{r_2}{R_2} \right) \dots \dots \dots \quad 328)$$

unter r_1 bzw. r_2 die Halbmesser der Axen in den Lagerstellen,
 „ R_1 „ R_2 „ „ „ „ Triebrollen verstanden.

Im vorliegenden Falle ist zu setzen

$$\mu = 0,1,$$

sowie für Hanfseilrollen $\frac{r_1}{R_1} = \frac{r_2}{R_2} = \frac{1}{15}$,

„ „ Drahtseilrollen „ „ $= \frac{1}{30}$,

und wird daher für erstere $V_{a_1} = 0,04$,

für letztere $V_{a_1} = 0,02$.

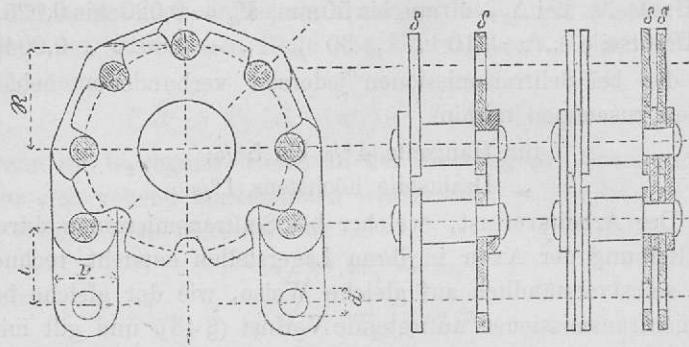
In vorstehenden Rechnungen ist das Gewicht der Seilrollen,
 durch welches die Reibung an den Lagerstellen noch erhöht
 wird, nicht berücksichtigt. Für Zwischenstationen, Tragrollen
 und Leitrollen ist der Verlust zu berechnen nach Massgabe
 des Axendruckes, welcher sich als Resultierende aus sämt-
 lichen Seilspannungen und dem Rollengewicht ergibt.

IX. KETTENTRANSMISSIONEN.

§ 56. Die Gelenkkette.

Zur Übertragung grösserer Kräfte, jedoch nur bei mässig
 rascher Bewegung, eignet sich vorzüglich die Gelenkkette
 (Fig. 318). Diese besteht aus Flacheisenschienen und runden

Fig. 318.



Drehungsbolzen; die letzteren greifen in die Zahnlücken von Rädern, welche auf den zu verbindenden Axen befestigt sind. Solche Flacheisenschielen werden in einer Anzahl von 2 bis 8 angewendet, und lässt man sie, wenn es deren mehr als 2 sind, wechselweise zwischen einander eingreifen.

Es sei die Gesamtzahl der ein Kettenglied bildenden Flacheisenschielen = i , und diese in zwei Systeme von je einer Schienenzahl $= \frac{1}{2} i$ abgeteilt, auf deren jedes bei einem Ge-

samtzuge = T eine Spannung $= \frac{1}{2} T$ treffe.

Es bezeichne nun

d den Durchmesser des Drehungsbolzen,

δ die Dicke einer Schiene,

t die Spannung einer Schiene,

b die Breite einer Schiene,

so sind die Beanspruchungen hauptsächlich folgende:

1. Auf die *Schienen* verteilt sich der Gesamtzug T derart, dass auf eine derselben der Anteil $t = n T$ kommt. Sind alle Schienen von gleicher Dicke $= \delta$, so hat man die Gleichung

$$t = n T = (b - d) \delta \cdot k_1,$$

wobei, bei etwa ungleichmässiger Verteilung von T auf die einzelnen Schienen, für t und für n deren Maximalwerte zu setzen sind. k_1 ist die zulässige Zug-Beanspruchung. In der

Regel ist

$$b = 2,5 d,$$

so dass gesetzt werden kann

$$t = n T = 1,5 d \cdot \delta \cdot k_1 \dots \dots \dots \quad 329)$$

2. Die *Bolzenlöcher* in den Schienen empfangen von den Bolzen genau denselben Anteil $t = n T$ als Druck, welchem das Material der Lochwandung bei einer gestatteten spezifischen Pressung $= p$ Widerstand leisten muss. Daher ist zu setzen

$$t = n T = p \cdot d \cdot \delta,$$

eine Gleichung, welche aber nur dann gilt, wenn der Druck t sich über die ganze Berührungsfläche zwischen Zapfen und Loch gleichmässig verteilt. Im Laufe der Benützung, mit fortschreitendem „Einlaufen“, wird jedoch die Druckverteilung eine andere (§ 14 S. 49) und zwar ergiebt sich für die spezifische Pressung ein Maximalwert

$$p_1 = \frac{4}{\pi} p = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{n \cdot T}{d \cdot \delta} \dots \dots \dots \quad 330)$$

Aus Gleichung 329 und 330 wird

$$\frac{k_1}{p_1} = \frac{\pi}{4 \cdot 1,5} = 0,524.$$

3. Die *Kettenbolzen* sind auf Biegung in Anspruch genommen, und jedenfalls wird das biegende Moment, welches durch die verschiedenen, auf die Schienen verteilten Spannungen veranlasst ist, mit der Totalspannung T und mit der Schienendicke δ wachsen, so dass ganz allgemein für das biegende Moment gesetzt werden kann

$$M = m \cdot T \cdot \delta = \frac{\pi}{32} d^3 k.$$

Hiebei ist m ein noch zu bestimmender Koeffizient und k die eintretende Maximalbeanspruchung im Bolzen. Hieraus folgt nun

$$d^2 = \frac{32}{\pi} \cdot \frac{\delta}{d} m \frac{T}{k}, \dots \dots \dots \quad 331)$$

während aus Gleichung 329

$$d^2 = \frac{1}{1,5} \cdot \frac{d}{\delta} n \frac{T}{k_1}.$$

Folglich wird

$$\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 = \frac{32 \cdot 1,5}{\pi} \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{k_1}{k} \quad \dots \quad 332)$$

Setzt man hierin als passende Werte:

$$k_1 \text{ für die Schiene} = 6,0,$$

$$k \text{ für den Bolzen} = 10,0,$$

so wird

$$\frac{k_1}{k} = 0,6$$

und daher

$$\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 = 9 \frac{m}{n} \quad \left. \right\} \quad \dots \quad 333)$$

und

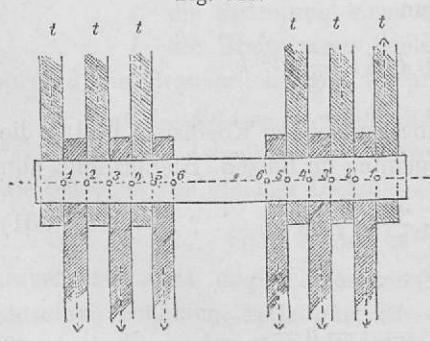
$$\frac{\delta}{d} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{n}{m}} \quad \left. \right\}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung 333 findet sich zunächst der Wert von $\frac{d}{\delta}$, sodann aus Gl. 331 derjenige von d , und so dann wieder aus 333 der Wert von δ .

Die ganze Aufgabe gipfelt demnach in der Bestimmung der beiden Koeffizienten m und n .

Für die Bestimmung von m und n können die beiderlei Annahmen zu Grunde gelegt werden, dass sich der Gesamtzug T gleichmässig oder ungleichmässig über die einzelnen Schienen eines Systems verteile. Findet vollständig gleichmässige Zugverteilung durch alle Schienen statt, so ist leicht zu erkennen, dass (Fig. 319)

Fig. 319.



$$t = \frac{T}{i},$$

sowie

$$M = \frac{i \cdot t \cdot \delta}{2} = \frac{T \cdot \delta}{2},$$

daher

$$n = \frac{1}{i} \text{ und}$$

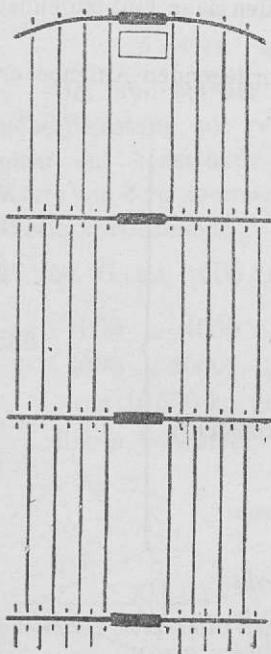
$$m = \frac{1}{2}.$$

Es ergeben sich dann nachstehende zusammengehörige Werte:

$i = \dots$	2	4	6	8	}
$m = \dots$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$n = \dots$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	
$\frac{\delta}{d} =$	0,333	0,236	0,192	0,167	
$\frac{d}{V\bar{T}} =$	0,412	0,346	0,313	0,291	
$\frac{\delta}{V\bar{T}} =$	0,137	0,082	0,060	0,048	

Eine vollständig gleichmässige Verteilung des Zuges T über alle Schienen kann wohl in der frei ausgespannten Kette

Fig. 320.



angenommen werden, bei welcher die nach beiden Richtungen vom Bolzen auslaufenden Schienen unter Zugspannung sind; wird aber sicher nicht mehr eintreten bei jenem Bolzen, auf welchen nur die nach der einen Seite gerichteten Schienen belastend einwirken, während die nach der andern Seite gerichteten Schienen spannungsfrei sind (Fig. 320). Ein solcher Bolzen wird eine elastische Durchbiegung annehmen, und wird infolge derselben die Verteilung der Schienenspannungen eine ungleichmässige werden. Für den Maximalwert dieser ungleichen Schienenspannungen sind die Schienen zu rechnen, wenn sie auch in der Ausführung sämtlich die gleiche Stärke erhalten. Die Bolzen sind aber gemäss des

aus den verschiedenen Schienenspannungen sich ergebenden biegenden Momentes zu bestimmen. Die stärkste Inanspruchnahme trifft auf die inneren Schienen, während diese Schienenspannungen nach aussen immer mehr abnehmen, ja sogar für die äusserste Schiene, wie sich zeigen lässt, bei mehr als 8 Schienen — negativ ausfiele; mithin wäre diese Schiene dann auf Druck beansprucht.

Eine solche ungleichmässige Verteilung des Gesamtzuges T über die verschiedenen Schienen findet also da statt, wo die Treibkette auf die Kettentriebrolle aufläuft und wo von den Zähnen der Triebrolle das Mittelstück des Kettenbolzen gefasst wird. Der erste Zahn wird wohl kaum den ganzen Zug aufnehmen, sondern dieser wird sich noch auf den zweiten, vielleicht auch noch auf den dritten Zahn zu einem gewissen Anteil übertragen. Nimmt man an, der Gesamzug verteile sich auf die beiden ersten angreifenden Zähne, so fasst der zweite Zahn einen Bolzen, von welchem aus die nach der einen Seite laufenden Schienen mit T_1 gespannt sind, während die nach der andern Seite (gegen den dritten Zahn hin) laufenden Schienen spannungsfrei sind.*)

Die eingehende Berechnung der vorliegenden Aufgabe ergiebt nachstehende gleichzeitige Werte:

$$i = 2 \quad 4 \quad 6 \quad 8$$

$$m = 0,75 \quad 0,85 \quad 1,30 \quad 1,79$$

$$n = 0,50 \quad 0,45 \quad 0,275 \quad 0,19$$

$$\frac{\delta}{d} = 0,273 \quad 0,242 \quad 0,154 \quad 0,109$$

$$\frac{d}{\sqrt{T_1}} = 0,456 \quad 0,457 \quad 0,452 \quad 0,464 \text{ (konstant)}$$

$$\frac{\delta}{\sqrt{T_1}} = 0,124 \quad 0,111 \quad 0,069 \quad 0,048$$

... 335)

*.) Siehe hierüber meine „Berechnung der Gelenkkette“, Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins 1878 Heft X.

Setzt man hierin $T_1 = \frac{1}{2} T$, d. h. verteile sich der Kettenzug zu gleichen Teilen auf die ersten zwei Zähne, so wird

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d}{V T} = 0,31 \quad 0,31 \quad 0,31 \quad 0,31 \quad (\text{konstant}) \\ \frac{\delta}{V T} = 0,086 \quad 0,078 \quad 0,048 \quad 0,034 \end{array} \right\} \dots 336)$$

Die unter der Annahme von Tabelle 336 erhaltenen Werte sind durchaus kleiner, als diejenigen von Tabelle 334 unter Voraussetzung gleichmässiger Zugverteilung erhaltenen. Daher sind für Berechnung der Abmessungen von Gelenkketten die unter Voraussetzung gleichmässiger Verteilung der Schienenspannungen erhaltenen Gleichungen massgebend.

So kann z. B. für eine Tragfähigkeit von $T = 10000 \text{ kg}$ die Kette folgende verschiedene Abmessungen erhalten:

$$\begin{aligned} i &= 2 \text{ oder } 4 \text{ oder } 6 \text{ oder } 8 \\ d &= 41 \text{ " } 35 \text{ " } 31 \text{ " } 29 \text{ mm} \\ \delta &= 14 \text{ " } 8 \text{ " } 6 \text{ " } 5 \text{ " } \end{aligned}$$

Um nun bei der Möglichkeit, Ketten für eine und dieselbe Belastung mit verschiedenen Schienenzahlen auszuführen, nicht auf konstruktiv unpassende, zu grosse oder zu kleine Werte von δ zu kommen, kann man folgende zusammengehörige Werte verzeichnen:

$$T \text{ von } 0 \text{ bis } 1000 \text{ kg}, \quad i = 2, \quad z = 7, \quad \frac{R}{l} = 1,15, \quad \frac{R}{d} = 3,3,$$

$$\begin{aligned} 1000 \text{ " } 4000 \text{ " } &= 4, \quad " = 8, \quad " = 1,31, \quad " = 3,8, \\ 4000 \text{ " } 10000 \text{ " } &= 6, \quad " = 9, \quad " = 1,46, \quad " = 4,2, \\ \text{von } 10000 \text{ kg an, " } &= 8, \quad " = 10, \quad " = 1,62, \quad " = 4,7. \end{aligned}$$

Hierin bedeutet:

Fig. 321.

z die Zahnzahl und R den Halbmesser des zugehörigen Kettenrades, dessen Teilung $s = l$ = Baulänge der Kette (Fig. 321) als Sehne aufgetragen wird. Dann bestimmt sich der Halbmesser des Kettenrades durch die Gleichung

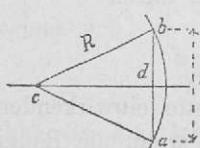
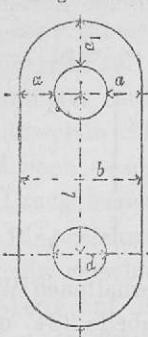


Fig. 322.



$$l = ab = 2bd = 2R \sin \frac{1}{2} \frac{2\pi}{z},$$

$$\frac{R}{l} = \frac{1}{2 \sin \frac{\pi}{z}} \quad \dots \dots \dots \quad 337$$

Einzelne weitere Abmessungen bestimmen sich nach folgenden empirischen Regeln (Fig. 322), bezogen auf den Zapfendurchmesser d :

- a = kleinste Breite der Schiene (radial gemessen)
zu beiden Seiten des Zapfens $0,75d$,
- a_1 = grösste Breite der Schiene ausserhalb des
Zapfenloches in der Richtung des Längen-
zuges $0,85d$,
- b = ganze Schienenbreite $= d + 2a = \dots \dots \dots 2,5d$,
- d_1 = Verstärkung der Bolzen zwischen den Schie-
nen $1,2d$,
- w = lichte Entfernung zwischen den beiden Schie-
nensystemen = Länge des auf d_1 verstärkten
Teiles der Bolzen $1,7d + 5\text{ mm}$,
- l = Baulänge der Kette von Mitte auf Mitte
zweier benachbarter Bolzen $2,9d$.

Die auf d_1 verstärkten Teile der Bolzen ruhen auf dem Grunde der Zahnlücken des Kettenrades auf; die Abrundung der Zahnlücke des Kettenrades erfolgt somit durch einen Kreis vom Durchmesser $d_1 = 1,2d$, und aus dem Mittelpunkte dieses Kreises die Abrundung der Zahnflanken durch einen Kreis vom Halbmesser $= l - \frac{d_1}{2} = 2,3d$. Der Zahn selbst, dessen Stärke auf der Sehne der Teilung gemessen $= \alpha = l - d_1 = 1,7d$ ist, mithin gemäss Tabelle 334 bestimmt wird durch

$$\alpha = 0,5\sqrt{T} \text{ bis } 0,7\sqrt{T},$$

hat genügende Stärke, um dem auf die Kette einwirkenden Zug T Widerstand leisten zu können, zumal, wenn die Räder

mit Rücksicht auf das geringe Breitenverhältnis $\frac{w}{\alpha} = 1$ aus Schmiedeisen oder Stahl hergestellt sind.

Die Befestigung der Schienen auf den Zapfen geschieht in der Fig. 323 und Fig. 324 dargestellten Weise.

Fig. 323.

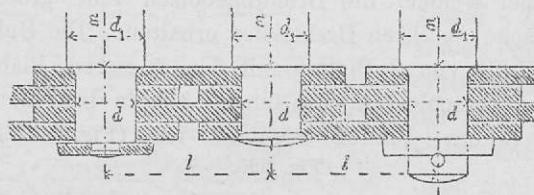
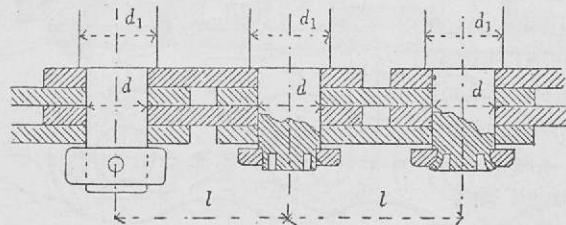


Fig. 324.



Die Benützung der Gelenkkette zum Betrieb von Transmissionen kann nur untergeordneten Wert haben, zumal die Abnutzung eine ganz ausserordentlich grosse sein muss. Dieses ergiebt sich aus dem hohen Werte für den spezifischen Druck p in der Lochwandung.

Mit dem oben angenommenen Werte

$$\frac{k_1}{k} = 0,6,$$

und

$$\frac{k_1}{p_1} = 0,524$$

ergiebt sich

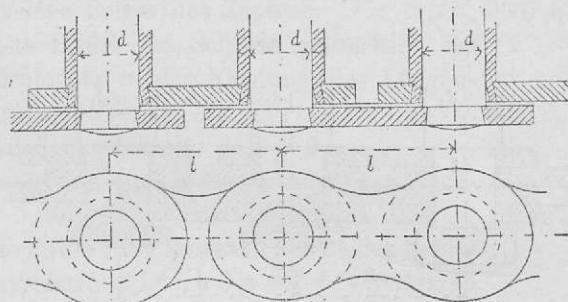
$$\frac{p_1}{k} = \frac{p_1}{k_1} \cdot \frac{k_1}{k} = \frac{0,6}{0,524} = 1,14,$$

oder, da $k = 10$ gesetzt wurde, $p_1 = 11,4$ und $p = 9,0$,

während die spezifische Pressung bei laufenden Maschinenzapfen (siehe § 5) nicht höher geht als 0,4 kg/qmm (entsprechend $n = 60$ und $\frac{l}{d} = 1,4$).

Aus diesem Grunde wurde von der Firma *Zobel, Neubert & Co.* der Gelenkkette eine andere Konstruktion gegeben, bei welcher die Drehungsbolzen eine grössere Berührungsfläche an ihren Drehstellen erhalten. Die Bolzen sind bei einer Kette von 2 Platten mit den äusseren Platten vernietet, und umschlossen von einem hohlen Bolzen, welcher mit den inneren Platten vernietet ist (Fig. 325). Beim

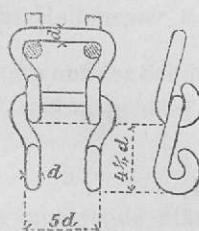
Fig. 325.



Auflaufen dieser Gelenkkette auf das Kettenrad dreht sich der hohle Bolzen auf dem inneren Bolzen. Grundsätzlich dieselbe Konstruktion lässt sich auch unter Benützung von 4 Platten anwenden.

§ 57. Diverse Gliederketten.

Fig. 326.



Für kleine Kräfte findet sich wohl noch die Hakenkette von *Vaucanson* (Fig. 326) angewandt, welche aber schon wegen ihrer Form, und da die Enden der Glieder nicht geschweisst, sondern nur umgebogen sind, grosse Festigkeit nicht bieten kann. Nach der Formel

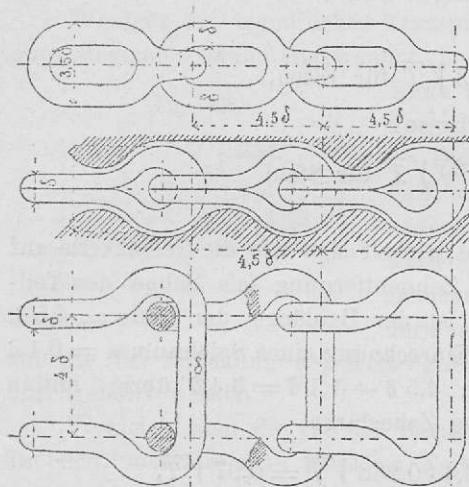
$$d = 0,5 \sqrt{T} \dots \dots \dots 338)$$

ergiebt sich eine immerhin genügende

Stärke, wenn mit d die Stärke des Ketteneisens in Millimetern und mit T der von der Kette auszuhaltende Zug in Kilogrammen bezeichnet wird.

Eine bedeutende Verbesserung erhält diese Kette durch Beseitigung der offenen hakenförmigen Enden der Kettenglieder

Fig. 327.

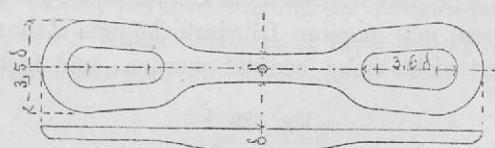


und Annahme der Konstruktion von *David - Damoiseau*. Dabei werden die einzelnen Kettenglieder ohne Schweißstelle, mit beiderseitigen Schleifen hergestellt und in die verlangte Form gebogen, und je das folgende Glied durch die Schleifen des vorhergehenden gesteckt (Fig. 327).

Die lichte Länge der Schleife (in der Regel = $3,6 \delta$) muss

daher auch jederzeit der äusseren Breite derselben (= $3,5 \delta$) entsprechen (Fig. 328).

Fig. 328.



Bei einer zulässigen Inanspruchnahme

von $k = 12 \text{ kg/qmm}$ für Stahl und
„ $k = 6$ „ „ Eisen

ergäbe sich die Stärke des Ketteneisens für jenen Schnitt, wo sich nur zwei einfache Ketteneisenquerschnitte finden, aus der Gleichung

$$2 \frac{\delta^2 \pi}{4} k = T,$$

woraus

$$\left. \begin{array}{l} \delta = 0,326 \sqrt{T} \text{ für Eisen,} \\ \quad = 0,286 \sqrt{T} \text{ „ Stahl.} \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (339)$$

An den schleifenförmigen Enden darf eine Verschärfung auf 0,9, mithin auf

$$\delta_1 = 0,3 \sqrt{T} \text{ für Eisen,}$$

oder

$$\delta_1 = 0,25 \sqrt{T} \text{ für Stahl}$$

eintreten.

Die *Davidsche Kette* wickelt sich wie die Gelenkkette auf Kettenräder auf, deren Zahnentfernung (als Sehne des Teilkreises gemessen) gleich ist der Baulänge der Kette $= 4,5 \delta$.

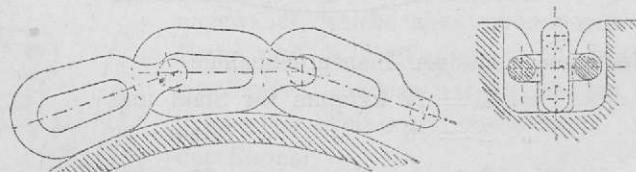
Es bleibt daher bei Einrechnung eines Spielraumes $= 0,1 \delta$ für die Zahnstärke noch $4,5 \delta - 1,1 \delta = 3,4 \delta$ übrig, mithin bei Stahlketten noch eine Zahnstärke

$$\alpha = 3,4 \delta = 3,4 \cdot 0,286 \sqrt{T} = 0,97 \sqrt{T},$$

welche Stärke auch für Gusseisen-Kettenräder erfahrungsgemäß genügt (siehe Berechnung der gusseisernen Zähne § 26), um der von der Kette auf die Zähne übertragenen Zahnbelaistung Widerstand zu leisten, vorausgesetzt, dass die Zahnbreite oder die lichte Weite im Kettengliede nicht kleiner als 3δ gemacht wird.

Für Ketten mit engeren Gliedern können Zahnräder gewöhnlicher Art nicht mehr benutzt werden, und insbesondere

Fig. 329.

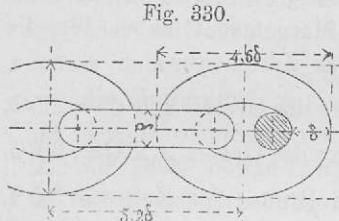


wird für die *Davidschen Ketten* (Fig. 329) durch den Eingriff seitlicher Zahnumellungen zwischen die Kettenglieder die Verschiebung

der Kette auf der Kettenrolle verhindert. Bei dieser Kette werden die beiden schleifenförmigen Enden des Kettengliedes bis zur wechselseitigen Berührung zusammengebogen, und erhalten jene Enden daher auch, um ein schön abgerundetes Kettenglied zu bilden, halbkreisförmigen Querschnitt.

Solche Ketten sind für Zwecke der Marine ausgeführt von Stärken von 8 mm bis zu 100 mm.

Weniger als eigentliches Transmissionsorgan, sonst aber ganz ungemein häufig angewendet, findet sich die gewöhnliche Kette aus Rundeisen mit ovaler Form der Kettenglieder (Fig. 330).



Die Festigkeitsberechnung darf, eigentlich hier wie bei den andern vorher beschriebenen Ketten, nicht bloss nach deren Inanspruchnahme auf Zug, sondern muss auch mit Rücksicht

auf die bei Streckung der Kettenglieder eintretende Biegung durchgeführt werden.

Vergleicht man die von den Kettenfabriken veröffentlichten Tabellen, so findet man zwischen Ketten Eisenstärke δ in Millimetern und Zug in der Kette T in Kilogrammen den Zusammenhang

$$\frac{\delta}{\sqrt{T}} = 0,31 \text{ bis } 0,33, \text{ im Mittel } = 0,32 \quad \dots \quad (340)$$

Unter bloßer Berücksichtigung der Längenspannung allein in der Kette (in einem Querschnitt nach der kleinen Axe des Kettenovals) erhält man die Gleichung

$$\frac{2 \delta^2 \pi}{4} k = T.$$

Die Verbindung dieser Gleichung mit der aus Ketten-tabellen abgeleiteten (Gl. 340) ergibt eine zulässige Inanspruchnahme von

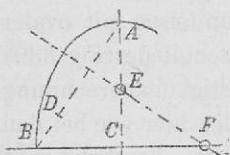
$$k = 6,4 \text{ kg/qmm},$$

eine Anstrengung, wie sie auch oben für die *Davidsche Kette* angenommen worden war. Die ganz allgemeine Annahme

eines konstanten Festigkeitskoeffizienten ist aber nicht wohl in Übereinstimmung mit der Thatsache, dass das Material der Ketten, das Rundesen, in seinen dünneren Sorten entschieden grössere Festigkeit besitzt als in kräftigeren Sorten, welchem Verhalten besser Rechnung getragen wäre durch die Formel

$$\delta = 0,35\sqrt{T} - 3 \text{ mm. 341)}$$

Fig. 331.



Die Verzeichnung der Mittel-(Axen)-Linie des Kettengliederovalen wird nach der Regel von § 33 S. 198 durchgeführt (Fig. 331). Man macht dabei für die Mittellinie des Ketteneisens
die kleine Axe des Ovales $2 B C = 2,5 \delta$,
die grosse Axe des Ovales $2 A C = 3,6 \delta$,
entsprechend der äussern Breite der Kette $= 3,5 \delta$,
und " " Länge " " $= 4,6 \delta$.

Nicht unerwähnt darf an dieser Stelle das neueste Produkt der Kettenfabrikation bleiben, eine Kette gleicher Form wie die Fig. 330 dargestellte, welche aber ohne Schweißfuge nach dem Walz-Verfahren von *Klatte* hergestellt ist. Die Versuche, welche mit solchen gewalzten Ketten angestellt worden sind, zeigen, dass die Festigkeit derselben derjenigen der geschweißten Ketten mindestens gleich ist, so dass also die Gleichung 340 auch für solche Ketten beibehalten werden kann.*)

§ 58. Anwendung der Ketten bei Hebezeugen.

Ketten finden bei Hebezeugen in dreierlei Weise Anwendung:

1. Die ganze Kette windet sich ihrer ganzen Länge nach auf (Kettentrommel).
2. Von der Kette liegt jederzeit unabhängig von der Hebung oder Senkung der Last eine gleich grosse Länge auf

*) Siehe Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 1894 und 1895. Die Versuche wurden durchgeführt in der kgl. mechan. techn. Versuchs-Anstalt zu Charlottenburg und im mechan. techn. Laboratorium der kgl. techn. Hochschule München.

dem Kettenrade, indem eine ebenso grosse Länge von demselben auf einer Seite abfällt als auf der andern aufsteigt (Kettenrad und Kettennuss).

3. Die Kette geht über eine Leitrolle, und ist die Bewegung der letzteren von untergeordneter Bedeutung (Kettenrolle).

1. Ketten trommel.

Der Durchmesser derselben soll mindestens gleich der 20-fachen Stärke des Ketteneisens sein, und ihre Länge daran bestimmt werden, dass die ganze Erhebungshöhe (Nachzugs- oder Aufzugslänge) der Kette darauf Platz findet. Bezeichnet dabei

w die Entfernung zweier benachbarter Kettenwindungen,

D den Durchmesser der Trommel,

L die ganze nötige Länge derselben,

H die ganze Erhebungshöhe,

n die Anzahl der Umwindungen,

so muss

$$n \cdot w = L,$$

und

$$n \cdot D \pi = H$$

sein, woraus

$$L = H \frac{w}{D \pi} \quad \dots \dots \dots \quad 342)$$

Wird die Trommel mit ganz glattem Umfang gebildet, so darf $w = 3,5 \delta$ — der äusseren Breite der Kettenglieder gesetzt werden, wobei zwei nebeneinander liegende Kettenglieder sich berühren. Besser ist es noch, einen geringen Spielraum zwischen den einzelnen Kettengliedern zu lassen; jedenfalls sollte eine zweite Umwindung, um Verwickelungen zu vermeiden, nicht eintreten.

Bei einer Trommel mit Spiralwindungen zur Aufnahme der Kettenglieder legen sich die letzteren entweder nach Fig. 332 a oder 332 b in diese Spiralwindungen ein, und kann

Fig. 332 a.

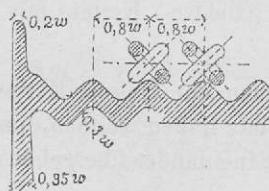
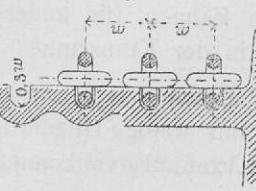


Fig. 332 b.



wegen der geordneten Lage der Kette nötigenfalls eine zweite, nie aber eine dritte Umwindung gestattet werden.

Die Befestigung der Kette auf der Rolle kann auf gleiche Weise, wie diejenige eines Seiles geschehen, d. h. zur Einhängung des letzten Kettengliedes ein nach Fig. 333 gebildeter Haken, oder am besten die Konstruktion Fig. 334 gewählt

werden, bei welch' letzterer keinerlei vorragende Teile zu Verwickelungen Veranlassung geben können.

Ausgleichem Grunde, wie bei Seilen, bildet man bei veränderlichen Widerständen, um das Moment möglichst konstant zu erhalten, Ketten trommeln mit konischer Umfangsform. Bei solchen ist, um die Lage der Kette zu sichern, die Anbringung von Spi-

Fig. 333.

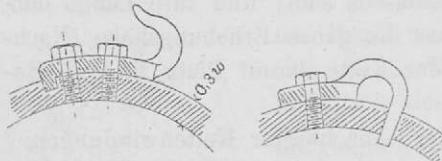
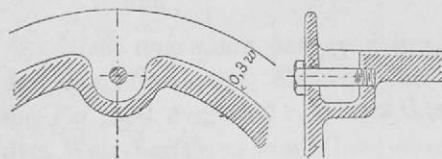


Fig. 334.



ralwindungen auf der Trommel unbedingt notwendig.

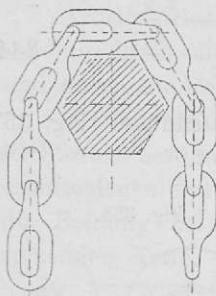
Die Bildung von Spiralwindungen auch im Innern der Ketten trommel ist nicht nötig, erhöht die Kosten der Herstellung, welche Mehrkosten wohl kaum durch die geringe Materialersparnis aufgewogen werden.

2. Kettenrad und Kettennuss.

Das Kettenrad wird im wesentlichen nach den für Treibketten gezeigten Konstruktionen ausgeführt, und zwar für Gelenkketten oder für die *Vaucausonsche* Kette mit radial vorstehenden Zähnen, für andere (Glieder-) Ketten mit seitlicher Zahnung in der Kranzrinne.

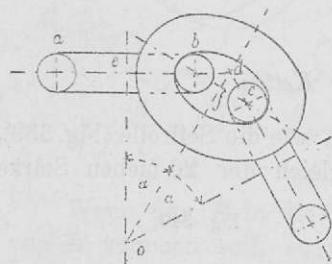
Unter Kettennuss versteht man ein kleines Kettenrad, bei welchem nur wenige Glieder Platz finden können, und Kranzrinne und Axenhülse vollkommen ineinander übergehen (Fig. 335).

Fig. 335.



Polygonseite = l_1 und der Anzahl der Polygonseiten = n ,
der Halbmesser des eingeschriebenen Kreises mit

Fig. 336. der Eingriff derselben mit der



ese Kettennuss stellt sich als Po-
mit geraden oder krummlinig ge-
n Seiten dar mit einer Seitenzahl
der Zahl der darauf Platz finden-
etenglieder. Ist die Kette nach
Form von Fig. 335 oder auch 329
t, oder ist sie als Gelenkkette
ihrt, so lässt sich die Seite des
r Kettenmittellinie selbst gebil-
Polygons leicht bestimmen, und
sich dann aus der Länge der

Anzahl der Polygonseiten = n ,
liebenen Kreises mit

der Eingriff derselben mit der Kette gesichert werden. Für die Aufnahme der gewöhnlichen Gliederkette (aus Rundeisen mit ovaler Form der Glieder) erhält das Polygon der Kettenmuss eine derartige Form, dass sich die ovalen Kettenglieder gut in den Umfang der letzteren einlegen. Bezeichnet hiefür (Fig. 336)

- 2 α den Mittelpunktwinkel zu zwei gleichliegenden benachbarten Gliedern der Kette, mit einer Kettenreisendicke $= \delta$,
 n die Anzahl der Polygonseiten der Kettenruss, daher $\alpha = \frac{2\pi}{n}$,
 $eo=r$ die Mittelnormale zu $a b$, wobei $a b = l$,
 fo " " " $b c$,
 so ist
 $ed = od \sin \alpha = eb + bd =$

$$= \frac{1}{2}l + \frac{1}{2}\frac{l - 2\delta}{\cos \alpha},$$

und

$$r = o d \cos \alpha = \frac{e d}{\sin \alpha} \cos \alpha = \frac{1}{2} l \frac{\cos \alpha + 1 - \frac{2 \delta}{l}}{\sin \alpha} \quad \dots \quad 344)$$

In dieser Weise sind die beiden Kettennüsse Fig. 337 und 338 für 3 und 4 Polygonseiten gebildet.

Fig. 337.

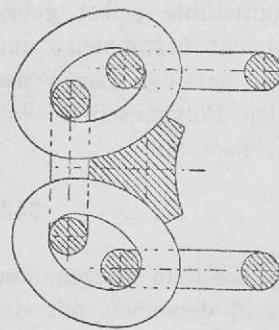
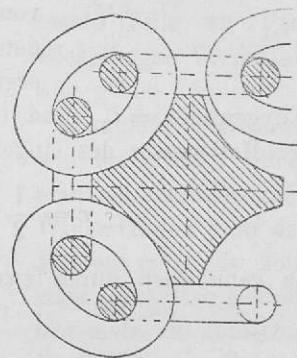


Fig. 338.



3. Leitrolle für Ketten.

Diese erhält das gleiche Profil, wie die Seilrolle (Fig. 339), und einen Minimaldurchmesser gleich der 20-fachen Stärke

Fig. 339.

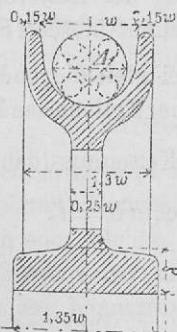
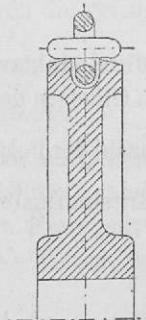


Fig. 340.



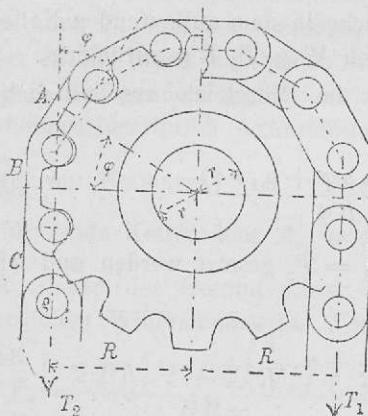
des Ketteneisens, oder auch das Profil von Fig. 340 mit Weglassung der Seitenwände am Rollenkranz.

§ 59. Widerstände bei Kettentrieben.

Arbeitsverluste ergeben sich bei Kettentrieben insbesondere durch die Reibung der Axen an ihren Lagerstellen und durch die Reibung zwischen den einzelnen Kettengliedern.

Die letztere, die sogenannte Kettenreibung, lässt sich am leichtesten bestimmen für die Gelenkkette, welche aus Flach-eisenschienen und Drehungsbolzen gebildet ist, doch folgt auch die Reibung bei der gewöhnlichen aus ovalen Gliedern bestehenden Kette, der Gliederkette, dem gleichen Gesetze.

Fig. 341.



Es sei für eine einfache Kettenrolle (Fig. 341) *A* ein auf einem Kettenrade, einer Rolle oder Trommel vollständig aufliegendes Kettenglied; das nächstfolgende Glied *B* habe noch die Richtung des darauffolgenden dritten Gliedes *C* und des ganzen auflaufenden Kettenstückes.

Wenn nun *B* in die Stellung von *A*, und *C* in diejenige von *B* kommen soll, so muss eine Drehung des Rades um den Winkel φ geschehen, und das Glied *B* sich um den gleichen Winkel φ gegen das Glied *C* drehen. Ist der in der auflaufenden Kette herrschende Zug gleich dem auf den Drehungsbolzen übertragenen Druck $= T_2$, so war bei der erwähnten Drehung die Reibung $T_2 \mu$ durch den Weg $\rho \varphi$ auf dem Umfange des Bolzen zu überwinden und die entsprechende Arbeitsgrösse

$$= T_2 \mu \rho \varphi.$$

An der Ablaufstelle, an welcher die Spannung T_1 herrscht, findet der gleiche Vorgang statt, so dass sich für die hier ablaufenden Kettenglieder der analoge Wert der Widerstandarbeit

$$T_1 \mu \rho \varphi,$$

und somit eine Gesamtreibungsarbeit entwickelt

$$A_{r_1} = (T_1 + T_2) \mu \rho \varphi \quad \dots \quad 345)$$

Infolge der gleichzeitigen Drehung des Kettenrades um den Winkel φ muss auch die Angriffsstelle des Axendruckes Q am Umfange des Axenzapfens r den Weg $r \varphi$ zurücklegen. Laufen die beiden Kettenstücke nahezu oder ganz parallel, so ist $Q = T_1 + T_2$, und die entsprechende Reibungsarbeit

$$A_{r_2} = (T_1 + T_2) \mu_1 r \varphi, \quad \dots \quad 346)$$

während gleichzeitig der nützliche in dem auflaufenden Kettenstücke herrschende Zug T_2 den Weg $T_2 R \varphi$ zurücklegt.

Der Gesamtarbeitsverlust im Vergleich zur nützlichen Arbeit ist mithin

$$V_a = \frac{(T_1 + T_2)(\mu \rho \varphi + \mu_1 r \varphi)}{T_2 R \varphi}. \quad \dots \quad 347)$$

Hierin darf annähernd $T_1 = T_2$ gesetzt werden und wird dann

$$V_a = 2 \left(\mu \frac{\rho}{R} + \mu_1 \frac{r}{R} \right), \quad \dots \quad 348)$$

und mit den Durchschnittswerten

$$\mu = 0,15, \dots \mu_1 = 0,1, \dots \frac{\rho}{R} = 0,1, \dots \frac{r}{R} = 0,3,$$

$$V_a = 0,09 \text{ oder } 9\%.$$

Gehört das Kettengetriebe einer Kettenrädertransmission an, so tritt der sogenannte Kettenreibungswiderstand nur in dem einen Kettenstücke (mit der Spannung T_1) an dessen Ablaufstelle von dem getriebenen und an dessen Auflaufstelle auf das treibende Kettenrad auf. In dem anderen, dem schlaffen, Kettenstücke herrscht allerdings auch eine Spannung T_2 , doch ist dieselbe im Vergleich zur Spannung T_1 in dem treibenden Kettenstücke nur gering, und deren genauer Wert nur zu bestimmen, wenn man die freie Länge der Kette zwischen den Rädern und das Gewicht derselben kennt. Man

darf daher $T_2 = 0$ setzen, und wird dann die grössere Spannung gleich der Umfangskraft, d. h.

$$T_1 = P,$$

die Reibungsarbeit mithin an der Auf- und Ablaufstelle des straffen Kettenstückes bei einer Drehung der Räder um den Winkel φ

$$A_{r_1} = 2 P \mu \rho \varphi \dots \dots \dots \quad 349)$$

Die Reibung an den Lagerstellen der Kettenräderaxen entsteht durch den Lagerdruck, welcher die Resultierende aus der Spannung T_1 und der Umfangskraft P ist und einen Maximalwert erhält, wenn die beiden Kräfte T_1 und P an diametral gegenüberliegenden Stellen wirken. In diesem Falle ist der Arbeitsverlust durch Axenreibung

$$\text{für ein Kettenrad} \quad = (T_1 + P) \mu_1 r \varphi = 2 P \mu_1 r \varphi,$$

$$\text{für beide Kettenräder} \quad A_{r_2} = 4 P \mu_1 r \varphi, \dots \dots \dots \quad 350)$$

und daher der Gesamtverlust im Vergleich zur Arbeit des nützlichen Widerstandes im Werte $PR\varphi$

$$V_a = \frac{2 P \mu \rho \varphi + 4 P \mu_1 r \varphi}{PR\varphi} = 2 \left(\mu \frac{\rho}{R} + 2 \mu_1 \frac{r}{R} \right) \dots \quad 351)$$

Setzt man hierin wieder als passende Mittelwerte

$$\mu = 0,15, \dots \mu_1 = 0,1, \dots \frac{\rho}{R} = 0,1, \dots \frac{r}{R} = 0,3,$$

so wird

$$V_a = 0,15 \text{ oder } 15\%.$$

Ausser diesem bedeutenden Reibungsverlust ist erfahrungs-gemäss auch die Abnutzung der Kettenbolzen und Schienen eine sehr grosse, wohl wegen des grossen Flächendruckes, welcher (§ 56 S. 351) 11 kg/qmm erreicht, so dass wohl in den meisten Fällen die Annahme von Zahnrädern und Wellen derjenigen einer Kettentransmission vorzuziehen ist.

X. BEWEGUNGSUMKEHRUNGEN.

§ 60. Allgemeine Anordnung von Vorrichtungen für Abstellung und Umkehrung der drehenden Bewegung.

Das Bedürfnis, Mechanismen zu konstruieren, mit welchen die Drehungsrichtung der Räder und Wellen etc. geändert werden kann, stellt sich besonders bei Arbeitsmaschinen dar, bei welchen das Werkzeug oder der zu bearbeitende Gegenstand eine Zeit hindurch nach der einen und dann wieder nach der entgegengesetzten Richtung sich bewegen soll. In erster Reihe finden sich Metall-Hobelmaschinen mit solchen Anordnungen versehen.

Die damit gestellte Aufgabe lässt sich lösen:

1. durch alleinige Anwendung von Riemscheiben,
2. durch Verbindungen von Riemscheiben und Kupplungen,
3. durch Verbindungen von Zahnrädern und Kupplungen,
4. durch Verbindungen von Riemscheiben und Zahnrädern.

1. Bewegungsumkehrungen durch Riemscheiben.

Fig. 342. Auf der getriebenen (unteren) Axe ist eine mittlere feste und auf jeder Seite derselben eine Losscheibe

Fig. 342.

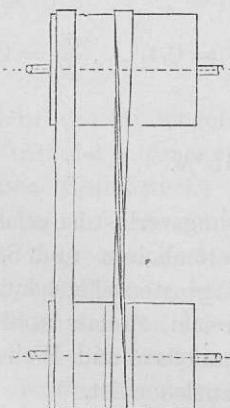
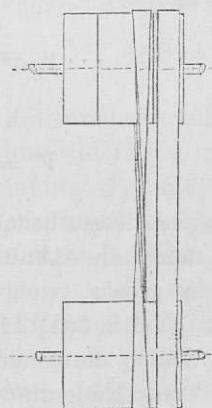


Fig. 343.



von doppelter Breite angebracht. Die dadurch resultierende 5-fache Scheibenbreite muss auch für die mit der treibenden (oberen) Axe verbundene Rolle eingehalten werden.

Die beiden Rollensysteme sind durch zwei Riemen, einen gekreuzten und einen offenen, verbunden. Wenn diese beiden Riemen durch Riemenführer in einem festen gegenseitigen Abstande gleich der einfachen Scheibenbreite gehalten werden, so wird stets mindestens *einer* derselben auf einer Losscheibe liegen. Beide Riemen werden zu gleicher Zeit bewegt und wird, je nachdem der offene oder gekreuzte auf die mittlere feste Scheibe gebracht ist, die Drehung der getriebenen Welle in dem einen oder anderen Sinne stattfinden. Stillstand tritt ein, wenn die beiden Riemen in der mittleren Stellung zugleich auf Losscheiben aufliegen.

Bei der Anordnung (Fig. 343) sind zwei feste Scheiben von einfacher Breite auf der oberen (treibenden) Axe angebracht, zwischen welchen sich eine Losscheibe von etwas mehr als doppelter Scheibenbreite befindet. Auf der getriebenen (unteren) Axe ist eine Rolle von gleicher Gesamtbreite angebracht, und sind beide Rollensysteme von zwei Riemen, einem gekreuzten und einem offenen, umspannt.

Die beiden Riemen liegen unmittelbar neben einander und können beide zu gleicher Zeit durch Riemenführer zur Seite gebracht werden. Es muss jederzeit mindestens *einer* derselben auf der Losscheibe liegen. Liegen beide auf derselben, so findet Bewegungsübertragung nicht statt, während Bewegung in dem einen oder andern Sinne eintritt, sobald einer der beiden Riemen auf eine feste Scheibe übergeführt wird.

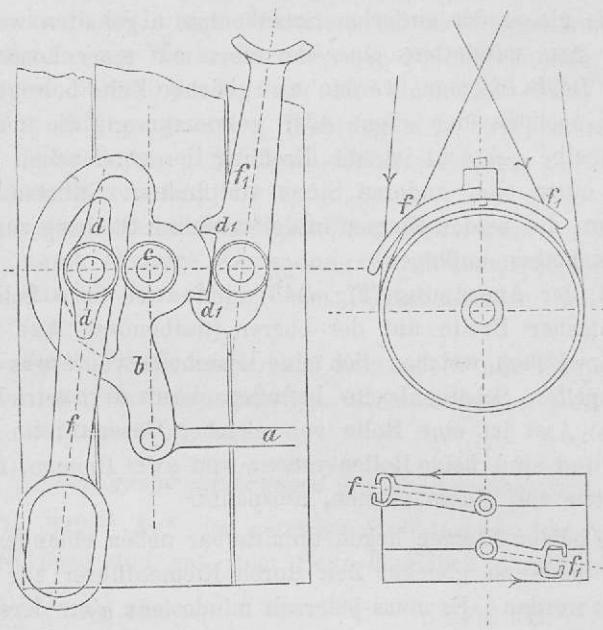
Wenn man anstatt der *einen* mittleren Losscheibe von doppelter Breite zwischen die beiden festen zwei getrennte lose Scheiben legt, so ist es gleichgültig, welches der beiden Rollensysteme auf der treibenden oder getriebenen Welle sitzt.

Auf der Pariser Weltausstellung 1867 brachte *Sellers* an der nach ihm benannten Hobelmaschine,^{*)} bei welcher auch der Betrieb einer Zahnstange durch eine schräg anlaufende

^{*)} Ausführliche Zeichnung hievon befindet sich in *Practical Mechanics Journal.* 1868/69. pl. 6.

Schraube (Fig. 180) sich vorfindet, einen Ausrückmechanismus an, bei welchem nur drei Scheibenbreiten nötig sind, und welcher noch dazu eine Sicherung des Riemens in den bezüglichen Stellungen bewirkt. (Fig. 344.)

Fig. 344.



Der ganze Mechanismus ist hiebei zwischen die beiden Riemen gelegt, deren einer offen, während der andere gekreuzt ist. Von der Auslösestange a wird zunächst der um den Bolzen c drehbare Körper b bewegt, welcher zum Teil in seiner äusseren Form, zum Teil in einem daran angebrachten Ausschnitt aus konzentrischen und exzentrischen Kurven zusammengesetzt ist. Die beiden Riemenführer f und f_1 , welche um Bolzen drehbar sind, besitzen ebenso Exzentrizitäten, und zwar f den Doppeltaumen dd , und f_1 die durch zwei Vorsprünge gebildete Lücke $d_1 d_1$. Bei einer kleinen Bewegung der Auslösestange a nach rechts wird der Riemenführer f von der äusseren losen auf die mittlere feste Scheibe gebracht und in dieser Stellung festgehalten, wie auch während des ganzen Vorganges

der Riemenführer f_1 vollständig in seiner Stellung erhalten bleibt. Bei geforderter Bewegungsumkehrung wird sodann zuerst f wieder zurück auf die Losscheibe gebracht, so dass eine Zeit hindurch Stillstand eintritt, und erst dann f_1 durch den Eingriff von b in die Lücke d_1 , d_1 auf die mittlere feste Scheibe übergeführt.

2. Bewegungsumkehrung durch Verbindungen von Riemenscheiben und Kupplungen.

Fig. 345.

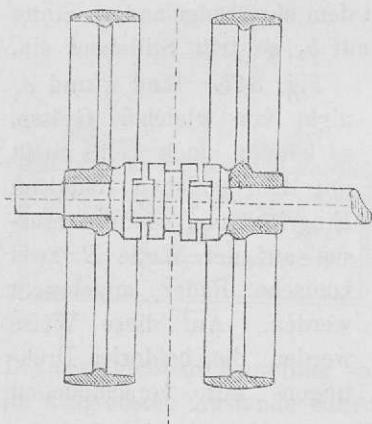


Fig. 345. Auf der getriebenen Axe sind 2 Riemenscheiben frei drehbar angebracht, und die eine derselben durch einen offenen, die andere durch einen gekreuzten Riemen mit der treibenden Axe, bezüglich mit darauf befestigten Scheiben, verbunden. Zwischen den beiden Losscheiben ist auf der getriebenen Welle eine auslösbare (Klauen- oder Frikitions-) Kupplung verschiebar, welche, mit der Welle sich

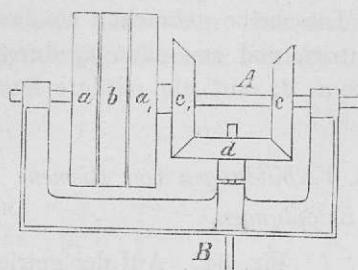
drehend, mit den als zweite Kupplungshälften geformten Nabens der beiden Riemscheiben in Eingriff gebracht werden kann. Die Welle wird dabei mit Hilfe der Kupplung entweder von der Riemscheibe mit dem offenen oder von derjenigen mit dem gekreuzten Riemen in Bewegung gesetzt.

Hiebei ist auch möglich, die beiderlei Drehungen mit ungleicher Geschwindigkeit vor sich gehen zu lassen, wenn man die Größen der zusammengehörigen Scheiben nach verschiedenen Übersetzungsverhältnisse bildet.

3. Bewegungsumkehrungen durch Verbindungen von Riemenscheiben und Zahnräädern.

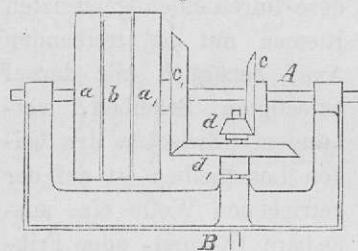
Fig. 346. Auf der getriebenen Axe A befestigt sind die Riemscheibe a und das konische Rad c . Frei drehbar um A

Fig. 346.



mit d verbundene Welle B , sich in dem einen oder andern Sinne drehen. Liegt der Treibriemen auf b , so tritt Stillstand ein.

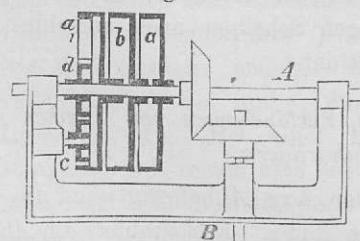
Fig. 347.



Geschwindigkeiten vor sich gehen.

Fig. 348. Verschiedene Geschwindigkeiten für die beiden entgegengesetzten Bewegungsrichtungen lassen sich auch erreichen, wenn man die auf der Axe lose Scheibe a_1 mit einem inneren Zahnkranze versieht. Das um einen am Gestelle befestigten Bolzen drehbare Stirnrädchen c vermittelt die Bewegungsübertragung vom Zahnkranze a_1 auf das Stirnrad d

Fig. 348.



sind die Riemscheiben b und a_1 , welche letztere mit dem konischen Rade c_1 ein Stück bildet. c und c_1 sind von gleicher Grösse und beide zugleich im Eingriffe mit d . Je nachdem nun der Riemen auf a oder a_1 gebracht ist, wird das konische Rad d von c oder c_1 aus bewegt und daher, sowie die

Fig. 347. Sind c und c_1 nicht von gleicher Grösse, so können auch beide nicht mit dem gleichen Rade im Eingriffe sein, sondern müssen auf der Welle B zwei konische Räder angebracht werden. Auf diese Weise werden die beiderlei Drehungen mit verschiedenen

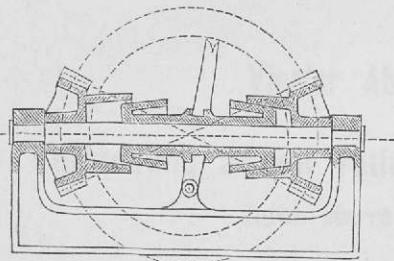
und damit auf die Axe A . Die Drehungsgeschwindigkeit wird sich, da c als Zwischenrad zu betrachten ist, nur nach dem Zahnverhältnis von a_1 und d bestimmen. Direkt, aber im entgegengesetzten Sinne, kann A in Drehung

versetzt werden, sobald der Treibriemen auf die mit der Axe *A* festverbundene Scheibe *a* gebracht wird.*)

4. Bewegungsumkehrung durch Kombination von Zahnrädern und Kupplungen.

Die Anordnung (Fig. 349) dient zur auslösbar und umkehrbaren Bewegungsmittelung zwischen zwei sich schneidenden Axen. Auf einer Welle befinden sich zwei konische Räder, welche durch eine zwischen ihnen liegende verschiebbare Kuppelmuffe mit der Welle gekuppelt werden können.

Fig. 349.



Die verschiebbare Kupplung soll auf der getriebenen, und daher im ausgelösten Zustande ruhenden, Welle angebracht sein.

Zwischen parallelen Axen lässt sich eine auslösbar Kupplung mit umkehrbarer Bewegungsrichtung auch erreichen durch Stirnräder und Kupplungen, doch sind hiezu mindestens drei Wellen und fünf Stirnräder nötig.

*^o) Bewegungsumkehrung mit drei Riemenscheiben und Stirnrädern siehe z. B. Uhland, prakt. Masch.-Konstrukteur 1872. Taf. 46 und 47.

Beide sind im Eingriffe mit einem auf der andern Axe befestigten konischen Rade. Es wird mithin, je nachdem die Kuppelmuffe mit der entsprechenden Kupplungs hälften an der Nabe des einen oder andern konischen Rades in Eingriff gebracht wird, verschiedene Bewegungsrichtung veranlasst.

Vierter Abschnitt.

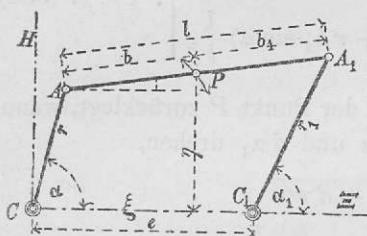
**Verbindung zweier rotierender Bewegungen
durch starre Stangen.**

XI. THEORETIŠCHE BETRACHTUNGEN.

§ 61. Allgemeine Bewegungsverhältnisse.

Eine Rotation finde statt um die festen parallelen Axen C und C_1 in der Entfernung $CC_1 = e$; mit denselben seien

Fig. 350.



Arme verbunden $CA = r$ und $C_1 A_1 = r_1$, in deren Enden A und A_1 die geradlinige starre Stange $AA_1 = l$ eingehängt sei, und zwar frei drehbar um die zu C und C_1 parallelen Zapfen A und A_1 .

Die Stellung der beiden Arme CA und $C_1 A_1$ sei

gegeben durch die Winkel α und α_1 gegen die Verbindungsline CC_1 , die beiden Winkel in gleichem Sinne gemessen (Fig. 350).

Bestimmt man die Bewegung eines ganz allgemeinen Punktes P auf der Linie AA_1 , so ergibt sich durch Spezialisierung des Resultates hieraus auch die Bewegung von A und A_1 .

Man legt ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Ursprung mit der einen Drehungsaxe C zusammenfällt, dessen Achsen Ξ und H in der Richtung der Linie CC_1 und senkrecht dazu laufen, und erhält, wenn die Lage der Verbindungsstange AA_1 durch den Winkel β dieser Stange gegen die Ξ -Axe bestimmt ist,

$$\begin{aligned} \xi &= e + r_1 \cos \alpha_1 - b_1 \cos \beta, \\ \eta &= \quad r \sin \alpha + b \sin \beta. \end{aligned} \quad \dots \quad (352)$$

Der Zusammenhang der Winkel α , α_1 und β ergibt sich mit

$$r_1 \sin \alpha_1 = l \sin \beta + r \sin \alpha,$$

$$e = r \cos \alpha + l \cos \beta - r_1 \cos \alpha_1,$$

und wird hieraus der Winkel β der Stange AA_1 gegen die Ξ -Axe bestimmt:

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= \frac{r_1 \sin \alpha_1 - r \sin \alpha}{l}, \\ \cos \beta &= \frac{e + r_1 \cos \alpha_1 - r \cos \alpha}{l}. \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad .353)$$

Mit diesen Werten ergiebt sich aus Gleichung 352

$$\left. \begin{aligned} \xi &= (e b + r_1 b \cos \alpha_1 + r b_1 \cos \alpha) \frac{1}{l}, \\ \eta &= (r_1 b \sin \alpha_1 + r b_1 \sin \alpha) \frac{1}{l}. \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad .354)$$

Ferner ist der Weg, welchen der Punkt P zurücklegt, wenn die Arme r und r_1 sich um $d\alpha$ und $d\alpha_1$ drehen,

$$d\sigma = \sqrt{d\xi^2 + d\eta^2}.$$

Hierin ist zu setzen gemäss Gleichung 354

$$\begin{aligned} d\xi &= -\frac{1}{l} \left(r_1 b \sin \alpha_1 \frac{d\alpha_1}{d\alpha} + r b_1 \sin \alpha \right) d\alpha, \\ d\eta &= \frac{1}{l} \left(r_1 b \cos \alpha_1 \frac{d\alpha_1}{d\alpha} + r b_1 \cos \alpha \right) d\alpha, \end{aligned}$$

und folgt somit das Wegelement $d\sigma$ für den Punkt P

$$d\sigma = \frac{rd\alpha}{l} \sqrt{b_1^2 + b^2 \left(\frac{r_1 d\alpha_1}{rd\alpha} \right)^2 + 2bb_1 \cos(\alpha_1 - \alpha) \frac{r_1 d\alpha_1}{rd\alpha}} \quad .355)$$

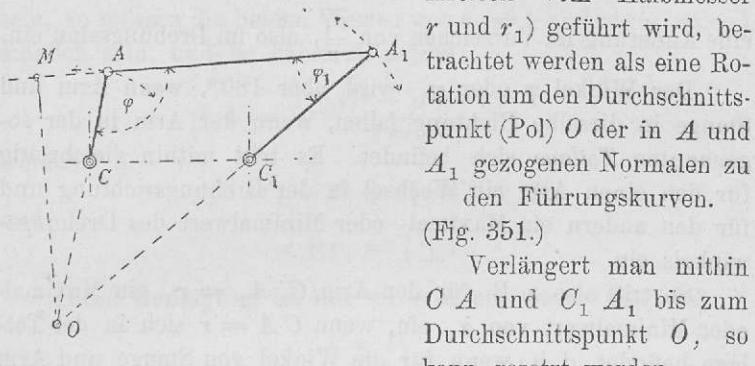
und die Richtung der Bahn durch

$$\frac{d\eta}{d\xi} = -\frac{b_1 \cos \alpha + b \cos \alpha_1 \frac{r_1 d\alpha_1}{rd\alpha}}{b_1 \sin \alpha + b \sin \alpha_1 \frac{r_1 d\alpha_1}{rd\alpha}}. \quad \dots \quad .356)$$

Das Verhältnis $\frac{r_1 d\alpha_1}{rd\alpha}$ ist dasjenige der Wege, welche die Endpunkte A und A_1 der Arme r und r_1 gleichzeitig zurücklegen, wofür auch das Verhältnis ihrer linearen Geschwindigkeiten

$\frac{v_1}{v}$ gesetzt werden kann. — Nun kann jede kleine Verschiebung der geraden Linie $A A_1$, welche mit ihren Endpunkten auf

Fig. 351.



(Fig. 351.)

Verlängert man mithin $C A$ und $C_1 A_1$ bis zum Durchschnittspunkt O , so kann gesetzt werden

$$\frac{r_1 d \alpha_1}{r d \alpha} = \frac{v_1}{v} = \frac{O A_1}{O A}.$$

Zieht man von dem Pol O die Linie $O M \perp A A_1$, so ergibt sich

$$\begin{aligned} O M &= O A_1 \sin \varphi_1 \\ &= O A \sin (180^\circ - \varphi), \end{aligned}$$

folglich

$$\frac{v_1}{v} = \frac{O A_1}{O A} = \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_1}, \quad \dots \quad 357$$

oder:

Die linearen Geschwindigkeiten der Endpunkte A und A_1 verhalten sich wie umgekehrt die Sinusse der zwischen Arm und Stange eingeschlossenen Winkel.

Eine für praktische Fälle wichtige Frage ist diejenige nach der Drehungsrichtung der beiden Arme, sowie diejenige, ob und unter welchen Bedingungen einer der beiden Arme, oder beide eine volle Umdrehung machen können.

Wie aus der Gleichung 357 hervorgeht, bleibt der Drehungssinn für beide Arme derselbe, d. h. $\frac{v_1}{v}$ positiv, so lange $\sin \varphi$

und $\sin \varphi_1$ dasselbe Vorzeichen haben, so lange mithin φ_1 und φ zu gleicher Zeit entweder \geq oder zu gleicher Zeit $\leq 180^\circ$ sind.

Sowie einer dieser Winkel *allein* diese Grenze überschreitet, ändert sich das Vorzeichen für dessen Sinus, und tritt mithin eine Änderung im Vorzeichen von $\frac{v_1}{v}$, also im Drehungssinn ein.

Der Winkel φ oder φ_1 wird aber 180° , wenn Arm und Stange in dieselbe Richtung fallen, wenn der Arm in der sogenannten *Totlage* sich befindet. Es tritt mithin gleichzeitig für den einen Arm ein Wechsel in der Drehungsrichtung und für den andern ein Maximal- oder Minimalwert des Drehungswinkels ein.

So tritt also z. B. für den Arm $C_1 A_1 = r_1$ ein Maximal- oder Minimalwert von α_1 ein, wenn $CA = r$ sich in der Totlage befindet, d. h. wenn für die Winkel von Stange und Arm mit der Verbindungsstrecke CC_1 gilt $\beta = \alpha$, oder $\beta = \alpha + 180^\circ$.

Dann wird vermöge Gleichung 353

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= \pm \sin \alpha = \frac{r_1 \sin \alpha_1 - r \sin \alpha}{l}, \\ \cos \beta &= \pm \cos \alpha = \frac{e + r_1 \cos \alpha_1 - r \cos \alpha}{l}. \end{aligned} \right\}$$

Hieraus ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \pm \sin \alpha &= \frac{r_1}{l \pm r} \sin \alpha_1, \\ \pm \cos \alpha &= \frac{e + r_1 \cos \alpha_1}{l \pm r}. \end{aligned} \right\}$$

Aus diesen Gleichungen folgt durch Quadrierung und Addierung endlich:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_1 &= \frac{(l+r)^2 - e^2 - r_1^2}{2er_1}, \\ \cos \alpha &= \pm \frac{(l+r)^2 + e^2 - r_1^2}{2e(l-r)}, \end{aligned} \right\} \dots \quad \quad 358)$$

mithin der Wert des Winkels α , bei welchem Stange AA_1 und Arm CA in dieselbe Richtung fallen, und der gleich-

zeitige Maximal- oder Minimalwert von α_1 für den Arm $C_1 A_1$. Der Arm CA macht dabei eine ganze Umdrehung und sind die Grenzwerte von α in diesem Falle 0° und 180° .

Soll auch der zweite Arm eine ganze Umdrehung machen können, d. h. sollen auch für ihn die Grenzwerte 0° und 180° sein, so müssen die beiden Werte: $\cos \alpha_1 = 1$ und $\cos \alpha_1 = -1$ möglich sein, und ist dabei zu setzen:

$$\pm 1 = \frac{(l \pm r)^2 - e^2 - r_1^2}{2er_1},$$

woraus

$$\pm 2er_1 + e^2 + r_1^2 = (l \pm r)^2,$$

und

$$e \pm r_1 = l \pm r.$$

Diese Bedingung ist nur zu erfüllen, wenn (Fig. 352)

$$\left. \begin{array}{l} e = l \\ r_1 = r \end{array} \right\} \dots \dots \dots \dots \quad 359$$

ist, wie es bei gekuppelten Kurbeln stets der Fall ist.

Sollen die beiden Arme sich noch dazu stets in gleichem Sinne drehen, so muss gleichzeitig $\alpha = \alpha_1$ sein, und wird dann ausser den Bedingungen von Gleichung 359 noch in den Gleichungen 353 gesetzt werden müssen $\alpha = \alpha_1$, wodurch diese die Form annehmen

$$\sin \beta = 0,$$

$$\cos \beta = 1,$$

Fig. 352.

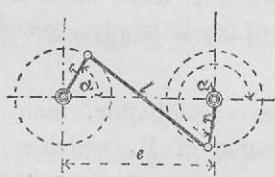
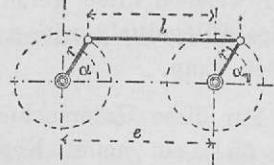


Fig. 353.



d. h. die Stange bleibt immer parallel zur Verbindungslinie der Axen CC_1 und daher sich selbst parallel, ein Fall, welcher bei den Kurbelkupplungen der Lokomotiven eintritt. (Fig. 353.)

Wenn dagegen der zweite Arm r_1 nicht seine volle Umdrehung machen kann, d. h. wenn für ihn die Grenzwerte

von $\alpha_1 = 0^\circ$ bzw. 180° nicht möglich sind, so wird auch $\cos \alpha_1$ nicht gleich ± 1 , sondern $\cos \alpha_1 < 1$ bzw. > -1 sein.

Es ist mithin zu setzen nach Gleichung 358

$$\left. \begin{aligned} \frac{(l+r)^2 - e^2 - r_1^2}{2er_1} &< 1, \\ \text{und} \quad \frac{(l-r)^2 - e^2 - r_1^2}{2er_1} &> -1, \end{aligned} \right\}$$

woraus

$$\left. \begin{aligned} l &< e + r_1 - r \quad \text{oder} \quad l < e + (r_1 - r), \\ l &> e - r_1 + r \quad \text{oder} \quad l > e - (r_1 - r). \end{aligned} \right\} \dots 360)$$

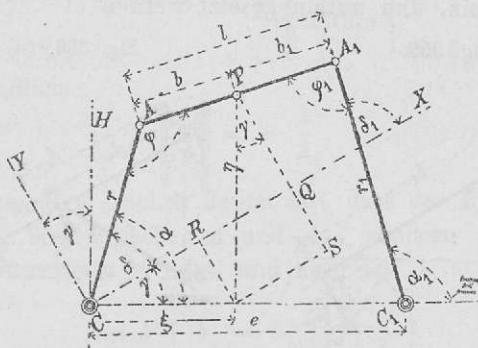
Diese Bedingung ist nur erfüllt, wenn $(r_1 - r)$ einen positiven Wert hat, also $r_1 > r$ ist, mithin wenn die beiden Arme ungleich sind, und zwar *wird dann jederzeit nur der kleinere eine ganze Rotation machen können*.

Unter den hierher gehörigen Mechanismen sind es bei einzelnen die Bahnen der Arm-Endpunkte A und A_1 , bei anderen der Weg irgend eines Stangenpunktes P , welche von hervorragender Wichtigkeit sind; insbesondere ist es die geradlinige Bewegung eines dieser Punkte A , A_1 oder P , welche zumeist interessiert, und die Feststellung der Bedingungen, unter welchen die Bahn eines dieser Punkte eine geradlinige wird, und unter welchen diese geradlinige Bewegung dann auch durch andere Hilfsmittel, wie z. B. eine Linealführung, gesichert werden kann.

Für diese Untersuchungen ist es vorteilhafter, man legt (Fig. 354) ein neues Koordinatensystem $X Y$, welches den gleichen Ursprung in C habe, aber mit dem vorhergehenden ΞH einen Winkel γ bilde *) und erhält man dann die Umwandlungsformel für die neuen Koordinaten:

*) Die neue X -Axe fällt mithin nicht mehr mit der Verbindungsstrecke der beiden Mittelpunkte C und C_1 zusammen.

Fig. 354.



$$x = CQ = CR + RQ = \xi \cos \gamma + \eta \sin \gamma,$$

$$y = PQ = PS - QS = -\xi \sin \gamma + \eta \cos \gamma.$$

Setzt man hierin die Werte für ξ und η aus Gleichung 354, so ergiebt sich:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{l} \left\{ e b \cos \gamma + r_1 b \cos \delta_1 + r b_1 \cos \delta \right\}, \\ y &= \frac{1}{l} \left\{ e b \sin \gamma + r_1 b \sin \delta_1 + r b_1 \sin \delta \right\}. \end{aligned} \right\} \dots \dots 361)$$

Immer noch aber gilt das Verhältnis der Geschwindigkeiten gemäss Gleichung 357

$$\frac{v}{v_1} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi}.$$

§ 62. Bewegung eines Stangenpunktes nach vorgeschriebener Richtung.

1. Fall.

Der beliebige Stangenpunkt P bewege sich augenblicklich in der Richtung einer geraden Linie parallel zur Mittellage des Armes $C_1 A_1$ (Fig. 355.)

Lässt man das im vorigen Paragraphen beliebig gelegte neue Koordinatensystem derart liegen, dass die Y -Axe parallel zur geradlinigen Bewegung von P , mithin die X -Axe senkrecht zur Mittellage von $C_1 A_1$ gerichtet ist, so muss für eine voll-

kommen geradlinige Bewegung von P parallel zur Y -Axe x konstant sein, und mithin gesetzt werden

Fig. 355.

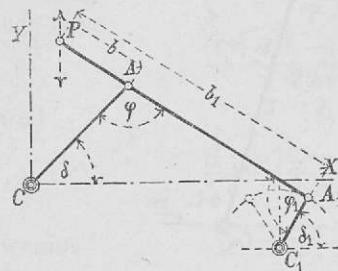
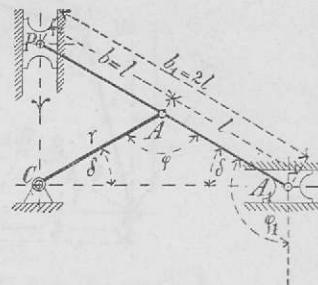


Fig. 356.



$$\frac{dx}{d\delta} = 0.$$

Dies ergibt aus Gleichung 361

$$\begin{aligned} -r_1 b \sin \delta_1 \frac{d\delta_1}{d\delta} - r b_1 \sin \delta &= 0, \\ \therefore \frac{b \sin \delta_1}{b_1 \sin \delta} &= \frac{r}{r_1} \frac{d\delta}{d\delta_1} = \frac{v}{v_1} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi} \quad \dots \quad 362) \end{aligned}$$

Das negative Vorzeichen deutet an, dass der geradlinig zu führende Punkt P nicht zwischen den beiden rotierenden Punkten A und A_1 , sondern ausserhalb derselben liegt.

Ist dabei noch speziell $r_1 = \infty$, so wird A_1 parallel zur X -Axe und geradlinig geführt. Ist ferner $CA = AA_1$, oder $r = l$, und bewegt sich A_1 auf der X -Axe selbst, so bilden die drei Punkte C , A und A_1 (Fig. 356) ein gleichschenkliges Dreieck, für welches gilt

$$\delta = 90^\circ - \frac{\varphi}{2},$$

$$\frac{b}{b_1} = - \frac{\sin \delta \cdot \sin \varphi_1}{\sin \delta_1 \sin \varphi} = - \frac{\sin \varphi_1}{2 \sin \delta_1 \sin \frac{\varphi}{2}}.$$

Setzt man nun hierin, da $r_1 = \infty$ ist und sich daher stets parallel bleibt,

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 90^\circ + \delta = 180^\circ - \frac{\varphi}{2}, \\ \delta_1 &= 90^\circ, \end{aligned} \quad \left\{ \text{mithin} \quad \begin{cases} \sin \varphi_1 = \sin \frac{\varphi}{2}, \\ \sin \delta_1 = 1, \end{cases} \right.$$

so wird endlich

$$\frac{b}{b_1} = -\frac{1}{2} \dots \dots \dots \quad (363)$$

Das negative Zeichen deutet an, dass der Punkt P nicht wie in Fig. 354 zwischen A und A_1 , sondern wie Fig. 355 und 356 ausserhalb A liegt, und zwar ist

$$l = b + b_1 = b_1 \left(1 + \frac{b}{b_1}\right),$$

daher

$$b_1 = \frac{l}{1 + \frac{b}{b_1}} = \frac{l}{2},$$

und

$$b = -l.$$

P liegt in einer Entfernung von A gleich der ganzen Stangenlänge, oder $AP = AA_1 = l$.

Umgekehrt wird, wenn A_1 parallel zur X -Axe und P parallel zur Y -Axe geradlinig geführt wird, die Bewegung von A gerade so erfolgen, wie wenn A das Ende eines mit der Axe C verbundenen Armes wäre.

Da endlich sowohl P wie A_1 sich geradlinig bewegen, so können diese beiden Punkte gleichzeitig durch Linealführung geleitet und hiedurch A gezwungen werden, sich in einer Kreisbahn um C zu bewegen (Fig. 356.)

2. Fall.

Der beliebige Stangenpunkt soll augenblicklich geradlinig und parallel zur X -Axe bewegt werden. In diesem Falle muss y konstant sein, daher gesetzt werden (Fig. 357)

$$\frac{dy}{d\delta} = 0,$$

und folgt dann nach Gleichung 361

$$r_1 b \cos \delta_1 \frac{d\delta_1}{d\delta} = -r b_1 \cos \delta,$$

$$-\frac{b}{b_1} \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta} = \frac{r d \delta}{r_1 d \delta_1} = \frac{v}{v_1} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi}. \quad \dots \quad 364)$$

Soll dabei speziell der Punkt P nicht nur in einem Augenblick, den Winkeln δ und δ_1 entsprechend, geradlinig geführt

Fig. 357.

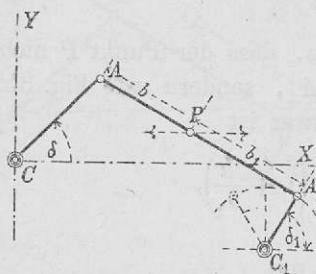
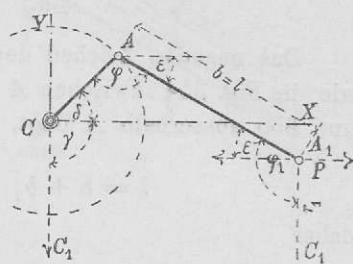


Fig. 358.



werden, sondern längere Zeit, so muss Gleichung 364 für jeden Wert von δ gelten, was nur dann der Fall ist, wenn $b_1 = 0$ wird, also der Punkt P mit A_1 zusammenfällt. Dann wird aber auch

$$r_1 = \infty$$

und

$$\delta_1 \text{ konstant} = 90^\circ.$$

Bei dieser Voraussetzung, der Anordnung des gewöhnlichen Kurbelgetriebes, wird mithin der Endpunkt A_1 der Stange der einzige geradlinig sich bewegende Punkt sein können (Fig. 358).

In allen jenen Fällen, in welchen A_1 geradlinig geführt wird parallel zur X -Axe, liegt der Drehungspunkt des unendlich langen Armes r_1 in der Linie $A_1 C_1 \perp CX$, aber unendlich weit entfernt, und die frühere Ξ -Axe ebenfalls $\perp CX$; die Drehung des Koordinatensystems hat mithin um den Winkel $\gamma = 90^\circ$ stattgefunden. Daher ist in allen diesen Fällen

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \alpha_1 - 90^\circ \dots \alpha_1 = 90^\circ + \delta_1 = 180^\circ, \\ \delta &= \alpha - 90^\circ \dots \alpha = 90^\circ + \delta, \\ \epsilon &= \beta - 90^\circ \dots \beta = 90^\circ + \epsilon.\end{aligned}$$

Man setzt nun in Gleichung 353 die Werte

$$e = r_1 = \infty,$$

sowie

$$\cos \beta = -\sin \varepsilon \dots \cos \alpha = -\sin \delta \dots \cos \alpha_1 = -\sin \delta_1$$

und erhält somit aus der zweiten der Gleichungen 353

$$\sin \varepsilon = \frac{r}{l} \sin \delta.$$

Ferner gilt hier wieder, wie immer (Gleichg. 357)

$$\frac{v_1}{v} = \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_1},$$

woraus mit den Werten

$$\varphi_1 = 90^\circ + \varepsilon,$$

und

$$\varphi = 180^\circ - \delta - \varepsilon,$$

nach einiger Umformung folgt

$$\frac{v_1}{v} = \sin \delta + \cos \delta \frac{\frac{r}{l} \sin \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin \delta\right)^2}}, \dots \quad 365)$$

oder angenähert

$$\frac{v_1}{v} = \sin \delta \left(1 + \frac{r}{l} \cos \delta\right) \dots \quad 366)$$

Diese Gleichung wird in § 64 für das einfache Kurbelgetriebe auch direkt und auf andere einfachere Weise abgeleitet.

3. Fall.

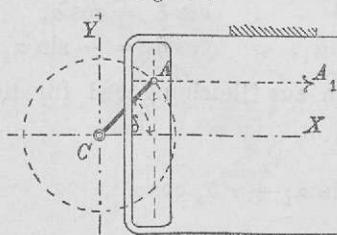
Soll die Stange AA_1 immer sich selbst parallel bleiben, mithin $\sin \varepsilon$ konstant bleiben, so kann dies für irgend einen

Wert von $\sin \delta$ nur dann sein, wenn entweder $r = 0$ oder $l = \infty$ wird.

Eine solche Stange von unendlich grosser Länge müsste aber, um den Punkt A stets gelenkig aufnehmen zu können, mit einem senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung laufenden

Schlüsse versehen sein (Fig. 359). Diese Anordnung wird später als Kurbelschleifengetriebe besonders behandelt werden.

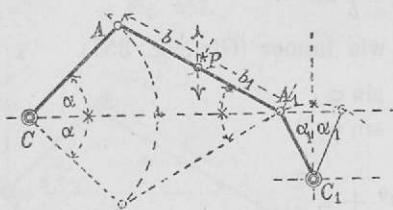
Fig. 359.



§ 63. Angenäherte Geradführung eines Stangenpunktes.

In andern Fällen muss man sich begnügen, wenn der geradlinig zu führende Punkt wenigstens in seinen beiden äussersten und einer Mittellage im Bereiche der geforderten geraden Linie sich bewegt.

Fig. 360.



und 2β , so ist dann x oder y nicht überhaupt, sondern nur für die drei ganz bestimmten Lagen konstant zu setzen, welche der Arm CA für die Winkel α , 0 und $-\alpha$ annimmt.

1. Fall.

Die mittleren Lagen der beiden Arme seien normal gegen einander. Der beliebige Punkt P soll parallel zur Y -Axe geführt werden.

Man nimmt wieder jenes Koordinatensystem an, dessen Ursprung in C , dessen X -Axe parallel zur Mittellage von CA , und somit senkrecht zur Mittellage von $C_1 A_1$ liege; es sind dann in Gleichung 361 zu setzen

$$\begin{aligned} \text{für die höchste Lage } \delta &= \alpha, & \text{daher } \cos \delta &= \cos \alpha, \\ &\delta_1 = 90^\circ + \alpha_1, & \cos \delta_1 &= -\sin \alpha_1, \\ \text{„ „ mittlere } „ &\delta = 0, & \cos \delta &= 1, \\ &\delta_1 = 90^\circ - \alpha_1, & \cos \delta_1 &= +\sin \alpha_1, \\ \text{„ „ unterste } „ &\delta = -\alpha, & \cos \delta &= \cos \alpha, \\ &\delta_1 = 90^\circ + \alpha_1, & \cos \delta_1 &= -\sin \alpha_1. \end{aligned}$$

Mit diesen Werten erhält man aus Gleichung 361 für die beiden Endlagen

$$x = \frac{1}{l} \left\{ e b \cos \gamma - r_1 b \sin \alpha_1 + r b_1 \cos \alpha \right\},$$

für die Mittellage

$$x = \frac{1}{l} \left\{ e b \cos \gamma + r_1 b \sin \alpha_1 + r b_1 \right\}.$$

Die Gleichsetzung dieser beiden Werte ergibt

$$2r_1 b \sin \alpha_1 = -r b_1 (1 - \cos \alpha) \quad \dots \quad (367)$$

Nun ist aber die Sehne des Schwingungsbogens $2\alpha_1$ von r_1 gleich der Pfeilhöhe des Schwingungsbogens 2β von b_1 , d. h.

$$2r_1 \sin \alpha_1 = b_1(1 - \cos \beta), \quad \dots \quad (368)$$

sowie die Sehne des Schwingungsbogens 2β von l gleich denjenigen des Schwingungsbogens 2α von r , d. h.

$$r \sin \alpha = l \sin \beta, \quad \text{oder} \quad r^2 (1 - \cos^2 \alpha) = l^2 (1 - \cos^2 \beta),$$

mithin wird

$$b(1 - \cos \beta) = r(1 - \cos \alpha),$$

und hieraus nach einiger Umformung

$$-\frac{r}{b} = \frac{1}{2} \left\{ (1 - \cos \beta) + \left(\frac{l}{b}\right)^2 (1 + \cos \beta) \right\} \dots 369)$$

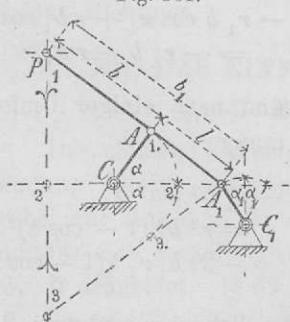
Setzt man hierin, wie es oft der Fall ist, $b = l$, so wird

$$-\frac{r}{b} = 1,$$

$$r = -b.$$

Das negative Zeichen deutet an, dass der geradlinig geführte Punkt P auf der Richtung der Verbindungsstange AA_1 , aber

Fig. 361.



ausserhalb des Einhängungspunktes von r (Fig. 361) sich befindet.

Nimmt man den Schwingungsbogen β so klein an, dass $\cos \beta$ ohne grossen Fehler = 1 gesetzt werden kann, so folgt

$$-\frac{r}{b} = \left(\frac{l}{b}\right)^2,$$

$$\frac{r}{l} = \frac{l}{b}.$$

Man nennt vorstehende Anordnung den Balancier ($A_1 P = b_1$) ohne feste oder mit schwingender Drehungsaxe.

2. Fall.

Die Mittellagen der beiden Arme $CA = r$ und $C_1 A_1 = r_1$ seien parallel unter sich und daher auch mit der X-Axe. Der Punkt P bewege sich parallel zur Y-Axe; hiebei seien die ganzen Schwingungswinkel

$$2\alpha \text{ für } r, \quad 2\alpha_1 \text{ für } r_1,$$

und ist daher in Gleichung 361 zu setzen

für die höchste Lage $\delta = \alpha$,	daher $\cos \delta = \cos \alpha$,
$\delta_1 = 180^\circ - \alpha_1$,	$\cos \delta_1 = -\cos \alpha_1$,
„ „ Mittellage $\delta = 0$,	„ $\cos \delta = 1$,
$\delta_1 = 180^\circ$,	$\cos \delta_1 = -1$,
„ „ tiefste Lage $\delta = -\alpha$,	„ $\cos \delta = \cos \alpha$,
$\delta_1 = 180^\circ + \alpha_1$,	$\cos \delta_1 = -\cos \alpha_1$.

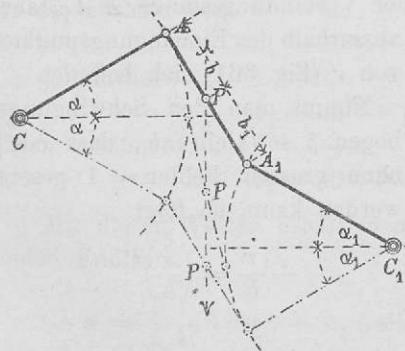
Es wird mithin aus Gleichung 361
für die beiden Endlagen:

$$x = \frac{1}{l} \left\{ e b \cos \gamma - r_1 b \cos \alpha_1 + r b_1 \cos \alpha \right\},$$

für die Mittellage

$$x = \frac{1}{l} \left\{ e b \cos \gamma - r_1 b + r b_1 \right\}.$$

Fig. 362.



Die Gleichsetzung dieser beiden Werte ergibt

$$-r_1 b \cos \alpha_1 + r b_1 \cos \alpha = -r_1 b + r b_1,$$

und nach einiger Umformung

$$\begin{aligned} &-r_1^2 b^2 \sin^2 \alpha_1 \\ &= r^2 b_1^2 (1 - \cos \alpha)^2 \\ &-2 r b_1 r_1 b (1 - \cos \alpha). \end{aligned}$$

Hierin kann nun, weil die Sehnen der Schwingungsbogen 2α und $2\alpha_1$ von r und r_1 gleich sind, $r_1^2 \sin^2 \alpha_1 = r^2 \sin^2 \alpha = r^2 (1 - \cos^2 \alpha)$ gesetzt werden, und folgt dann

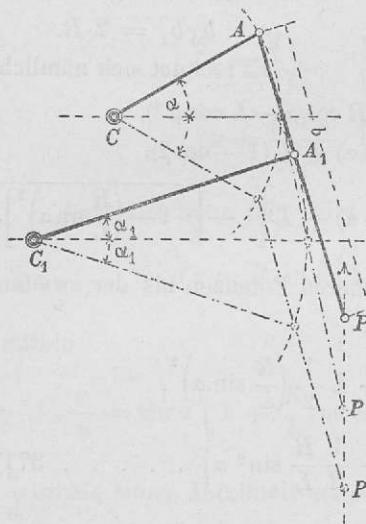
$$\frac{r_1}{r} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{b}{b_1} (1 + \cos \alpha) + \frac{b_1}{b} (1 - \cos \alpha) \right\} \dots \dots \quad (370)$$

Wird hierin, wie in der Regel, $b = b_1$ gesetzt, so folgt

$$r_1 = r.$$

Setzt man aber die Schwingungswinkel α und α_1 so klein, dass $\cos \alpha = \cos \alpha_1 = 1$ gesetzt werden darf, so folgt

Fig. 363.



$$\frac{r_1}{r} = \frac{b}{b_1},$$

oder die Längen der Schwingungsarme AC und A_1C_1 verhalten sich wie umgekehrt die anliegenden Abschnitte des Verbindungsstückes $AA_1 = l = b + b_1$.

Der geradlinig zu führende Punkt P kann sowohl zwischen den Punkten A und A_1 als auch ausserhalb derselben auf der Richtung der Stange AA_1 liegen. In letzterem Falle aber muss, weil dann b_1 negativ zu setzen ist, auch r_1 negativ werden, und die

Richtung von r_1 ist sodann (Fig. 363) derjenigen Fig. 362 entgegengesetzt, d. h. die beiden Arme r und r_1 haben die gleiche Richtung.

XII. DAS EINFACHE KURBELGETRIEBE.

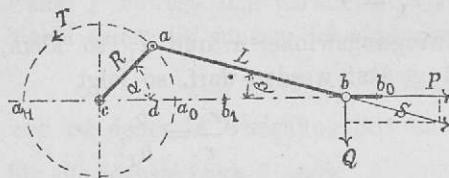
§ 64. Bewegungsverhältnisse.

Das einfache Kurbelgetriebe ist der spezielle Fall der Verbindung zweier rotierender Arme durch eine starre Stange, wobei der eine Arm $R_1 = \infty$, und die Bewegung seines Endpunktes eine geradlinige ist, deren Richtung die Drehungsaxe von R schneidet. (§ 62, 2. Fall.)

Es sei (Fig. 364) $ca = R$ der rotierende Arm, dessen Ende a mit der in b geradlinig bewegten Stange gelenkig verbunden sei.

Die Endstellungen ca_0 und ca_1 sind die Totlagen (§ 61), bei welchen Stange und Arm in eine Richtung fallen. Die

Fig. 364.



Bewegung von b misst sich durch die Entfernung $bb_0 = s$ von der Anfangsstellung b_0 . Die ganze Bewegungslänge ist

$$b_0 b_1 = 2 R.$$

Es rechnet sich nämlich

$$\begin{aligned}s &= bb_0 = cb_0 - cb = R + L - R \cos \alpha - L \cos \beta^*, \\&= R(1 - \cos \alpha) + L(1 - \cos \beta), \\&= R(1 - \cos \alpha) + L \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R}{L} \sin \alpha \right)^2} \right],\end{aligned}$$

oder wenn man $\frac{R}{L} \sin \alpha$ mit höheren Potenzen als der zweiten vernachlässigt,

$$s = R(1 - \cos \alpha) + L \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} \sin \alpha \right)^2,$$

$$s = R \left(1 - \cos \alpha + \frac{1}{2} \frac{R}{L} \sin^2 \alpha \right) \dots \dots \quad (371)$$

Es hat mithin, wenn $\alpha = \frac{\pi}{2}$, d. h. wenn der Kurbelarm ca

die Hälfte einer halben Drehung gemacht hat, das Stangenende b schon mehr als die Hälfte seines Weges zurückgelegt; dagegen ist das letztere in der Hälfte seines Weges angelangt, wenn

$$s = R = R \left(1 - \cos \alpha + \frac{1}{2} \frac{R}{L} \sin^2 \alpha \right),$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \frac{R}{L} \sin^2 \alpha.$$

Hierin kann, weil für $s = R$ der Winkel α sehr nahe $= 90^\circ$ ist, $\sin^2 \alpha = 1$, und somit gesetzt werden

^{*)} Die Bezeichnung α für den Drehungswinkel des Armes R tritt hier an Stelle der in § 62 sich findenden Bezeichnung δ .

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \frac{R}{L}.$$

Bezeichnet man in einem Augenblicke mit
 v die Geschwindigkeit der geradlinigen Bewegung von b ,
 u " " rotierenden " " " a ,
so kann gesetzt werden

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{ds}{dt}, \\ u = \frac{R d \alpha}{dt}, \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} v \\ u \end{array} \right\} = \frac{ds}{R d \alpha}.$$

Aus Gleichung 371 wird

$$ds = R \sin \alpha \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha \right) d \alpha,$$

mithin

$$\frac{v}{u} = \sin \alpha \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha \right) = \sin \alpha + \frac{1}{2} \frac{R}{L} \sin 2 \alpha \dots (372)$$

$\frac{v}{u}$ erhält einen Maximalwert für

$$\frac{d \frac{v}{u}}{d \alpha} = 0.$$

Hieraus folgt

$$\cos \alpha + \frac{R}{L} \cos 2 \alpha = 0,$$

$$\cos \alpha = -\frac{R}{L} (2 \cos^2 \alpha - 1),$$

$$\cos \alpha = \frac{R}{L},$$

wobei $2 \frac{R}{L} \cos^2 \alpha$ als sehr klein weggelassen wurde. Für diesen

Wert von $\cos \alpha$ wird der Weg s gemäss Gleichung 371

$$s = R \left\{ 1 - \frac{R}{L} + \frac{1}{2} \frac{R}{L} \left[1 - \left(\frac{R}{L} \right)^2 \right] \right\} = R \left(1 - \frac{1}{2} \frac{R}{L} \right),$$

und das treffende Geschwindigkeitsverhältnis aus Gleichung 372.

$$\max \frac{v}{u} = \sqrt{1 - \left(\frac{R}{L} \right)^2} \left(1 + \left[\frac{R}{L} \right]^2 \right) = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} \right)^2.$$

Der mittlere Wert des Verhältnisses $\frac{v}{u}$ ergibt sich aus dem Vergleich der beiden gleichzeitig zurückgelegten Wege

$R \pi$ des Kurbelendes a und
 $2 R$ des Stangenendes b ,

folglich

$$\frac{v}{u} \text{ Mittel} = \frac{2}{\pi} = 0,6366 \dots \dots \dots \quad 373)$$

Würde die endliche Länge der Schubstange nicht berücksichtigt, so resultierten die Gleichungen

$$\begin{aligned} s &= R(1 - \cos \alpha), \\ \frac{v}{u} &= \sin \alpha. \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \dots \dots \dots \quad 374)$$

Es ergiebt sich mithin nachstehende Zusammenstellung bemerkenswerter Kurbelstellungen:

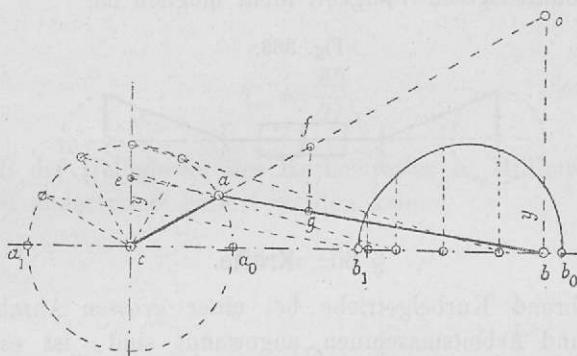
$\alpha = 0^\circ$	$\cos \alpha = 1$	$s = 0$	$\frac{v}{u} = 0$ (Totlage)
$\alpha < 90^\circ$	$\cos \alpha = \frac{R}{L}$	$s = R \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} \right)^2 \right)$	$\frac{v}{u} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} \right)^2 = \max$
$\alpha < 90^\circ$	$\cos \alpha = \frac{1}{2} \frac{R}{L}$	$s = R$	$\frac{v}{u} = 1 + \frac{3}{8} \left(\frac{R}{L} \right)^2$
$\alpha = 90^\circ$	$\cos \alpha = 0$	$s = R \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} \right)^2 \right)$	$\frac{v}{u} = 1$
$\alpha = 180^\circ$	$\cos \alpha = -1$	$s = 2 R$	$\frac{v}{u} = 0$ (Totlage)

Eine graphische Darstellung der Kreuzkopfgeschwindigkeit kann auch mit Hilfe des § 61 Fig. 351 allgemein angedeuteten

Verfahrens geschehen, indem man die Bewegung der ganzen Stange ab als eine Drehung um das Momentanzentrum o auffasst, und es ergiebt dann sich für die beiden Geschwindigkeiten (Fig. 365)

$$v : u = ob : oa,$$

Fig. 365.



oder wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke abo und aec

$$v : u = ce : ca = y : R$$

$$v = u \frac{y}{R} = \omega y.$$

Es stellt mithin, unter der Voraussetzung konstanter Winkelgeschwindigkeit ω , die Senkrechte zur Hubrichtung $ce = y$ von der Axe aus bis zum Durchschnittspunkt mit der Schubstangenrichtung die jeweilige Kolbengeschwindigkeit dar.

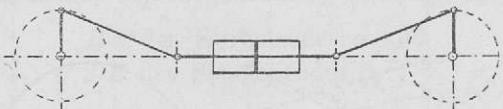
Trägt man dieses Mass $ce = y$, d. h. die jeder Kreuzkopfstellung entsprechende augenblickliche Geschwindigkeit als Senkrechte zur jeweiligen Kreuzkopfstellung auf, so erhält man die Kurve $b_0 \dots b_1$, welche den ganzen Verlauf der Kreuzkopfbewegung darstellt.

Ein anderes Verfahren zur Bestimmung der jeder Kurbelstellung entsprechenden Kreuzkopfgeschwindigkeit besteht darin, dass man (Fig. 365) die Richtung des Kurbelarms um das Mass u über den Punkt a hinausverlängert bis f , dann ist wieder die Vertikale fg von f bis zum Durchschnitt g mit der Schubstange die augenblickliche Kreuzkopfgeschwindigkeit,

und zwar in demselben Maßstabe, in welchem *af* die Kurbelgeschwindigkeit darstellt.

Aus der endlichen Länge der Stangen und der daraus folgenden Unsymmetrie der Bewegung des Stangenendes *b* folgt, z. B., dass eine Verbindung zweier von einem einzigen Dampfzylinder aus betriebener Axen, wie Fig. 366, mit gleichförmiger Rotationsgeschwindigkeit nicht möglich ist.

Fig. 366.



§ 65. Kräfte.

Während Kurbelgetriebe bei einer grossen Anzahl von Kraft- und Arbeitsmaschinen angewandt sind, ist es doch zumeist die Dampfmaschine, deren Kurbeltriebwerk sowohl in theoretischer Beziehung die gründlichste Behandlung, als auch in praktisch-konstruktiver Hinsicht die vollendetste Durchbildung der Formen und Verhältnisse erfahren hat. Es wird daher wohl naturgemäß im folgenden zumeist und in erster Reihe auf das bei der Dampfmaschine angewandte Kurbelgetriebe in seinen verschiedenen gebräuchlicheren Modifikationen Rücksicht genommen.

Man muss zunächst unterscheiden:

- P* die Schubkraft, oder den in der Richtung der geradlinigen Bewegung auf das Stangenende *b* einwirkenden Druck oder Zug mit den Maximal-, Minimal- und Mittelwerten P_1 , P_o und P_m .
- S* die Stangenkraft, oder den in der Richtung der Stange *ab* wirkenden Zug oder Druck mit ebensolchen Spezialwerten S_1 , S_o und S_m .
- T* die Triebkraft, oder die tangential zum Kurbelkreise wirkende Kraft, durch welche Kurbel und Kurbelaxe in Drehung versetzt werden, mit den Spezialwerten T_1 , T_o und T_m .

Bezeichnet ferner

N und n , wie gewöhnlich, Pferdestärke und Umdrehungszahl, M_d das entsprechende auf die Welle einwirkende drehende Moment in kg mm, so ist

$$M_d = 716\,200 \frac{N}{n},$$

und

$$T_m = \frac{M_d}{R},$$

worin R der Halbmesser des Kurbelkreises in Millimetern ist, während andererseits gesetzt werden kann

$$Tu = Pv,$$

oder

$$T = P \frac{v}{u} = P \sin \alpha \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha \right) = \dots P \sin \alpha.$$

Weil $\frac{T}{P} = \frac{v}{u}$, so kann auch das Verhältnis der Kräfte $\frac{T}{P}$ durch dasselbe Diagramm dargestellt werden, durch welches das Verhältnis der Geschwindigkeiten dargestellt wurde; wenn man mithin (Fig. 365) in der Richtung des Kurbelradius eine Länge af proportional der Schubkraft P aufträgt, so erhält man in der Länge fg der Vertikalen von f bis zum Durchschnitt mit der Schubstange die Tangentialkraft T in demselben Verhältnis dargestellt.

T und das Verhältnis $\frac{T_m}{T}$ rechnen sich nun mit wesentlich verschiedenem Werte, je nachdem P konstant oder variabel, oder wenn auf die Bewegung der Massen Rücksicht genommen wird.

1. Konstante Schubkraft P .

Für konstanten Wert der Schubkraft P rechnen sich die Spezialwerte:

$$\frac{T_o}{P} = \frac{v}{u} (\text{Min.}) = 0,$$

$$\frac{T_m}{P} = \frac{v}{u} (\text{Mittel}) = 0,6366,$$

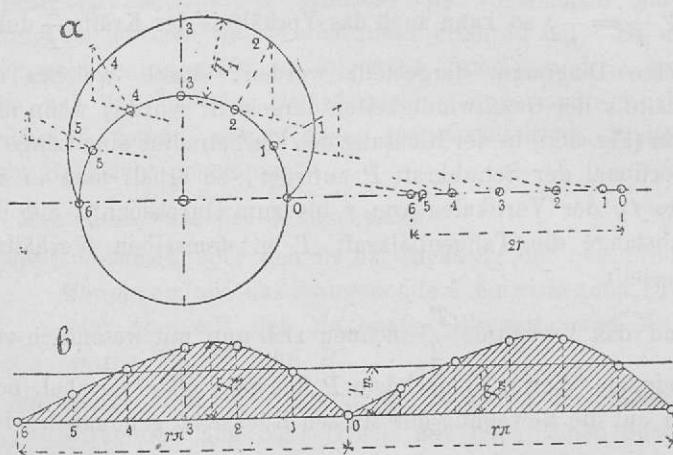
$$\frac{T_1}{P} = \frac{v}{u} (\text{Max.}) = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} \right)^2 = 1, \quad P = T_1.$$

$$P = 1,57 T_m,$$

Nach dem Verfahren von Fig. 365 kann man nun jeder Kurbelstellung entsprechend, die treffende Tangentialkraft bestimmen. Trägt man (Fig. 367 a) alle diese Tangentialkräfte ausserhalb des Kurbelkreises auf den betreffenden Kurbelrichtungen auf, so erhält man ein vielfach benütztes Tangentialdruckdiagramm.

Trägt man ferner die Kurbelwege auf einer Horizontalen (Fig. 367 b), die betreffenden Tangentialkräfte als Vertikale auf, so ergiebt sich wieder eine Kurve. Die zwischen dieser Kurve und der Horizontalen eingeschlossene Fläche stellt dann die

Fig. 367.



Arbeit des Tangentialdruckes dar, durch welche entweder die Axe in Drehung versetzt wird, oder welche von einer sich drehenden Axe auf den Kurbelzapfen übertragen wird. Der mittlere Wert des Tangentialdruckes T_m ergiebt sich, wenn man

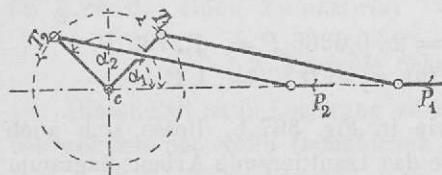
die Arbeit durch den Weg, oder die Diagrammfläche durch die Diagrammlänge dividiert.

Der Fall konstanter Schubkraft tritt ein bei allen Volldruckmaschinen, sowie bei vielen von der Kurbel aus betriebenen Pumpen und Pressen.

Sind *zwei Kurbelarme* auf dieselbe Welle aufgesetzt, welche beide durch konstante Schubkräfte P_1 bzw. P_2 bewegt werden (Fig. 368), so müssen für jede derselben die gleichen Beziehungen gelten, und daher gesetzt werden

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = P_1 \sin \alpha_1 \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha_1 \right), \\ T_2 = P_2 \sin \alpha_2 \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha_2 \right), \end{array} \right\} T = T_1 + T_2 \dots \dots \quad (375)$$

Fig. 368.



einander verstellt, d. h.

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 90^\circ,$$

so ist gleichzeitig

T_1 für die erste Kurbel: T_2 für die zweite Kurbel:

Quadrant

Quadrant

$$(I) = P \sin \alpha_1 \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha_1 \right), \quad (II) = P \cos \alpha_1 \left(1 - \frac{R}{L} \sin \alpha_1 \right),$$

$$(II) = P \sin \alpha_1 \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha_1 \right), \quad (III) = -P \cos \alpha_1 \left(1 - \frac{R}{L} \sin \alpha_1 \right),$$

$$(III) = -P \sin \alpha_1 \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha_1 \right), \quad (IV) = -P \cos \alpha_1 \left(1 - \frac{R}{L} \sin \alpha_1 \right),$$

$$(IV) = -P \sin \alpha_1 \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha_1 \right), \quad (I) = P \cos \alpha_1 \left(1 - \frac{R}{L} \sin \alpha_1 \right).$$

Ist hiebei vorerst wieder für beide Kurbelgetriebe konstante Schubkraft vorausgesetzt, d. h.

$P_1 = P_2 = P$,
und sind die beiden Kurbeln um 90° gegen

Mithin

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= T_1 + T_2 = P(\sin \alpha_1 + \cos \alpha_1), \\ T_{\text{II}} &\quad \text{, , } = P\left(\sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 + 2 \frac{R}{L} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1\right), \\ T_{\text{III}} &\quad \text{, , } = -P(\sin \alpha_1 + \cos \alpha_1), \\ T_{\text{IV}} &\quad \text{, , } = -P\left(\sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 + 2 \frac{R}{L} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1\right), \end{aligned} \right\} . 376$$

Es ergeben sich hieraus die Maximalwerte

für T_1 bei $\alpha_1 = 45^\circ \dots$ und zwar $T_1 = 1,414 P$,

$$T_{\text{II}} \quad \text{, } \alpha_1 = 135^\circ \dots \quad \text{, } \quad T_{\text{II}} = \left(1,414 - \frac{R}{L}\right) P,$$

$$T_{\text{III}} \quad \text{, } \alpha_1 = 225^\circ \dots \quad \text{, } \quad T_{\text{III}} = 1,414 P,$$

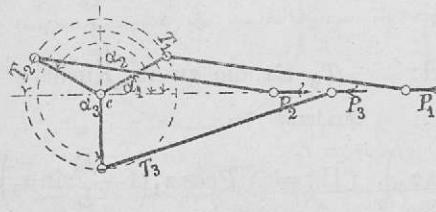
$$T_{\text{IV}} \quad \text{, } \alpha_1 = 315^\circ \dots \quad \text{, } \quad T_{\text{IV}} = \left(1,414 + \frac{R}{L}\right) P,$$

ferner ein Mittelwert $= 2 \cdot 0,6366 P = 1,2732 P$,
und ein Minimalwert für $\alpha_1 = 0 = 1 P$.

In gleicher Weise, wie in Fig. 367 b, liesse sich auch für ein Doppelkurbelgetriebe das resultierende Arbeitsdiagramm erhalten aus der Flächensumme zweier einfacher Arbeitsdiagramme, welche um soviel gegeneinander versetzt sind, als der gegenseitigen Lage der Kurbeln entspricht, mithin bei unter 90° stehenden Kurbeln um

$$\frac{1}{2} r \pi.$$

Fig. 369.



Die Gleichmässigkeit des Antriebes ist also durch Benutzung von zwei Kurbeln bedeutend grösser geworden.

Sind endlich *drei Kurbelarme* angewandt (Fig. 369), so ist zu setzen:

$$T_1 = P_1 \sin \alpha_1 \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha_1\right),$$

$$T_2 = P_2 \sin \alpha_2 \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha_2 \right),$$

$$T_3 = -P_3 \sin \alpha_3 \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha_3 \right).$$

Ist hiebei $P_1 = P_2 = P_3 = P$, sind die Kurbeln um 120° gegen einander versetzt, und vernachlässigt man die endliche Länge der Triebstange, so ist zu setzen:

$$\begin{aligned} T &= T_1 + T_2 + T_3 = P(\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 - \sin \alpha_3), \\ &= P(\sin \alpha_1 + \sin [120^\circ + \alpha_1] - \sin [240^\circ + \alpha_1]), \\ &= P(\sin \alpha_1 + \cos [30^\circ + \alpha_1] + \cos [30^\circ - \alpha_1]), \\ &= P(\sin \alpha_1 + 2 \cos 30^\circ \cos \alpha_1), \\ &= 2P \cos(30^\circ - \alpha_1) \quad \dots \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 377 \end{aligned}$$

T erhält

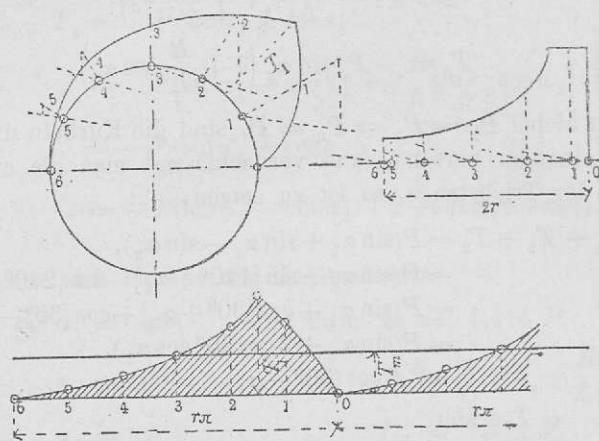
$$\begin{array}{lll} \text{für } \alpha_1 = 30^\circ \text{ einen Maximalwert} & = 2P, \\ & \text{einen Mittelwert} = 3 \cdot 0,6366 P = 1,9 P \text{ und} \\ \text{für } \alpha_1 = 0 \text{ einen Minimalwert} & = 1,73 P. \end{array}$$

2. Variable Schubkraft.

Dieser Fall ist in Rechnung zu ziehen bei Dampfmaschinen, bei welchen der volle Dampfdruck nicht während des ganzen Hubes im Zylinder herrscht, und der Dampf in demselben durch Expansion wirkt, ferner bei Luftkompressoren, Kurbelpressen mit variablem Widerstande etc. Während bei den letzteren Maschinen die Abhängigkeit des Widerstandes von der Kurbelbewegung sich nur schwer verfolgen lässt, ist es bei der Expansionsdampfmaschine ganz wohl möglich und für diese insbesondere aus dem Maximalwert P_1 des Kolbendruckes dessen mittlerer Wert P_m leicht zu bestimmen.

Die Veränderlichkeit der variablen Schubkraft P hiebei lässt sich durch ein Diagramm von etwa der Form von Fig. 370 darstellen, und gleichzeitig die von dieser Schubkraft geleistete Arbeit durch die zwischen der Diagramm-Kurve und der Horizontalen eingeschlossenen Fläche. Ebenfalls erhält man (in der Weise von Fig. 367 bestimmt) den Verlauf des jedem Wert der Schubkraft entsprechenden Tangentialdruckes, und die von diesem am Kurbelzapfen geleistete Arbeit; aus dieser dann auch wieder den mittleren Wert des Tangentialdruckes.

Fig. 370.



So erhält man beispielsweise bei einem durchschnittlichen Überdruck von 4 bis 5 Atmosphären und einem Füllungsgrade e folgende korrespondierende Werte:

$$e = 0,2 \quad 0,3 \quad 0,4 \quad 0,5 \quad 0,6 \quad 0,7 \quad 0,8 \quad 0,9 \quad 1,0$$

$$\frac{P_m}{P_1} = 0,40 \quad 0,54 \quad 0,66 \quad 0,76 \quad 0,83 \quad 0,89 \quad 0,93 \quad 0,96 \quad 1,0$$

$$\frac{T_m}{P_1} = 0,26 \quad 0,35 \quad 0,42 \quad 0,48 \quad 0,53 \quad 0,56 \quad 0,59 \quad 0,61 \quad 0,64$$

$$\frac{P_1}{T_m} = 3,8 \quad 2,9 \quad 2,4 \quad 2,1 \quad 1,9 \quad 1,8 \quad 1,7 \quad 1,6 \quad 1,57$$

3. Berücksichtigung der Massenbeschleunigung bei konstanter Schubkraft.

Geht der Antrieb von dem Stangenende b (oder von den daran sich anschliessenden Teilen (Kreuzkopf, Kolbenstange und Kolben) aus, so kommt in der ersten Hälfte des Hubes, von der Totlage bei $\alpha = 0^\circ$ bis nahezu $\alpha = 90^\circ$, unter Berücksichtigung der Massen des Kurbeltriebwerkes die Schubkraft P für die Erzeugung des Tangentialdruckes T nicht vollständig zur Geltung, da ein Teil der Schubkraft verwendet wird, um jene Massen zu beschleunigen. Diese den Massen erteilte Geschwindigkeit nimmt sodann in der zweiten Hälfte

des Hubes wieder ab bis zum Werte 0 in der Totlage bei $\alpha = 180^\circ$, und geben die bewegten Massen in dieser zweiten Periode die während der ersten Periode angesammelte lebendige Kraft wieder ab. Es äussert sich mithin die Verwendung eines Teiles der Schubkraft zur Massenbeschleunigung während der ersten Periode als Verkleinerung, dagegen die während der zweiten Periode erfolgende Wiederabgabe von lebendiger Kraft als Vergrösserung der auf den Endpunkt a der Stange ab reduzierten Schubkraft. Bei konstanter Schubkraft P in b ist mithin die resultierende Schubkraft P in a beim Beginne des Hubes ein Minimum, am Ende des Hubes ein Maximum.

Geht der Antrieb von der Kurbel, also mittelbar vom rotierenden Stangenende a aus, so tritt an diesem Stangenende zu dem bei b zu überwindenden konstanten Widerstande während der ersten Periode jener Mehrbedarf an Kraft, welcher der Massenbeschleunigung entspricht, dagegen wird während der zweiten Periode ein Teil der (der Überwindung des konstanten Widerstandes bei b entsprechenden) Arbeit durch die den bewegten Massen innwohnende lebendige Kraft geleistet. Es ist daher während der ersten Hälfte des Hubes die auf das Stangenende a reduzierte Schubkraft grösser und während der zweiten Hälfte des Hubes kleiner als der konstante Widerstand bei b .

Die Bestimmung des Zu- bzw. Abgangs von Schubkraft erfolgt auf nachstehende Weise:

Zunächst ist die Kraft Q , die nötig ist, um einer Masse $\frac{G}{g}$ eine Beschleunigung q zu erteilen,

Nun ist aber

$$v = u \sin \alpha, \quad (\text{für unendlich lange Schubstange})$$

$$d\psi = u \cos \alpha \, d\alpha,$$

ferner

$$u = R, \omega = R \frac{d\alpha}{dt},$$

mithin

$$d v = u^2 \cos \alpha \frac{d t}{R},$$

und endlich

$$Q = \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R} \cos \alpha = C \cos \alpha, \dots \dots \quad 379)$$

d. h. der Zu- bzw. Abgang von Schubkraft ist für jede Stellung gleich der in die Richtung der Schubkraft fallenden Komponente der Zentrifugalkraft C im Werte

$$= C \cos \alpha,$$

somit die auf das rotierende Stangenende a reduzierte resultierende Schubkraft

$$P_r = P \mp C \cos \alpha,$$

und zwar, wenn der Antrieb vom Stangenende b ausgeht,

$$\text{am Anfange des Hubes } P_r = P - C,$$

$$\text{in Mitte des Hubes } \dots = P,$$

$$\text{am Ende des Hubes } \dots = P + C;$$

hiebei ist zu setzen

$$C = \frac{G}{g} \cdot \frac{u^2}{R}.$$

Setzt man $s = R(1 - \cos \alpha)$ (ebenfalls bei unendlich langer Schubstange) so wird

$$\cos \alpha = 1 - \frac{s}{R},$$

und daher der nötige Beschleunigungsdruck

$$Q = C \left(1 - \frac{s}{R}\right).$$

Unter Berücksichtigung einer endlichen Schubstangenlänge wäre gemäss Gleichung 372

$$d v = u (\cos \alpha + \frac{R}{L} \cos 2 \alpha) d \alpha,$$

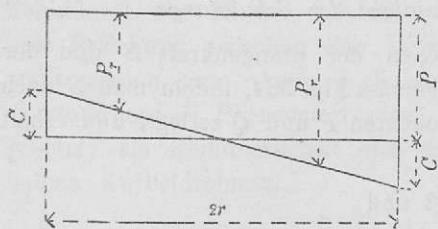
und daher auch

$$Q = C (\cos \alpha + \frac{R}{L} \cos 2 \alpha) \dots \dots \quad 380)$$

Der ganze Verlauf des Beschleunigungsdruckes stellt sich mithin bei unendlich langer Schubstange durch eine gerade

Linie dar. Ist (in Fig. 371) P die konstante Schubkraft auf den Kolben, so ist die in jedem Augenblicke treffende resultierende Schubkraft auf das Kurbelende der Stange $= P_r$, und dieser Wert sodann in dem Diagramme Fig. 367 an Stelle des dort aufgetragenen konstanten P in der Richtung des

Fig. 371.



Kurbelarms für jede Kurbelstellung aufzutragen, um hieraus den resultierenden Tangentialdruck zu erhalten.

An dem mittleren Werte von $T_m = 0,6366 P$, sowie an der bei einem Hub verringerten gesamten mechanischen Arbeit wird durch die Massenbeschleunigung nichts geändert.

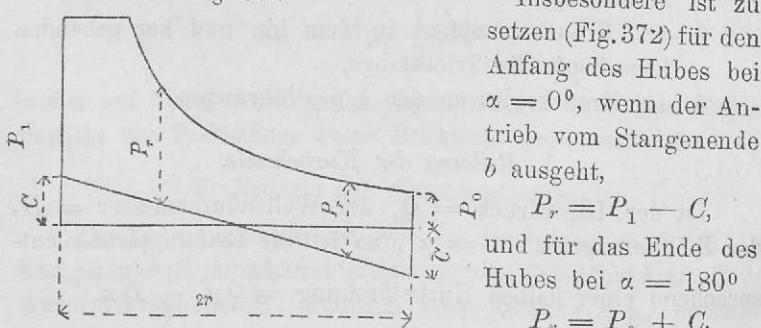
4. Berücksichtigung der Massenbeschleunigung bei variabler Schubkraft.

Hier tritt der gleiche Ab- beziehungsweise Zugang zu der am schwingenden Stangenende herrschenden Schubkraft auf, so dass die resultierende Schubkraft P_r am rotierenden Stangenende wieder bezeichnet wird mit

$$P_r = P \mp C \cos \alpha.$$

Da aber hier P nicht konstant ist, so kann nicht vorausgesetzt werden, dass P_r am Ende des Hubes einen Maximalwert erreiche, sondern es kann ein solches Maximum allgemein ebensowohl am Anfange als auch in irgend einem andern Punkte des Hubes eintreten.

Fig. 372.



Keller, Triebwerke.

Insbesondere ist zu setzen (Fig. 372) für den Anfang des Hubes bei $\alpha = 0^\circ$, wenn der Antrieb vom Stangenende b ausgeht,

$$P_r = P_1 - C,$$

und für das Ende des Hubes bei $\alpha = 180^\circ$

$$P_r = P_0 + C,$$

während auch hier an dem Mittelwerte P_m durch die Massenbeschleunigung nichts geändert wird.

5. Inanspruchnahme der Schubstange.

Das Verhältnis zwischen der Stangenkraft S und der Schubkraft P ergibt sich gemäss Fig. 364, indem man S nach zwei rechtwinkligen Komponenten P und Q zerlegt, und erhält man

die Schubkraft $P = S \cos \beta$ und

den Normaldruck gegen die Gerafführungslineale $Q = S \sin \beta$.

Wenn, wie üblich, $\frac{R}{L}$ nicht grösser als $\frac{1}{4}$, so kann mit hinreichender Genauigkeit gesetzt werden

die Schubkraft

$$P = S \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \beta \dots \right) = S \left(1 - \frac{1}{2} \left[\frac{R}{L} \sin \alpha \right]^2 \dots \right) = S,$$

der Normaldruck

$$Q = S \frac{R}{L} \sin \alpha \text{ mit den Grenzwerten } 0 \text{ und } S \frac{R}{L}.$$

§ 66. Widerstände und Arbeitsverluste.

Der beim einfachen Kurbelgetriebe auftretende Gesamtwiderstand ist veranlasst durch die Reibung

1. der Kurbelwelle in ihrem Lager,
2. des Kurbelzapfens in dem rotierenden Lagerkopf der Triebstange,
3. des Kreuzkopfzapfens in dem hin und her gehenden Lagerkopf der Triebstange,
4. des Kreuzkopfes an den Linealführungen.

1. Reibung der Kurbelwelle.

Ist der Lagerdruck = Q , der Wellendurchmesser = D , der Reibungskoeffizient = μ_1 , so ist die Reibungsarbeit entsprechend einer halben Kurbeldrehung = $Q \mu_1 \frac{1}{2} D \pi$.

Der Wert Q ist zu erhalten als Resultierende aus einem Anteil des Gewichtes der Welle und der darauf befestigten Maschinenteile, dem Riemenzug oder Zahnraddruck und der Schubkraft des Kurbelgetriebes. Da allgemein nicht leicht eine Beziehung zwischen den Lagerdruckkomponenten aufgestellt werden kann, kann doch wohl der gesamte Lagerdruck Q mindestens $= P$ gesetzt werden, woraus, P konstant vorausgesetzt, als Reibungsarbeit sich ergiebt, entsprechend einer halben Kurbeldrehung,

$$A_{r_1} = P \mu_1 \frac{1}{2} D \pi \dots \dots \dots \quad (381)$$

2. Reibung des Kurbelzapfens.

Der Kurbelzapfen ist durch die variable Stangenkraft S in Anspruch genommen, welche mit der Schubkraft in der Beziehung steht

$$S = \frac{P}{\cos \beta} = \frac{P}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{L} \sin \alpha\right)^2}},$$

wofür, da es sich ja bei gegenwärtiger Berechnung nur um einen Mittelwert handelt, auch annähernd gesetzt werden kann

$$S = P.$$

Setzt man ferner den Durchmesser des Kurbelzapfens $= d$, den hier gültigen Reibungskoeffizienten $= \mu_2$, so ergiebt sich als Reibungsarbeit, entsprechend einer halben Kurbeldrehung,

$$A_{r_2} = P \mu_2 \frac{1}{2} d \pi, \dots \dots \dots \quad (382)$$

wobei auf Vergrösserung des Zapfendruckes durch das Eigen-Gewicht der Triebstange keine Rücksicht genommen ist.

3. Reibung des Kreuzkopfzapfens.

Der Kreuzkopfzapfen ist, wie der Kurbelzapfen, durch die Stangenkraft S (annähernd gleichzusetzen der Schubkraft P) in Anspruch genommen, wodurch eine Reibung $P \mu_3$ entsteht,

welche bei einer halben Kurbeldrehung durch den Weg $d_1 \beta_1$ zu überwinden ist, wobei d_1 der Durchmesser des Kreuzkopfzapfens und β_1 der Maximalwert des Winkels β ist, für welchen $\sin \beta_1 = \max. \sin \beta = \frac{R}{L} \cdot \max. \sin \alpha = \frac{R}{L}$ zu setzen ist. Die entsprechende Reibungsarbeit ist daher

4. Reibung der Führungslineale.

Der Kreuzkopf ist durch die Normalkomponente $S \sin \beta$ der Stangenkraft gegen seine Führungen gepresst; für dieselbe kann annähernd auch

$$P \sin \beta = P \frac{R}{L} \sin \alpha,$$

und, da sie nicht durch den ganzen Hub konstant wirkt, als ihr Mittelwert annähernd gesetzt werden

$$\frac{1}{2} P \frac{R}{L}$$

Die entsprechende Reibungsarbeit ist daher bei einem Reibungskoeffizienten $= \mu_4$ und einem Wege $= 2R$, entsprechend einer halben Kurbeldrehung,

$$A_{r_4} = \frac{1}{2} P \mathfrak{u}_4 \frac{R}{L} 2 R = P \mathfrak{u}_4 \frac{R}{L} R \quad . . . \quad 384)$$

Mithin ergibt sich die gesamte Reibungsarbeit (wenn $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu$),

$$A_r = A_{r_1} + A_{r_2} + A_{r_3} + A_{r_4},$$

$$= P \mu \left(\frac{1}{2} D \pi + \frac{1}{2} d \pi + \frac{R}{L} d_1 + \frac{R}{L} R \right),$$

$$= P \mu 2 R \left(\frac{D}{R} \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{d}{R} \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \frac{R}{L} \cdot \frac{d_1}{R} + \frac{1}{2} \frac{R}{L} \right), \quad . . . \quad (385)$$

und verglichen mit der Arbeit $A = P \cdot 2R$ der als konstant betrachteten Schubkraft, ergibt sich der verhältnismässige Arbeitsverlust

$$V_a = \frac{A_r}{A} = \mu \left(\frac{D}{R} \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{d}{R} \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \frac{R}{L} \frac{d_1}{R} + \frac{1}{2} \frac{R}{L} \right) . . . 386)$$

Setzt man hierin, um zu einem Durchschnittswert für η zu gelangen, gleichfalls als Mittelwerte

$$\begin{aligned}\mu &= 0,1, & \frac{D}{R} &= 0,3, & \frac{d}{R} &= 0,2, \\ \frac{R}{L} &= 0,2, & \frac{d_1}{R} &= 0,14,\end{aligned}$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned}V_a &= 0,1 (0,23 + 0,16 + 0,01 + 0,10), \\ &= 0,1 \cdot 0,50 = 0,05 \text{ oder } 5\%.\end{aligned}$$

§ 67. Inanspruchnahme und Berechnung der Hauptdimensionen der Stirnkurbel.

Die Kurbel (der rotierende Arm $c a = R$) ist in allen ihren Teilen für die Maximalanstrengung zu berechnen, mithin auf den Maximalwert der resultierenden Schubkraft P_r .

1. Der *Kurbelzapfen* ist jedenfalls zunächst auf Biegung in Anspruch genommen, und demnach zu berechnen mit

$$d = \sqrt{\frac{16}{\pi k} \frac{l}{d} P_r}, \quad \text{oder} \quad d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi k} l P_r} . . . 387)$$

je nachdem $\frac{l}{d}$ oder l angenommen werden kann. Doch darf dabei nicht übersehen werden, dass der spezifische Druck zwischen Kurbelzapfen und Lagerschale im Interesse der Erhaltung dieser beiden Teile eine gewisse Grenze nicht überschreiten darf. Für die Bestimmung dieses Flächendruckes hat man die Gleichung 11 S. 13

$$p = \frac{k \pi}{16} \cdot \left(\frac{d}{l} \right)^2$$

Bei der Wahl von k muss die Thatsache berücksichtigt werden, dass die Belastung des Zapfens keine ruhige konstante, sondern eine solche mit wechselnder Intensität und wechselnder Richtung, oft stossweise wirkende ist, daher man einen

geringeren Wert von k (nur $\frac{8}{10}$ desselben) annimmt, als früher bei ruhig belasteten Tragzapfen (§ 5), mithin $k = 3,2$, besonders in dem Falle, wenn der Wert von P_r nicht von vornherein zuverlässig bestimmt ist, d. h. der Einfluss der Massenbeschleunigung nicht mitberücksichtigt werden kann. Bei Aufstellung von allgemein gültigen einfachen Formeln für die Berechnung der Kurbeldimensionen ist die Berücksichtigung dieser Massenbeschleunigung nicht wohl möglich, daher schon deshalb die Annahme eines kleineren Wertes von k geboten erscheint, während zugleich anstatt P_r im folgenden allgemein der Maximaldruck P_1 gesetzt werden soll. Das

Längenverhältnis $\frac{l}{d}$ wechselt zwischen den Werten 1 bis 1,5.

Je kürzer l , desto grösser wird der Flächendruck und somit auch die Abnutzung, desto günstiger allerdings aber der Hebelarm des biegenden Momentes für die Kurbelwelle. Man wird, wenn nicht besondere Verhältnisse (wie z. B. bei der Lokomotive Rücksicht auf möglichste Reduktion der Maschinenbreite und des Gewichtes) zur Annahme kurzer Zapfen zwingen, als passenden Mittelwert $\frac{l}{d} = 1,4$ annehmen können, und erhält dann aus Gleichung 387

$$d = \sqrt{\frac{16}{\pi \cdot 3,2}} \cdot 1,4 \sqrt{P_1} = 1,5 \sqrt{P_1}, \dots . 388)$$

und den Flächendruck $p = 0,31$.

Die höchsten bei Kurbelzapfen vorkommenden oder gestatteten Flächendrücke bei Anwendung von Rotgusslagern sind für Schmiedeisen $p = 0,40 - 0,50$ kg/qmm, oder 40 bis 50 Atm., „ Gusstahl $p = 0,60 - 0,70$ „ „ 60 „ 70 „

Diese hohen Beträge gestatteten Flächendruckes sind auch zu rechtfertigen durch die wechselnde Kraftrichtung der abwechselnd auf Zug und Druck in Anspruch genommenen Schubstange. Hierdurch wird das Öl fortdauernd an andere Stellen der Zapfenoberfläche gebracht.

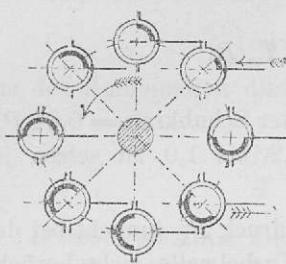
Bei verschiedenen Längenverhältnissen $\frac{l}{d}$ und gleichem Werte k ergeben sich folgende zusammengehörige Werte:

$$\frac{l}{d} = 1,5 \quad 1,4 \quad 1,3 \quad 1,2 \quad 1,1 \quad 1,0$$

für Schmiedeisen	$p = 0,28$	$0,31$	$0,38$	$0,44$	$0,52$	$0,63$
„ Stahl	$p = 0,56$	$0,62$	$0,76$	$0,88$	$1,04$	$1,26$

Der Druck zwischen Zapfen und Lagerschale beansprucht, so lange die Bewegungsrichtung die gleiche bleibt, stets nur *eine* Hälfte der Zapfenoberfläche, z. B. für eine linkslaufende Maschine (Fig. 373) diejenige Seite derselben, welche bei aufwärts gerichteter Kurbel der Triebstange entgegengesieht.

Fig. 373.



Von der Schale dagegen sind beide Hälften beansprucht, also auch beide der Abnutzung unterworfen.

Bezogen auf den mittleren tangentialen Druck T_m bei Volldruckmaschinen mit konstanter Schubkraft wäre zu setzen

$$T_m = 0,64 P_1,$$

daher

$$P_1 = 1,57 T_m,$$

sowie

$$d = 1,5 \sqrt{1,57 T_m} = 1,9 \sqrt{T_m} \quad \dots \dots \quad 389)$$

Anmerkung. Bei Expansionsmaschinen würde freilich für Füllungen $e = 0,3$ bis $0,5$ gemäss § 65 S. 398 zu setzen sein

$$T_m = 0,35 \text{ bis } 0,48 P_1,$$

oder

$$P_1 = 2,9 \text{ bis } 2,1 T_m,$$

doch kommt gerade bei diesen Maschinen wegen des Verbrauchs eines Teiles der Schubkraft für die Massenbeschleunigung beim Beginne des Hubes P_1 nie in diesem vollen Betrage für den Kurbelzapfen zur Geltung, daher auch für solche die Formel

$$d = 1,9 \sqrt{T_m} \quad \dots \dots \quad 390)$$

beibehalten werden kann. Es zeigen auch tatsächlich die

meisten und besten der in den letzten Jahren gefertigten Dampfmaschinen Kurbelzapfen, deren Abmessungen durchschnittlich dieser Formel entsprechen.

2. Die *Kurbelwelle* ist jedenfalls auf zusammengesetzte Festigkeit, Biegung und Verdrehung, zu berechnen. Das verdrehende Moment entsteht durch den Tangentialdruck T gegen den Kurbelzapfen, das biegende dadurch, dass die Richtung der am Kurbelzapfen angreifenden Schubkraft nicht durch die Unterstützung der Kurbel im Kurbelwellenlager geht.

Das mittlere drehende Moment für die Welle rechnet sich mit

$$M_d = 716 \cdot 200 \frac{N}{n} = T_m R,$$

wobei T_m bei Maschinen mit konstanter Schubkraft $= 0,64 P_1$, bei Expansionsmaschinen für $e = 0,2$ bis $1,0$ zu setzen ist $= 0,26 P_1$ bis $0,64 P_1$.

Der resultierende Maximalzapfendruck P_1 braucht bei der verdrehenden Inanspruchnahme der Kurbelwelle nicht berücksichtigt zu werden, da derselbe nur in den Totlagen oder in deren Nähe auftritt, und in diesen Stellungen seine tangential zum Kurbelkreise wirkende Komponente nur einen ganz kleinen Wert hat; beim biegenden Moment dagegen muss jener Maximaldruck berücksichtigt, und daher das biegende Moment gesetzt werden

$$M_b = P_1 a.$$

Hiebei ist a der Abstand des Kurbelzapfenmittels vom Wellenlagermittel, im Durchschnitt zu setzen

$$a = 0,8 R.$$

Mithin ergibt sich das biegende Moment

$$M_b = 0,8 P_1 R,$$

und das verdrehende

$$M_d = T_m R.$$

Um diese beiden Momente kombinieren zu können, setzt man $P_1 = 1,57 T_m$ (was für Volldruckmaschinen jedesmal genau

richtig ist, wenn der Einfluss der Massenbeschleunigung nicht beachtet wird), und erhält dann

$$M_c = M_b + \frac{1}{4} M_d = 0,8 \cdot 1,57 T_m R + \frac{1}{4} T_m R = 1,5 T_m R,$$

sowie hieraus den Wellendurchmesser

$$D = \sqrt[3]{\frac{\frac{M_c}{\pi}}{\frac{32}{32} k}} = \sqrt[3]{\frac{1,5 T_m R}{\frac{\pi}{32} \cdot 3,2}} = 1,7 \sqrt[3]{T_m R}, \dots . 391)$$

während nach Gleichung 390

$$d = 1,9 \sqrt{T_m}.$$

Aus der Kombination dieser beiden Gleichungen folgt

$$\frac{D}{d} = 1,1 \sqrt[3]{\frac{R}{d}} \dots 392)$$

Dieses Verhältnis findet sich nahezu konstant bei allen neueren Maschinen, wodurch die Annahmen betreffs M_b , M_d und P_1 nachträglich gerechtfertigt erscheinen.

Der sonach erhaltene Wellendurchmesser kann dann noch kontrolliert werden nach Massgabe der Regel, dass der Flächen- druck zwischen Wellenhals und Lager, gerechnet nach der Maximalschubkraft, nicht mehr als 0,10 kg/qmm oder 10 Atm. betragen soll. Unter Einrechnung der auf der Achse ruhenden Belastungen wird dieser Flächendruck ohnedies noch erheblich grösser, als sich aus der Maximalschubkraft allein ergeben würde.

3. Der *Kurbelarm* ist je nach seiner Stellung auf verschiedene Weise in Anspruch genommen. Ist er in den beiden Totlagen in einer Richtung mit der Triebstange, so ist seine Inanspruchnahme eine solche auf Biegung, wobei die Biegsaxe des Armquerschnittes in dessen normal zur Arm- mittellinie laufenden Schwerpunktsaxe liegt. Ihre Entfernung vom Zapfenmittelpunkt sei $= a$, dann ist zu setzen

$$P_1 a = \frac{1}{6} b^2 h k_1 = \frac{1}{6} b^3 \frac{h}{b} k_1.$$

Hierin bezeichnet h die Höhe des rechteckigen Armquerschnittes in der Richtung der Biegungsaxe, b dessen Dicke, normal zu h , mithin in der Richtung der Zapfenaxe, gemessen und folgt daher

$$b^3 = 6 \frac{b}{h} \frac{P_1 a}{k_1},$$

während früher für den Zapfen galt (Gleich. 387)

$$d^3 = \frac{16}{\pi} \frac{P_1}{k} l.$$

Aus der Kombination dieser beiden Gleichungen ergibt sich unter Voraussetzung gleicher Spannungsintensitäten $k = k_1$

$$\frac{b}{d} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16}} \sqrt[3]{\frac{b}{h} \cdot \frac{a}{l}},$$

und mit dem Durchschnittswerte $\frac{a}{l} = 1$,

$$\frac{b}{d} = 1,06 \sqrt[3]{\frac{b}{h}} \dots \dots \dots \quad 393)$$

Zusammengehörige Werte gibt nachstehende Tabelle:

$\frac{b}{h} = 0,20$	$\frac{b}{d} = 0,620$	$\frac{h}{d} = 3,10$	$\frac{b}{h} = 0,60$	$\frac{b}{d} = 0,894$	$\frac{h}{d} = 1,49$
„ = 0,25	„ = 0,668	„ = 2,67	„ = 0,65	„ = 0,912	„ = 1,41
„ = 0,30	„ = 0,707	„ = 2,36	„ = 0,70	„ = 0,941	„ = 1,34
„ = 0,35	„ = 0,747	„ = 2,13	„ = 0,75	„ = 0,964	„ = 1,28
„ = 0,40	„ = 0,781	„ = 1,95	„ = 0,80	„ = 0,984	„ = 1,23
„ = 0,45	„ = 0,812	„ = 1,80	„ = 0,85	„ = 1,003	„ = 1,18
„ = 0,50	„ = 0,842	„ = 1,68	„ = 0,90	„ = 1,023	„ = 1,14
„ = 0,55	„ = 0,868	„ = 1,53	„ = 0,95	„ = 1,042	„ = 1,10
			„ = 1,00	„ = 1,060	„ = 1,06

Für eine zweite Stellung, in welcher Kurbelarm und Triebstange normal zu einander stehen, ist die Anstrengung des Armes gleichzeitig eine solche auf Biegung und Verdrehung, und zwar ist

das biegende Moment

$$M_b = P_1 a_1 \quad (a_1 \text{ wechselt zwischen } 0 \text{ und } R),$$

und das verdrehende Moment

$$M_d = P a \quad (a \text{ hat die gleiche Bedeutung wie eben zuvor}).$$

Die sonach zu erhaltenden Kurbelarmdimensionen sind aber selten stärker, als diejenigen, welche man nach vorstehender Berechnung und Tabelle und nach den im folgenden Paragraphen gegebenen Konstruktionsregeln erhält.

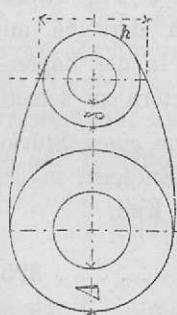
Um bei Lokomotivkurbeln mit Rücksicht auf den knapp bemessenen Raum eine möglichst geringe Maschinenbreite, also auch geringe Armdicke zu erhalten, findet man dort sehr grosse Armhöhen und bei eiförmigen oder ganz kreisrunden Kurbeln (Fig. 374) Werte von $h = 4 b$ und darüber.

Die geringste Armhöhe erhalten Kurbeln, bei welchen Arm und Zapfen aus *einem* Stück gebildet sind, jedoch mindestens $h = d + 2e$; wobei die Bundhöhe am Kurbelzapfen nach der Formel (§ 5 Gleich. 15)

$$e = 4 + 0,06 d$$

bemessen ist.

Fig. 374.

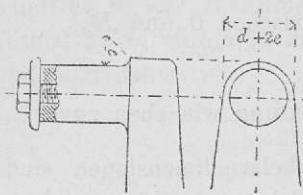


Bei *Gusseisenkurbeln* werden alle berechneten Abmessungen mit Rücksicht auf die gegen Schmiedeisen höchstens halb so grosse zulässige Anstrengung mindestens $1\frac{1}{4}$ mal so gross genommen als für Schmiedeisen. Auch findet sich bei guss- und schmiedeisernen Kurbeln mit Beibehaltung der normalen Stärken eine Verstärkung der Konstruktion durch schmiedeiserne warm aufgezogene Ringe. Die bei jenem Materiale oft angewendeten Kurbelscheiben können nicht wohl berechnet werden.

§ 68. Detailkonstruktion der Stirnkurbel.

- Der *Kurbelzapfen* ragt in seiner (§ 67) berechneten Stärke aus dem Kurbelarm frei hervor und ist mit demselben

Fig. 375 a

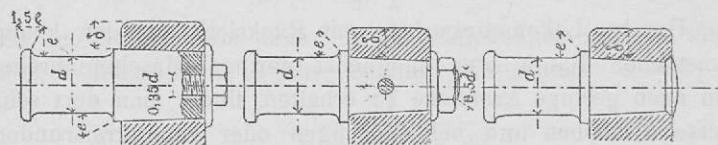


b

entweder ein Stück (Fig. 375 a) oder besonders daran befestigt. Im letzteren Falle wird er mit konischem Stiele in die Zapfenhülse eingelassen und in derselben durch eine Schraubenmutter oder Kopfschraube befestigt (Fig. 375 b und c). Bei der geringen Seiten-

c

d



neigung des eingelassenen Konus ($1:40$) ist eine besondere Sicherung gegen Drehung nicht unbedingt nötig, dieselbe kann aber dennoch durch einen Längs- oder Querkeil oder quer durchgesteckten Rundstift von einer Stärke $= 0,4 \delta_s = 0,20$ ($d + 10$ mm) bewirkt werden.

Die geringste Hülsenstärke beträgt an der Zapfenbefestigung

bei Schmiedeisen $\delta_s = 0,5$ ($d + 10$ mm) } 394)

bei Gusseisen $\delta_g = 0,6$ ($d + 10$ mm) } 394)

die Hülsenlänge bei beiden Materialien ungefähr $1\frac{1}{2} d$. Hierin ist für d der Zapfendurchmesser, oder wenn derselbe mit verstärktem konischen oder zylindrischen Teile in der Zapfenhülse steckt, der Bohrungsdurchmesser der letztern zu setzen.

2. Die Kurbelwelle wird, wenn sie nicht aus einem Stücke mit dem Arme gebildet ist, mit zylindrischer Endform in die Wellenhülse des Kurbelarmes eingepasst. Der Keil,

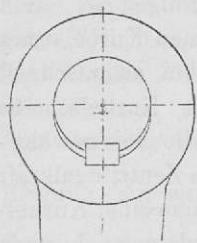
von einer Breite $k_1 = 0,28 (D + 10 \text{ mm})$ } 395)

von einer Dicke $k_2 = 0,16 (D + 10 \text{ mm})$ } 395)

welcher zwischen beide Teile eingeschlagen wird, soll nur als vorsorgliche Sicherung aufgefasst werden, und ist auch bei geeigneter guter Herstellung nahezu überflüssig. Es ist dies jederzeit zu erreichen, wenn die Kurbelhülse nach mässiger Erwärmung oder auch in kaltem Zustande mittelst einer

hydraulischen oder sonst kräftigen Presse auf die um ein

Fig. 376.



Minimum grösser als die Hülsenbohrung gedrehte Welle aufgepresst wird. Beim Einschlagen eines kräftigen Keiles von normalen Dimensionen kann sich leicht ein Ovalziehen der Wellenhülse ergeben, infolgedessen die nur an einem Punkte (dem Keil gegenüber) fest an der Welle anliegende Kurbelhülse leicht locker wird (Fig. 376).

Geringste Hülsenstärke an der Wellenbefestigung

$$\left. \begin{array}{l} \text{bei Schmiedeisen } \Delta_s = 0,4 (D + 10 \text{ mm}) \\ \text{bei Gusseisen } \Delta_g = 0,5 (D + 10 \text{ mm}) \end{array} \right\} \dots 396)$$

Hülsenlänge mindestens = D , oft bis $1\frac{1}{2} D$. Hier ist unter D entweder der Wellendurchmesser, oder wenn die Kurbel auf einem verstärkten Wellenkopf sitzt, dessen Durchmesser, mithin allgemein der Bohrungsdurchmesser der Kurbelnabe zu verstehen.

Um ein Ovalziehen der Kurbelhülse durch den Keil unmöglich zu machen, wird die Dicke des Keiles mitunter viel geringer genommen, als oben angegeben ($k_2 = 0,1 [D + 10 \text{ mm}]$), so dass sich derselbe bei gewaltsamem Eintreiben eher biegen als die Hülse oval ziehen würde.

3. Der *Kurbelarm* erhält die im vorigen Paragraphen durch Rechnung bestimmten Abmessungen zunächst am Zapfen; die weitere Begrenzung erfolgt gegen die Wellenhülse hin sich verstärkend, und zwar

in der Richtung von h

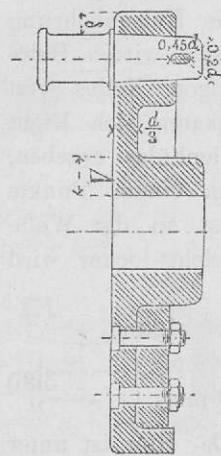
$$\left. \begin{array}{l} \text{um beiderseits } \frac{1}{15} R, \text{ mithin auf } H = h + \frac{2}{15} R, \\ \text{in der Richtung von } b \end{array} \right\} \dots 397)$$

in der Richtung von b

$$\left. \begin{array}{l} \text{um einerseits } \frac{1}{15} R, \text{ mithin auf } B = b + \frac{1}{15} R. \end{array} \right\}$$

Der gusseiserne Kurbelarm wird bei rechteckigem Querschnitt in allen Beziehungen um mindestens ein Viertel stärker

Fig. 377.



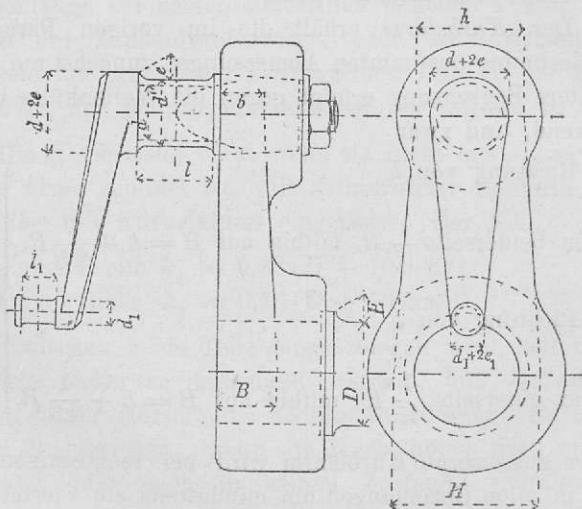
gemacht als derjenige von Schmiedeisen, erhält jedoch oft auch andere Querschnittsformen, wie T- oder U-förmige.

An Stelle des gusseisernen Kurbelarmes tritt auch, insbesondere bei sehr schnell laufenden Maschinen, die Kurbelscheibe (Fig. 377), durch welche die bei gewöhnlichen Kurbeln auftretende Zentrifugalkraft vermieden wird. Die Annahme einer Kurbelscheibe ermöglicht ausserdem auch noch die Anbringung eines Gegengewichtes, durch welches die nachteilige Einwirkung der hin- und hergehenden Triebmassen auf das Maschinenfundament beseitigt oder doch verringert werden kann.

Kurbelzapfen- und Wellen-Hülse erhalten bei der Kurbelscheibe dieselben Abmessungen wie beim gusseisernen Kurbelarm; die Scheibe selbst und die umlaufende Saumrippe erhält die Stärke

$$0,5 \delta_g = 0,3 (d + 10 \text{ mm}), \text{ rund } \frac{1}{3} d.$$

Ein besonderer Fall ist der in Figur 378 dargestellte
Fig. 378.



der Verbindung von 2 Kurbeln, einer Hauptkurbel, an deren Zapfen ein Druck P , und einer sogenannten Gegenkurbel, an deren Zapfen ein Druck P_1 wirke. Die letztere ist meistens ganz (d. h. Gegenzapfen d_1 , Gegenkurbelarm R_1 und Hauptkurbelzapfen d') aus einem Stücke gebildet. Die Stärke d' des letzteren muss mit Rücksicht darauf bestimmt werden, dass derselbe nicht nur durch den Hauptkurbeldruck T auf Biegung (mit einem biegenden Momenten $P \frac{l}{2}$) sondern auch auf Drehung durch den Gegenkurbeldruck (mit einem drehenden Momenten $P_1 R_1$) in Anspruch genommen ist. Als Grundlage für die Berechnung des biegenden Momentes $P \frac{l}{2}$ mag die vorhergehende Bestimmung des Hauptzapfens nach Massgabe des Hauptkurbeldruckes durch die gewöhnlichen Formeln (Gleichung 388) $d = 1,5 \sqrt{P}$ und $l = 1,4 d$ dienen.

§ 69. Hauptdimensionen einer nur auf Zug beanspruchten Verbindungsstange.

Die Verbindungs- oder Schubstange, auch Triebstange, ist bei einigen Kurbelgetrieben (den einfach-wirkenden) auf Zug, bei andern (doppelt-wirkenden) abwechselungsweise auf Zug und auf Druck in Anspruch genommen.

Die *gezogene Stange* berechnet sich nach der einfachen Gleichung

$$\frac{\Delta^2 \pi}{4} k = S,$$

wobei Δ der Durchmesser einer runden Stange,

k die zulässige Spannungsintensität,

S der in der Stange herrschende Zug ist.

Insbesondere kann für Schmiedeisen gesetzt werden $k = 3,2 \text{ kg/qmm}$; mit diesem Werte ergibt sich

$$\Delta = 0,63 \sqrt{S}, \dots \dots \dots \quad (398)$$

und erhält die Stange durch ihre ganze Länge die gleiche Stärke. Bezogen auf den Zapfen der zugehörigen Kurbel, für welchen erhalten war (Gleichung 388 § 67)

$$d = 1,5 \sqrt{P_1},$$

ergiebt sich, wenn $S = P_1$ gesetzt wird,

$$\frac{\Delta}{d} = \frac{0,63}{1,5} = 0,42 \dots \dots \dots \quad 399)$$

Für jede andere Querschnittsform muss die Grösse des Querschnittes derjenigen $\frac{\Delta^2 \pi}{4}$ der runden Stange gleichgesetzt werden, und wird dann insbesondere für eine vierkantige Stange

$$\frac{\Delta^2 \pi}{4} = b h = \frac{b}{h} h^2,$$

$$\frac{h}{\Delta} = \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot \frac{h}{b}}, \dots \dots \dots \quad 400)$$

also für

$\frac{h}{b} = 1,0$	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
$\frac{h}{\Delta} = 0,886$	1,085	1,253	1,401	1,535	1,658	1,772	1,878
$\frac{b}{\Delta} = 0,886$	0,725	0,626	0,560	0,512	0,474	0,443	0,417

Für eine Stange von hohler Form, mit einem äusseren Durchmesser Δ_a und einem inneren Durchmesser Δ_i des Kreisringquerschnittes ergiebt sich die Querschnittsverwandlung durch die Gleichung

$$\frac{\Delta^2 \pi}{4} = \frac{\pi}{4} \left(\Delta_a^2 - \Delta_i^2 \right) = \frac{\pi}{4} \Delta_a^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta_i}{\Delta_a} \right)^2 \right),$$

woraus

$$\frac{\Delta_a}{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{\Delta_i}{\Delta_a} \right)^2}} \dots \dots \dots \quad 401)$$

Hieraus entwickelt sich folgende Tabelle:

$\frac{\Delta_i}{\Delta_a} = 0,3$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\frac{\Delta_a}{\Delta} = 1,049$	1,091	1,155	1,250	1,400	1,667
$\frac{\Delta_i}{\Delta} = 0,315$	0,436	0,577	0,750	0,980	1,333
$\frac{\delta}{\Delta} = 0,367$	0,327	0,289	0,250	0,210	0,167

Erhalten dagegen Stangen bedeutende Längen, so kann die Belastung durch ihr Eigengewicht nicht mehr unberücksichtigt bleiben, indem hiendurch bei horizontalen Stangen eine Beanspruchung auf Biegung, bei vertikalen eine bedeutende Vergrösserung der Beanspruchung auf Zug entsteht. Insbesondere oft sind es die vertikalen Stangen (Gestänge) der Wasserhaltungsmaschinen, welche in Folge dieser Mehrbelastung nicht mehr mit konstantem Querschnitte ausgeführt werden können.

Ueberhaupt ergibt sich ein Grenzwert für die mögliche Länge L einer lediglich durch ihr Eigengewicht belasteten vertikalen Stange von konstantem Querschnitte durch die Bedingungsgleichung

$$Fk = P = FL\sigma,$$

worin σ das Volumengewicht bezeichnet. Hieraus folgt

$$L = \frac{k}{\sigma} \quad \dots \dots \dots \quad (402)$$

Setzt man hierin z. B. für Schmiedeisen

$$k = 4 \text{ kg/qmm},$$

so ergäbe sich

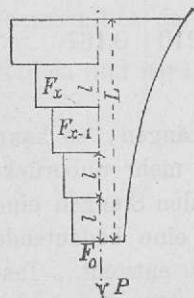
$$L = 500 \text{ m}$$

Führt man anstatt der zulässigen Inanspruchnahme k den Wert K des Bruchkoeffizienten ein, so erhält man durch dieselbe Gleichung 402 die sogenannte *Reisslänge*, d. h. die Länge

eines Stabes, der durch sein Eigengewicht zum Bruch kommt, und der somit auch durch keinerlei Querschnittsvergrößerung fester gemacht werden kann.

Für die Berechnung einer sehr langen auf Zug in Anspruch genommenen Stange von veränderlichem Querschnitte, muss dieselbe Berechnungsweise eintreten, wie für die Berechnung eines hängenden Seiles, bei welchem dessen grosse Länge durch Annahme eines veränderlichen Querschnittes berücksichtigt werden kann.

Fig. 379.



Setzt man in der hiefür erhaltenen Schlussgleichung 317 für den vorliegenden Fall die äussere Belastung $= P$, die Anzahl der Querschnittsstufen von unten bis zu einer bestimmten Querschnittsstufe F_x sei $= x$, so wird zu setzen sein (Fig. 379)

$$F_x = \frac{P}{k} \left(\frac{k}{k - l\sigma} \right)^x. \quad \dots \quad 403)$$

$$\text{Entwickelt man den Quotienten } \left(\frac{k}{k - l\sigma} \right)^x = \left(1 - \frac{l\sigma}{k} \right)^{-x}$$

in eine Reihe, so ergiebt sich

$$F_x = \frac{P}{k} \left\{ 1 + x \frac{l\sigma}{k} + \frac{x(x+1)}{1 \cdot 2} \left(\frac{l\sigma}{k} \right)^2 + \dots \right\}.$$

Setzt man hierin nun $l = \frac{L}{x}$, und nimmt die Anzahl der

Stufen $x = \infty$ an, so dass die Querschnitte allmählich in einander übergehen, so wird für den oberen Endquerschnitt

$$F_x = \frac{P}{k} \left\{ 1 + L \frac{\sigma}{k} + \frac{1}{2} \left(L \frac{\sigma}{k} \right)^2 + \dots \right\},$$

oder

$$F_x = \frac{P}{k} e^{L \frac{\sigma}{k}}. \quad \dots \quad 404)$$

Selbstverständlich müssen alle vorkommenden Größen F_x , k , L und σ auf die gleiche Masseinheit bezogen sein.

Als Material für solche längere Gestänge findet sich zumeist Holz und Schmiedeisen, ersteres mit rechteckiger, letzteres mit rechteckiger, Kreuz-, Doppelt-T-, Kasten- und Röhrenform.

§ 70. Hauptdimensionen einer wechselweise auf Zug und Druck in Anspruch genommenen Stange.

Ist die Stange verhältnismässig kurz, so genügt für deren Berechnung die Gleichung 398 (§ 69)

$$\frac{\Delta^2 \pi}{4} h = S,$$

und erhält die Stange durch ihre ganze Länge konstante Stärke. Auch gilt hier für die Verwandlung eines runden in einen gleichwertigen rechteckigen Querschnitt Gleichung 400 (§ 69)

$$\frac{h}{\Delta} = \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot \frac{h}{b}}$$

und die demnach entwickelte Tabelle.

Ist aber die auf Zug und Druck abwechselungsweise in Anspruch genommene Stange sehr lang, so muss bei der Berechnung auf die infolge der grossen Länge der Stange ein-tretende Tendenz der Ausbiegung (Knickung) und ausserdem bei horizontal laufenden Stangen, sowie auch bei schnelllaufenden vertikalen Stangen auf eine eigentümliche Biegungsinanspruchnahme Rücksicht genommen werden.

Die auf Knickung beanspruchte Stange betrachtet man als an ihren beiden Enden frei beweglich unterstützt, und benützt unter vorläufiger Vernachlässigung der Wirkung des Stangen-gewichtes und der Stangenmasse einfach die Gleichung

$$s \cdot P = \frac{\pi^2 E J}{L^2}, \dots \dots \dots \quad 405)$$

wobei P den in der Stange der Länge nach wirkenden Druck (bei variablem Drucke dessen Maximalwert P_1 [§ 65] zu setzen),

s den Sicherheitsgrad,

E den Elastizitätsmodul,

J das Trägheitsmoment der Querschnittsform,

L die Länge der Stange bezeichnet,

während für eine lediglich auf Zerdrücken in Anspruch genommene Stange der nötige Querschnitt F_0 zu bestimmen wäre durch

$$s_0 P = F_0 K, \dots \dots \dots \quad 406)$$

unter K den Bruchkoeffizienten und unter

s_0 einen Sicherheitsgrad verstanden.

Jedenfalls kann für irgend eine Querschnittsform gesetzt werden

$$J = \frac{F a^2}{\varphi}$$

(a äussere Weite des Querschnitts in der Ausknickungsrichtung), mithin

$$s P = \frac{\pi^2 E F a^2}{\varphi L^2}$$

und folgt nun für das Verhältnis der Querschnitte einer auf Zerknickung und einer auf Zerdrücken in Anspruch genommenen Stange die Gleichung

$$m = \frac{F}{F_0} = \frac{s}{s_0} \cdot \frac{K}{E} \left(\frac{L}{a \pi} \right)^2 \varphi.$$

Für gleiche Sicherheitsgrade $s = s_0$ ergäbe sich mit den für Schmiedeisen gültigen mittleren Werten $K = 35$ und $E = 20\,000$

$$m = 0,000175 \varphi \left(\frac{L}{a} \right)^2 \dots \dots \dots \quad 407)$$

m ist mithin ein Koeffizient, welcher von dem Verhältnis der Länge L zur kleinsten Querschnittsweite a der Stange abhängig ist, aber in denjenigen Grenzen, innerhalb welcher Schubstangen auszuführen sind, nicht grösser als 1,8 wird.

Bei rasch laufenden Stangen tritt aber hiezu noch diejenige Biegungsanstrengung, welche durch die Trägheit der in Bewegung befindlichen Stange veranlasst ist. Denkt man sich das eine Ende der Stange mit dem Kurbelzapfen rotierend, das andere Ende ruhend, so wird die durch die Trägheit entstehende Transversalbelastung den grössten Wert am Kurbelende erhalten und = 0 sein am geradlinig geführten (in dieser Hinsicht ruhenden) Ende. Hierdurch ergibt sich ein in der Ebene

der Schwingung herrschendes biegendes Moment, dessen Maximalwert in einer Entfernung $= \frac{1}{3} L$ bis $0,4 L$ vom rotierenden Ende durchschnittlich zu setzen ist $M_b = \frac{1}{8} Q L^*$), wobei Q die gesamte Transversalbelastung der Stange ist, und zwar

$$Q = \frac{1}{2} \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{G R n^2}{g \cdot 180}.$$

Für Stangen zur Verbindung zweier gleich langer Kurbeln (Kuppelstangen) ist der Maximalwert des biegenden Momentes ebenfalls nach der Formel zu bestimmen

$$M_b = \frac{1}{8} Q' L,$$

die Stelle der grössten Anstrengung aber befindet sich in der Mitte der Länge und für Q' ist zu setzen

$$Q' = \frac{G}{g} \frac{v^2}{R} = \frac{G}{g} \cdot \frac{R n^2}{90}.$$

Bei Stangen, welche im wesentlichen horizontal laufen, ist die Transversalbelastung in vertikalem Sinne wirkend, und ist dann zu dem Werte derselben $= Q = \frac{G}{g} \frac{R n^2}{180}$ bzw. $Q' = \frac{G}{g} \frac{R n^2}{90}$ noch der Einfluss des Eigengewichtes G hinzuzufügen.

Eine derartige Stange von einem Querschnitte F_1 erleidet somit eine Partialanstrengung durch den der Länge nach wirkenden Druck mit $k_1 = \frac{P}{F_1}$ und eine Partialanstrengung durch Biegung mit $k_2 = \frac{M_b}{W}$, und mithin bei einer Sicherheit s_1 eine Totalanstrengung

$$k = k_1 + k_2 = \frac{K}{s_1} = \frac{P}{F_1} + \frac{M_b}{W} = \frac{P}{F_1} \left(1 + \frac{M_b}{P \cdot \beta} \right),$$

*) Über genauere Bestimmung dieser Werte siehe meinen Aufsatz: Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure Band XXI.

wobei $W = F_1 \beta$ gesetzt wurde. Es zeigt sich mithin, dass der Querschnitt, welcher für die Stange unter dieser Bedingung resultiert, nämlich

$$F_1 = \frac{s_1 P}{K} \left(1 + \frac{M_b}{P \cdot \beta}\right),$$

in Vergleich gesetzt werden kann zu dem einfach auf Druck berechneten F_0 (Gleichung 406) oder dem auf Zerknickung (Gleichung 407) gerechneten F , indem man setzt

$$F_1 = n F_0 = \frac{n}{m} F \quad \dots \quad 408)$$

wobei der Koeffizient $\frac{n}{m}$ erfahrungsgemäss nie grösser als 1

wird, wenn für alle drei Arten der Berechnung der gleiche Sicherheitskoeffizient genommen wird.

Man darf wohl hieraus schliessen, dass es genügen möge, die Querschnitte verhältnismässig langer Stangen mit Hilfe der Formel für Knickfestigkeit (Gleichung 405) zu berechnen, wenn man hiebei den Sicherheitsgrad so bestimmt, dass derselbe für grosse Geschwindigkeiten behufs Reduktion des Stangengewichtes und somit der biegenden Inanspruchnahme geringer angenommen wird, als für langsam laufende Maschinen. Eine ganz passende Beziehung giebt die Gleichung

$$s = \frac{40}{V},$$

wobei V in Metern der mittlere Wert der Geschwindigkeit des geradlinig geführten Stangenendes (bei Dampfmaschinen die mittlere Kolbengeschwindigkeit) ist. Es wird somit für

$$\begin{array}{cccccccccc} V & = & 0,5 & 1,0 & 1,5 & 2,0 & 2,5 & 3,0 & 3,5 & 4,0 & 4,5 & 5, \\ s & = & 80 & 40 & 27 & 20 & 16 & 13 & 11 & 10 & 9 & 8, \end{array}$$

und rechnet sich nun die Stange auf folgende Weise für runden Querschnitt:

$$\begin{aligned} s P &= \frac{\pi^2 E J}{L^2} = \frac{\pi^2 E}{L^2} \frac{\pi}{64} \Delta^4, \\ \Delta &= 0,1009 \sqrt[4]{s P L^2} \quad \dots \quad 409) \end{aligned}$$

Vergleicht man diese Stärke mit derjenigen eines für den gleichen Druck P berechneten Kurbelzapfens, wofür die Formel aufgestellt war

$$d^2 = \frac{16}{\pi k} \cdot \frac{l}{d} P,$$

oder

$$d^4 = \frac{16}{\pi k} \cdot \frac{l}{d} P d^2,$$

so wird mit $k = 3,2$ und $E = 20000$

$$\left(\frac{\Delta}{d}\right)^4 = \frac{64}{16} \cdot \frac{\pi}{\pi^3} \cdot \frac{3,2}{20000} s \frac{d}{l} \left(\frac{L}{d}\right)^2,$$

und hieraus

$$\frac{\Delta}{d} = 0,09 \sqrt[4]{s \frac{d}{l}} \sqrt{\frac{L}{d}} \quad \dots \dots \dots 410)$$

Aus Gleichungen 9. und 10. entwickeln sich für verschiedene Sicherheitsgrade folgende zusammengehörige Werte

$s = 5$	10	15	20	30	40	50	60	
$\Delta = 0,150$	0,178	0,199	0,213	0,236	0,253	0,269	0,281	$\sqrt[4]{P L^2}$
$\frac{l}{d} = 1;$	$\frac{\Delta}{d} = 0,135$	0,160	0,177	0,190	0,210	0,226	0,239	$\sqrt{\frac{L}{d}}$
$\frac{l}{d} = 1,4;$	$\frac{\Delta}{d} = 0,121$	0,144	0,159	0,175	0,190	0,203	0,215	$\sqrt{\frac{L}{d}}$

Für mittlere Verhältnisse bei $\frac{L}{d} = 20$

$$\text{wird mit } \frac{l}{d} = 1,4 \quad \frac{\Delta}{d} = 0,782,$$

$$\text{und mit } \frac{l}{d} = 1 \quad " = 0,85,$$

$$\text{im Mittel etwa} \quad " = 0,82,$$

und kann hieraus gefolgert werden, dass der Durchmesser der auf Zerknickung beanspruchten Stange circa 2 mal so stark als derjenige der gezogenen Stange (Gleichung 399) gemacht werden muss.

Diese Stärke Δ gilt freilich nur für die Mitte bzw. die Stelle der stärksten Inanspruchnahme. Gegen die Enden hin

nimmt die Inanspruchnahme auf Zerknickung ab, und wird an den Enden selbst = 0. Dagegen sind die Enden auf einfach rückwirkende Festigkeit beansprucht, und demnach ihre Stärke nach Gleichung 398 zu berechnen. Die so erhaltenen Abmessungen werden aber meistens für eine gute konstruktive Durchführung der Stangen nicht wohl passend, da in dieser Beziehung zumeist massgebend sein soll, dass die Stangen sich den an ihren Enden angebrachten Lagerköpfen gut anschmiegen. Passende Formen erhält man, wenn man die Enddurchmesser Δ_1 bestimmt nach der Formel

$$\frac{\Delta_1}{\Delta} = 0,4 + 7,5 \frac{\Delta}{L}, \dots \quad \quad 411)$$

mithin für

$$\frac{L}{\Delta} = 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22 \quad 24 \quad 26$$

$$\frac{\Delta_1}{\Delta} = 0,93 \quad 0,87 \quad 0,82 \quad 0,77 \quad 0,74 \quad 0,71 \quad 0,69.$$

Die Verbindung der Endstärken mit der mittleren Stärke kann nach einer geraden oder schwach gekrümmten Linie geschehen.

Bei Kurbelgetrieben von rasch laufenden Maschinen wendet man, um der Durchbiegung durch die Massenträgheit besser entgegenzuwirken, rechteckige oder doppelt-T-förmige Querschnitte der Stangen an, deren grössere (Höhen-) Dimensionen man in die Richtung dieser Biegungstendenz legt, nimmt aber bei der Berechnung auf die Durchbiegungstendenz keine Rücksicht, sondern lediglich auf die Inanspruchnahme auf Zerknickung. Aus der Gleichung

$$s P = \frac{\pi^2 E J}{L^2}$$

folgt, dass, wenn Stangen gleiche Sicherheit bieten sollen gegen Zerknicken, die Trägheitsmomente J gleich gross zu setzen sind für ihre Querschnitte an der Stelle ihrer Maximalanstrengung. Mithin ist zu setzen für rechteckigen und runden Querschnitt

$$J_{\square} = J_{\circ},$$

oder

$$\frac{1}{12} h b^3 = \frac{\pi}{64} \Delta^4,$$

wobei b die in der Richtung der Ausknickung liegende kleinere Dimension des Rechteck-Querschnittes ist; hiermit ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \frac{b}{\Delta} &= \sqrt[4]{\frac{3\pi}{16}} \sqrt[4]{\frac{b}{h}}, \text{ wenn } \frac{b}{h} \text{ angenommen ist,} \\ \frac{b}{\Delta} &= \sqrt[3]{\frac{3\pi}{16}} \sqrt[3]{\frac{\Delta}{h}}, \quad " \quad h \quad " \quad " \quad " \\ \frac{h}{\Delta} &= \frac{3\pi}{16} \cdot \left(\frac{\Delta}{b}\right)^3, \quad " \quad b \quad " \quad " \quad " \end{aligned} \right\} . 412)$$

Es entwickeln sich daraus folgende zusammengehörige Werte:

$$\frac{b}{h} = 0,35 \quad 0,40 \quad 0,45 \quad 0,50 \quad 0,55 \quad 0,60 \quad 0,65 \quad 0,70 \quad 0,75$$

$$\frac{h}{\Delta} = 1,93 \quad 1,75 \quad 1,60 \quad 1,48 \quad 1,38 \quad 1,29 \quad 1,21 \quad 1,15 \quad 1,09$$

$$\frac{b}{\Delta} = 0,67 \quad 0,70 \quad 0,72 \quad 0,74 \quad 0,76 \quad 0,77 \quad 0,79 \quad 0,80 \quad 0,82$$

Auch hier sind die berechneten Abmessungen diejenigen der Mitte bei Kuppelstangen oder der um $\frac{1}{3} L$ bis $0,4 L$ vom Kurbelzapfen abliegenden Stelle der stärksten Inanspruchnahme bei Triebstangen. Gegen die Enden erfolgt auch bei der rechteckigen Stange eine Verjüngung, und zwar meistens nur der Höhe, wenn die Breite mit Rücksicht auf leichtere Herstellung und Bearbeitung konstant durchgeführt wird.

Für die Begrenzung des Höhenprofiles, d. h. zunächst für Bestimmung der Endhöhen h_1 , kann man die Gleichung benützen

$$\frac{h_1}{h} = 0,7 + 2 \frac{h}{L}, \quad \quad 413)$$

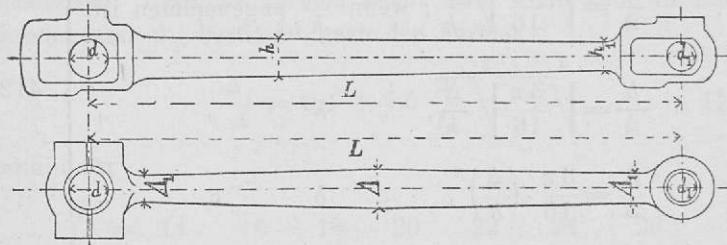
oder die Tabelle

$$\frac{L}{h} = 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22 \quad 26 \quad 28 \quad 32,$$

$$\frac{h_1}{h} = 0,82 \quad 0,81 \quad 0,80 \quad 0,79 \quad 0,78 \quad 0,77 \quad 0,76.$$

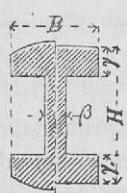
Wird bei Schubstangen das Kreuzkopfende mit der Höhe h_1 , die übrige Begrenzung geradlinig durchgeführt, so ergibt sich am Kurbelzapfenende eine Höhe $> h$ (Fig. 380 oben).

Fig. 380.



Kuppelstangen erhalten die Verjüngung auf h_1 beiderseits. Diese Stangen gewähren wegen des zweimal so grossen Wertes des biegenden Momentes geringere Sicherheit als Schubstangen. Doch ist gerade betreffs jener möglichste Reduktion des Gewichtes geboten.

Fig. 381.



Für Stangen von doppelt-T-förmigem Querschnitte (Fig. 381) folgt die Bedingung für gleiche Zerknickfestigkeit eines solchen und eines rechteckigen Querschnittes aus der Gleichung

$$J_I = J_{\square},$$

oder

$$\frac{1}{12} \left\{ \beta^3 (H - 2\gamma) + 2\gamma B^3 \right\} = \frac{1}{12} h b^3.$$

Vorausgesetzt ist dabei, dass die Ausknickung in der Richtung von B oder b erfolge. Nimmt man die Höhe h des vorher berechneten rechteckigen und diejenige H des nun zu bestimmenden doppelt-T-förmigen Querschnittes gleich an, so folgt

$$\frac{B}{b} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\beta}{B} \left(1 - \frac{2\gamma}{H}\right) + \frac{2\gamma}{H}}} \quad \quad (414)$$

Der erste Summand im Nenner hat nur geringen Einfluss auf das Resultat der Gleichung, daher man einfach setzen kann

$$\frac{B}{b} = \sqrt[3]{\frac{H}{2\gamma}} \dots \dots \dots \quad 415)$$

Es entwickelt sich daraus folgende Tabelle:

$$\frac{\gamma}{H} = 0,12 \quad 0,14 \quad 0,16 \quad 0,18 \quad 0,20 \quad 0,22 \quad 0,24,$$

$$\frac{B}{b} = 1,61 \quad 1,53 \quad 1,46 \quad 1,40 \quad 1,36 \quad 1,32 \quad 1,28.$$

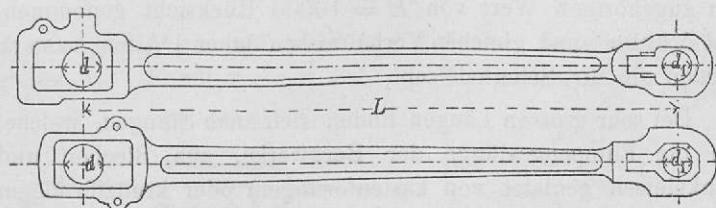
Der Steg (β), welcher in bezug auf seitliche Ausknickung nur ganz geringen Wert hat, jedoch in bezug auf die Durchbiegung durch Einwirkung der bewegten Massen grösseren Widerstand bietet, kann bestimmt werden durch

$$\frac{\beta}{B} = 0,2 \text{ bis } 0,25.$$

Gegen die Enden hin, wo die Inanspruchnahme auf Zerknickung verschwindet, dagegen eine solche auf einfachen Druck auftritt, kann die Abnahme der Höhe gerade so erfolgen, wie bei der rechteckigen Stange, so dass also das ganze Höhenprofil der letzteren auch für die Stange von Doppelt-T-Querschnitt beibehalten werden kann; aber jedenfalls muss Sorge getroffen werden, dass die Dicke γ der Flansche bei gerader Begrenzung des Querschnittes (Fig. 381 rechts) nicht kleiner als 10 mm, bei krummliniger Begrenzung (Fig. 381 links) aussen nicht kleiner als 8 mm werde.

Wird die innere Höhlung durch parallele Flächen begrenzt (Fig. 382 unten), so kann die Dicke γ an einer Stelle oft zu

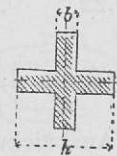
Fig. 382.



bedeutend und an einer andern zu gering werden, daher man zweckmässiger auch die innere Höhlung mit variabler Höhe bildet (Fig. 382 oben).

Die Breite B muss gegen die Enden hin so viel abnehmen, dass die Stange sich dem Lagerkopf, dessen Breite meistens gegeben ist, gut anschliesst. Der Steg aber behält stets gleiche Stärke β .

Fig. 383.



Stangen von kreuzförmigem Querschnitte (Fig. 383) kommen zumeist nur bei Gusseisen vor und zwar, wenn dieselben vertikal und mit geringer Tourenzahl laufen, (ausnahmsweise findet man solche auch bei Schmiedeisen). Hier ist zu setzen

$$J_+ = J_O,$$

oder

$$\frac{1}{12} \left\{ b_1 h_1^3 + h_1 b_1^3 - b_1^4 \right\} = \frac{\pi}{64} \Delta^4,$$

woraus

$$\frac{h_1}{\Delta} = \sqrt[4]{\frac{12 \pi}{64} \frac{1}{\frac{b_1}{h_1} + \left(\frac{b_1}{h_1}\right)^3 - \left(\frac{b_1}{h_1}\right)^4}} \quad \dots \quad 416)$$

Nahezu konstant sich findende Mittelwerte für gusseiserne kreuzförmige Stangen sind:

$$\frac{b_1}{h_1} = \frac{1}{7}, \quad \frac{h_1}{\Delta} = \frac{10}{7}, \quad \frac{b_1}{\Delta} = \frac{1}{5}.$$

Da hierin aber Δ für Gusseisen zu berechnen ist, so muss auf den zugehörigen Wert von $E = 10000$ Rücksicht genommen, und Δ unter sonst gleichen Verhältnissen daher $1^{1/5}$ mal so stark werden als für Schmiedeisen.

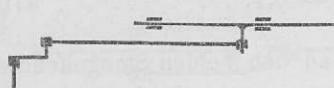
Bei sehr grossen Längen finden sich auch Stangen, welche, wie die Pumpengestänge der Bergwerke, aus Blechen und Winkeleisen genietet von kastenförmigem oder kreuzförmigem Querschnitte hergestellt sind.

§ 71. Detailkonstruktion der Triebstangenköpfe.

Die Triebstange erhält an ihren beiden Enden lagerartige Köpfe zur Aufnahme des Kurbelzapfens auf der einen und des Kreuzkopfzapfens auf der andern Seite. Diese beiden Zapfen haben allgemein nicht die gleiche Stärke, sondern sind in bezug auf die Inanspruchnahme und die demgemäss nötige Stärke derselben nachstehende Fälle zu unterscheiden:

1. Das eine Triebstangenende ist mit einem als *Stirnzapfen* gebildeten Kurbelzapfen verbunden; das andere

Fig. 384.



Triebstangenende steckt auf dem ebenfalls als *Stirnzapfen* konstruierten Kreuzkopfzapfen (Fig. 384). Die Anstrengung beider Stirnzapfen ist gleich gross, und mithin auch deren gemeinsame Stärke zu bestimmen nach der für Kurbelzapfen aufgestellten Formel

$$d = 1,5 \sqrt{P_1} \quad \dots \quad (418)$$

in bezug auf den grössten Wert der Schubkraft P_1 .

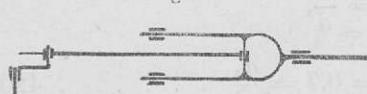
Auch die Abmessungen der beiderseitigen Lagergehäuse sind auf diesen Durchmesser d des Kurbelstirnzapfen zu beziehen.

2. Fig. 385. Das eine Triebstangenende gehört zu dem als Stirnzapfen konstruierten Kurbelzapfen, das andere ebenfalls einfache Ende umfasst einen zu beiden Seiten unterstützten Zapfen, dessen Anstrengung auf Biegung unter Voraussetzung beiderseits freier Auflage sich bestimmt durch

$$M_b = \frac{1}{4} P_1 l_1,$$

worin l_1 die ganze Zapfenlänge zwischen den Befestigungsstellen ist. Somit rechnet sich der Zapfen aus durch

Fig. 385.



$$\frac{1}{4} P_1 l_1 = \frac{\pi}{32} d_1^3 k,$$

woraus

$$d_1^2 = \frac{8}{\pi k} \frac{l_1}{d_1} P_1,$$

während für den gleichbelasteten Kurbelzapfen gilt

$$d = \frac{16}{\pi k} \cdot \frac{l}{d} P_1.$$

Setzt man die beiden Werte der Längenverhältnisse gleich, d. h.

$$\frac{l_1}{d_1} = \frac{l}{d},$$

so wird

$$\frac{d_1}{d} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,7, \dots \dots \dots 419)$$

d. h. die Durchmesser der Zapfen an den beiden Stangenenden sind nicht einander gleich, die Abmessungen der Lagergehäuse aber, weil beide den gleichen Kräften zu entsprechen haben, gleich stark zu machen und zwar auf den Durchmesser des (stärkeren) Kurbelstirnzapfen zu beziehen.

Fig. 386.

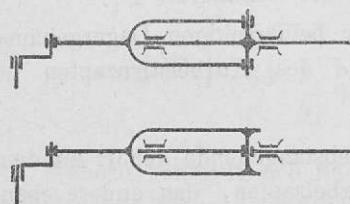


Fig. 386). Jeder dieser beiden Stirnzapfen hat den Zug oder Druck $\frac{1}{2} P$ auszuhalten,

und folgt deren Durchmesser mit

$$d_2 = \sqrt{\frac{16}{\pi k} \cdot \frac{l_2}{d_2} P_1},$$

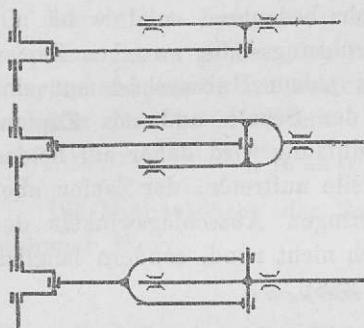
oder im Vergleich mit dem gleichbelasteten Kurbelzapfen bei gleichem Längenverhältnis $\frac{l_2}{d_2} = \frac{l}{d}$,

$$\frac{d_2}{d} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,7 = \frac{d_1}{d} \dots \dots \dots 420)$$

3. Das eine Triebstangenende gehört zu dem als *Stirnzapfen* gebauten Kurbelzapfen, während das andere *gabelförmig gespaltene* Triebstangenende gelenkig *zwei* am Kreuzkopf befestigte *Stirnzapfen* fasst (obere

d. h. die Durchmesser der Zapfen an beiden Stangenenden sind nicht einander gleich; die Abmessungen der Lagergehäuse, weil diejenigen am gegabelten Triebstangenende nur der halben Krafteinwirkung zu entsprechen haben, ebenfalls von verschiedener Stärke, und zwar diejenigen am Kurbelende der Triebstange auf den Kurbelzapfen, diejenigen am Kreuzkopfende der Triebstange auf den Kreuzkopfzapfen zu beziehen.

Fig. 387.



4. Das eine Triebstangenende greift an dem verstärkten Zapfen einer *Kurbelkröpfung* an, das Kreuzkopfende der Triebstange kann in der Weise von Nr. 1, 2 oder 3 konstruiert sein. In diesem Falle bestimmt sich der Durchmesser des Kurbelzapfens nach den für Kurbelkröpfungen gegebenen Regeln, und ist dessen Stärke jeder-

zeit grösser als diejenige des gleichwertigen Kurbelstirnzapfens. Der Durchmesser des Triebstangenlagers am Kreuzkopfende ist zu bestimmen nach den unter 1, 2 und 3 gegebenen Regeln. Die Gehäusestärken am Kurbelende der Triebstange sind dem gleichwertigen Kurbelstirnzapfen entsprechend zu nehmen, diejenigen am Kreuzkopfende je nach der Anordnung ebenfalls auf den Kurbelstirnzapfen oder auf den Kreuzkopfzapfen zu beziehen.

Der Flächendruck kann wieder in diesen Fällen bestimmt werden durch

$$p_1 = \frac{P_1}{l_1 d_1}, \text{ bzw. } = \frac{P_1}{l_2 d_2},$$

und wird, verglichen mit dem beim Kurbelzapfen treffenden Flächendruck

$$p = \frac{P_1}{l d},$$

hier doppelt so gross als bei letzterem, weil die Auflagefläche

$$l_1 d_1 = l_2 d_2 = 0,7 l \cdot 0,7 d = 0,5 l d,$$

d. h. beim Kreuzkopfzapfen nur halb so gross ist als beim Kurbelzapfen. Er wird mithin hier für

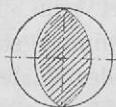
$$l_2 = 1,4 d_2 \text{ oder } l_1 = 1,4 d_1$$

den Wert annehmen

$$p_1 = 0,62 \text{ kg/qmm (62 kg/qcm)} \dots \dots \dots \dots \quad 421)$$

Dieser Druck ist schon ziemlich bedeutend und wohl nur deshalb gestattet, weil die Berührungsstelle zwischen Zapfen

Fig. 388.



und Schale bei jedem Hubwechsel auf eine andere Seite der Schale und des Zapfens tritt. Eine Abnutzung wird daher auf beiden Seiten dieser Teile auftreten, der Zapfen aber wegen des geringen Ausschlagswinkels der Triebstange sich nicht rund, sondern länglich abnutzen (Fig. 388).

Die Art der konstruktiven Ausführung der Triebstangenlagerköpfe ist wesentlich bedingt durch die Rücksicht auf möglichste Vermeidung der Abnutzung, auf Reparaturfähigkeit, sowie auf rasche Bedienung und Nachhilfe. Für die Abmessungen der hauptsächlichsten Teile der Lagerköpfe sind vor allem Festigkeitsverhältnisse massgebend, doch sind sie, wie sie sich in Ausführungen vorfinden, zumeist stärker, als sie mit Rücksicht auf die einwirkenden Belastungen bei Anrechnung üblicher Festigkeitskoeffizienten resultieren würden.

Als Hauptgrundsatz ist festzuhalten, dass rasche Querschnitts- und Formenänderungen möglichst zu vermeiden sind, und dass, wo dies nicht völlig möglich ist, die Übergänge unter Vermeidung aller scharfeinspringenden Winkel und mit Anwendung möglichst gestreckter Abrundungen durchgeführt werden sollen. Jede rasche Querschnitts- und Formänderung bezeichnet eine bei plötzlichen Stößen und Erschütterungen besonders gefährdete Stelle.

Erfahrungsgemäss genügt eine Minimaldicke für das Gehäuse (Rahmen) schmiedeiserner Lagerköpfe

$$\left. \begin{array}{l} a = 0,22(d + 10 \text{ mm}), \\ \text{bei einer Breite von} \\ b = 0,7 \text{ bis } 0,75(d + 10), \end{array} \right\} \dots \dots \dots 422)$$

bezogen auf die Stärke d des Kurbelstirnzapfens. Dieses Mass wird an denjenigen Stellen, an welchen Querschnittsver schwächungen durch Keil- oder Schraubenlöcher vorkommen, sowie in den Richtungen, nach welchen hauptsächlich der Stangendruck wirkt, auf $1\frac{1}{2}a = 0,33(d + 10 \text{ mm})$ verstärkt.

Ist infolge anderer konstruktiver Bedingungen eine geringere Breite geboten, so ist die Dicke des Lagergehäuses entsprechend stärker zu nehmen, so dass dessen Querschnitt ungefähr derselbe bleibt mit

$$a \cdot b = 0,16(d + 10)^2. \dots \dots \dots 423)$$

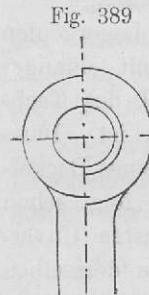
Die Minimalstärke der Schale wird (wie für Stehlager) bestimmt durch

$$e = 4 \text{ mm} + 0,06d,$$

aber ebenfalls nach den Richtungen des Stangendruckes auf mindestens $1\frac{1}{2}e$, oft sogar aus konstruktiven Rücksichten auf $2e$ bis $3e$ verstärkt.

Die einfachsten Formen von Triebstangenköpfen sind diejenigen von Fig. 389; dieselben entsprechen den einfachsten Formen von Stehlagern, bei welchen weder durch Zweiteiligkeit, noch überhaupt durch ein Lagerfutter einer etwa entstehenden Abnutzung Rechnung getragen wird. Durch Anbringung einer Büchse von gehärtetem Stahl wird diese einfachste Form derart verbessert, dass sie sogar bei Lokomotiv-Triebstangen mit Vorteil benutzt wird.

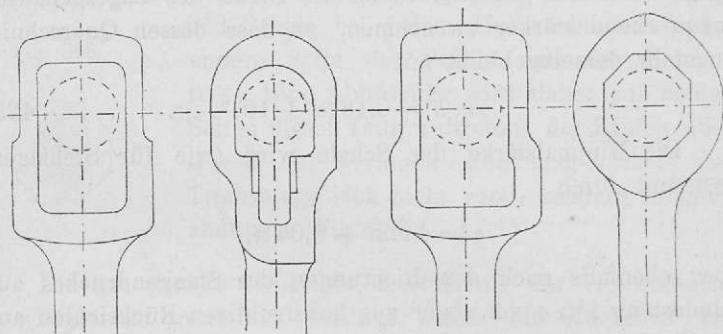
Sollen aber mit Rücksicht auf Nachhilfe die Schalen zweiteilig gemacht und dieselben demnach mit Keil- oder Schraubenstellung versehen werden, so erhalten die Lagerköpfe andere Formen, und finden sich hiebei drei besondere Arten von Lagergehäusen:



1. geschlossene einteilige,
2. geschlossene mehrteilige,
3. offene Lagergehäuse.

Ad 1. Die *geschlossenen*, vollkommen aus *einem* Stück hergestellten Lagerköpfen sind leicht in den einfachsten Formen zu bilden und insbesondere können dieselben dem oben ausgesprochenen Grundsätze am vollkommensten genügen, wonach alle raschen Querschnitts- und Formänderungen vermieden werden sollen. Unter diesen Konstruktionen steht oben an die in Fig. 389 gezeichnete, andere Beispiele zeigen die Fig. 390.

Fig. 390.



Zum Nachstellen der (in diesen Figuren nicht mit eingeziehenen) Schalen werden in der Regel Stellkeile benutzt.

Ad 2. Bei den *geschlossenen mehrteiligen* Lagerköpfen sind die einzelnen Teile derselben derart fest mit einander verbunden, dass die Verbindung nicht zum Zweck des Nachstellens der Schalen zu lösen oder zu verstellen ist. Diese Lagergehäuse bestehen in der festen Verbindung eines Deckel- oder Schlusstückes mit dem Gehäuserahmen, und folgt schon daraus, dass dieselben der Bedingung der möglichsten Unveränderlichkeit der Querschnitte und Formen nicht in demselben Masse genügen können, wie es bei den vollkommen einteiligen geschlossenen Köpfen der Fall ist. Fig. 391 a bis d zeigen derartige Konstruktionen mit Weglassung aller Schalen und Stellvorrichtungen.

Bei Fig. 391a ist das Verschlusstück von rechteckigem Querschnitt in einem Falz gelagert und durch eine Schraube oder ein umgelegtes Band gesichert.

Fig. 391 b ist ähnlich dem vorhergehenden; zur Entlastung der Verbindungsschraube ist das Verschlusstück mit Schwalbenschwanzform in den Gehäuserahmen eingelassen, oder zwischen diese beiden eine Keilbeilage eingelassen.

Fig. 391.

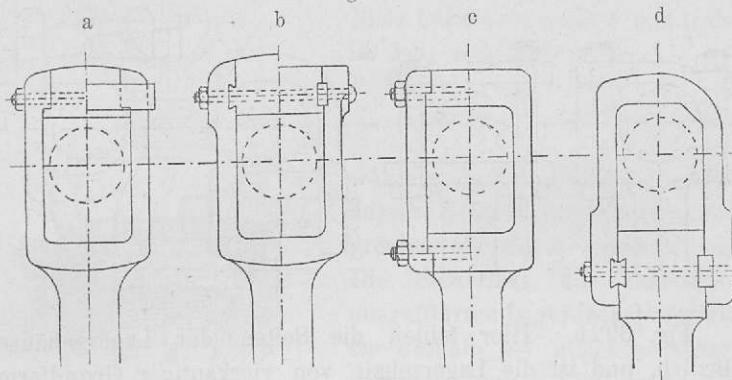


Fig. 391 c. Das Verschlusstück ist gebildet wie die Lagerdeckelplatte eines gewöhnlichen Stehlagers, dessen Gehäuse einer vierkantigen Schale angepasst ist. Um die Schrauben gegen transversale Inanspruchnahme zu schützen, greift der Deckel beiderseits über die Gehäuserahmen über.

Fig. 391 d. Das Verschlusstück ist mit den beiden Seiten des Lagerrahmens aus *einem* Stück gebildet und mit dem den Lagerfuss bildenden Stangenende durch einen schwabenschwanzförmigen oder rechteckigen Querkeil und Schrauben verbunden.

Jedenfalls zeigen die Übergangsstellen zwischen den Lagerseitenrahmen und dem Verschlusstück die schwächsten Stellen der Konstruktionen.

Ad 3. Bei den *offenen* Lagerköpfen ist die Stellung des Verschlusstückes für das Lagergehäuse mit der Nachstellung der Schalenteile veränderlich, das Verschlusstück mithin selbst als Stellvorrichtung benutzt; seine Bewegung behufs Nachstellung der Schale erhält es durch Keile oder Schrauben. Die Fig. 392 a bis d zeigen einzelne Typen von solchen offenen Lagerköpfen, aber ebenfalls mit Weglassung der Schalen.

Fig. 392 a zeigt die vollkommenste Nachbildung der Stehlagerform mit runder oder vierkantiger Lagerschale

Fig. 392.

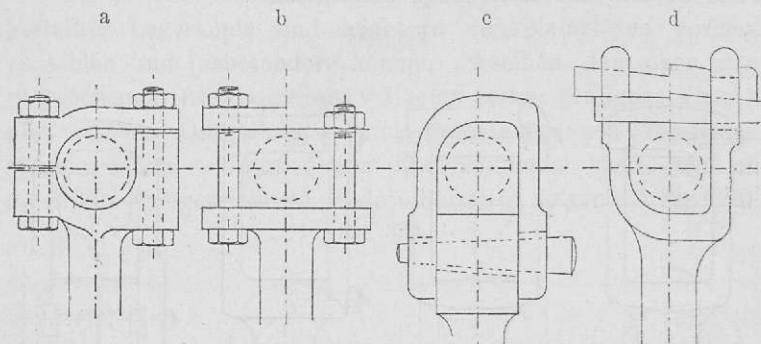


Fig. 392 b. Hier fehlen die Seiten der Lagergehäuse gänzlich, und ist die Lagerschale von vierkantiger Grundform zwischen die ebene Deckelplatte und das den Lagerfuss bildende Stangenende eingeschlossen; es kann dabei (rechte Hälfte der Figur) die Lagerdeckelplatte auch vollständig fehlen.

Bei diesen beiden Formen (Fig. 392 a und b) gilt es vor allem, die Flanschen möglichst kurz zu machen und zu diesem Zwecke die beiden Verbindungsschrauben möglichst nahe zusammen zu setzen. Die schwächsten Teile der Konstruktion sind die Schrauben. Wollte man diese auf gleiche Sicherheit rechnen, wie die übrigen Teile der Lagergehäuse, so würde man unverhältnismässig starke Durchmesser derselben erhalten, zumal gerade die Schraubenbolzen in ihrem Gewindeteile mit den dort auftretenden scharfen einspringenden Winkeln dem Konstruktionsprinzip der möglichst unveränderten Erhaltung der Querschnitte vollständig zuwider sind.

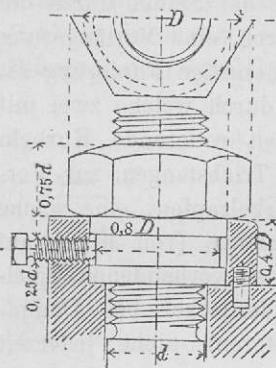
Ist der Querschnitt des Lagergehäuses = $a \cdot b$ und der Querschnitt des Gewindegrundes der Schraube = $\frac{d_i^2 \pi}{4}$, so wäre unter der Bedingung gleicher Sicherheit zu setzen für gleiches Material

$$a \cdot b = \frac{d_i^2 \pi}{4},$$

woraus

$$d_i^2 = \frac{4}{\pi} \cdot a \cdot b.$$

Fig. 393.



Soll nun die Schraubenmutter Platz haben, so muss b mindestens $= 3 d_i$ sein, daher

$$d_i = \frac{12}{\pi} a = 3,8 a,$$

während in Wirklichkeit sogar der äussere Bolzendurchmesser d_a nicht grösser als $1,5 a$ gemacht wird. Die Sicherheit der tatsächlich ausgeführten Lagerdeckelschrauben ist deshalb — gleiches Material vorausgesetzt — viel geringer als

diejenige des Lagergehäuses. Die Ausführung der Schrauben von Stahl ist daher auch bei schmiedeisernen Lagergehäusen zu empfehlen.

Da der ganze Zusammenhang der Teile des Kurbelgetriebes von der unveränderlichen Lage der Schraubenmuttern abhängt, so ist eine Sicherung derselben durch Gegenmuttern, oder eine Vorrichtung wie Fig. 393 anzubringen.

Bei Fig. 392c sind Lagerdeckel und Seitenrahmen des Lagergehäuses ein Ganzes, der Lagerfuss dagegen aus dem vierkantigen Ende der Triebstange gebildet; die beiden Teile sind verbunden durch einen Keil, durch dessen Anzug die eingeschlossenen Lagerschalen nachgezogen werden.

An Fig. 392d fällt jede Deckelkonstruktion weg, und tritt an dessen Stelle nur ein Keil, welcher direkt auf die Lagerschale einwirkt oder indirekt durch ein das Lagergehäuse umgebendes Band. Die (bei Fig. 392d rechte Hälfte) eingezzeichnete Keilbeilage greift derart in die Seitenrahmen ein, dass der Lagerkopf infolgedessen auch als geschlossener mehrteiliger betrachtet werden könnte.

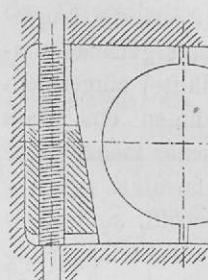
Was die Nachstellung der Lagerschalen betrifft, so wirken die hieher gehörigen Anordnungen entweder auf Verlängerung oder Verkürzung der Stange, je nachdem durch dieselben die

Zapfenmittel vorwärts oder zurück gedrängt werden. Wenn es bei Stangen auf die absolut genaue Einhaltung einer bestimmten Länge ankömmt, so müssen die beiderseitigen Lagerköpfe mit Stellvorrichtungen versehen sein, welche in entgegengesetzter Weise wirken, so dass die Verkürzung der Stange durch die eine Vorrichtung ausgeglichen wird durch eine Verlängerung der Stange mittels der andern. Eine derartige Forderung ist jederzeit gestellt bei Kupplungsstangen, durch welche zwei mit gleicher und konstanter Geschwindigkeit rotierende Kurbeln verbunden werden sollen, während bei Triebstangen, zur Verbindung des Kreuzkopfes mit dem Kurbelzapfen, eine solche absolut genaue Erhaltung der Stangenlänge (von Mittel auf Mittel der Zapfen gerechnet) wegen des vorhandenen Spielraumes (zwischen Kolben und Zylinderdeckel bei Dampfmaschinen und ähnlichen Kolbenmotoren) nicht jederzeit nötig ist.

Bei geschlossenen Lagerköpfen, einteiligen sowohl wie mehrteiligen, bewirken diejenigen Stellvorrichtungen, welche innerhalb der Zapfen, d. h. gegen die Stange hin, angebracht sind, eine Verlängerung, diejenigen dagegen, welche ausserhalb angebracht sind, eine Verkürzung der Stangen. Die offenen Lagerköpfe dagegen lassen zumeist nur eine Verkürzung der Stange zu.

Stellkeile, welche in das Innere der Lagergehäuse verlegt sind, erhalten, da denselben nur eine geringe Bewegungslänge gegeben werden kann, ziemlich starken Anzug (1 : 4 oder 1 : 5),

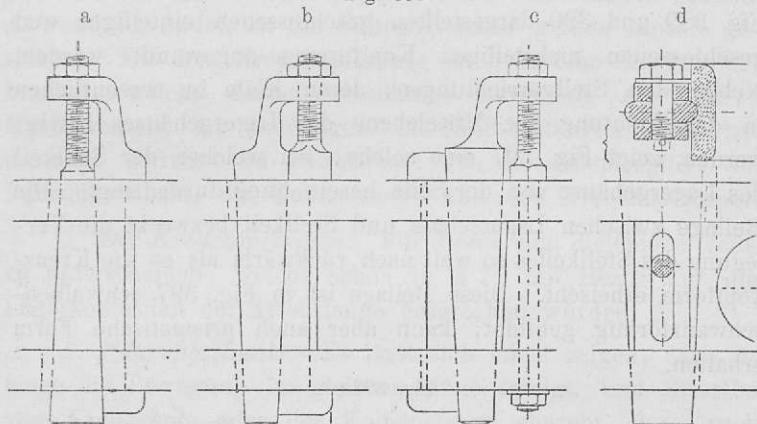
Fig. 394.



und wird denselben jene Bewegung in der Regel durch eine Schraube mitgeteilt, welche (Fig. 394) entweder auf Zug oder Druck in Anspruch genommen wird, und gleichzeitig zur Sicherung der Stellkeile in der denselben gegebenen Lage dient. Den Stellkeilen, welche das Lagergehäuse durchsetzen, kann eine grössere Bewegungslänge gegeben werden, und erhalten solche daher auch geringeren Anzug: 1 : 30 beiderseits, oder 1 : 15 auf einer Seite. (Fig. 395.)

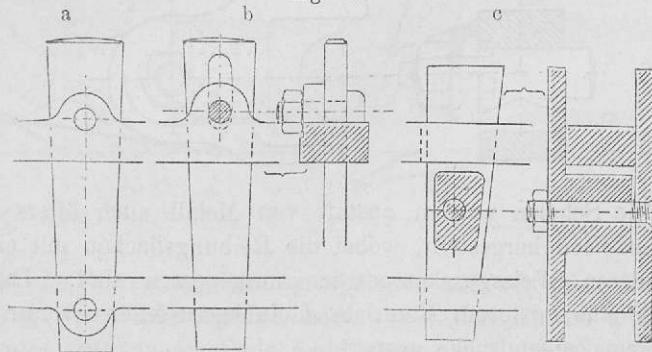
In bezug auf die letzteren Stellkeile muss besonders darauf gesehen werden, dass durch dieselben keine Verschwägung der Gehäuserahmen eintritt, und dass die unvermeidlichen Übergänge in den Querschnitten und Formen möglichst allmählich durchgeführt werden. Man begrenze daher die das Gehäuse durchsetzenden Löcher für Keile sowohl wie für Keilbeilagen nicht scharfkantig, sondern halbrund.

Fig. 395.



Zur Sicherung der letzteren Art von Stellkeilen werden ebenfalls Schrauben benutzt, und zwar entweder solche, welche von der Seite das Gehäuse durchdringen (Fig. 396a und b), oder welche den Keil durch Reibung gegen eine in das Gehäuse eingepasste Beilage festlegen (Fig. 395d).

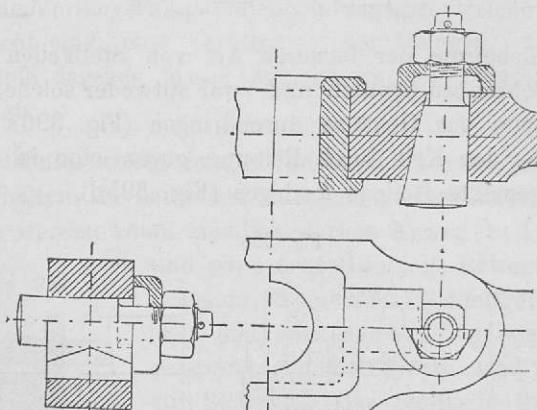
Fig. 396.



Die in Fig. 396 c dargestellte Keilstellung hat eine Sicherung des in das Lagergehäuse verlegten Keiles durch zwei Beilageplatten, welche zwischen sich das Lagergehäuse fest einklemmen.

Alle diese Stellvorrichtungen können sowohl auf der äusseren Seite der Triebstangenköpfe als auch an der inneren Seite derselben (gegen die Stange hin) angebracht werden, je nachdem sie auf Verlängerung oder Verkürzung der Stange wirken sollen; sie können außerdem bei jedem der in Fig. 389 und 390 dargestellten geschlossenen einteiligen und geschlossenen mehrteiligen Kopfformen angewandt werden. Neben den Stellvorrichtungen, deren Keile im wesentlichen in der Richtung der Mittelebene des Lagergehäuses bewegt werden, zeigt Fig. 397 eine solche, bei welcher der Stellkeil das Lagergehäuse von der Seite herein quer durchdringt. Die Beilage zwischen Lagerschale und Stellkeil bezweckt die Verlegung des Stellkeiles so weit nach rückwärts als es die Kreuzkopfform erheischt. Diese Beilage ist in Fig. 397 schwalbenschwanzförmig gebildet, kann aber auch prismatische Form erhalten.

Fig. 397.



Die Schalen werden anstatt von Metall auch öfters aus Schmiedeisen hergestellt, wobei die Reibungsflächen mit einer besonderen Weissgusskomposition ausgegossen sind. Lagerschalen aus letzterem Materiale allein herzustellen ist nur bei geringem Zapfendrucke gestattet.

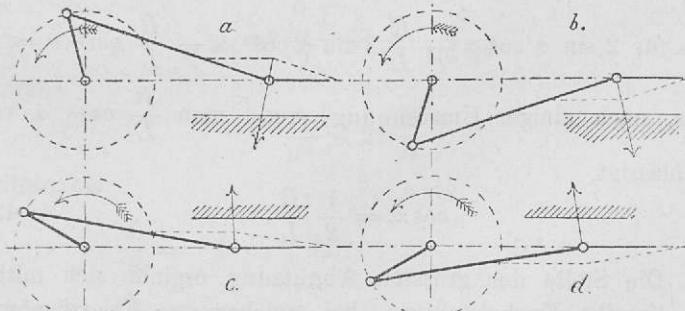
§ 72. Inanspruchnahme und Berechnung der Hauptdimensionen des Kreuzkopfes, seiner Gerauführung und der Kolbenstange.

Dem Zwecke gemäss, welchem der Kreuzkopf zu dienen hat, muss derselbe jedenfalls einen Zapfen erhalten, welcher die Schwingungs- bzw. Drehungsaxe der Triebstange darstellt, und ferner in einem Körper gelagert ist, dessen geradlinige Bewegung gesichert werden kann. Beim einfachen Kurbelgetriebe, wie es bei den Dampfmaschinen und Pumpen zumeist Anwendung findet, ist die Führung durch gerade Lineale gesichert. Mit dem Kreuzkopfkörper ist noch eine Stange verbunden, welche dessen geradlinige Bewegung auf andere Maschinenteile zu übertragen hat (Kolbenstange). Man hat demnach getrennt zu betrachten: den Kreuzkopfzapfen, die Führungslineale, die Kolbenstange und den Kreuzkopfkörper.

1. Der Kreuzkopfzapfen. Für diesen sind diejenigen Fälle zu unterscheiden, welche schon in § 71 mit Bezug auf die Lagerkopfenden der Triebstange besprochen wurden.

2. Führungslineale. Es lässt sich leicht zeigen, dass, so lange die Bewegung im gleichen Sinne erfolgt, und dieselbe vom Kreuzkopfe oder der Kolbenstange ausgeht, der Druck gegen die Führungen jederzeit nur nach der einen Seite gerichtet ist (Fig. 398 a und b), aber in der Richtung wechselt,

Fig. 398.



sobald die Bewegungsrichtung wechselt, oder zeitweise die Bewegung vom Schwungrad bezw. von der Kurbel ausgeht. Letzteres tritt ein am Ende des Hubes, wobei die Bewegungs-

widerstände, z. B. ein Kompressionsdruck, durch die Trägheit der Kurbel, des Schwungrades etc. zu überwinden sind (Fig. 398 c und d).

Die am Gleitlineale hervorgerufene Abnutzung A ist proportional der Normalkomponente N der Stangenkraft S und der Geschwindigkeit des Gleitens, umgekehrt proportional der Grösse der Berührungsfläche F zwischen Führungslinial und geführtem Stücke. Es kann somit gesetzt werden

$$A = c \frac{N}{F} v.$$

Hierin ist zu setzen $N = P \operatorname{tg} \beta = S \sin \beta = S \sin \alpha \frac{R}{L}$

sowie

$$v = u \sin \alpha \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha \right).$$

Es wird mithin

$$A = c \frac{S}{F} \cdot \frac{R}{L} u \left\{ \sin^2 \alpha \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha \right) \right\},$$

oder, wenn S konstant angenommen wird,

$$= c_1 \sin^2 \alpha \left(1 + \frac{R}{L} \cos \alpha \right).$$

Dieser Wert wird ein Maximum für $\frac{dA}{dz} = 0$,

also für $2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{R}{L} 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \frac{R}{L} \sin^3 \alpha = 0$

oder, nach einiger Umrechnung, wenn man $\frac{R}{L} \cos^2 \alpha$ vernachlässigt,

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \frac{R}{L}, \dots \dots \dots \quad (424)$$

Die Stelle der grössten Abnutzung ergiebt sich mithin für dieselbe Kurbelstellung, bei welcher das Kreuzkopfende der Triebstange den Weg $s = R$ aus seiner Anfangsstellung zurückgelegt hat, mithin auf halbem Hube, und wird von da gegen die Enden der Lineale hin in einer krummen Linie bis zu $A = 0$ abnehmen.

Die Abnutzungskurve wird aber sehr viel anders, wenn die Maschinen nicht mit Volldruck, sondern mit Expansion arbeiten, d. h. wenn P und S nicht als konstant betrachtet werden können, und wenn man annimmt, dass der Normaldruck N nicht in einem Punkte konzentriert ist, sondern sich über eine grössere Länge (in der Richtung der Bewegung gemessen) verteilt.

Der Flächendruck P_1 zwischen Gleitstück und Lineal muss mit Rücksicht auf die konstante Druckrichtung zwischen denselben erheblich geringer genommen werden, als bei Kurbel- und Kreuzkopfzapfen, und zwar nicht höher als 2,0 kg/qcm (0,02 kg/qmm), also höchstens $\frac{1}{15}$ des Flächendruckes beim Kurbel- und $\frac{1}{30}$ desjenigen beim Kreuzkopfzapfen. Ist für jenen die Druckfläche im Mittel

$$f = l \cdot d = 1,4 \cdot d^2,$$

und der Flächendruck

$$p = \frac{S}{f} = \frac{S}{1,4 \cdot d^2},$$

so ist demnach hier zu setzen mit Bezug auf den Maximalnormaldruck $N_{\max.} = S \sin \alpha \cdot \frac{R}{L} = S \frac{R}{L}$:

$$p_1 = \frac{S \frac{R}{L}}{f_1} < \frac{1}{15} \cdot \frac{S}{1,4 \cdot d^2},$$

woraus

$$\frac{f_1}{d^2} > 21 \frac{R}{L}. \dots \dots \dots \quad (425)$$

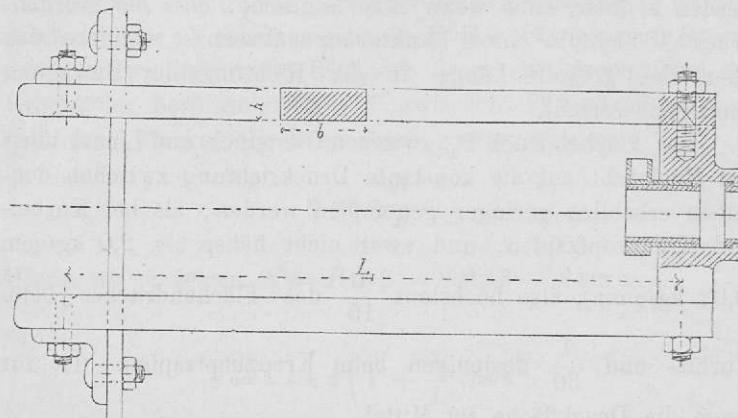
mithin bei

$$\begin{array}{cccccc} \frac{L}{R} = & 4 & 4,5 & 5 & 5,5 & 6 \\ \frac{f_1}{d^2} > & 5,25 & 4,67 & 4,2 & 3,82 & 3,5 \end{array}$$

Insbesondere wird man für schnell laufende Maschinen grössere als die in vorstehender Tabelle enthaltenen Werte von f_1 nehmen.

Die Führungslineale sind ferner auf Biegung in Anspruch genommen, und zwar wird, wenn S der in der Stange herr-

Fig. 399.



schende Druck oder Zug, L_1 die freitragende Länge der Lineale, h deren Höhe in der Richtung des Normaldruckes, b deren Breite ist, gesetzt werden können

$$N_{\max} \cdot \frac{L_1}{4} = \frac{1}{6} b h^2 k_1,$$

oder

$$S \frac{R}{L} \cdot \frac{L_1}{4} = \frac{1}{6} b h^2 k_1,$$

woraus

$$h^2 = \frac{6}{4} \cdot \frac{R}{L} \cdot \frac{L_1}{b} \cdot \frac{S}{k_1}, \quad \dots \dots \dots \quad 426)$$

während für den Kurbelzapfen galt

$$d^2 = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{P}{k}.$$

Setzt man hierin zur Vereinfachung $S = P$, ferner $k = \nu_1$ für Schmiedeisen = 3,2 kg/qmm, so wird

$$\left(\frac{h}{d}\right)^2 = \frac{6 \cdot \pi}{4 \cdot 16} \cdot \frac{R}{L} \cdot \frac{L_1}{b} \cdot \frac{d}{l},$$

oder mit $\frac{l}{d} = 1,4$

$$\frac{h}{d} = 0,46 \sqrt{\frac{R}{L} \cdot \frac{L_1}{b}} \quad \dots \quad 426\text{a})$$

worin als Grenzwert festzuhalten ist für schmiedeiserne Lineale

$$h < \frac{1}{15} L_1.$$

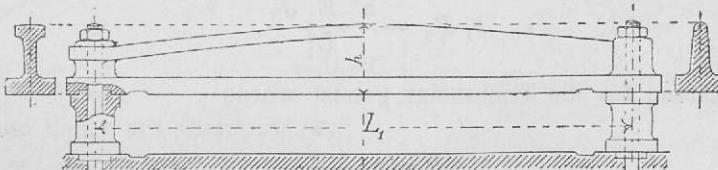
Für Gusseisenschienen kann, bei durchgängig derselben Breite die Höhe $1\frac{1}{4}$ mal, für Stahlschienen, bei ebenfalls derselben Breite die Höhe 0,8 der für Schmiedeisen berechneten Höhe gemacht werden.

Für Gusseisenschienen insbesondere wählt man oft T- oder Doppelt-T-förmigen Querschnitt (Fig. 400), wobei man zweckmäßig nur den Vertikalsteg in Berechnung zieht, für diesen aber die Höhe annimmt, im Mittel $h = 1,8$ bis $2 d$ oder $h = 0,08$ bis $0,1 L_1$, und daraus die Stegdicke der Lineale berechnet.

Es folgt nämlich aus Gleichung 426, wenn k_1 (für Schmiedeisen) durch k_2 (für Gusseisen) ersetzt wird,

$$b = \frac{6}{4} \cdot \frac{R}{L} \cdot \frac{L_1}{h^2} \cdot \frac{S}{k_2},$$

Fig. 400.



während für den Kurbelzapfen war

$$d = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{P}{k} \cdot \frac{1}{d}.$$

Hieraus wird mit

$$S = P, \quad k_2 = \frac{1}{2} k, \quad l = 1,4 d, \quad h = 0,1 L_1,$$

$$\frac{b}{d} = 4,2 \frac{R}{L} \cdot \frac{d}{h}, \quad \dots \quad 427)$$

Die Breite der eigentlichen Führungsfläche erhält bei ein-
gleisigen Kreuzköpfen durchschnittlich das Mass $1,25 d$, bei
zweigleisigen für jede Schiene durchschnittlich das Mass $0,9 d$.

3. Kolbenstange. Die Anstrengung der Kolbenstange ist im wesentlichen dieselbe, wie diejenige der Triebstange, und wäre in dieser Beziehung wieder die nur auf Zug beanspruchte Kolbenstange der einfach-wirkenden Maschine, und die auf Zug und Druck wechselweise in Anspruch genommene der doppelt-wirkenden Maschine zu unterscheiden. Im ersten Falle gilt wieder die § 69 entwickelte Gleichung 399.

$$\frac{\vartheta}{d} = 0,42, \dots \quad (428)$$

wobei ϑ der Durchmesser der Kolbenstange,

d der Durchmesser des gleichbeanspruchten Kurbel-
zapfens,

und die zulässige Spannungsintensität für beide Teile bei
gleichem Materiale die gleiche ist.

Kolbenstangen, welche abwechslungsweise auf Zug und Druck in Anspruch genommen werden, sind in bezug auf die letztere nachteiligere Inanspruchnahme zu berechnen nach der Formel für Zerknickfestigkeit

$$s_1 P_1 = \frac{\pi^2 E_1 J_1}{L_1^2},$$

während für die Triebstange gesetzt wurde

$$s P = \pi^2 \frac{E J}{L^2}.$$

Gleichen Druck ($P = P_1$), gleiches Material ($E = E_1$) und
gleiche Querschnittsform ($J = \frac{\pi}{64} \Delta^4$ und $J_1 = \frac{\pi}{64} \vartheta_1^4$) vor-
ausgesetzt, ergiebt sich aus diesen beiden Formeln

$$\frac{\vartheta_1^4}{\Delta^4} = \frac{L_1^2}{L^2} \frac{s_1}{s}$$

oder, wenn man hierin die grösste *freie* Länge der Kolben-
stange $L_1 = 2 R$ setzt,

$$\frac{\vartheta_1}{\Delta} = \sqrt{\frac{2R}{L}} \sqrt[4]{\frac{s_1}{s}} \quad \dots \quad .429)$$

Hieraus und mit dem besonderen Werte $\frac{R}{L} = \frac{1}{5}$ entwickeln sich nachstehende zusammengehörige Werte:

$\frac{s_1}{s} = 1$	2	3	4	5
$\frac{\vartheta_1}{\Delta} = 0,632$	0,762	0,834	0,891	0,948

für den besonderen Wert $\frac{s_1}{s} = 1$ wird

$$\frac{\vartheta_1}{\Delta} = \sqrt{\frac{2R}{L}}, \quad \dots \quad .430)$$

während früher gemäss Gleichung 410 galt

$$\frac{\Delta}{d} = 0,09 \sqrt[4]{s \frac{d}{l}} \sqrt{\frac{L}{d}}.$$

Setzt man für mässige Kolbengeschwindigkeit ($V = 1 \text{ m}$) $s = 40$ an, sowie $\frac{l}{d} = 1,4$, so wird zunächst

$$\frac{\Delta}{d} = 0,203 \sqrt{\frac{L}{d}},$$

und daher mit Gleichung 430

$$\frac{\vartheta_1}{d} = 0,28 \sqrt{\frac{R}{d}}, \quad \dots \quad .431)$$

z. B. für

$$\frac{R}{d} = 3,0 \quad 3,5 \quad 4,0 \quad 4,5 \quad 5,0,$$

$$\frac{\vartheta_1}{d} = 0,485 \quad 0,524 \quad 0,560 \quad 0,594 \quad 0,626.$$

Im Durchschnitt mithin ergiebt sich das Verhältnis der nur gezogenen und der auf Zerknickung beanspruchten Kolbenstange durch

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_1} = \frac{0,42}{0,56} = 0,75 = \frac{3}{4}.$$

Von anderen Materialien sind zu berücksichtigen Gusstahl, wofür die Dicke 0,9 der für Schmiedeisen berechneten wird, und Gusseisen, bei welchem Materiale für abwechselnde Zug- und Druckbeanspruchung die Kolbenstangen meist hohlen, ringförmigen Querschnitt erhalten. Bei der Berechnung solcher Stangen muss wegen der geringen absoluten Festigkeit des Gusseisens der Querschnitt zunächst für Zug bestimmt, und nur noch festgesetzt werden, dass der äussere Durchmesser der Stange $\vartheta_a > \frac{L_1}{20}$ werde, damit die Möglichkeit einer seitlichen Ausbiegung, d. h. des Eintretens der Zerknickungsbeanspruchung vermieden werde. Es ist mithin zu setzen

$$\frac{\vartheta_a^2 \pi}{4} - \frac{\vartheta_i^2 \pi}{4} = \frac{P}{k_2},$$

woraus

$$\vartheta_a^2 = \frac{4}{\pi k_2} \frac{P}{1 - \left(\frac{\vartheta_i}{\vartheta_a}\right)^2}.$$

Wird hierin $k_2 = 1,0$ gesetzt, während für die gezogene massive schmiedeiserne Stange mit $k = 3,2$ die Gleichung gilt

$$\vartheta^2 = \frac{4}{\pi} \frac{P}{k},$$

so wird

$$\frac{\vartheta_a}{\vartheta} = \sqrt{\frac{k}{k_2} \frac{1}{1 - \left(\frac{\vartheta_i}{\vartheta_a}\right)^2}} \quad \quad (432)$$

Mit dem Mittelwert $\frac{\vartheta_i}{\vartheta_a} = 0,6$, wird sonach

$$\frac{\vartheta_a}{\vartheta} = 2,24,$$

d. h. der äussere Durchmesser einer gusseisernen hohlen Stange wird etwa $2\frac{1}{4}$ mal so gross als der Durchmesser einer schmiedeisenen massiven Stange, beide nur auf Zug berechnet.

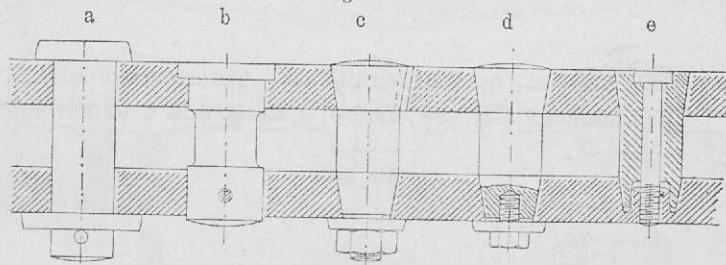
§ 73. Detailkonstruktion des Kreuzkopfes.

Die konstruktive Durchführung des Kreuzkopfes bezieht sich insbesondere auf

Zapfen und Zapfenbefestigung,
Kolbenstange und Kolbenstangenbefestigung,
Führungsschuhe und Befestigung sowie Nachstellung derselben.

1. In betreff der *Zapfenbefestigung* sind zunächst die Fälle zu unterscheiden, welche im § 71 Fig. 384 bis 387 dargestellt sind. In jedem dieser Fälle kann der Kreuzkopfzapfen entweder im Triebstangenende oder im Kreuzkopfkörper beweglich sein, nicht aber in beiden zugleich. Der bewegliche Teil erhält nachstellbare Lager, welche somit ebensowohl im Kreuzkopfkörper als am Triebstangenende sich vorfinden können.

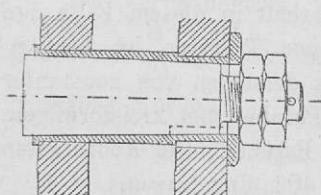
Fig. 401.



Ist das Triebstangenende einfach, der Kreuzkopfkörper dagegen gegabelt (Fig. 385 S. 429), so ist in der Regel der bewegliche Teil des Zapfens im Triebstangenende, der feste Teil im Kreuzkopfkörper, und finden sich hiefür die Konstruktionen Fig. 401 a bis e.

In Fig. 402 ist der schmiedeiserne Zapfen mit einem durch seine ganze Länge gehenden Anzug von 1 : 12 durch eine

Fig. 402.



Stahlbüchse in den Kreuzkopf gesteckt und durch Doppelmuttern, Scheibe und Splint befestigt. Ein Federkeil sichert die Stahlbüchse gegen Drehung im Kreuzkopf, und ein ebensolcher den Zapfen gegen Drehung in der Stahlbüchse

Die Stärke der beiderseitigen Wangen des Kreuzkopfkörpers (die Lagerungsbreite des beidersseits fest eingepassten Zapfens)

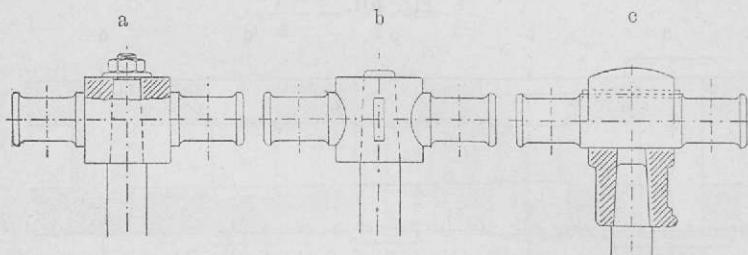
wird bei Gusseisen 0,7—0,8,

„ Schmiedeisen und Gusstahl 0,60—0,7

von der Stärke des Kreuzkopfzapfens geprägt.

Ist das Triebstangenende gegabelt, so kann dieses die nachstellbaren Lager mit offenem Lagergehäuse erhalten nach den Typen von Fig. 392; der Kreuzkopfkörper wird in diesem Falle mit dem Zapfen fest verbunden oder sogar aus *einem* Stück mit demselben gebildet. Formen dieser Art zeigen die Kreuzköpfe Fig. 403 a bis c.

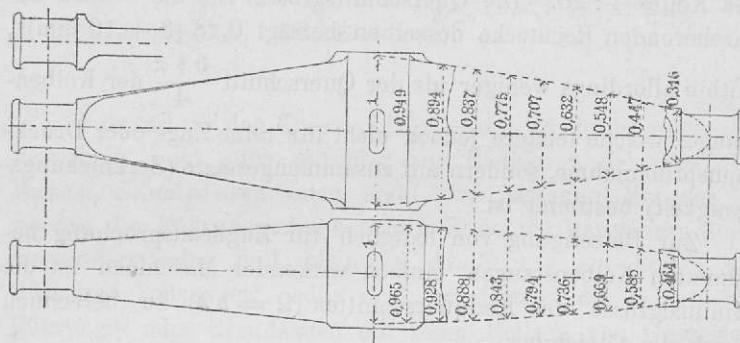
Fig. 403.



Um das Gabelende der Triebstange möglichst eng bilden zu können, legt man die beiden Zapfen sehr nahe zusammen. Wenn aber aus lokalen Gründen eine grosse Entfernung der Zapfen geboten ist, so muss das Kreuzkopfmittelstück auf Biegung berechnet werden, wobei dasselbe entweder rechteckigen oder runden Querschnitt erhalten kann. Die dabei einzurechnende zulässige Spannungsintensität ist die gleiche, wie bei den Kurbel- und Kreuzkopfzapfen selbst, d. h. $k = 3,2 \text{ kg/qmm}$. Der Kreuzkopf erhält in diesem Falle den Namen Traverse. Die Grundform der Traverse ist bei Annahme des rechteckigen Querschnitts derselben von konstanter Breite diejenige der quadratischen Parabel, bei kreisförmigem Querschnitt diejenige der kubischen Parabel. Die Koordinaten beider Parabeln finden sich in Fig. 404 eingetragen.

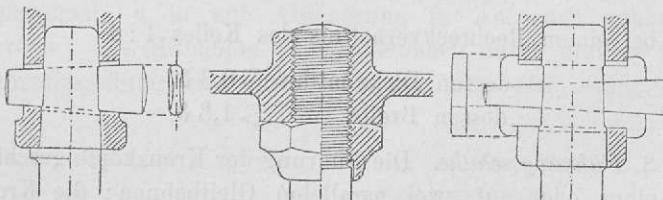
2. Die Befestigung der *Kolbenstange* kann, je nach der Grösse der auf den ganzen Mechanismus einwirkenden Kräfte, verschieden geschehen: durch direktes Einschrauben, Mutter und Gegenmutter, zylindrische Einfügung mit Keil, konische Einfügung mit Keil. (Fig. 403, 404 und 405.) Jederzeit

Fig. 404.



ist die Kolbenstange vom Durchmesser ϑ in einer Hülse von der Stärke δ einzupassen, welche das Minimalmass erhält

Fig. 405.



für Schmiedeisen $\delta = 0,4 (\vartheta + 10 \text{ mm})$,

für Gusseisen $\delta = 0,5 (\vartheta + 10 \text{ mm})$.

Bei Vorhandensein eines Wulstes kann die Stärke der Hülse auf $\frac{8}{10}$ der eben bestimmten vermindert, und dieselbe berechnet werden

für Schmiedeisen mit $\delta = 0,33 (\vartheta + 10 \text{ mm})$,

für Gusseisen $\delta = 0,4 (\vartheta + 10 \text{ mm})$.

Der Konus des Kolbenstangenendes ist durch die seitliche Schräge 1 : 30 bestimmt.

Der Befestigungskeil (passend aus Stahl gebildet) erhält bei einer Dicke = 0,2 ($\vartheta + 10$ mm) und einer mittleren Breite = 0,7 ($\vartheta + 10$ mm) einen rechteckigen Querschnitt mit einem Verhältnis der Seiten 1 : 3,5 und ein beiderseitiges Schrägmass des Keiles 1 : 20. Die Querschnittsgrösse für die beiden abzuscherenden Rechtecke desselben beträgt $0,28 (\vartheta + 10 \text{ mm})^2$, mithin allerdings weniger als der Querschnitt $\frac{\vartheta^2 \pi}{4}$ der Kolben-

stange, welche letztere jedoch nicht für reine Zug- oder Druckbeanspruchung, sondern auf zusammengesetzte (Zerknickungsfestigkeit) bestimmt ist.

Zur Befestigung von lediglich für Zugbeanspruchung bestimmten Kolbenstangen einfach wirkender Maschinen ist die Minimalgrösse des Keilquerschnittes ($\Omega = b h$) zu berechnen durch die Gleichung

$$2 \Omega \geq \vartheta^2 \frac{\pi}{4},$$

woraus

$$\frac{\Omega}{\vartheta^2} \geq 0,39, \dots \dots \dots \quad 433)$$

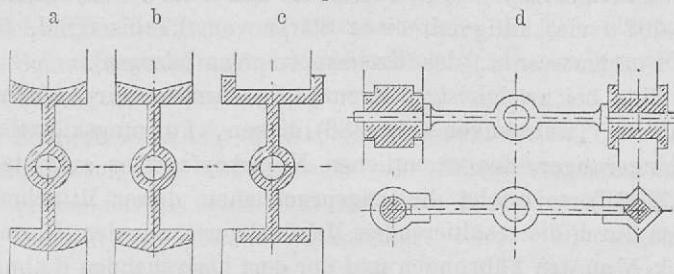
und bei einem Rechteckverhältnis des Keiles 1 : 4

$$\begin{aligned} \text{dessen Dicke mithin } &\geq 0,3 \vartheta, \\ \text{dessen Breite } &\geq 1,3 \vartheta. \end{aligned}$$

3. Führungsschuhe. Die Führung der Kreuzköpfe geschieht auf einer oder auf zwei parallelen Gleitbahnen: die Kreuzköpfe sind ein- oder zweigleisig. Im ersten Falle befindet sich das Mittel des Führungsschuhs in der vertikalen Mittellebene der Kurbelzapfen- und Triebstangenbewegung, und ist der Schuh mit dem Kreuzkopfkörper verbunden; im letzteren Falle sind zwei gleiche Führungsschuhe symmetrisch zu beiden Seiten der genannten Mittelebene angeordnet, und dieselben auf Verlängerungen des Kreuzkopfzapfens aufgesteckt.

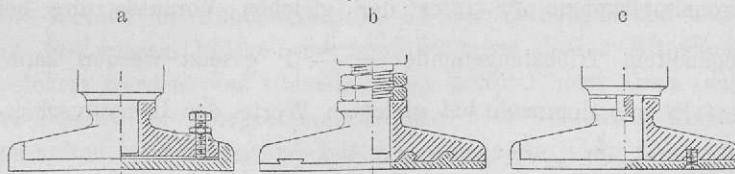
Die Gleitfläche der Führungsschuhe kann ebenflächig (Fig. 406 c), prismatisch (Fig. 406 b) oder zylindrisch (Fig. 406 a) gebildet sein.

Fig. 406.



Während für den Kreuzkopfkörper mit Rücksicht auf dessen Festigkeit, wohl auch mitunter zur Reduktion der bewegten Massen, Schmiedeisen oder Stahl das passende Material ist, werden die Führungsschuhe behufs Erzielung geringeren Reibungswiderstandes und kleinerer Abnützung am besten aus Gusseisen konstruiert, oder doch wenigstens die eigentlichen Führungs- oder Gleitflächen mit einer Beilage von Gusseisen, Rot- oder Weissmetall versehen. Bei der Verbindung der Führungsschuhe mit dem Kreuzkopfkörper, aber auch bei der Verbindung der Beilagen mit den Führungsschuhen ist zu beachten, dass die Mitnahme sicher erfolge, ohne dass etwaige Verbindungsschrauben an ihren mit Gewinde versehenen Teilen transversal, d. h. auf Abscherung in Anspruch genommen werden. Die Mitnahme erfolgt demnach durch kräftige in die Führungsschuhe eingreifende Zapfen (Fig. 407) oder durch

Fig. 407.



übergreifende Lappen oder durch eingreifende Querleisten. Der Mitnehmerzapfen ist, wie alle Vorrichtungen zur Mitnahme der Führungsschuhe, in Anspruch genommen lediglich durch den Reibungswiderstand zwischen diesen und den Führungen selbst. Eine Festigkeitsberechnung aber auf Grund dieses würde für die Mitnehmer konstruktiv zu geringe Dimensionen ergeben.

Der Mitnehmerzapfen von Fig. 407 a und b ist rund, derjenige Fig. 407 c vierkantig mit einer Stärke von 0,7 bis 0,8 d_1 (auf den Durchmesser d_1 des Kreuzkopfzapfens bezogen).

Sind bei zweigleisigen Kreuzköpfen, welche zur Aufnahme gegabelter Triebstangen (Fig. 386) dienen, Führungsklötzte auf Verlängerungen des eigentlichen Kreuzkopfzapfens aufgesteckt (Fig. 406 d), so erfolgt die Inanspruchnahme dieser Mitnehmerzapfen durch die resultierenden Maximalwerte aus dem Normaldruck N an den Führungen und der dort herrschenden Reibung, mithin durch

$$Q = \sqrt{N^2 + (N\mu)^2} = N\sqrt{1 + \mu^2}.$$

Da μ^2 nur einen ganz geringen Wert hat, und der Maximalwert von

$$N = P \frac{R}{L}$$

gesetzt werden kann (unter P den konstanten Wert der Schubkraft verstanden), so kann mit dem Werte

$$\frac{R}{L} = \frac{1}{4}$$

die Inanspruchnahme Q des Mitnehmerzapfens d_2 gesetzt werden

$$Q = \frac{1}{4} P,$$

während die Maximal-Inanspruchnahme des Kurbelzapfens d bei ebenfalls konstanter Schubkraft = P , und diejenige des Kreuzkopfzapfens d_1 unter der gleichen Voraussetzung bei gegabeltem Triebstangenende = $\frac{1}{2} P$ gesetzt werden kann.

Es gilt demnach bei gleichem Werte der Längenverhältnisse $\frac{l}{d} = \frac{l_1}{d_1} = \frac{l_2}{d_2}$ die Beziehung

$$d : d_1 : d_2 = \sqrt{P} : \sqrt{\frac{1}{2}P} : \sqrt{\frac{1}{4}P}, \\ = 1 : 0,7 : 0,5.$$

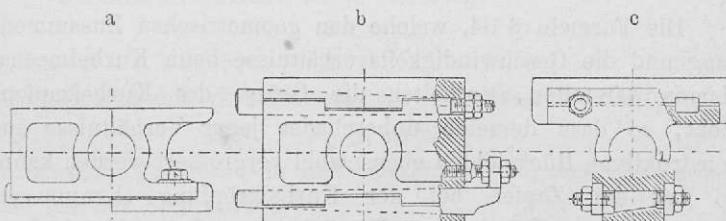
Um, wie bei andern Maschinenteilen, so auch an den Führungsschuhen eine entstandene Abnutzung wieder auszu-

gleichen, werden auch an den Kreuzköpfen verschiedene Stellvorrichtungen benutzt, von welchen wieder die Keilstellungen und Schraubenstellungen die vollkommenste Herstellung einer Regulierung gestatten.

Schraubenstellung findet sich angewandt an der Konstruktion von Fig. 407 b, wobei der Mitnehmerzapfen rund und in seinem aus dem Führungsschuh herausragenden Teile als flachgängige Schraube konstruiert wird. Die Stellung geschieht dabei durch eine Mutter, und die Sicherung der Stellung durch eine Gegenmutter.

Bei Keilstellung finden sich Keile sowohl in der Längs- als in der Querrichtung; der Nachzug der Keile erfolgt durch Schrauben. Keile, welche in das Innere des Kreuzkopfes eingeschlossen sind, und deshalb nur eine geringe Bewegungslänge besitzen, wie Fig. 408 c, erhalten eine Steigung 1 : 4

Fig. 408.



oder 1 : 5; Keile, welche seitlich vorragen können, eine geringere Steigung 1 : 15 (Fig. 408 b).

Werden die Führungsschuhe an der Reibungsfläche noch mit besonderem Belage versehen, so muss dessen Mitnahme gesichert werden; bei Rotmetallbelag benutzt man hiezu (wie bei Fig. 407 c) übergreifende Lappen oder versenkte Metallschrauben, oder beides; bei Belagen, welche aus leicht flüssigem Weissmetall hergestellt werden, werden für das Eingreifen desselben in die Fläche des Führungsschuhes (wie bei Fig. 407 b) schwälbenschwanzförmige Quernuten gehobelt, oder Löcher gebohrt.

Die Nachstellvorrichtung (Keile oder Stellschrauben) wirkt oft nur auf den erwähnten Belag ein (Fig. 407 a) und nicht auf den ganzen Führungsschuh.

Fig. 409.

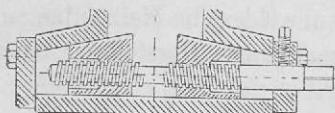


Fig. 409 endlich zeigt die Nachstellung für Kreuzköpfe grosser Dimensionen durch zwei Keile, welche durch eine Schraube mit zur Hälfte rechtem und zur andern Hälfte linkem Gewinde bewegt werden.

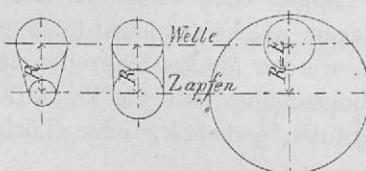
XIII. WELLENKRÖPFUNG UND EXZENTER.

§ 74. Allgemeine Anordnung und Widerstände.

Soll eine Kurbelbewegung von einem Punkte einer Welle aus eingeleitet werden, an welchem dieselbe eine Unterbrechung in ihrem Zusammenhang nicht erleiden darf, so bildet man die Welle entweder gekröpft, oder versieht dieselbe mit einem exzentrischen Teile, welcher an Stelle des Kurbelzapfens zu treten hat.

Die Formeln § 64, welche den geometrischen Zusammenhang und die Geschwindigkeitsverhältnisse beim Kurbelmechanismus darstellen, enthalten die Grösse des Kurbelzapfens nicht, so dass derselbe unbeschadet jener Verhältnisse aus konstruktiven Rücksichten ebensowohl vergrössert werden kann. So hat der Zapfen bei der Kurbelkröpfung (Krummaxe) meistens einen Durchmesser, welcher an Grösse demjenigen der Welle gleich, bei der Exzenterwelle aber einen derart vergrösserten Durchmesser, dass er mit seinem äussern Umfange auch noch den ganzen Wellenquerschnitt einschliesst, und die Welle keinerlei Unterbrechung erleidet (Fig. 410).

Fig. 410.



sich in Folge der Reibung beim Kurbelzapfen ergibt, war § 66, 2. berechnet mit

Die Grössen der Zapfendurchmesser kommen dagegen in einem Teil jener Formeln vor, mit welchen sich der Reibungswiderstand beim Kurbelgetriebe berechnet. Speziell derjenige Arbeitsverlust, welcher

$$A_{r_2} = P \mu \frac{1}{2} d \pi,$$

und im Vergleich zur Arbeit der als konstant betrachteten Schubkraft, vom Werte

$$A = P \cdot 2 R,$$

ergiebt sich für diesen Teil des Reibungswiderstandes ein verhältnismässiger Arbeitsverlust

$$V_2 = \frac{A_{r_2}}{A} = \mu \frac{d \pi}{4 R} \quad \dots \quad (434)$$

Bei der gewöhnlichen Stirnkurbel konnte gesetzt werden

$$\frac{d}{R} = 0,2, \text{ woraus mit } \mu = 0,1 : \dots V_2 = 0,016,$$

während beim Exzenter jederzeit die Beziehung gilt

$$\frac{d}{R} \geq 2,0, \text{ woraus } V_2 \geq 0,16.$$

Bei der Krummaxe ist in der Regel

$$\frac{d}{R} \geq 0,3,$$

woraus sich der verhältnismässige Arbeitsverlust rechnet mit

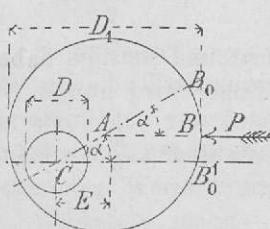
$$V_2 \geq 0,023,$$

d. h. nicht so gross wie beim Exzenter, aber immerhin grösser als bei der Stirnkurbel.

Der ungemein grosse Kraftverlust ist auch Veranlassung, dass das Exzentergetriebe zur Übertragung grösserer Kräfte nur selten, meistens nur als Bewegungsmechanismus zur Hervorbringung verhältnismässig eng begrenzter Bewegungen bei geringer Kraftäusserung benutzt wird. (Steuerung von Dampfmaschinen, Pumpen etc.) Jederzeit aber geht dabei der Antrieb vom Exzenter aus; ein Betrieb in umgekehrtem Sinne, bei welchem der Antrieb, wie beim einfachen Kurbelgetriebe, von der Triebstange ausgeht, ist beim Exzenter unter gewöhnlichen Verhältnissen unpassend, meistens sogar unmöglich.

Nimmt man, um dies darzuthun, eine sehr lange (unendlich lange)

Fig. 411.



Exzentertriebstange an, welche daher stets parallelbleibend zu denken ist, so sei für einen bestimmten Augenblick (Fig. 411)

C der Mittelpunkt der Welle, Drehungsaxe des Exzentrums,
 A der Mittelpunkt des Exzentrums,

$CA = E$ der Halbmesser des von A beschriebenen Kreises,
die sogenannte Exzentrizität,

α der, der momentanen Stellung des Exzentrums entsprechende,
Drehungswinkel,

so ist der Mittelpunkt der Pressung zwischen der Exzentscheibe und der Triebstange in dem gezeichneten Momente bei B , während in der Anfangsstellung bei $\alpha = 0$ diese Berührung im Punkte B_0 des Exzentrums und zwar in der Stellung B'_0 statt hatte. Der Angriffspunkt dieser Pressung und somit auch die durch dieselbe veranlasste Reibung F_1 hat mithin während der Drehung des Exzentrums um den Winkel α einen Weg $= \frac{D_1}{2} \alpha$ zurückgelegt. Die gleichzeitigen Wege sind somit: für die Reibung F der Welle vom Durchmesser D in ihrem Lager der Weg $\frac{D}{2} \alpha$, für die als konstant gedachte in der Richtung der Exzenterstange wirkende Schubkraft P der Weg $CA(1 - \cos \alpha) = E(1 - \cos \alpha)$, und endlich für den auf den Umfang des Kurbelkreises vom Radius E reduzierten Widerstand T der Weg $E \alpha$. Für eine unendlich kleine Verschiebung, Änderung von α um $d\alpha$, ist somit zu setzen

$$P \cdot E \sin \alpha d\alpha = T E d\alpha + F_1 \cdot \frac{D_1}{2} d\alpha + F \cdot \frac{D}{2} d\alpha.$$

Für die Reibung F und F_1 ist nunmehr zu setzen unter Voraussetzung einer Berührung in nur einem Punkte

$$F = F_1 = P \mu.$$

Die Belastung durch das Eigengewicht und sonstige dabei einwirkende Kräfte ist vernachlässigt. Daher wird nun

$$P E \sin \alpha d\alpha = T E d\alpha + P \mu \frac{D_1}{2} d\alpha + P \mu \frac{D}{2} d\alpha,$$

woraus

$$T = P \left\{ \sin \alpha - \frac{\mu}{2} \frac{D_1}{E} - \frac{\mu}{2} \frac{D}{E} \right\} \quad 435)$$

Soll ein Betrieb überhaupt stattfinden können, so muss

$$\sin \alpha > \frac{\mu}{2} \left\{ \frac{D_1}{E} + \frac{D}{E} \right\},$$

oder

$$E \sin \alpha > \frac{\mu}{2} (D_1 + D)$$

sein. Setzt man hierin nach den später folgenden Konstruktionsregeln den Durchmesser der Exzентerscheibe

$$D_1 = 2 \left(E + \frac{D}{2} + 0,5 b \right),$$

und hierin deren Breite

$$b = \frac{1}{2} \left(E + \frac{D}{2} \right),$$

so wird

$$D_1 = 2,5 E + 1,25 D.$$

Es ist daher zu setzen

$$E \sin \alpha > \frac{\mu}{2} \left\{ 2,5 E + 1,25 D + D \right\},$$

woraus mit $\mu = 0,1$

$$\frac{E}{D} > \frac{0,1125}{\sin \alpha - 0,125}$$

folgt, oder auch

$$\sin \alpha > 0,125 + 0,1125 \frac{D}{E} \quad 436)$$

Diese Gleichung sagt: Eine Drehung der Welle durch eine auf eine Exzентerscheibe einwirkende Schubkraft P kann erst stattfinden von dem Augenblicke an, wenn der Drehungswinkel der Exzентerscheibe bis zu dem durch Gleichung 436 bestimmten Werte α angewachsen ist. Bis zu jenem Werte des Winkels α müsste sonach der Welle auf andere Weise,

z. B. durch lebendige Kraft eines Schwungrades, ihre Drehung mitgeteilt werden. Zusammengehörige, der Gleichung 436 entsprechende Werte sind:

$\frac{E}{D} = 0,8$	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
$\sin \alpha > 0,26$	0,28	0,31	0,34	0,40	0,49	0,68
$\alpha > 15^\circ$	16°	18°	20°	24°	30°	47°

Eine Bewegungsmitteilung kann überhaupt nicht stattfinden, wenn für $\alpha = 90^\circ \sin \alpha = 1 = 0,125 + 0,1125 \frac{D}{E}$ gesetzt wird, oder für

$$\frac{E}{D} = \frac{0,875}{0,1125} = 0,777.$$

§ 75. Konstruktive Ausführung der Exzентerscheiben.

Die Exzenterscheibe ist nach dem Vorhergehenden ein derart erweiterter Kurbelzapfen, dass dessen äussere Begrenzung auch noch die Kurbelwelle in sich schliesst. Der Durchmesser dieses erweiterten Kurbelzapfens ist mithin viel grösser, als auf Grund irgend einer Festigkeitsberechnung mit Bezug auf die Inanspruchnahme durch die Schubkraft P resultieren würde. Rücksicht auf geringen spezifischen Druck an seinem Umfange kann daher auch nicht massgebend sein bei Bestimmung seiner Länge. Diese (die sogenannte Breite des Exzentrers) bestimmt sich mit Rücksicht auf möglichst solide Befestigung auf der Welle proportional der Exzentrizität und dem Wellenhalbmesser, d. h. proportional den beiden Grössen, von welchen der Durchmesser des Exzentrers zunächst abhängig ist; man nimmt hiefür ganz passend die Formel

$$b = \frac{1}{2} \left(E + \frac{1}{2} D \right) \dots \dots \dots \quad 437)$$

und behält diese Breite auch dann bei, wenn die exzentrische Scheibe mit der schmiedeisenen oder gusseisernen Welle in einem Stück gebildet ist.

Bildet die Scheibe ein besonderes Stück für sich, so ist die geringste Stärke, welche sie zunächst der Welle oder an ihren durchbrochenen Stellen erhalten soll, gegeben durch

$$\left. \begin{array}{l} a_g = 0,5 b \text{ für Gusseisen,} \\ a_s = 0,4 b \text{ bis } 0,5 b \text{ für Schmiedeisen.} \end{array} \right\} \dots \quad .438)$$

Der Durchmesser der Scheiben beträgt somit für gusseiserne Scheiben

$$D_1 = 2 \left(E + \frac{1}{2} D \right) + 2 \cdot 0,5 b = 5 b \quad .439)$$

Die Stärke a_g bzw. a_s stellt mithin die Stärke der Wellenhülse dar, welche aber an der Keilstelle noch erhöht werden kann.

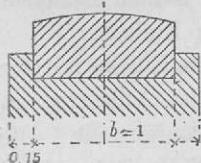
Die Befestigungskeile erhalten

$$\left. \begin{array}{l} \text{eine Breite } k_1 = 0,5 b, \\ \text{eine Dicke } k_2 = 0,25 b. \end{array} \right\} \dots \quad .440)$$

Die Keilabmessungen auf den Durchmesser der Welle zu beziehen, ist meistens unpassend, da die Welle in der Regel für eine bedeutend grössere Inanspruchnahme konstruiert ist, als der auf das Exzenter einwirkenden Schubkraft entspricht. Wird aber, wie es bei Pumpwerken, Pressen etc. wohl der Fall sein kann, die ganze in der Welle enthaltene Kraft durch das Exzenter übertragen, so ist Wellenhülse und Keil mit Bezug auf den Wellendurchmesser D zu rechnen nach den bekannten Formeln

$$\left. \begin{array}{l} \delta_s = 0,4(D + 10 \text{ mm}), \text{ und } k_1 = 0,28(D + 10 \text{ mm}) = 0,7 \delta_s, \\ \delta_g = 0,5(D + 10 \text{ mm}), \quad k_2 = 0,16(D + 10 \text{ mm}) = 0,4 \delta_s. \end{array} \right\} \quad .441)$$

Fig. 412.



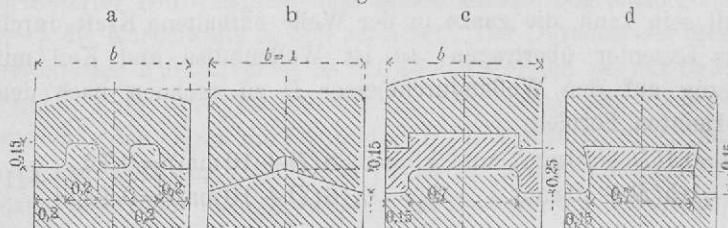
Wie gewöhnliche Zapfen, so müssen auch die Exzenterscheiben mit Bunden versehen sein, damit die Stellung des Lagerkopfes (des Exzenterringes) auf demselben eine gesicherte sei. Man findet dabei folgende Konstruktionsarten :

1. *Zwei äussere Bunde.* (Fig. 412). Bei diesen wird deren Breite = 0,15 b von der Exzenterbreite b nicht abgezogen, damit immer noch genügend grosse Berührung für die Reibungsfläche des Exzenterringes übrig bleibt. Da aber hiebei die flüssige Schmierung nicht gut vom Exzenterring ge-

halten wird, ist diese Anordnung vielfach verlassen worden. Neuerdings kommt dieselbe aber wieder mehr in Aufnahme, da mit dem reichlich auslaufenden Schmiermaterial auch losgerissene Metallteilchen etc. aus den Reibungsflächen entfernt werden, während dieselben bei den folgenden Anordnungen zwischen den Reibungsflächen zurückgehalten werden und fortwährend neue Abnützung veranlassen.

2. ein innerer Bund von einer Breite $= 0,7 b$; die für denselben im Exzenterringe angebrachte Ringnut ist für die Zurückhaltung der Einfettungsflüssigkeit sehr gut geeignet (Fig. 413 c und d).
3. Doppelkonische oder -konoidische Begrenzung, analog der auch bei gewöhnlichen Zapfen vorkommenden Anordnung; der umgebende Exzenterring erhält dabei noch eine kleine eingedrehte Nut behufs Bildung eines Ölbehälters (Fig. 413 b).
4. Zwei innere Bunde von je einer Breite $= 0,2 b$ mit entsprechenden Ringnuten im Exzenterringe (Fig. 413 a).

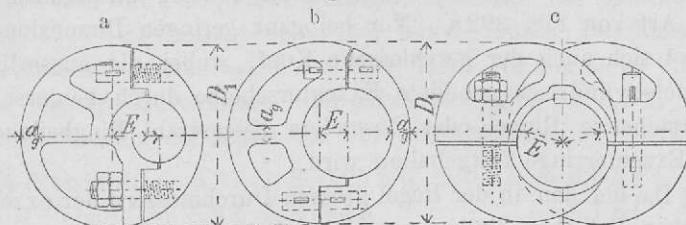
Fig. 413.



Die in Fig. 412 und 413 eingeschriebenen Zahlen beziehen sich auf die Breite b der Exzenter scheibe als Einheit.

Diejenigen Exzenter, welche nicht in *einem* Stücke mit der Welle gebildet sind, werden meistens, um das Aufsetzen zu erleichtern, auch für sich aus zwei Teilen hergestellt. Die Teilungsfuge zunächst der Bohrung für die Welle muss dabei in der Richtung eines Durchmessers derselben laufen; die weitere Gestalt der Fuge kann dagegen verschiedenartig schräg oder abgesetzt angenommen werden, und ergeben sich damit auch die verschiedenen Verbindungsarten Fig. 414, wobei die Verbindungsbolzen, welche entweder als Stiftschrauben oder

Fig. 414.



als Keilbolzen konstruiert sein können,
in einer Stärke

$$\Delta = 0,4 \text{ b} \dots \dots \dots 442)$$

ausgeführt werden.

Bei der in Fig. 414 d dargestellten Konstruktion greifen die beiden Teile des Exzentrers mit Hakenblatt ineinander, und sind hiernach die querdurchsetzenden Schrauben gegen transversale Beanspruchung entlastet.

Fig. 415.

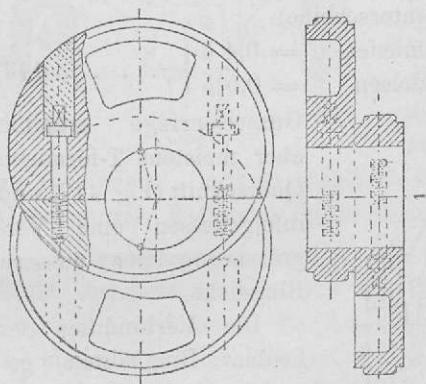


Fig. 415 zeigt die Verbindung eines für Umsteuerung bestimmten Doppelexzentrers. Die vier Verbindungs-schrauben durchdringen die äussere Umfläche des Exzentrers und erhalten behufs Anziehens durch einen Rohrschlüssel ein angesetztes Vierkant. Die hiernach nötig werdende

Bohrung des Exzentrers wird nachträglich durch Eingießen einer leicht flüssigen Metallkomposition wieder ausgefüllt.

§ 76. Konstruktion der Exzenterringe.

Die Exzenterringe sind die an den Exzenter-Triebstangen angebrachten Lagerköpfe, und als solche nach den hiefür aufgestellten Prinzipien (§ 71) zu konstruieren. Sie sind meistens

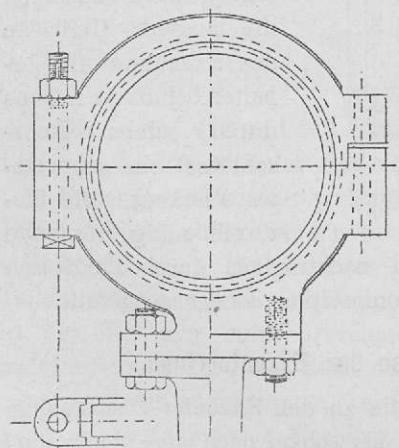
teils als offene Köpfe mit diametraler Teilung ausgeführt in der Art von Fig. 392 a. Nur bei ganz geringen Dimensionen findet sich auch der geschlossene Kopf, wobei die äusserlich einfach-zylindrisch gebildete Exzenterscheibe durch beiderseits überstehende Ringe oder besonders beigesetzte Ringbeilagen im Exzenterringe festgehalten wird.

Da bei den in der Regel grossen Durchmessern der exzentrischen Scheiben Reibungsweg und Reibungsarbeit sehr gross ausfallen, muss zur möglichsten Verkleinerung dieses Widerstandes die Verwendung von Schmiedeisen für die aufeinander sich bewegenden Teile ausgeschlossen bleiben. Schmiedeiserne Ringe müssen daher jederzeit ein Lagerfutter aus Rot- oder Weissmetall erhalten (Fig. 413 c). Die Dicke dieses Metallfutters beträgt $0,25 b$. Gusseiserne Ringe bedürfen eines besonderen Lagerfutters nicht, doch wird mitunter auch hiebei, wie bei gewöhnlichen Wellen-Lagern, ein solches aus leicht schmelzbarer Weissgusskomposition beigefügt (Fig. 413 d).

Die geringste Dicke (Stärke) der Exzenterringe beträgt bei rechteckigem Querschnitte derselben und einer Breite b (gleich der Breite der Exzenterscheibe)

$$\begin{aligned} \text{für Schmiedeisen} &= 0,4 b \\ \text{für Gusseisen} &= 0,5 b \end{aligned} \quad \dots \quad 443$$

Fig. 416.



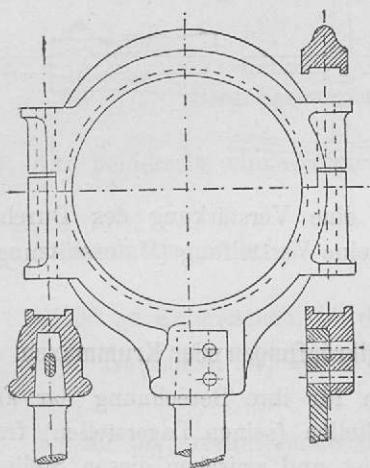
Gusseisenringe erhalten aber meistens T-förmigen Querschnitt (Fig. 417) und infolgedessen eine Vergrösserung der äussern Ringdicke.

Die Verbindung der beiden Ringhälften geschieht durch Schrauben, deren Mittellinie man in die Tangente zum äussern

Begrenzungskreise schmiedeiserner rechteckiger Exzenterringe legt. Man erzielt dadurch möglichst kurze, aber kräftige

Flanschen und möglichst geringen Abstand der Schrauben (Fig. 416). Es beträgt somit bei einem innern Durchmesser der Exzenter scheibe = $5b$ und einer Höhe der Bunde = $0,15b$ der äussere Durchmesser der Exzenter scheibe = $5,3b$, und die Entfernung der Mittel der Verbindungsschrauben für Ringe mit Metallfutter $5,3b + 2 \cdot 0,25b + 2 \cdot 0,4b = 6,6b$ } . 444) ohne Metallfutter $5,3b + 2 \cdot 0,4b = 6,1b$ }

Fig. 417.



Die beiden Ringhälften (bei Anwendung von Metallausfütterung die Metallbeilagen der beiden Ringhälften) müssen sich berühren, oder wenigstens durch eine Zwischenlage von Holz oder Metall in festbleibender Entfernung gehalten werden, damit nicht beim Anziehen der Verbindungsschrauben die Exzenter scheibe gebremst werde. Um bei dem aus gleichem Grunde nur leichten Anziehen jener Schrauben die zufällige Lockerung derselben

zu verhindern, müssen dieselben irgend eine Sicherung, wie Gegenmutter, Keil oder Splint (Querstift) oder dergl., erhalten.

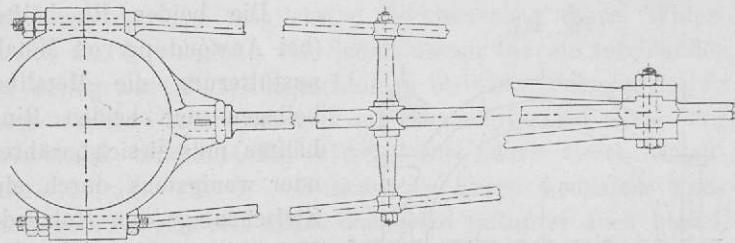
Exzenterstangen werden mit Schmiedeisenringen als *ein* Stück hergestellt, oder mit denselben durch Flanschen und Schrauben verbunden. Bei Gusseisenringen findet auch oft die Verbindung runder Stangen durch Hülse und Querkeil statt, ähnlich der Verbindung der Kolbenstange mit dem Kreuzkopfkörper (Fig. 405 und 417).

Für die Stärke der Exzenterstangen sind wohl zunächst Festigkeitsrücksichten massgebend, und jene daher nach den Tabellen und Formeln von § 69 und 70 zu berechnen. Meistens aber resultierten darnach Dimensionen, welche wohl genügende Festigkeit, aber nicht genügende Steifigkeit besitzen. Zweckmäßig gibt man

rechteckigen Stangen eine Breite = $1,5 b$
 eine Dicke = $0,4 b$ } 445
 runden Stangen einen Durchmesser = $0,7 b$,

welche Abmessungen zunächst am Ringe aufzutragen sind; bei rechteckigen Stangen kann eine Verjüngung gegen das andere Ende hin bis auf eine Breite = b eintreten. Runde Stangen

Fig. 418.



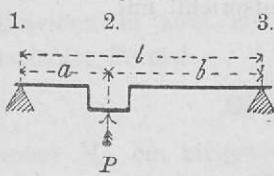
erhalten bei grösserer Länge eine Verstärkung des Durchmessers gegen die Mitte, oder eine Versteifung (Unterstützung) durch Verstrebung (Fig. 418).

§ 77. Berechnung der Kurbelkröpfungen oder Krummaxen.

Die Krummaxe stellt sich für ihre Berechnung dar als ein Stab, welcher an zwei Stellen (seinen Lagerstellen) frei aufliegt oder fest eingespannt ist und zwischen diesen Stellen belastet wird. Man vernachlässigt für die Berechnung der Hauptabmessungen vorerst vollkommen die gekröpfte Form des Stabes zwischen den beiden Auflagern; da es aber mit vollständiger Sicherheit nicht entschieden werden kann, ob dieser Stab (die Axe) sich an ihren beiden Auflagern frei aufliegend oder fest eingespannt fühlt, und die Anstrengungen je nach der einen oder anderen dieser Annahmen sehr verschieden ausfallen, so ist bei der Berechnung der Wellenkröpfungen der Grundsatz aufzustellen, dass jede Stelle für diejenige Art der Auflage zu berechnen sei, für welche dieselbe die grösste Stärke zu erhalten hätte. Ferner wird vorerst auch auf die Verdrehungsinauspruchnahme der Welle keine Rücksicht genommen.

Die Art der Berechnung wird an einem Beispiele gezeigt werden:

Fig. 419.



Eine Krummaxe liege bei 1. und 3. in Lagern und sei bei 2. durch die von der Triebstange ausgehende Schubkraft P belastet, so ergibt sich zunächst ohne Rücksicht auf die Drehungsinanspruchnahme *)

Punkt 1.

- a. Axe frei aufliegend, Auflager-

$$\text{druck} \dots \dots \dots P_{1\alpha} = P \frac{b}{l},$$

$$\text{Biegunsmoment } M_{1\alpha} = 0,$$

$$\beta. \text{ Axe beiderseits eingespannt. } M_{1\beta} = P \frac{ab}{l} \cdot \frac{b}{l},$$

$$\gamma. \text{ Axe eingespannt bei 1. } M_{1\gamma} = P \frac{ab}{l} \cdot \frac{a+2b}{2l}.$$

Es ist zu untersuchen, ob der dem Drucke $P_{1\alpha}$ entsprechende Tragzapfen ($d_1 = 1,5 \sqrt{P_{1\alpha}}$) oder der für $M_{1\beta}$ oder

der für $M_{1\gamma}$ resultierende Durchmesser ($d_1 = \sqrt[3]{\frac{M_1}{0,1 h}}$) den grösseren Wert erhält.

Punkt 2.

a. Axe frei aufliegend } $M_{2\alpha} = P \frac{ab}{l},$

Biegunsmoment

- $\beta.$ Axe beiderseits einge-

$$\text{spannt} \dots \dots M_{2\beta} = P \frac{ab}{l} \cdot \frac{2a}{l} \cdot \frac{b}{l},$$

$$\gamma. \text{ Axe eingespannt bei 1. } M_{2\gamma} = P \frac{ab}{l} \cdot \frac{2a+3b}{2l} \cdot \frac{a}{l},$$

$$\delta. \text{ Axe eingespannt bei 3. } M_{2\delta} = P \frac{ab}{l} \cdot \frac{2b+3a}{2l} \cdot \frac{b}{l}.$$

*) Die Formeln sind im wesentlichen dieselben wie § 8 Gl. 23, 24 und 25.

Die Welle erhält denjenigen Durchmesser, welcher dem grössten der vier Werte von M_2 entspricht, mit

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{M_2}{0,1 k}}.$$

Punkt 3.

a. Axe frei aufliegend, Auflager-

$$\text{druck} \dots \dots \dots P_{s\alpha} = P \frac{a}{l},$$

$$\text{Biegmomment } M_{s\alpha} = 0,$$

$$\beta. \text{ Axe beiderseits eingespannt } . M_{s\beta} = P \frac{a b}{l} \cdot \frac{a}{l}, \quad \left. \right\} 448)$$

$$\gamma. \text{ Axe eingespannt bei } 3 \dots . M_{s\gamma} = P \frac{a b}{l} \cdot \frac{b+2a}{2l}.$$

Die Welle erhält entweder einen Tragzapfen entsprechend dem Auflagerdruck $P_{s\alpha}$ ($d_3 = 1,5 \sqrt{P_{s\alpha}}$) oder einen Hals von einer Stärke d_3 , welche dem grössten Werte des biegenden

Momentes entspricht, mit $d_3 = \sqrt[3]{\frac{M_3}{0,1 k}}$, je nachdem unter der einen oder andern Voraussetzung der grössere Wert resultiert.

Soll aber auch noch die Torsions-Inanspruchnahme mit eingerechnet werden, so muss darauf zunächst Rücksicht genommen werden, ob die auf den Kurbelzapfen einwirkende Schubkraft P in der Krummaxe ein Drehmoment erzeugt, welches nach einer oder der andern oder nach jeder Seite im vollen Werte, oder gleichzeitig nach beiden Seiten in irgend einem Verhältnis zu übertragen ist. Derjenige Teil der Welle, welcher Torsion zu übertragen hat, ist dann auch stets an seiner Lagerstelle als *Wellenhals*, d. h. bei seiner Berechnung als eingespannt anzunehmen, und darf sein Durchmesser *nie* wie für einen *Tragzapfen* bestimmt werden. Die somit sich ergebenden biegenden Momente M_b und verdrehenden Momente M_d werden nach den Formeln oder der Tabelle von § 7 kombiniert zu einem ideellen biegenden Momenten M_e , und diesem letzteren entsprechend wird der Durchmesser berechnet.

Wirken verschiedene biegende Momente nach verschiedenen Richtungen, so sind diese zu kombinieren, und zwar, wenn dieselben in zwei zu einander senkrechten Ebenen wirken, nach der Formel

$$M_b = \sqrt{(M_{bv})^2 + (M_{bh})^2}, \dots \quad .449)$$

wobei M_{bv} ein biegendes Moment in der Vertikalebene, und M_{bh} ein biegendes Moment in der Horizontalebene, und M_b das resultierende biegende Moment ist, welch letzteres wieder durch die mitunter bequemere Formel berechnet werden kann:

$$M_b = 0,96 M_{bv} + 0,40 M_{bh}, \text{ wenn } M_{bv} > M_{bh},$$

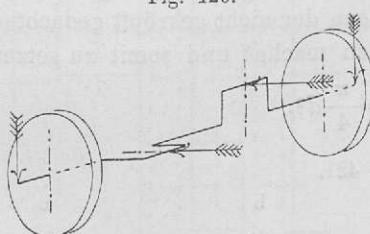
oder

$$= 0,40 M_{bv} + 0,96 M_{bh}, \text{ wenn } M_{bh} > M_{bv}.$$

Auf diese Art sind die Momente zu berechnen für eine Lokomotivaxe, welche durch die auf derselben ruhende Belastung in vertikalem Sinne, und gleichzeitig durch die Schubkraft in vollständig oder nahezu horizontalem Sinne angegriffen wird.

Werden Kurbelwellen auf solche Art berechnet, so ergeben sich zunächst nur einzelne Durchmesser an einzelnen Stellen,

Fig. 420.



kurbelzapfen)

keineswegs aber auch die Längen der Zapfen und Lagerhälse. Da die so erhaltenen Durchmesser aber stets grösser sind, als wenn sie für Stirnzapfen dem einwirkenden Drucke entsprechend berechnet werden (nach Gleichung 388 für Stirn-

$$d = 1,5 \sqrt{P},$$

so genügt jedenfalls für die Länge der Lagerstellen ein Mass

$$l = 1,4 d,$$

ohne dass der Flächendruck den bei Stirnkurbelzapfen gestatteten Wert überschreitet, ja erreicht. Ist dagegen, wie es bei

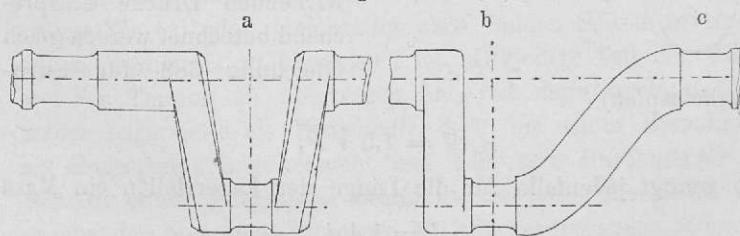
Lokomotivaxen für innere Triebwerksanordnung stets der Fall ist, der Raum sehr knapp bemessen, so dass mit der Zapfen- und Lagerhalslänge auf ein möglichstes Minimum herabgegangen werden muss, so wird man einfach die gesamte Druckfläche des für die Kurbelwelle berechneten Zapfens oder Axenhalses d_1 , d_2 oder d_3 gleich machen derjenigen eines gleichbelasteten Stirnkurbelzapfens, auf welchen (§ 67) ein Flächendruck von höchstens 0,31 kg/qmm trifft. Auf diese Weise resultieren gerade für derartige Lokomotivaxen Zapfenlängen, die oft nur $\frac{1}{2}$ des Zapfendurchmessers betragen.

Der Kurbelarm der gekröpften Welle ist verschieden in Anspruch genommen. Liegt derselbe ungefähr in der Richtung der Schubkraft, so nimmt er an der Biegung der ganzen Welle teil, und ist das auf denselben einwirkende biegende Moment dem auf die gleiche Stelle der Welle selbst einwirkenden gleich. Liegt dagegen der Kurbelarm senkrecht zur Richtung der Schubkraft, so ist dessen Inanspruchnahme eine zweifache: durch Biegung mit einem Moment $= PR$ (Schubkraft \times Kurbelarmlänge) und durch Torsion mit einem Momente, welches an Zahlenwert dem auf die gleiche Stelle der Axe einwirkenden biegenden Momenten gleich ist.

Anstatt aber darnach die Berechnung durchzuführen, ist es einfacher und auch meistenteils genügend, den Querschnitt des Kurbelarmes gleich demjenigen der nicht gekröpft gedachten Axe an der betreffenden Stelle zu machen und somit zu setzen

$$bh = \frac{\pi}{4} d^2.$$

Fig. 421.



Hierin ist d als Durchmesser der Axe gedacht, und h in der Regel bekannt, nämlich $h = d + 2e = 1,2d$, so dass hieraus folgt

$$b = \frac{\pi \cdot d}{4 \cdot 1,2} = 0,65 d,$$

aufzutragen zunächst am Zapfen mit einer Verstärkung gegen das Wellenmittel hin auf

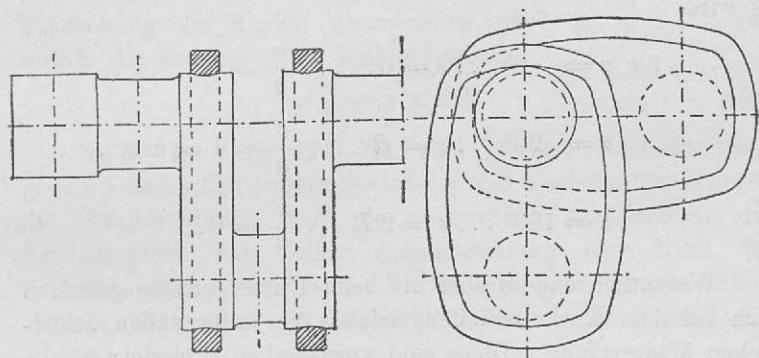
$$B = b + \frac{1}{15} R, \text{ oder durchschnittlich auf } 0,75 d \text{ bis } 0,8 d.$$

Eine gleiche Stärke $b = B$ erhalten Kurbelarme von gekröpften Wellen bei stets gleichbleibenden Dimensionen (Breite und Höhe) der Arme (Fig. 421 b).

Die aus Rundeisen von konstanter Stärke hergestellten Kurbelwellen (Fig. 421 c) erhalten durchweg eine Stärke $= d + 2e = 1,2d$, und nur an den verschiedenen Hals- und Zapfenstellen Eindrehungen auf die durchgehend gleiche Stärke d , wobei für d der grösste von den für diese einzelnen Stellen berechneten Durchmessern zu nehmen ist.

Insbesondere bei Lokomotiven mit inneren Zylindern sind oft Kurbelkröpfungen zu finden, bei welchen der Kurbelarm noch durch ein warm aufgezogenes schmiedeisernes Band verstärkt ist (Fig. 422).

Fig. 422.



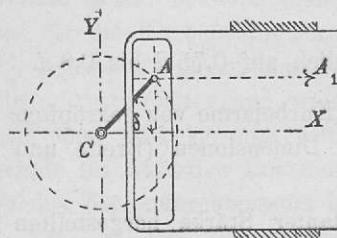
XIV. KURBELGETRIEBE MIT SCHLEIFENBEWEGUNG.

§ 78. Bewegungsgesetz und Widerstände für die Kurbelschleife.

Unter Kurbelschleifengetriebe oder Kurbelgetriebe mit Schubschleife verstehen wir jenen speziellen Fall des allgemeinsten Kurbelgetriebes, bei welchem die Verbindungsstange

$A A_1$ sich stets parallel bleiben soll. Man erhält durch diese Bedingung eine Stange von unendlicher Länge (Fig. 423) mit

Fig. 423.



einem rechtwinklig zu ihrer Längenaxe und zur Schubrichtung laufenden Schlitz, welcher zur Aufnahme des Endpunktes A des rotierenden Armes R dient (§ 62, 3. Fall). Das Kurbelschleifengetriebe ist somit ein spezieller Fall des einfachen Kurbelgetriebes, unter Annahme

einer unendlich langen Triebstange. Setzt man daher in den für jenes entwickelten Gleichungen (371 und 372 § 64) $L = \infty$, so resultiert

$$\left. \begin{aligned} s &= R(1 - \cos \alpha)^*, \\ \frac{v}{u} &= \sin \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad 450$$

Die geradlinige Bewegung der Triebstange tritt nicht mehr unsymmetrisch ein, wie beim einfachen Kurbelgetriebe, sondern es wird

$$\text{für } \alpha = 0^\circ \dots s = 0 \dots \dots \frac{v}{u} = 0,$$

$$\alpha = 90^\circ \dots s = R \dots \dots \frac{v}{u} = 1 = \max.,$$

$$\alpha = 180^\circ \dots s = 2R \dots \frac{v}{u} = 0.$$

Wesentlich anders aber als beim Kurbelgetriebe gestalten sich bei dem Kurbelschleifengetriebe die auftretenden schädlichen Widerstände. Diese sind vornehmlich dreierlei:

1. Reibung zwischen Kurbelzapfen und Gleitblock,
2. Reibung zwischen Gleitblock und Schleifenrahmen,
3. Reibung zwischen Schleifenrahmen oder Triebstange und deren Führung.

* Die Bezeichnung α für den Drehungswinkel des Kurbelarmes tritt hier an Stelle der § 62 sich findenden und in Figur 423 eingeschriebenen Bezeichnung δ für den gleichen Winkel.

Dabei ist nämlich vorausgesetzt, dass der Kurbelzapfen zu seiner bessern Erhaltung nicht direkt in der Schleife sich bewegt, sondern zunächst ein Gleitstück trägt, welches in der Schleife sich hin und her bewegt.

Ad 1. Die Bewegung des Kurbelzapfens in dem Gleitblock ist eine rotierende, wobei die Pressungsstelle entsprechend einer halben Kurbeldrehung auf dem Kurbelzapfen durch eine Weglänge gleich der halben Zapfenperipherie wechselt. Nimmt man ferner konstante Schubkraft P an und nennt

d den Durchmesser des Kurbelzapfens und

μ den Reibungskoeffizienten, so ist

$$A_{r_1} = P \mu \frac{1}{2} d \pi \dots \dots \dots \quad 451$$

die zur Ueberwindung der Reibung zwischen dem Umfange des Kurbelzapfens und der Bohrung des Gleitstückes bei einer halben Umdrehung der Kurbel aufzuwendende Arbeit.

Ad 2. Der gleiche Druck P , gleich der konstanten Schubkraft, herrscht während des ganzen Hubes zwischen den Führungsflächen des Gleitblockes und der Schleife; der Weg, durch welchen der Reibungswiderstand $P \mu$ bei einer halben Umdrehung der Kurbel überwunden wird, ist $= 2 R$, und mithin die entsprechende Reibungsarbeit

$$A_{r_2} = P \mu 2 R \dots \dots \dots \quad 452)$$

Ad 3. Ist (Fig. 424) für eine gewisse Kurbelstellung, gegeben durch den Drehungswinkel α des Kurbelarmes R gegen die Schubrichtung, $A B$ die momentane Ausweichung des Kurbelzapfens aus seiner Anfangsstellung (der Mitte der Schleife), so sind zunächst die Kräfte, welche auf den Schleifenrahmen oder auch auf die damit identische Triebstange einwirken:

- a. die als konstant angenommene Schubkraft P , wirkend in der Mittellinie des Schleifenrahmens und der Triebstange, während die Schleife selbst ihre momentane Unterstützung in A findet. Infolgedessen entsteht, wenn die Schleife keinerlei andere Führung besitzt, für dieselbe eine Drehungstendenz um A , und hiedurch ergeben sich

- b. Normalpressungen N und N_1 gegen die Stangen- und Schleifenführungen bei D und D_1 , und infolge dieser endlich
- c. Reibungswiderstände $N\mu$ und $(N\mu)_1$.

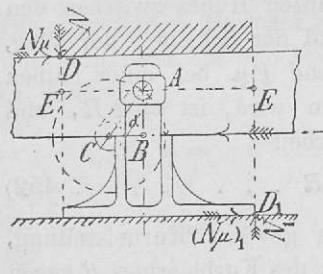
In bezug auf den momentanen Unterstützungs punkt A der Schleife als Drehungspunkt ist nun die Gleichgewichtsbedingung

$$P \cdot AB - N \cdot AE - N_1 \cdot AE_1 + N\mu \cdot ED - (N\mu)_1 \cdot E_1 D_1 = 0.$$

Bei einer Anordnung wie Fig. 424, untere Hälfte, kann bei symmetrischer Form der Führungen gegen den Schlitz, der Normaldruck gegen die Führung beiderseits gleich gesetzt werden, daher wird mit $N = N_1$

$$P = N \frac{(AE + AE_1) + \mu(ED_1 - ED)}{AB}. \quad . . . 453)$$

Fig. 424.



Nun ist hierin $AE + AE_1 = EE_1 = L$ die ganze Länge der Führung zwischen deren äussersten Punkten; ferner, wenn die ganze Führungsweite $DD_1 = H$ gesetzt wird,

$$E_1 D_1 = \frac{1}{2} H + R \sin \alpha,$$

$$ED = \frac{1}{2} H - R \sin \alpha,$$

mithin

$$E_1 D_1 - ED = 2R \sin \alpha,$$

mit einem Minimalwerte = 0 und einem Maximalwerte = $2R$.

Setzt man $AB = R \sin \alpha$, so wird

$$N = P \frac{R \sin \alpha}{L + \mu 2R \sin \alpha}, \quad 454)$$

oder mit $\sin \alpha$ im Mittel = $1/2$

$$N = P \frac{R}{2L + 2\mu R} = \frac{P}{2 \frac{L}{R} + 2\mu}, \quad 455)$$

und die hierdurch veranlasste Reibungsarbeit

$$A_{r_s} = 2 N \mu \cdot 2 R = 4 P \mu \frac{R^2}{2L + 2\mu R} = \frac{2 P \mu R}{\frac{L}{R} + \mu} \quad . . 456)$$

Hierin kommt die Höhe der Führung H nicht mehr vor, und ist diese daher für den Reibungswiderstand von keinem Einfluss.

Das Verhältnis $\frac{L}{R}$ kann recht klein, und daher der Arbeitsverlust A_{r_s} sehr gross werden, wenn die Führung (Fig. 424, untere Hälfte) nur an den beiden Flanken des Schleifenrahmens geschieht. In der Regel aber ist die Führung auf einer, oder meistens sogar auf beiden Seiten der Schleife, an den stangenförmigen Fortsetzungen der Schleife angeordnet. In diesem Falle (Fig. 424, obere Hälfte) ist jederzeit

$$E E_1 = L > 4 R,$$

und kann durchschnittlich

$$\frac{L}{R} = 5$$

gesetzt werden, so dass

$$A_{r_s} = \frac{2 P \mu R}{5 + \mu} \quad 457)$$

wird. Der gesamte Arbeitsverlust im Verhältnis zur Arbeit der Schubkraft wird nun

$$V_a = \frac{A_r}{P \cdot 2R} = \frac{A_{r_1} + A_{r_2} + A_{r_s}}{2PR} = \mu \left\{ \frac{\pi}{2} \frac{d}{R} + 1 + \frac{2}{5 + \mu} \right\} \quad 458)$$

Setzt man hierin $\frac{d}{R} = 0,2$ (wie beim einfachen Kurbelgetriebe),

sowie $\mu = 0,1$,

so wird

$$V_a = 0,1 [0,31 + 1 + 0,39] = 0,17 \text{ oder ungefähr } 17\%.$$

Dieser Widerstand ist mithin unter der günstigsten Voraussetzung unter 3. immerhin noch viel grösser als bei dem ein-

fachen Kurbelgetriebe; würde man aber, nach Fig. 424, untere Hälfte, setzen

$$\frac{L}{R} = 1,$$

so würde mit sonst gleichen Werten $V_a = 0,31$ oder 31%.

Aus diesen grossen Werten für den Arbeitsverlust durch Reibung folgt, dass die Benützung des Kurbelgetriebes mit Schubschleife für Betriebsmaschinen wohl selten von Vorteil sein kann, wie diese Anordnung auch hauptsächlich nur dann gewählt wird, wenn es sich um möglichste Reduktion der Längenausdehnung oder der Anzahl der bewegten Teile handelt.

Der erste Fall tritt ein bei Dampf-Pumpen, Dampfspritzen und ähnlichen Anordnungen, bei welchen eine gedrungene Anordnung hiedurch erzielt wird. Auch für Lokomotiven hat man versucht, aus genannten Gründen den Schleifenmechanismus in Anwendung zu bringen. Der letztere Fall tritt ein bei hydraulischen (Wasserdruck-) Motoren, doch ist hiefür das im § 80 zu behandelnde Kurbelgetriebe mit schwingender Schleife noch geeigneter.

§ 79. Hauptdimensionen und konstruktive Ausführung der Kurbelschleifen.

1. *Kurbelzapfen.* Dieser ist manchmal als Stirnzapfen ausgeführt, meistens aber gehört er einer gekröpften Welle an. Für ersteren gilt die § 67 aufgestellte Gleichung

$$d = \sqrt{\frac{16}{\pi k} \cdot \frac{l}{d} \cdot P} = 1,5 \sqrt{P},$$

wenn d den Durchmesser des Stirnzapfens und

l die Länge desselben $= 1,4 d$,

P den konstanten oder Maximalwert der Schubkraft

bezeichnet. Ist die Welle gekröpft, so ist für die Mitte, bei symmetrischer Anordnung für den dort anzubringenden Zapfen, das biegende Moment

$$= P \frac{a}{4},$$

wenn mit a der Abstand der beiden Lagermittel bezeichnet ist.

Der Durchmesser d_1 des Kurbelzapfens an der Wellenkröpfung ist somit durch die Gleichung gegeben

$$P \frac{a}{4} = \frac{\pi}{32} d_1^3 k,$$

woraus

$$d_1^2 = \frac{8}{\pi k} \cdot \frac{a}{d_1} P. \dots \dots \dots \quad 459)$$

Man setzt dabei meistens die Halslager der Kurbelwelle möglichst nahe zusammen, so dass deren Mittelentfernung a nicht mehr als $5 d_1$ beträgt, und erhält mit diesem Werte und mit $k = 3,2$ kg/qmm (wie beim Stirnzapfen)

$$d_1 = \sqrt{\frac{8}{\pi \cdot 3,2}} \cdot 5 \sqrt{P} = 2 \sqrt[4]{P},$$

daher für obigen Durchschnittswert von $a = 5 d$,

$$d_1 = 1^{1/3} d.$$

Die Länge l_1 des Zapfens an der Wellenkröpfung, welche auf die Stärke d_1 keinen Einfluss hat, wird $= 1,0 d_1$ bis $1,2 d_1$. Mit letzterem Werte ist somit als Zapfenauflagefläche zu setzen

$$l_1 d_1 = 1,2 d_1^2 = 1,2 \cdot (1^{1/3} d)^2 = 2,13 d^2, \dots \quad 460)$$

während diese für den Stirnkurbelzapfen $l d = 1,4 d^2$ gesetzt werden kann. Der Flächendruck p_1 ergibt sich mithin bei einer Wellenkröpfung mit ungefähr $= 2/3$ derjenigen an einem Stirnkurbelzapfen, und daher (§ 67)

$$p_1 = \frac{2}{3} p = \frac{2}{3} 0,31 = 0,21 \text{ kg/qmm.}$$

2. Der Schleifenrahmen. Die Inanspruchnahme desselben ist eine solche auf Biegung, wobei man sich, zur Bestimmung von dessen Stärke in der Mitte, vorerst jede Rahmenseite als einen mit beiden Enden frei aufliegenden Träger zu denken hat, welcher für die Stellung der Maximalanstrengung durch die Schubkraft P in der Mitte belastet ist. Bezeichnet

w die einzurechnende Länge des Schleifenrahmens,

b die konstante Breite,

h die Höhe desselben in der Mitte,

so gilt die Gleichung

$$P \frac{w}{4} = \frac{1}{6} b h^2 k.$$

Hierin setzt man als durchschnittliche Werte

$$b = d_1,$$

$w = 3 R$ = der dreifachen Kurbellänge,

k dieselbe zulässige Spannung wie für Kurbelzapfen
= 3,2 kg/qmm,

und erhält somit

$$h^2 = \frac{6}{4} \cdot \frac{w}{b} \frac{P}{k} = \frac{18}{4} \cdot \frac{R}{d_1} \frac{P}{k}.$$

Verglichen mit dem Durchmesser d_1 der zugehörigen Kurbelkröpfung, berechnet durch (Gl. 459)

$$d_1^2 = \frac{8}{\pi k} \cdot \frac{a}{d_1} \cdot P = \frac{8 \cdot 5}{\pi k} P,$$

ergibt sich

$$\left(\frac{h}{d_1}\right)^2 = \frac{18 \cdot \pi}{4 \cdot 8 \cdot 5} \cdot \frac{R}{d_1},$$

und $\frac{h}{d_1} = 0,594 \sqrt{\frac{R}{d_1}} \quad \dots \dots \dots \quad 461)$

Mit dem Mittelwerte $\frac{R}{d_1} = 3$ wird $\frac{h}{d_1} = 1,03$.

Wird der Schleifenrahmen aus Gusseisen gebildet, so erhält derselbe bei einer in Vergleich zu Schmiedeisen nur halb so grossen zulässigen Materialspannung und bei rechteckiger Querschnittsform die 1,4-fache Höhe, mithin wird dann

$$\frac{h}{d_1} = 0,84 \sqrt{\frac{R}{d_1}}, \quad \dots \dots \dots \quad 462)$$

oder mit dem obigen Mittelwerte $\frac{R}{d_1} = 3 \quad \dots \frac{h}{d_1} = 1,44$.

Wird bei Gusseisen, wie in der Regel, der doppelt-T-förmige Querschnitt gewählt, so kann für denselben die gleiche Höhe beibehalten werden, da bei dieser Querschnittsform die Weglassung des der neutralen Axe zunächst liegenden Mate-

rials die Festigkeit nur in geringem Masse ändert. Auch der einfache-T-förmige Querschnitt erhält meistens keine andere Höhe als die oben berechnete.

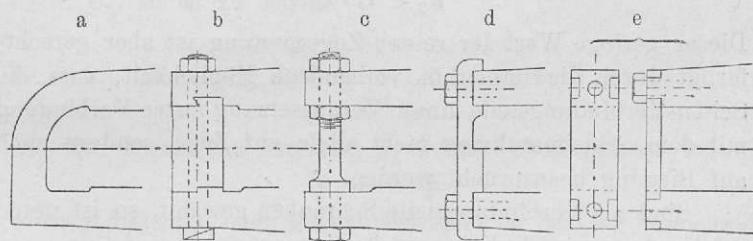
Die Enden des Schleifenrahmens sind auf Biegung in Anspruch genommen, sobald die beiden Seiten jenes Rahmens in fester, unveränderlicher Verbindung sind, und zwar ist das biegende Moment an diesen Enden gleich dem eines beiderseits fest eingespannten, in der Mitte belasteten Trägers, mithin ausgedrückt durch

$$P \frac{w}{8},$$

und daher halb so gross wie dasjenige für die Mitte eines frei aufliegenden Trägers. Man erhält somit bei konstanter Breite b des Rahmens die Höhe h_1 der Rahmenenden mit $0,7 h$, unter h die Höhe des Rahmens in seiner Mitte verstanden.

3. Verbindung der Seiten des Schleifenrahmens. Diese Verbindungsteile sind entweder mit den Rahmen in *einem* Stücke gebildet (Fig. 425 a) und in diesem Falle durch das gleiche biegende Moment in Anspruch genommen, wie die Rahmenenden, oder die Verbindung geschieht durch besondere

Fig. 425.



Teile, z. B. Schrauben, Verbindungsplatten etc., und können diese Teile dann als nur durch Zug oder Druck beansprucht angesehen werden (Fig. 425 b, c, d und e).

Im ersten Falle müssen die Rahmenverbindungen bei konstanter Breite $b_2 = b$ die gleiche Höhe $h_2 = h_1$ wie die Rahmenenden erhalten. Sind in andern Fällen die Verbindungs-teile nur auf Zug angestrengt, so kann für einen Drehungs-

winkel des Kurbelarmes $\alpha = 90^\circ$, bei welchem das Gleitstück am Ende seiner seitlichen Bewegung angekommen ist, auf die einerseitigen Verbindungsteile nahezu der volle Betrag von P treffen, und wird dann der nötige Querschnitt erhalten durch

$$b_2 h_2 = \frac{P}{k_2},$$

woraus

$$h_2 = \frac{P}{b_2 k_2},$$

und, wenn $b_2 = d_1$ gesetzt wird,

$$\frac{h_2}{d_1} = \frac{P}{d_1^2 k_2}.$$

Setzt man hierin gemäss Gleichung 459 $\frac{P}{d_1^2} = \frac{\pi k}{8.5}$,

$$\text{so wird } \frac{h_2}{d_1} = \frac{\pi}{8.5} \cdot \frac{k}{k_2} \dots \dots \dots \quad 463)$$

Wenn man in Ausführungen findet

$$h_2 < \frac{d_1}{4},$$

so resultiert hieraus eine Spannungsintensität

$$k_2 < 1,0 \text{ kg.}$$

Dieser geringe Wert der reinen Zugspannung ist aber gerechtfertigt durch die immerhin vorhandene Möglichkeit, dass die Seiten-Verbindungsteile unter Voraussetzung fester Verbindung mit dem Schleifenrahmen nicht allein auf Zug, sondern auch auf Biegung beansprucht werden.

Sind als Verbindungsteile Schrauben gewählt, so ist deren Stärke (im Gewinde-Kern) zu bestimmen durch

$$\Delta_{i^2} = \frac{4}{\pi k_1} P,$$

und verglichen mit dem Durchmesser der Wellenkröpfung (Gleichung 459)

$$d_1^2 = \frac{8.5}{\pi k} P$$

sowie mit dem Wert $k = k_1$, wird die innere Gewindestärke

$$\frac{\Delta_i}{d_1} = \sqrt{\frac{1}{2.5}} = 0.316,$$

sowie der äussere Gewindedurchmesser

$$\Delta_a = 1.2 \Delta_i = 0.38 d_1 \dots \dots \quad (464)$$

Da für Anbringung der Muttern und Unterlagsscheiben ein Raum ungefähr $= 2.6 \Delta_a$ nötig ist, so ergiebt sich eine nötige konstante Breite der Schleife

$$b = 2.6 \cdot 0.38 d_1 = d_1,$$

wie es auch vorher (S. 478) angenommen war.

4. Das Gleitstück stellt in der einfachsten Form eine aussen vierkantig begrenzte Lagerschale dar, deren innere Bohrung den Zapfendruck (Schubkraft P) aufnimmt, während eine ihrer äusseren Grundflächen diesen Druck auf den Schleifenrahmen überträgt. Diese Grundfläche des Gleitstückes kann nach Massgabe einer gestatteten spezifischen Pressung berechnet werden; sie hat die Grösse $= a_3 b_3$, worin die Breite b_3 gleich der Breite b des Schleifenrahmens und daher ungefähr gleich dem Durchmesser d_1 der Kurbelkröpfung gesetzt werden kann. Das geringste passende Mass für a_3 ist $= 2 d_1$; sind ferner die spezifischen Pressungen am Gleitstücke und am Zapfen p_3 bzw. p_1 , so ist zu setzen:

$$P = p_1 l_1 d_1 = p_3 a_3 b_3.$$

Ist hierin (Gleichung 460) $l_1 = 1.2 d_1$, so wird

$$p_3 = 0.6 p_1.$$

Die spezifische Pressung p_1 konnte oben gesetzt werden

$$p_1 = \frac{2}{3} p,$$

worin p diejenige beim Stirnkurbelzapfen $= 0.31$ kg bezeichnet, und wird mithin

$$p_3 = 0.6 p_1 = 0.4 p = 0.12 \text{ kg/qmm}.$$

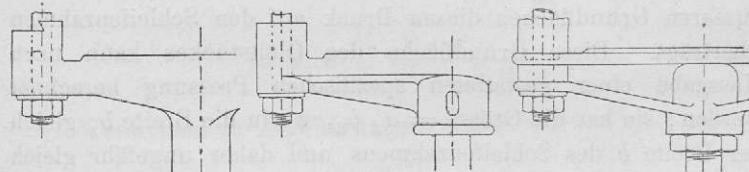
Diese Pressung ist wohl viel grösser als die in den Gleitschuhen des Kreuzkopfes gestattete, aber trotzdem noch genügend gering, weil die Richtung des Druckes hier wechselt, während derselbe beim Kreuzkopf bei gleichbleibender Drehungsrichtung stets die gleiche Schienenführung in Anspruch nimmt.

Wenn es der Raum gestattet, wird immerhin die Länge des Gleitstückes $a_3 > 2 d_1$ zu nehmen sein (in einzelnen Ausführungen bis $5 d_1$).

Findet sich das Gleitstück auf einen Stirnzapfen gesteckt, so bildet es oft ein einziges ganzes Stück von aussen vierkantiger Form; ein auf einer Kurbelkröpfung befindliches Gleitstück muss notwendiger Weise zweiteilig sein mit einer parallel zur Schleife gerichteten Trennungsfuge.

5. Eine *Triebstange*, gleichzeitig Kolbenstange, ist mindestens auf *einer* Seite mit dem Schleifenrahmen verbunden, und zwar, wenn es eine Stange von rundem Querschnitte ist, mittelst der beim Kreuzkopf zu gleichem Zwecke dienenden Verbindungsarten (Fig. 405), oder sie ist mit dem Schleifenrahmen aus *einem* Stück hergestellt (Fig. 426).

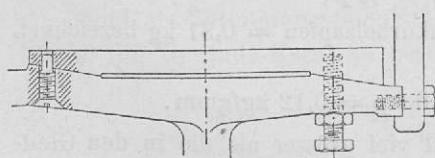
Fig. 426.



6. *Stellvorrichtungen* sind meistenteils nicht besonders angebracht, wenigstens nicht am Gleitstück selbst*). Eine Nachstellung bei eingetretener Abnutzung des Schleifenrahmens kann geschehen durch Näherung der beiden Rahmenseiten, z. B. durch Nachziehen der Verbindungsschrauben (Fig. 425 c), Verkleinerung des Verbindungsstückes und Herausnahme dünner Blechlamellen.

Leichter lässt sich eine Nachstellung des Schleifenrahmens

Fig. 427.



gemacht ist (Fig. 427).

erreichen durch die *Kleinsche Anordnung*, bei welcher die eine der Schleifschielen in dem festen, unveränderlichen Rahmen auf Keilflächen verschiebbar

*) Eine Stellvorrichtung am Gleitstück findet sich bei einer Lokomotive mit Schleifenbewegung. (Organ. 1859, S. 267), sowie bei einer Dampfeuerspritze. (Bach, Die Feuerspritzen Tafel 31).

§ 80. Bewegungsgesetz und Widerstände für das Kurbelgetriebe mit schwingender Schleife.

Unter Kurbelschwinge oder Kurbelgetriebe mit schwingender Schleife verstehen wir jenen Spezialfall des allgemeinen Kurbelgetriebes (§ 61 Fig. 350), bei welchem die Richtung der Verbindungsstange $A_1 A_1$ stets durch den festen Punkt A_1 geht.

Dies tritt dann ein, wenn die Länge $C_1 A_1$ des Armes $R_1 = 0$ wird, wenn somit der Bedingung genügt ist

$$E = R \cos \alpha + L \cos \beta. *) \quad 465)$$

Dieser Gleichung entsprechen als zusammengehörige Werte:

$$\begin{aligned} \alpha = 0^\circ & \dots E_1 = R + L_1 \cos \beta_1, \\ \alpha = 90^\circ & \dots E_2 = L_2 \cos \beta_2, \\ \alpha = 180^\circ & \dots E_3 = L_3 \cos \beta_3 - R. \end{aligned}$$

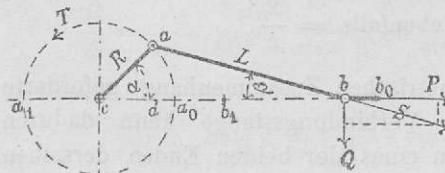
Da nun aber der Abstand E der beiden Drehungspunkte konstant, d. h. $E_1 = E_2 = E_3$ bleibt, so muss, um obiger Bedingung zu genügen, L variabel werden, und zwar mit einem kleinsten Werte $L_1 = E - R$ für $\beta = 0^\circ$ und $\alpha = 0^\circ$, grössten Werte $L_3 = E + R$ ebenfalls $\beta = 0^\circ$ und $\alpha = 180^\circ$. Für irgend eine andere Kurbelstellung muss die augenblickliche Länge L der Stange $> L_1$ und $< L_3$ sein, und zwar ergibt sich die jeder Kurbelstellung entsprechende Verlängerung der Stange durch

$$s = L - L_1.$$

Es ist aber (Fig. 428)

$$L = \sqrt{E^2 + R^2 - 2RE \cos \alpha} = E \left\{ 1 + \left(\frac{R}{E} \right)^2 - 2 \frac{R}{E} \cos \alpha \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Fig. 428.



Potenz enthalten, so erhält man für $L_1 = E - R$

*) Die Bezeichnungen E , R , R_1 und L treten hier an Stelle der in § 61 sich findenden Bezeichnungen e , r , r_1 und l .

Entwickelt man diesen Ausdruck in eine Reihe und vernachlässigt diejenigen Glieder, welche $\frac{R}{E}$ in einer höheren als der zweiten

$$\begin{aligned}s = L - L_1 &= E \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{E} \right)^2 - \frac{R}{E} \cos \alpha - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{E} \right)^2 \cos^2 \alpha \right] - (E - R), \\ &= R \left(1 - \cos \alpha + \frac{1}{2} \frac{R}{E} \sin^2 \alpha \right). \quad \dots \quad 466\end{aligned}$$

Dies ist absolut dieselbe Gleichung, wie sie (§ 64 Gleichung 371) für das einfache Kurbelgetriebe erhalten worden war; nur tritt hier an die Stelle der dortigen Grösse L die Entfernung E . Die Bewegung findet demnach in derselben Weise statt, wie bei dem einfachen Kurbelgetriebe, und wird daher auch das Verhältnis der Geschwindigkeit u am Umfang des Kurbelkreises und derjenigen v in der Richtung der Verbindungsstange L durch dieselbe Gleichung gegeben sein, wie § 64 Gleichung 372, nämlich durch

$$\frac{v}{u} = \sin \alpha \left(1 + \frac{R}{E} \cos \alpha \right) = \sin \alpha + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{E} \right) \sin 2 \alpha \dots 467$$

Es ergeben sich demnach folgende zusammengehörige Werte:

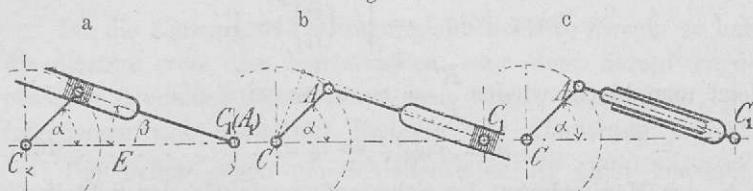
$\alpha = 0^\circ$	$\cos \alpha = 1$	$s = 0$	$\frac{v}{u} = 0$ (Totlage)
	$\cos \alpha = \frac{R}{E}$	$s = R \left(1 - \frac{1}{2} \frac{R}{E} \right)$	$\frac{v}{u} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{E} \right)^2 = \text{max}$
	$\cos \alpha = \frac{1}{2} \frac{R}{E}$	$s = R$	$\frac{v}{u} = 1 + \frac{3}{8} \left(\frac{R}{E} \right)^2$
$\alpha = 90^\circ$	$\cos \alpha = 0$	$s = R \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{E} \right)$	$\frac{v}{u} = 1$
$\alpha = 180^\circ$	$\cos \alpha = -1$	$s = 2R$	$\frac{v}{u} = 0$ (Totlage)

Der Mittelwert von $\frac{v}{u}$ ist ebenfalls $= \frac{2}{\pi}$.

Die durch den geometrischen Zusammenhang geforderte veränderliche Länge der Verbindungsstange kann dadurch erreicht werden, dass man eines der beiden Enden derselben schleifenförmig bildet, so dass sich entweder der Endpunkt A des Armes CA oder der feste Punkt C_1 (A_1) in der Schleife verschieben kann, während jeweils das andere Ende der Verbindungsstange lediglich drehbar eingehängt ist; es kann aber

die Stange auch an beiden Enden drehbar in die Punkte A und $C_1 (A_1)$ eingehängt, in ihrer Länge aber variabel hergestellt sein; hieraus ergeben sich die dreierlei Anordnungen Fig. 429 a, b und c. Die erste Anordnung (Fig. 429 a) ist die beim

Fig. 429.



Betrieb von Werkzeugmaschinen vorkommende, und ist dabei die schwingende Bewegung der Schleifenschwinge Zweck, indem diese Bewegung dann in eine geradlinig hin und hergehende übertragen wird; die zweite und dritte Anordnung (Fig. 429 b und c) ist die den oszillierenden Kolbenmaschinen zu Grunde liegende, und ist bei den Letzteren die Längenänderung der Stange Zweck, d. h. die Verschiebung des zweiten Endes der in den rotierenden Kurbelzapfen eingehängten Stange gegen den festen Punkt $C_1 (A_1)$.

Ist die *schwingende* Bewegung der Schleife Zweck (Fig. 429 a), so ist jederzeit am Endpunkte der Schwinge ein Druck T thätig, und zwar normal zur Richtung der Schwinge als Kraft oder als Widerstand; der Weg, welchen der Angriffspunkt von T zurücklegt, ist durch den Schwingungswinkel β der Schleifenschwinge bedingt.

Es ergibt sich

$$\frac{R}{E} = \frac{\sin \beta}{\sin (180^\circ - \alpha - \beta)} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta},$$

woraus

$$\cot \beta = \left(\frac{E}{R} - \cos \alpha \right) \frac{1}{\sin \alpha}. \quad \dots \quad 468)$$

Einen Maximalwert erhält der Winkel β für den Wert

$$\cos \alpha = \frac{R}{E}.$$

Hiefür wird

$$\max. \cotg \beta = \left(\frac{E}{R} - \frac{R}{E} \right) \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{R}{E} \right)^2}} = \frac{E^2 - R^2}{R \sqrt{E^2 - R^2}},$$

und daher

$$\max. \cotg \beta = \sqrt{\left(\frac{E}{R} \right)^2 - 1}.$$

Setzt man hierin wieder $\frac{R}{E} = \cos \alpha$, so wird

$$\max. \cotg \beta = \tg \alpha, \dots \quad .469)$$

d. h. der Maximalwert des Schwingungswinkels der Schleifenschwinge tritt ein, wenn die beiden Winkel α und β sich zu 90° ergänzen, und mithin die Linien R , E und L ein rechtwinkliges Dreieck bilden. In diesem Augenblick ist somit der Winkel der Schwinge mit dem Kurbelarm $= 90^\circ$, und die am Endpunkt der Schwinge normal zu deren Länge wirkende Kraft T wirkt in einer Richtung parallel zu derjenigen des Kurbelarmes. Es ist dieses somit eine Totlage, in welcher ein Antrieb von der Schwinge auf die Kurbel nicht ausgeübt werden kann.

Die Winkelgeschwindigkeit der Schleife drückt sich aus durch $\omega = \frac{d\beta}{dt}$,

deren Maximalwert tritt ein für $\alpha = 0^\circ$ mit

$$\omega(\max.) = \frac{u}{L_1} = \frac{u}{E - R},$$

und deren Minimalwert für $\alpha = 180^\circ$ mit

$$\omega(\min.) = \frac{u}{L_2} = \frac{u}{E + R}.$$

Die gesamte Schwingungszeit für Vor- und Rückgang der Schleifenschwinge ist natürlich der ganzen Umdrehungszeit der Kurbel gleich; die Schwingung nach der einen Seite entspricht aber dem Kurbeldrehungswinkel 2α für $\cos \alpha = \frac{R}{E}$, und diejenigen nach der entgegengesetzten Seite dem Kurbeldrehungswinkel $360^\circ - 2\alpha$.

So wird z. B. für $\cos \alpha = \frac{R}{E} = 0,5$,

$$\begin{aligned}\alpha &= 60^\circ \dots \beta_{\max.} = 30^\circ, \\ 2\alpha &= 120^\circ, \\ 360^\circ - 2\alpha &= 240^\circ.\end{aligned}$$

Ist die schwingende Bewegung der Schleife Zweck, so hat die letztere von dem Kurbelzapfen oder dem darauf angebrachten Gleitstück einen erheblichen Druck auszuhalten, infolgedessen sich auch dort Reibung und Abnutzung ergiebt.

Der Druck gegen die Schleifenseiten ist nicht konstant. Ist die ganze Länge der Schwinge = K (gerechnet von ihrem Schwingungsmittelpunkt C bis zum Angriffspunkt des Druckes T), so ist die Pressung gegen eine Seite des Schleifenrahmens für den Drehungswinkel der Kurbel $\alpha = 0^\circ$

$$T \frac{K}{L_1} = T \frac{K}{E - R} = Q_1,$$

und für $\alpha = 180^\circ$

$$T \frac{K}{L_2} = T \frac{K}{E + R} = Q_2,$$

und deren mittlerer Wert somit = $Q = \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)$, oder

$$Q = T K \frac{E}{E^2 - R^2}.$$

Die dieser mittleren Pressung Q entsprechende Reibungsarbeit ergiebt sich daher mit

$$A_r = Q \mu \cdot 2R = T \mu K \frac{2RE}{E^2 - R^2}, \dots \dots \dots \dots \quad (470)$$

und im Vergleich zur gleichzeitigen nützlichen Arbeit von T im Betrage von

$$T \cdot K \cdot 2\beta$$

ergiebt sich der verhältnismässige mittlere Arbeitsverlust mit

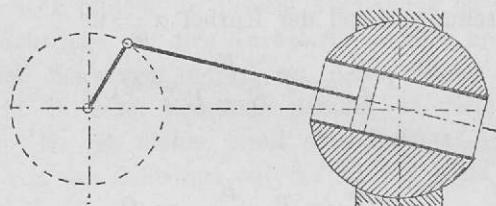
$$V_a = \mu \frac{2RE}{2\beta(E^2 - R^2)} = \frac{\mu}{\beta \left(\frac{E}{R} - \frac{R}{E} \right)}, \dots \dots \quad (471)$$

Beispielsweise für $\frac{E}{R} = 2$, $\beta = 30^\circ = 0,5236$ und $\mu = 0,1$ wird

$$V_a = \frac{0,1}{0,5236 (2 - 0,5)} = 0,127 \text{ oder } 12,7\%.$$

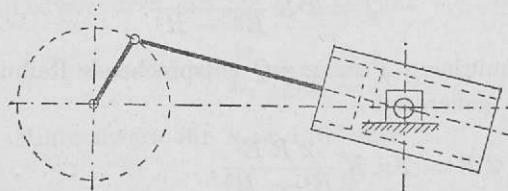
Ist bei Anwendung des Kurbelgetriebes mit schwingender Schleife die Verlängerung der Stange Zweck, so kann die Anordnung ausser nach den Fig. 429 b und c auch in der Weise statthaben, dass die veränderliche Triebstange, deren eines Ende im Kurbelzapfen eingehängt ist, mit ihrem andern Ende in der Bohrung des vergrösserten Zapfens A_1 geführt (Fig. 430) wird, oder auch in einer zylindrischen Röhrenform

Fig. 430.



sich hin und her bewegt, welche um zwei zu beiden Seiten liegende kleinere Drehzapfen schwingt (Fig. 431). Diese An-

Fig. 431.



ordnungen kommen den Kolbenmaschinen mit oszillierenden Zylindern zu, und zwar ist an der geführten Stelle der Triebstange der in der Führung dicht schliessende Kolben angebracht.

Diese Konstruktion erlaubt Ausführung eines Kurbelgetriebes auf möglichst kleinem Raum bei möglichst geringer Längenausdehnung in der Richtung des Abstandes $C C_1$ und mit möglichst wenigen Teilen. Ersteres ist zumeist nötig bei

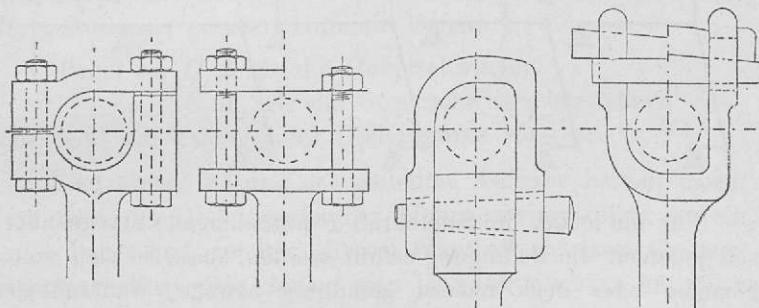
Schiffsmaschinen, letzteres dagegen bei hydraulischen Kolbenmotoren, bei welchen wegen der mangelnden Elastizität des Treibwassers stossweise Einwirkungen auf die Bestandteile des Kurbelmechanismus sich ergeben müssen, welche um so nachteiliger sein werden, aus je mehr einzelnen Teilen das Getriebe besteht, deren Verbindungsstellen zunächst unter Stößen und Erschütterungen leiden.

§ 81. Konstruktive Ausführung der schwingenden Kurbelschleife.

Bei der nahezu ausschliesslichen Benutzung des schwingenden Kurbelschleifengetriebes in der Form der oszillierenden Kolbenmaschinen sollen einzelne Details auch nur hiefür kurz erwähnt werden.

Der in den rotierenden Kurbelzapfen eingehängte Teil der Verbindungsstange ist nahezu ausnahmslos als Kolbenstange von rundem Querschnitt konstruiert, an welche sich direkt der den Kurbelzapfen aufnehmende Lagerkopf anschliesst. Dieser ist dabei stets als offener Kopf konstruiert nach den Typen von Fig. 432, mit Rücksicht auf die bei solchen Getrieben

Fig. 432.



meistens sich findende Anordnung der Kurbelkröpfung, bei welcher geschlossene Köpfe keine Anwendung finden können.

Kolbenstangen und Lagerkopf sind aber meistens nicht in einem Stücke gebildet, sondern die Verbindung der beiden Teile auf ähnliche Weise wie beim Kreuzkopfe (Fig. 405) bewirkt.

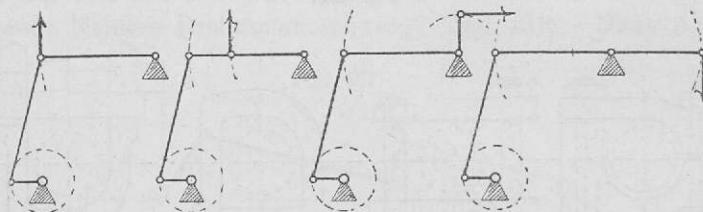
XV. KURBELGETRIEBE MIT SCHWINGE.

§ 82. Allgemeine Anordnung.

Verzichtet man auf eine absolut geradlinige Führung des hin und her gehenden Endes b der Triebstange, so kann, unter gänzlicher Vermeidung der an den Linealführungen des Kreuzkopfes auftretenden gleitenden Reibung, die geradlinige Bewegung von b durch eine schwingende ersetzt werden, welche der ersteren um so näher liegt, je grösser die Länge des schwingenden Armes, je kleiner der Schwingungswinkel und je flacher der Schwingungsbogen ist.

Es ist dies ein spezieller Fall der Bewegungsübertragung zwischen zwei rotierenden Armen, wobei nur der eine (kleinere) Arm eine volle Umdrehung macht (§ 61 S. 378). Das Ende des schwingenden Armes tritt somit an Stelle des Kreuzkopfes, und kann diese Anordnung vor allem benutzt werden, um die Bewegungslänge der (bei dem einfachen Kurbelgetriebe an den Kreuzkopf sich anschliessenden) Stange zu vergrössern oder zu verkleinern, oder deren Bewegungsrichtung zu ändern. Hieraus entstehen die Anordnungen Fig. 433.

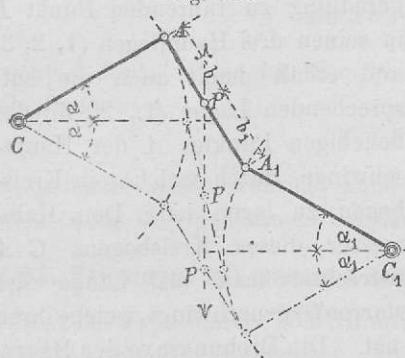
Fig. 433.



Für die letzte, die Schubkraft P aufnehmende Stange aber soll jederzeit die Bedingung erfüllt werden, dass sie sich vollkommen oder doch nahezu geradlinig bewege, während sie doch mit einem schwingenden — also nicht geradlinig sich bewegenden — Arme verbunden sein soll. Daher muss zwischen das Ende der Stange und den schwingenden Arm irgend ein Zwischenglied eingeschaltet werden, welches einerseits eine sichere Bewegungsmitteilung gestattet, andererseits aber auch genügende Nachgiebigkeit besitzt, um die geradlinige Bewegung des Stangenendes nicht zu stören.

Diese Aufgabe ist in § 63 rechnend durchgeführt, in Nachfolgendem möge sie konstruktiv gelöst werden.

Fig. 434.



Es sei (Fig. 434) $C A$ die Schwinge, der geradlinig zu führende Punkt sei P , das zur Vermittelung der Bewegung anzubringende, frei bewegliche Zwischenstück sei die Stange $A A_1$.

A bewege sich in einem Kreise mit dem Schwingungswinkel 2α , und P im Bereich einer geraden Linie, deren genaue Einhaltung

zunächst für die drei Hauptlagen (höchste, mittlere, tiefste) gefordert ist. Hierdurch sind auch drei Lagen für den zweiten Punkt A_1 des Zwischengliedes $A A_1$ gegeben, durch welche man einen Kreisbogen legen kann mit dem Mittelpunkt in C_1 . Veranlasst man umgekehrt den Punkt A_1 des Zwischengliedes, in dem Kreise um C_1 sich zu bewegen, während A sich in einem Kreise um C bewegt, so wird der Punkt P des Zwischengelenkes $A A_1$ in den drei Hauptlagen im Bereich der geforderten geraden Hublinie liegen.

Hiebei sei $C A$ als die Hauptschwinge,

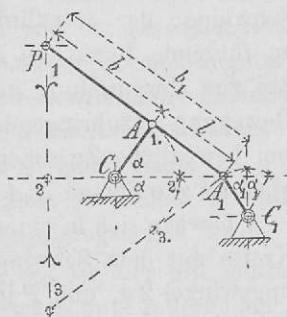
$C_1 A_1$ als die Gegenschwinge bezeichnet, und beide mit festliegender Drehungsaxe versehen.*)

Eine zweite Lösung der gestellten Aufgabe besteht darin, dass man die Drehungsaxe der Hauptschwinge nicht in ein festes Lager legt, sondern diesem innerhalb gewisser Grenzen Verschiebarkeit giebt, indem man jene Drehungsaxe entweder in einem auf einer Schleife befindlichen Lager oder auf einer schwingenden Stütze lagert. Zur Bestimmung der Länge und Lage der (in diesem Falle direkt in die Hauptschwinge ein-

*) Behufs Erreichung zweckmässiger Anordnung ist es zu empfehlen, die gerade Hublinie des Punktes P so zu legen, dass sie die Pfeilhöhe des von $C A$ und infolgedessen auch des von $C_1 A_1$ beschriebenen Bogens halbiert.

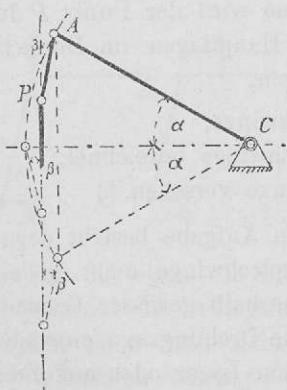
zuhängenden) Gegenschwinge verfährt man auf nachstehende Weise:

Fig. 435.



festen Drehungspunkt in C hat. Die Drehungsaxe der Hauptschwinge ist in dem Endpunkte einer schwingenden Stütze $C_1 A_1$ gelagert, welche ihre feste Drehungsaxe in C_1 hat. $C_1 A$ schwingt symmetrisch um den Winkel α auf- und abwärts gegen die Horizontale, $C_1 A_1$ symmetrisch um den Winkel α_1 vor- und rückwärts gegen die Vertikale.

Fig. 436.



seitliche Ausweichung möglichst zu verringern, lässt man vor allem durch die Richtung der geradlinigen Bewegung die Pfeilhöhe f des Schwingungsbogens halbieren. Diese ist bei einem Schwingungswinkel $= 2\alpha$ und einer Länge der Schwinge $= R$ gegeben durch

Man verzeichnet (Fig. 435) den geradlinig zu führenden Punkt P in seinen drei Hauptlagen (1, 2, 3) und erhält damit auch die entsprechenden Lagen (1., 2., 3.) des beliebigen Punktes A der Hauptschwinge, durch welche ein Kreisbogen zu legen ist. Den Halbmesser dieses Kreisbogens $C A$ betrachtet man als Länge der starren Gegenschwinge, welche ihren

Schliesst sich (Fig. 436) an eine Schwinge $A C$ mit fester Drehungsaxe C im Punkte A eine Stange $A P$ an, deren Ende P vollkommen geradlinig geführt werden soll (z. B. durch Lineale), so kann die Länge der Stange $A P$ für die Bestimmung der Länge der Schwinge massgebend sein, da die seitliche Ausweichung des in die Schwinge eingehängten Endes A der Stange von der Richtung der geradlinigen Bewegung des anderen Endes P nicht zu gross sein darf. Um diese

$$f = R(1 - \cos \alpha),$$

sowie der Ausschlagswinkel β der Stange AP durch

$$\sin \beta = \frac{\frac{1}{2}f}{l}, \dots \dots \dots \quad 472)$$

wenn l deren Länge ist, für welche bei guten Ausführungen als Grenzwert

$$l \geq 1,5 R$$

festgehalten wird, während auch der Schwingungswinkel 2α nicht über 60° genommen werden soll.

§ 83. Schwingen mit massiven und homogenen Tragwandungen.

Diejenigen massiv konstruierten Schwingen, welche in Verbindung mit Kurbelgetrieben ihre Anwendung finden, sind bei Ausführung in Schmiedeisen jederzeit von rechteckigem Querschnitte mit einfachen oder doppelten Schilden, bei Ausführung in Gusseisen mit einfachen Schilden von I-förmigem, bei doppelten Schilden von zweifach L-förmigem Querschnitt.

Die Inanspruchnahme der Schwingen ist jederzeit eine solche auf Biegung durch eine oder mehrere verschiedenartig ver-

teilte lokale Belastungen und durch ihr Eigen-
gewicht, infolge deren sich bei einem Angriffs-
(Biegsungs-) Moment der äusseren Kräfte $= M$
und bei vorläufiger Annahme eines einfachen
rechteckigen Querschnittes die Gleichung ergibt

$$M = \frac{1}{6} b h^2 k; \dots \dots \dots \quad 473)$$

hierin ist b die Breite (Dicke),

h die Höhe des Rechteckquerschnittes,

k die zulässige Anstrengung des Materials.

Ist die Länge der Schwinge $= R$, gemessen von der äussersten Belastungsstelle bis zur Schwingungsaxe, so wird in der Regel

$$h = \frac{1}{3} \text{ bis } \frac{1}{2} R \text{ gewählt, und}$$

k bei Schmiedeisen $= 3$ bis 4 kg/qmm, sowie
bei Gusseisen $= 1,5$ bis 2 kg/qmm gesetzt.

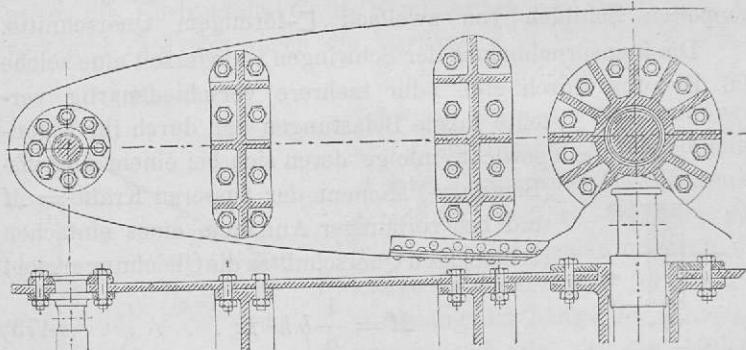


Man erhält so mit $k = 3$, bzw. $1,5 \text{ kg/qmm}$

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{6}{k} \frac{M}{h^2} = 2 \frac{M}{h^2} \text{ für Schmiedeisen,} \\ &\quad 4 \frac{M}{h^2} \text{ für Gusseisen.} \end{aligned} \right\} . . . 474)$$

Für irgend eine andere Querschnittsform ist der mit b und h bestimmte rechteckige in den in bezug auf Biegung gleichwertigen anderen Querschnitt zu verwandeln. So erhält der durch seine ganze Länge zweiseitige schmiedeiserne Hebel eine durchgängig gleiche Dicke $b_1 = 0,5 b$ bis $0,6 b$; spaltet sich dagegen der einfache Hebel erst an seinem Ende, etwa um zur Doppellagerung eines Zapfens zu dienen, so wird jeder der gespaltenen Teile eine Dicke $b_1 = \frac{2}{3} b$ bis $\frac{3}{4} b$ erhalten. Zweiseitige Hebel bedürfen einer Querverbindung, durch welche die gleichmäßige Übertragung der Belastung auf beide Schilder gesichert ist (Fig. 438).

Fig. 438.

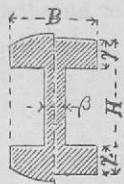


Für den bei Gusseisen zumeist sich findenden I-förmigen Querschnitt (Fig. 439) ist zunächst die Bedingung aufzustellen

Fig. 439.

$$W_I = W_\square,$$

worin



$$W_I = \frac{J_I}{\frac{1}{2} H} .$$

Das in dieser Formel enthaltene Trägheitsmoment J_1 ergibt sich für den I-förmigen Querschnitt mit

$$J_1 = \frac{1}{1^2} B H^3 - \frac{1}{1^2} (B - \beta) (H - 2\gamma)^3,$$

und daher

$$W_1 = \frac{B H^2}{6} \left[1 - \left(1 - \frac{3}{B} \right) \left(1 - \frac{2\gamma}{H} \right)^3 \right].$$

Setzt man nun

$$W_{\square} = \frac{1}{6} b h^2,$$

und behält mit $h = H$ die einmal gewählte Höhenbegrenzung der Schwinge bei, so wird

$$\frac{B}{b} = \frac{1}{1-\alpha}, \dots \dots \dots \quad 475)$$

worin zur Vereinfachung

$$\left(1 - \frac{\beta}{B}\right) \left(1 - \frac{2\gamma}{H}\right)^3 = \alpha$$

gesetzt ist. Es entwickelt sich hieraus für die üblichen Werte von $\frac{\beta}{B}$ und $\frac{\gamma}{H}$ nachstehende Tabelle der entsprechenden Werte von $\frac{B}{b}$:

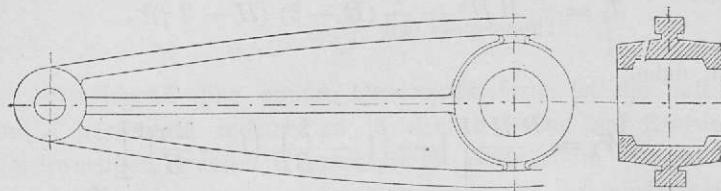
$\frac{\gamma}{H} =$	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	
$\frac{\beta}{B} =$	0,3	2,39	2,20	2,04	1,91	1,80	1,70	1,62	1,56
	0,4	1,99	1,88	1,78	1,69	1,62	1,55	1,49	1,44
	0,5	1,71	1,64	1,57	1,52	1,47	1,42	1,38	1,34

Meistens wird hierin noch dazu $\beta = \gamma$ gesetzt.

Eine bei Gusseisenformen gebräuchliche in der Mittellinie vorhandene Längsrippe (Fig. 440) kann ausser Berücksichtigung

bleiben, weil sie (zunächst der neutralen Axe gelegen) auf die Festigkeit nur geringen Einfluss hat.

Fig. 440.



Wird anstatt des I-förmigen ein zweifacher L-förmiger Querschnitt gewählt, so kann für diesen die Berechnung des I-Querschnitts gelten, doch soll hiebei der vertikale Steg β_1 eines jeden Schildes wieder ungefähr $= \gamma$ (Dicke der Gurtungsflansche) werden.

Die Höhenbegrenzung der Schwinge wird möglichst nach der Form eines Trägers von gleicher Festigkeit gebildet, welche bekanntlich bei alleiniger Berücksichtigung der Belastung am freien Ende und bei gleichen Breiten der Querschnittsabmessungen diejenige der gewöhnlichen Parabel ist (für rechteckigen Querschnitt genau, für andere Querschnittsformen nur annähernd).

Mit Rücksicht auf die Anbringung eines Zapfens am Ende der Schwinge wird der Parabel eine andere Form substituiert, bei welcher die mittlere Höhe $h = H$ mit der Endhöhe $h_1 = 0,4 H$ bis $0,5 H$ durch eine stetige krumme oder eine geradlinige Begrenzung verbunden wird (Fig. 438 und 440).

§ 84. Schwingen mit genieteten Blechtragwänden.

Der Querschnitt derjenigen schwingenden Hebel, welche aus Blechen und Winkeleisen durch Vernietung hergestellt sind, ist im allgemeinen der I-förmige oder ein auf den I-förmigen zurückzuführender, und können dessen Dimensionen auf die gleiche Weise bestimmt werden, wie es im vorhergehenden Paragraphen für homogene I-förmige gusseiserne Schwingen gezeigt wurde, indem man die Bedingung der Äquivalenz des rechteckigen und I-förmigen Querschnittes aufstellt und dabei wieder auf dieselbe Gleichung (475) kommt

$$\frac{B}{b} = \frac{1}{1-\alpha},$$

worin

$$\alpha = \left(1 - \frac{\beta}{B}\right) \left(1 - \frac{2\gamma}{H}\right)^3.$$

ist. Hierin wird für Schmiedeisen passend angenommen

$$\frac{\beta}{B} = 0,03 \text{ bis } 0,1$$

$$\text{und } \frac{\gamma}{H} = 0,01 \text{ bis } 0,05.$$

Bequemer aber ist nachstehende Methode, durch welche mit annähernder aber immer noch genügender Genauigkeit, nicht nur für genietete Schwingen, sondern überhaupt für alle in ähnlicher Weise hergestellten Trägerkonstruktionen (Brückenträger, Krangerüste etc.) die Abmessungen zu bestimmen sind:

Für die auf Biegung in Anspruch genommene Schwinge gilt jedenfalls die Gleichung

$$M = W K = \frac{J}{e} k = \frac{J}{\frac{1}{2} H} k, \quad \dots \dots \dots 476)$$

wobei M das Angriffsmoment der äusseren Kräfte,

J das Trägheitsmoment der Querschnittsform,

e die Entfernung der äussersten gezogenen oder gedrückten Faser von der neutralen Axe, bei symmetrischem Querschnitte $= \frac{1}{2} H$,

k die zulässige Spannungsintensität,

H die äusserste Höhe der Schwinge ist.

Bezeichnet ferner

H_1 den inneren lichten Abstand zwischen beiden Gurtungen,

H_o den Schwerpunktsabstand der beiden Gurtungen,

$F = \gamma \cdot B$ den Querschnitt einer Gurtung,

$\beta = (\Sigma \delta)$ die gesamte Stärke der vertikalen Stegbleche,
so gilt jedenfalls

$$J = 2F \left(\frac{H_0}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} (\Sigma \delta) H_1^3, \dots \quad .477)$$

und

$$W = \frac{J}{e} = \frac{H_0^2}{H} \left\{ F + \frac{1}{6} (\Sigma \delta) \left(\frac{H_1}{H_0} \right)^2 H_1 \right\}.$$

Hierin kann man annähernd setzen

$$H = H_1 = H_0,$$

und erhält dann

$$W = H \left\{ F - \frac{1}{6} (\Sigma \delta) H \right\}, \dots \quad .478)$$

und hieraus

$$F = \frac{M}{kH} - \frac{1}{6} (\Sigma \delta) H, \dots \quad .479)$$

Zur Auflösung dieser Gleichung bedarf man vor allem des Wertes von $(\Sigma \delta)$, welcher innerhalb gewisser Grenzen frei angenommen werden kann. Der kleinste zulässige Wert von $(\Sigma \delta)$ bestimmt sich durch die Bedingung, dass der vertikale Steg an jedem Vertikalschnitt die Vertikal-(Schub-)kraft aufzunehmen habe, welche gleich ist der totalen transversalen (vertikalen) Belastung der Schwinge und sich zusammensetzt aus den verschiedenen lokalen Belastungen und dem Eigengewicht der Schwinge. Bezeichnet h die Höhe des Trägers an irgend einer Stelle, V die für diese Stelle treffende Vertikalkraft, so gilt die Gleichung

$$k_1 (\Sigma \delta) h \geq V,$$

$$\Sigma \delta \geq \frac{V}{k_1 h}, \dots \quad .480)$$

Die zulässige Anstrengung k_1 kann hierin zu 4 oder 3 kg/qmm angenommen werden, je nachdem bei dem Werte V das Eigengewicht der Konstruktion miteingerechnet werden konnte oder nicht.

Der kleinste praktisch zulässige Wert für die einfache Blechstärke δ ist 8 mm; bei geringerer Blechstärke würde der Steg nicht genügende Steifheit besitzen. Der grösste praktisch

zulässige Wert für die einfache Blechstärke ist $\delta = 15$ mm, welcher, bei einem Nietverhältnis $\frac{d}{\delta} = 1,75$, eine Stärke der Nietbolzen $d = 25$ mm entspräche. Resultieren grössere Stärken für den Steg als 15 mm, so werden mehrere einzelne Bleche angenommen, und die Schwinge wird mit zwei parallelen Schilden konstruiert, deren jeder wieder aus einem oder mehreren Blechen gebildet sein kann, für welche aber wieder die Grenzwerte von je 8 mm und 15 mm einzuhalten sind.

Das Gleiche gilt bei der Darstellung des Gurtungsquerschnittes aus einzelnen übereinanderliegenden Blechlamellen.

Auch für die Breite der Gurtungen ist eine untere Grenze dadurch gesteckt, dass dieselbe zur Vermeidung der seitlichen Ausknickung nicht kleiner als $\frac{1}{25}$ bis $\frac{1}{20}$ der ganzen Länge der

Schwinge (eventuell beider Arme zusammen) werden soll. Ferner ist dabei auf Verschwächung durch die Nietlöcher Rücksicht zu nehmen, d. h. die dem Querschnitte F entsprechende Breite der Gurtungslamellen um die Summe der Durchmesser der in *einen* Querschnitt fallenden Nietlöcher zu vergrössern.

Bei grösseren Objekten kann man die Gurtungen auch mit variabler Stärke herstellen, indem man die Anzahl der Gurtungslamellen der wechselnden Anstrengung der Gurtung entsprechend gegen das Ende der Schwinge abnehmen lässt.

Man kann zu diesem Zwecke behufs Feststellung derjenigen Stelle, an welcher der Querschnitt verschwächt werden kann, versuchsweise für verschiedene Querschnitte in Abständen L_1, L_2, \dots vom Ende ab gerechnet, in gleicher Weise wie für die Stelle der grössten Inanspruchnahme durch Gleichung 479 den dort geltenden Gurtungsquerschnitt F_1, F_2, \dots berechnen und muss nur darauf Bedacht nehmen, dass der so erhaltene Querschnitt sich in gleichen Verhältnissen ausführen lässt, wie der grösste Querschnitt F , d. h. mit Beibehaltung aller übrigen Werte lediglich unter Annahme einer veränderten Zahl der Gurtungslamellen. Da dieses nur nach mehrmaliger versuchsweiser Rechnung zutreffend erreicht werden kann, lässt sich das gleiche Ziel auch auf nachstehende Weise erreichen:

Man bestimmt zuerst den grössten Querschnitt F der Gurtung für die Stelle der grössten Inanspruchnahme im Abstand L vom Ende, sodann unter Annahme einer abnehmenden Zahl von Lamellen andere Querschnitte F_1, F_2, \dots , welche für andere noch unbekannte Stellen in den Abständen L_1, L_2, \dots vom Ende gelten sollen. Diese Querschnitte müssen natürlich alle derselben Gleichung (479) entsprechen, mithin kann für dieselben gesetzt werden

$$F = \frac{M}{kH} - \frac{1}{6}(\Sigma \delta)H,$$

$$F_1 = \frac{M_1}{kH_1} - \frac{1}{6}(\Sigma \delta)H_1,$$

$$F_2 = \frac{M_2}{kH_2} - \frac{1}{6}(\Sigma \delta)H_2,$$

.....

Berücksichtigt man, dass, unter alleiniger Einrechnung der lokalen Belastung am Trägerende und unter vorläufiger Vernachlässigung des Eigengewichtes,

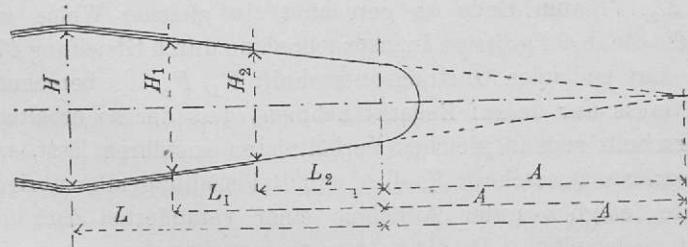
$$M = PL, \dots M_1 = PL_1, \dots M_2 = PL_2 \dots,$$

so erhält man mit genügender Annäherung

$$\frac{F_1}{F} = \frac{L_1}{L} \frac{H}{H_1}, \dots \frac{F_2}{F} = \frac{L_2}{L} \frac{H}{H_2} \dots$$

Ist nun die Begrenzung des Höhenprofils des Balanciers (Fig. 441) derart durch gerade Linien durchgeführt, dass man

Fig. 441.



deren Schnittpunkt im Abstande A vom Balancier-Ende bezeichneten kann, so gilt

$$\frac{H}{H_1} = \frac{L + A}{L_1 + A}, \dots \quad \frac{H}{H_2} = \frac{L + A}{L_2 + A}, \dots$$

und daher

$$\frac{F_1}{F} = \frac{L_1}{L} \cdot \frac{L + A}{L_1 + A}, \dots \quad \frac{F_2}{F} = \frac{L_2}{L} \cdot \frac{L + A}{L_2 + A},$$

oder

$$\varphi_1 = \frac{F_1}{F} = \frac{1 + \frac{A}{L}}{1 + \frac{A}{L_1}}, \dots \quad \varphi_2 = \frac{F_2}{F} = \frac{1 + \frac{A}{L}}{1 + \frac{A}{L_2}} \dots \quad (481)$$

Es folgt also schliesslich für die Stellen, an welchen die Gurtungsquerschnitte $= F_1, F_2 \dots$ treffen, die Länge $L_1, L_2 \dots$ durch die Gleichungen

$$L_1 = \frac{A}{\frac{1}{\varphi_1} \left(1 + \frac{A}{L}\right) - 1}, \dots \quad L_2 = \frac{A}{\frac{1}{\varphi_2} \left(1 + \frac{A}{L}\right) - 1} \dots \quad (482)$$

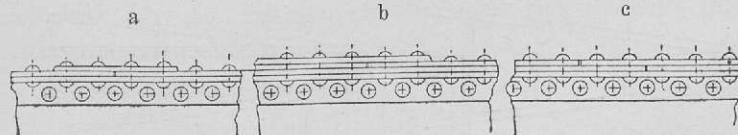
An allen Stellen, wo die Gurtungen zu irgend welchem Zwecke ausgeschnitten werden, muss eine Verstärkung derselben in der Dicke durch Beilage einer weiteren Lamelle vorgesehen werden. Solche Ausschnitte sind z. B. zu finden an den Enden (den Balancierköpfen), wo innere Zapfen zur Einhängung von Triebstangen dienen.

Für die Verbindungen der einzelnen Teile (Bleche und Winkeleisen) des die Schwinge bildenden Blechträgers gelten folgende Regeln:

A. Stöße in den Gurtungsblechen.

1. Jeder Stoss muss mit einer Stossplatte gedeckt werden (Fig. 442 a).

Fig. 442.

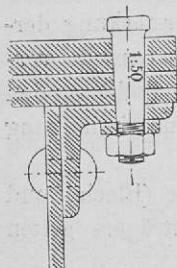


2. Bei abnehmendem Gurtungsquerschnitt kann als solche Stossplatte auch die an eben dieser Stelle abgängige oberste Gurtungslamelle betrachtet und benutzt werden (Fig. 442 b).

3. Bei konstantem Gurtungsquerschnitt kann man die Stöße derart wechseln lassen, dass sich die einzelnen Lamellen überbinden (Fig. 442 c). Doch darf in diesem Falle nur die um 1 verminderte Zahl der Gurtungslamellen als effektiv den Querschnitt F bildend angenommen werden.
4. Die Anzahl der Nieten auf jeder Seite eines Stosses muss darnach bestimmt werden, dass deren Querschnitt mindestens dem durch die Nietlöcher der ersten Reihe verschwächten Querschnitt des gestossenen Bleches gleich ist.

Würde bei grosser Anzahl übereinander liegender Lamellen die Länge der Bolzen so gross, dass ein regelmässiges Anstauchen derselben schwierig oder unmöglich ist, so werden statt der Nietbolzen Schrauben, die auch bei Brückebauten oft benützten konischen Bolzen, angewandt (Fig. 443).

Fig. 443.

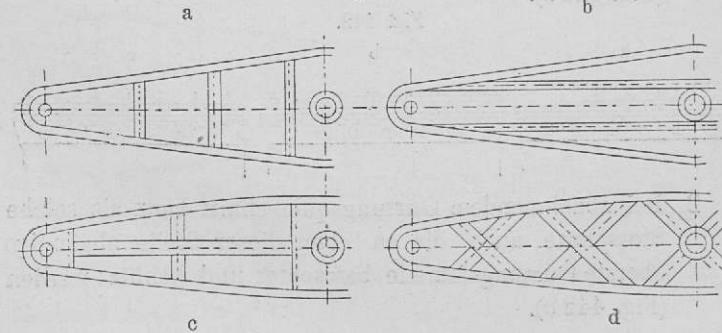


Das Schraubengewinde darf nicht innerhalb der zu verbindenden Bleche fallen, daher eine verhältnismässig dicke Unterlagscheibe nötig ist. Das seitliche Schrägmass für den konischen Bolzen beträgt 1 : 50.

B. Stöße in der Blechwand.

Bei grösseren Konstruktionen von Schwingen werden die vertikalen Wandbleche nicht mehr in *einem* Stück ausgeführt, sondern aus einzelnen Blechtafeln zusammengesetzt, für welche die Stosstellen entweder vertikal (Fig. 444a), oder hori-

Fig. 444.



zontal (Fig. 444 b), oder gleichzeitig vertikal und horizontal (Fig. 444 c), oder endlich schräg (Fig. 444 d) laufen können. Für die Herstellung der Stossverbindungen gelten folgende Regeln:

Für die Anordnung der Blechstösse im allgemeinen sind die Abmessungen der zu benützenden Bleche massgebend, sowie auch Rücksicht auf die thunlichste Vermeidung von Abfall bei schräg zu schneidendem Blechen.

Horizontale Stösse finden sich meistens längs der Mittellinie der Blechwand. Für die Stärke dieser Stossverbindung ist die horizontale Schubkraft in der neutralen Axe massgebend, welche per Längeneinheit gleich der auf die Längeneinheit bezogenen an der gleichen Stelle treffenden vertikalen Schubkraft V ist, mithin für eine Stelle, an welcher die Höhe des Wandbleches = h ist, den Wert hat

$$S = \frac{V}{h} \quad \dots \dots \dots \quad (483)$$

Ist die Entfernung zweier Nieten (in der Richtung der Stossfuge gemessen) = a , so trifft auf diese Länge = a eine Schubkraft

$$a \cdot S = a \frac{V}{h},$$

welche für die Stärke des Nietbolzen d massgebend ist. Bei einer zulässigen Anstrengung der Nietbolzen = k_2 gilt mithin die Gleichung für die (jederzeit doppeltschnittige) Nietung

$$a \frac{V}{h} = 2 \frac{d^2 \pi}{4} k_2 \quad \text{oder} \quad a \frac{V}{h} = \frac{\pi d^2}{2} k_2 \quad (483)$$

während für das auf die gleiche Länge sich findende Blech bei einer Anstrengung = k_1 gilt

$$a \frac{V}{h} = (a - d) \delta k_1.$$

Aus diesen beiden letzten Gleichungen folgt

$$\frac{a}{d} = \frac{\pi \cdot k_2}{2 \cdot k_1} \frac{d}{\delta} + 1 \quad (484)$$

Setzt man hierin, wenn das Eigengewicht der Konstruktion nicht bekannt ist, oder vorläufig keine Berücksichtigung findet,

für das Blech $k_1 = 3 \text{ kg/qmm}$,

für den Nietbolzen $k_2 = 4 \text{ kg/qmm}$,

so wird

$$\frac{a}{d} = 2,09 \frac{d}{\delta} + 1,$$

und daher beispielsweise bei

$$\frac{d}{\delta} = 1,5 \quad 1,75 \quad 2$$

$$\frac{a}{d} = 4,14 \quad 4,66 \quad 5,19.$$

Vertikale Stöße haben gleichfalls die vertikale Schubkraft V auszuhalten, welche per Höheneinheit für eine Stelle, an welcher die Höhe der Wand $= h$ ist, den Wert hat

$$S = \frac{V}{h},$$

und daher auf eine Höhe gleich der Entfernung a zweier Nieten

$$a \cdot S = a \frac{V}{h}.$$

Um die Anzahl n der Nieten d , welche auf jeder Seite eines Vertikalstosses anzubringen sind, zu berechnen, setzt man

$$n = \frac{h}{a},$$

und hat mithin bei einer zulässigen Anstrengung $= k_2$

$$\left. \begin{aligned} \frac{V}{n} &= \frac{d^2 \pi}{4} k_2 && \text{für einschnittige Nieten,} \\ \frac{V}{n} &= 2 \frac{d^2 \pi}{4} k_2 && \text{für doppelschnittige Nieten} \end{aligned} \right\} \dots 485)$$

Verbindung der Blechwand mit den Gurtungen. Für die horizontale Schubspannung in der Nähe der Gurtung, welche auch hier massgebend ist für die Stärke der Verbindung, kann der Wert per Längeneinheit gesetzt werden

$$S_1 = \frac{4}{5} S = \frac{4}{5} \frac{V}{h},$$

wobei S die Schubspannung in der neutralen Axe ist. Mit hin ist hier zu setzen

$$\left. \begin{array}{l} a \frac{4}{5} \frac{V}{h} = \frac{d^2 \pi}{4} k_2 \text{ für einschnittige Nieten,} \\ a \frac{4}{5} \frac{V}{h} = 2 \frac{d^2 \pi}{4} k_2 \text{ für doppelschnittige Nieten,} \end{array} \right\} \quad 486)$$

während für das Blech gilt

$$a \frac{V}{h} = (a - d) \delta k_1.$$

Mithin wird für einschnittige Nieten

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{d} = \frac{5 \pi k_2}{16 k_1} \frac{d}{\delta} + 1, \\ \text{für doppelschnittige Nieten} \\ \frac{a}{d} = \frac{5 \pi k_2}{8 k_1} \frac{d}{\delta} + 1, \end{array} \right\} \quad 487)$$

oder beispielsweise wieder mit

$$k_1 = 3,0 \text{ kg/qmm für das Blech,}$$

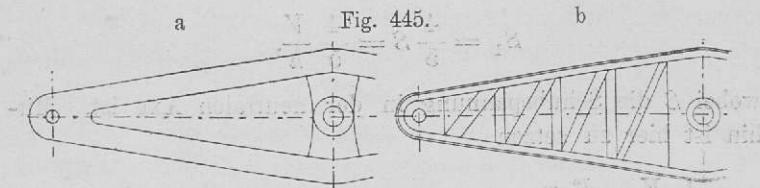
$$k_2 = 4,0 \text{ kg/qmm für den Nietbolzen,}$$

$$\text{für einschnittige Nieten } \dots \frac{a}{d} = 1,31 \frac{d}{\delta} + 1,$$

$$\text{für doppelschnittige Nieten. } \frac{a}{d} = 2,62 \frac{d}{\delta} + 1.$$

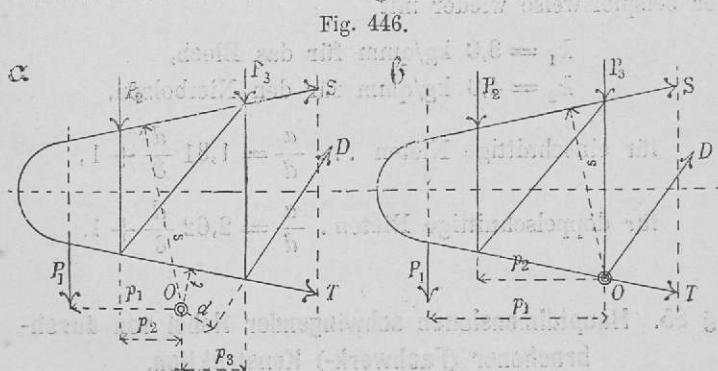
§ 85. Hauptdimensionen schwingender Hebel von durchbrochener (Fachwerk-) Konstruktion.

Die hieher gehörigen Schwingen zeigen entweder die Form einfach verstrebter Balken und bietet dabei der ganze Arm der Schwinge die Gestalt eines gleichschenkligen Dreieckes mit kräftigen, die Seiten darstellenden Balken Fig. 445 a., oder dieselben zeigen Gitterform mit einseitig laufenden oder mit gekreuzten Streben (Fig. 445 b).



Die Berechnung erfolgt für beide Arten auf gleiche nachstehende Weise:

Es muss in der Schwinge, als in einem durch äussere Kräfte angegriffenen Träger, zwischen diesem und den innern Spannungen Gleichgewicht vorhanden sein. Schneidet man daher durch irgend einen geradlinig oder krummlinig geführten Schnitt ein Stück des Trägers ab, so muss für dieses Stück das Gleiche gelten, und muss daher zwischen den auf dieses Stück einwirkenden äusseren Kräften und den in den geschnittenen Stäben herrschenden Spannungen ebenfalls Gleichgewicht vorhanden sein, d. h. es darf vor allem kein resultierendes Drehungsmoment existieren, oder es muss die algebraische Summe der statischen Momente aller äusseren und inneren Kräfte $= 0$ sein. Der Drehungsmittelpunkt (Pol) für diese statischen Momente kann ganz beliebig liegen.



Sind (Fig. 446a) $P_1, P_2; P_3, \dots$ die äusseren Kräfte, p_1, p_2, p_3, \dots deren Normal-Abstände vom Pol O , ferner S, T, D, \dots die in den Stäben herrschenden unbekannten Spannungen, und s, t, d, \dots deren normale Abstände vom Pol, so gilt die Gleichung (siehe die nächsten Seiten und die Fig. 488)

$$P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots + S s + T t + D d + \dots = 0$$

Da aus dieser einzigen Gleichung die sämtlichen unbekannten Spannungen S , T und D etc. nicht gefunden werden können, so legt man den theoretisch beliebig gelegenen Pol O derart, dass von den Polabständen s , t , d sämtliche, mit Ausnahme eines einzigen, $= 0$ werden, d. h. man legt, wenn z. B. durch den geführten Schnitt nur die drei Stäbe mit den Spannungen S , T und D geschnitten werden, zur Berechnung der Spannung

S den Pol O in den Durchschnitt von T und D , (Fig. 446 b); dabei werden die Hebelarme t von T , d von D , und p_a von $P_a = 0$, und die Gleichung lautet

$$P_1 p_1 + P_2 p_2 - S s = 0.$$

Hieraus kann S gerechnet werden mit

$$S = \frac{P_1 p_1 + P_2 p_2}{s} \quad \quad 489)$$

Ebenso legt man zur Berechnung der Spannung

T den Pol O in den Durchschnitt von S und D ,

D " " " " " " " " *S* " *T*.

Nimmt man dabei in den geschnittenen Stäben die inneren Spannungen stets im Sinne gegen die Schnittstelle hin wirkend, mithin als Zugspannungen an, so werden im Resultate diejenigen, welche keine eigentlichen Zugspannungen, sondern Druckspannungen sind, mit negativen Zeichen resultieren. Man erhält auf diese Weise ein aus einzelnen Stangen gebildetes Trägersystem, bei welchem kein Teil auf Biegung in Anspruch genommen ist.

Der Querschnitt F jedes einzelnen Teiles ist mit Annahme der zulässigen Spannungsintensität k zu berechnen nach der Formel

$$F = \frac{S}{k} \text{ bzw. } = \frac{T}{k} \text{ bzw. } = \frac{D}{k} \text{ etc.,}$$

wobei die zulässige Spannung k nach Massgabe der geforderten Sicherheit zu bestimmen ist. Wegen der Verschwächung durch Nietlöcher muss zu den auf Zug gerechneten Querschnitten die grösste Summe der in einen Querschnitt treffenden Nietloch-

querschnitte beigezählt werden. Die auf Druck in Anspruch genommenen Stäbe bedürfen keines Zuschlages, so lange die Länge des freien Teiles derselben, je nach der Art der Befestigung dieser Stäbe an den Enden, nicht grösser als die 20 bis 40-fache kleinste Ausdehnung des Querschnittes derselben ist, was sich für rechteckige Stabquerschnitte auf nachstehende Art erweist:

Für die rein rückwirkende Inanspruchnahme eines Stabes vom Querschnitt F bei einer Belastung Q , einem Bruchkoeffizienten K und einem Sicherheitsgrade s gilt die Gleichung

$$FK = Qs, \dots \quad .490)$$

dagegen für Knickfestigkeit bei einem Sicherheitsgrad s_1 , einem Elastizitätsmodul E , einer Länge des beiderseits gelenkig befestigten Stabes $= L$ und einem Trägheitsmoment J für gleiche Belastung Q die Gleichung

$$\frac{\pi^2 E J}{L^2} = Q s_1 \dots \quad .491)$$

Hierin kann nun gesetzt werden für den rechteckigen Querschnitt bei rein rückwirkender Inanspruchnahme

$$F = a \cdot b, \text{ worin } b > a \text{ sei,}$$

ferner für rechteckigen Querschnitt bei Knickfestigkeit

$$F_1 = a_1 b_1, \text{ worin wieder } b_1 > a_1 \text{ sei, und}$$

$$J = \frac{1}{12} b_1 a_1^3 = \frac{1}{12} F_1 a_1^2:$$

Es ist mithin zu setzen $F = Q \frac{s}{K}$,

$$\text{und } F_1 = \frac{12}{\pi^2} \cdot \left(\frac{L}{a_1} \right)^2 Q \frac{s_1}{E},$$

$$\text{sowie } \frac{F_1}{F} = \frac{12}{\pi^2} \frac{K s_1}{E s} \left(\frac{L}{a_1} \right)^2 \dots \quad .492)$$

Setzt man hierin

$$\begin{aligned} s_1 &= s, \\ K &= 40, \\ E &= 20000, \end{aligned}$$

so wird

$$\frac{F_1}{F} = \frac{1}{411} \left(\frac{L}{a_1} \right)^2, \dots \quad .493)$$

Gleichung 492 und 493 geben somit den Zuschlag an, welcher zu einem einfachen auf Druck berechneten rechteckigen

Stabe zu geben ist, um demselben auch genügende (bei $s = s_1$ gleiche) Sicherheit auf Zerknickung zu geben. Annähernd kann auch für andern als einfach rechteckigen Querschnitt obige Gleichung gelten. So wird man z. B. einem Stab, für welchen

das Verhältnis $\frac{L}{a} = 30$ gilt, erhalten $\frac{F_1}{F} = 2,19$, und wird man einem solchen Stabe durch Multiplikation seines Querschnittes mit 2,19 auch für Zerknickung genügende Festigkeit geben können. Da für $\frac{F_1}{F} = 1$ aus Gleichung 493 sich ergiebt $\frac{L}{a_1} = 20$,

so kann man daraus folgern, dass ein rechteckiger Stab, dessen Länge nicht grösser als seine 20-fache kleinere Abmessung ist, auch genügende Sicherheit gegen Ausknickung bietet, oder dass man die Ausknickungstendenz bei einem rückwirkend beanspruchten Stab beseitigen kann, indem man dessen Mass in der Ausknickungsrichtung mindestens $\frac{1}{20}$ seiner freien Länge

macht. Ja, wir folgern auch hieraus, dass man einen rückwirkend beanspruchten Stab dadurch gegen Ausknickung schützen kann, dass man ihm eine andere, z. B. T-förmige Querschnittsform giebt, (Fig. 447), bei welcher die Höhe h der

Fig. 447. aufgesetzten T-Rippe mindestens $\frac{1}{20}$ der

freien Stablänge ist.

Bei beiderseitiger solider Befestigung eines rückwirkend beanspruchten Stabes wird die Länge, bei welcher die Ausknickungstendenz beginnt, doppelt so gross, und kann daher dann als unterste Grenze

für die Dicke des Stabes in der Ausknickungsrichtung $\frac{1}{40}$ der Länge desselben angenommen werden. In die Gurtungswinkel eingenietete Stäbe, (Fig. 448) können als solche beiderseits un-

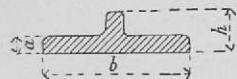
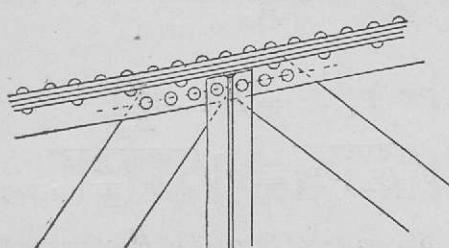


Fig. 448.



wandelbar befestigte Stäbe angesehen werden.

An den Stellen der Axen- oder Zapfenbefestigungen ist natürlich die durchbrochene Form durch einen Schild von Blech oder Gusseisen auszufüllen.

Haben derartige Schwingen mit durchbrochenen Wandungen nur die Form verstrebter Balken (Fig. 445 a), so muss mit Rücksicht auf die entstehende Zerknickungsinanspruchnahme der Querschnitt der beiden Längsbalken bei Schmiedeisenkonstruktionen die hohle Kastenform erhalten.

§ 86. Schwingen in Form von Winkelhebeln.

Winkelschwingen finden häufig Anwendung zum Betrieb der vertikalen Gestänge von Pumpen und Fahrkünsten und sind in konstruktiver Beziehung ebenso zu bestimmen, wie die in den §§ 82—85 besprochenen, d. h. in Gusseisen oder Schmiedeisen, mit homogenen, genieteten oder durchbrochenen Tragwandungen. Besonders ist hiebei der Druck zu berechnen, mit welchem die Axe der Winkelschwinge in ihr Lager gepresst wird.

Sind die Längen der Arme = R und R_1 , der von denselben eingeschlossene Winkel = δ , ferner an den Enden der Arme die Kräfte P und P_1 thätig, jederzeit normal gedacht zur Richtung der Arme, so ergibt sich zunächst das Verhältnis der Kräfte durch

$$\frac{P_1}{P} = \frac{R}{R_1}, \dots \dots \dots \quad 494)$$

und der resultierende Axendruck mit

$$Q = \sqrt{P^2 + P_1^2 - 2PP_1 \cos \delta},$$

$$Q = P \sqrt{1 + \left(\frac{R}{R_1}\right)^2 - 2 \left(\frac{R}{R_1}\right) \cos \delta} \dots \dots \quad 495)$$

Speziell für

$$\delta = 0^\circ \quad \text{wird} \quad Q = P - P_1 = P \left(1 - \frac{R}{R_1}\right),$$

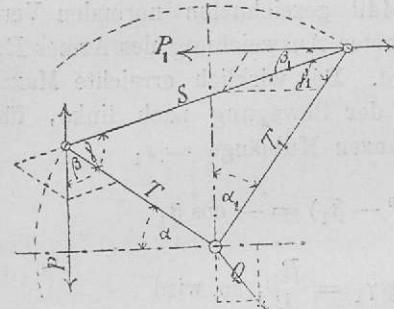
$$\delta = 90^\circ \quad , \quad Q = \sqrt{P^2 + P_1^2} = P \sqrt{1 + \left(\frac{R}{R_1}\right)^2},$$

$$\delta = 180^\circ \quad , \quad Q = P + P_1 = P \left(1 + \frac{R}{R_1}\right).$$

Der letztere Fall ist derjenige der geraden zweiarmigen Schwinge (Balancier).

Oft wird bei Winkelschwingen die gegenseitige Verstrebung der beiden Hebelarme angewandt, so dass an Stelle ihrer Inanspruchnahme auf Biegung eine solche T bzw. T_1 auf Zug oder Druck tritt.

Fig. 449.



Nimmt man hiebei (Fig. 449) die auf die Hebelenden einwirkenden Stangenkräfte P und P_1 stets in gleicher Richtung wirkend, die eine P_1 horizontal, die andere P vertikal, und die Richtungen der Stangenkräfte auf den Mittellagen der Arme R und R_1 normal an, seien ferner die Winkel zwischen

den Richtungen der Stangenkräfte und den Armen

$$\measuredangle(PR) = \beta \text{ bzw. } \measuredangle(P_1 R_1) = \beta_1,$$

so ergibt sich für den Arm R

$$T : P = \sin(180^\circ - [\beta + \gamma]) : \sin \gamma, \\ T = P(\sin \beta \cot \gamma + \cos \beta) \quad \dots \quad 496)$$

T erhält seinen Maximalwert für $(\beta + \gamma) = 90^\circ$, welcher Grenzwert bei den in Fig. 449 gezeichneten normalen Verhältnissen auch bei grösster Erhebung von R nicht erreicht wird. Der wirklich erreichte Maximalwert tritt ein am oberen Ende des Hubes, wobei für eine ganze Hubhöhe $= s$

$$\cos \beta = \frac{\frac{1}{2}s}{R} \dots \sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{1}{2}s}{R}\right)^2}.$$

Setzt man ferner in Gleichung 496, wenn der Winkel der beiden Arme $\measuredangle(R R_1) = 90^\circ$ ist,

$$\cot \gamma = \frac{R}{R_1},$$

so wird

$$T_{\max.} = P \left\{ \frac{R}{R_1} \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{1}{2}s}{R} \right)^2} + \frac{\frac{1}{2}s}{R} \right\} \dots \dots 497$$

Ebenso findet man für den zweiten Arm R_1

$$T_1 : P_1 = \sin(\beta_1 - \gamma_1) : \sin \gamma_1,$$

$$T_1 = P_1 (\sin \beta_1 \cot \gamma_1 - \cos \beta_1) \dots \dots 498$$

T_1 erhält seinen Maximalwert für $(\beta_1 - \gamma_1) = 90^\circ$, welcher Grenzwert bei den in Fig. 449 gezeichneten normalen Verhältnissen auch bei der äussersten Ausweichung des Armes R_1 nach links nicht erreicht wird. Der wirklich erreichte Maximalwert tritt ein am Ende der Bewegung nach links, für welchen Moment bei einer ganzen Hublänge $= s_1$

$$\frac{\frac{1}{2}s_1}{R_1} = \cos(180^\circ - \beta_1) = -\cos \beta_1.$$

Setzt man ferner wieder $\cot \gamma_1 = \frac{R_1}{R}$, so wird

$$T_{1\max.} = P_1 \left\{ \frac{R_1}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{1}{2}s_1}{R_1} \right)^2} + \frac{\frac{1}{2}s_1}{R_1} \right\} \dots \dots 499$$

Für die Verbindungsstange ergibt sich aus Fig. 449

$$S : P = \sin \beta : \sin \gamma,$$

oder

$$S : P_1 = \sin(180^\circ - \beta_1) : \sin \gamma_1,$$

woraus

$$S = P \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = P_1 \frac{\sin \beta_1}{\sin \gamma_1} \dots \dots 500$$

Die Spannung S in dieser Zugstange erhält ihren grössten Wert, wenn $\sin \beta$ und $\sin \beta_1$ gleichzeitig $= 1$ sind, d. h. wenn die Arme in ihrer mittleren Stellung sich befinden; für diesen Fall wird

$$S_{\max.} = \frac{P}{\sin \gamma} = \frac{P_1}{\sin \gamma_1}.$$

Nun ist aber

$$\frac{1}{\sin \gamma} = \sqrt{1 + \cot^2 \gamma} = \sqrt{1 + \left(\frac{R}{R_1} \right)^2},$$

sowie

$$\frac{1}{\sin \gamma_1} = \sqrt{1 + \cot^2 \gamma_1} = \sqrt{1 + \left(\frac{R_1}{R}\right)^2},$$

daher

$$S_{\max} = P \sqrt{1 + \left(\frac{R}{R_1}\right)^2} = P_1 \sqrt{1 + \left(\frac{R_1}{R}\right)^2} \dots 501)$$

Der Druck auf die Unterstützung am Drehungspunkte der Winkelschwinge ist, wenn P und P_1 stets in gleicher Richtung bleiben (P stets vertikal, P_1 stets horizontal), für jede Stellung der Winkelschwinge derselbe, nämlich

$$Q = \sqrt{P^2 + P_1^2}, \\ = P \sqrt{1 + \left(\frac{R}{R_1}\right)^2} = P_1 \sqrt{1 + \left(\frac{R_1}{R}\right)^2}, \dots 502)$$

mithin gleich dem Maximalwerte von S .

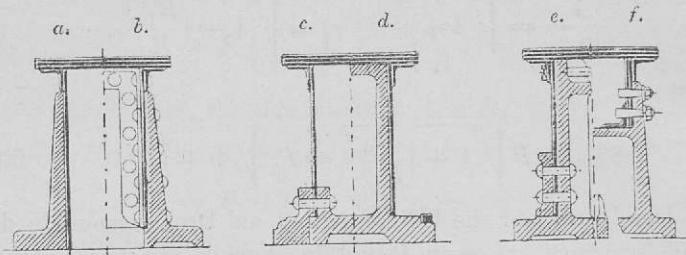
Die Hubhöhen s bzw. s_1 sollen nicht grösser sein als die Armlängen, d. h. der Schwingungswinkel 2α oder $2\alpha_1$ eines Armes nicht mehr als 60° betragen.

§ 87. Konstruktive Details für Schwingen.

Die Höhe eines Armes einer geraden ein- oder zweitarmigen oder einer Winkel-Schwinge soll 0,3 bis 0,5 von dessen Länge betragen. Die Axe der Schwinge ist auf Biegung zu rechnen, und zwar nimmt man bei einfachen Schwingen die Belastung in deren Mitte konzentriert, bei zweischiedigen je die Hälfte der Belastung in der Mittelebene eines Schildes an. Die Entfernung der Zapfen der Axen ist = $\frac{3}{4}$ bis 1-mal der Höhe der Schwinge zu machen, um eine breite, solide Lagerung zu erhalten.

Zweischiedige Schwingen müssen durch Querverbindungen derart verbunden sein, dass auf gleiche Beanspruchung beider Schilder gerechnet werden kann. Derlei Querverbindungen werden hergestellt in Gusseisen (Fig. 438), durch Bleche und Winkeleisen, oder durch zwischengenietete Doppel-T-Eisen etc.

Fig. 450.



Besonderes Augenmerk ist zu richten auf die Konstruktion der Naben für die Hauptaxe der Schwinge.

Man nimmt die Befestigungslänge der Nabe = 0,4 bis 0,5 von der Höhe der Schwinge an; bei Konstruktionen in Guss-eisen wird Nabe und Schwinge in *einem* Stücke gebildet, bei Konstruktionen in Schmiedeisen werden besondere Naben von Schmied- oder Gusseisen an die Blechfüllung der Schwingen angenietet, und finden sich hiefür nachstehende typische Konstruktionen :

- Fig. 450 a. Aussen angenietete Nabe mit grosser Befestigungsscheibe;
- „ 450 b. aussen angenietete Nabe ; die Befestigungsschrauben oder Nieten sind, da das Blech auf der Nabe aufruht, nicht auf Abscherung beansprucht;
- „ 450 c. 3-teilige Nabe (ein Mittelstück und äussere Beilagen) mit kleiner Befestigungsscheibe;
- „ 450 d. 1-teilige Nabe mit innerer Befestigung zwischen den Schilden ; gleichzeitig Querverbindung für die Schilder ;
- „ 450 e. 2-teilige Nabe mit Verbindungs fuge in der Mitte zwischen den Schilden ; gleichzeitig als Querverbindung durch die ganze Höhe der Schwinge;
- „ 450 f. 1-teilige Nabe für einen durchbrochenen (amerikanischen) Balancier (Fig. 445 a), die Längsbänder von Kastenform ; konische Bolzenschrauben.

Mit denselben Modifikationen, wie sie an der Balancieraxe sich finden, können auch die Aufnahmestellen für andere Zapfen konstruiert werden, wie vornehmlich an den Balancierköpfen.

Die äussere Stärke der Nabe ist mit Bezug auf den Durchmesser d ihrer Bohrung zu rechnen mit

$$\delta = 0,4 (d + 10 \text{ mm}) \text{ für Gusseisen,}$$

$$\delta = 0,35 (d + 10 \text{ mm}) \text{ für Schmiedeisen;}$$

man wird aber durch Aushöhlung der Nabenhälfte und daher durch Ausführung der Nabentrommel mit Arbeitsleisten eine Verringerung des Gewichtes erzielen können.

Die Stärke der Schildplatten an den Nabenhälften muss an den äussersten schwächsten Stellen mindestens zweimal so stark sein als das Blech der Schilder, die Befestigungsnieten und Schrauben die gleichen wie an der Trägerkonstruktion der Schwinge.

Anhang.

Mathematische Tafeln.

Trigonometrische Tafel.

α	\sin	d	$tang$	d	$cotg$	d	\cos	d	α
0	0,0000	+	0,0000	175	∞	—	1,0000	—	90
1	0,0175	175	0,0175	175	57,29	—	0,9998	2	89
2	0,0349	174	0,0349	174	28,64	—	0,9994	4	88
3	0,0523	174	0,0524	175	19,08	—	0,9986	8	87
4	0,0698	175	0,0699	175	14,30	—	0,9976	10	86
		174		176		—		14	
5	0,0872	173	0,0875	176	11,43	—	0,9962	17	85
6	0,1045	174	0,1051	177	9,514	—	0,9945	20	84
7	0,1219	173	0,1228	177	8,144	—	0,9925	22	83
8	0,1392	173	0,1405	177	7,115	—	0,9903	26	82
9	0,1564	172	0,1584	179	6,314	—	0,9877	31	81
		172		179		—		29	
10	0,1736	172	0,1763	181	5,671	526	0,9848	32	80
11	0,1908	171	0,1944	182	5,145	440	0,9816	35	79
12	0,2079	171	0,2126	183	4,705	374	0,9781	37	78
13	0,2250	171	0,2309	184	4,331	320	0,9744	41	77
14	0,2419	169	0,2493	184	4,011	320	0,9703	41	76
		169		186		279		44	
15	0,2588	168	0,2679	188	3,732	245	0,9659	46	75
16	0,2756	168	0,2867	190	3,487	216	0,9613	50	74
17	0,2924	166	0,3057	192	3,271	193	0,9563	52	73
18	0,3090	166	0,3249	194	3,078	174	0,9511	56	72
19	0,3256	166	0,3443	194	2,904	174	0,9455	56	71
		164		197		157		58	
20	0,3420	164	0,3640	199	2,747	142	0,9397	61	70
21	0,3584	162	0,3839	201	2,605	130	0,9336	64	69
22	0,3746	162	0,4040	205	2,475	119	0,9272	67	68
23	0,3907	161	0,4245	207	2,356	110	0,9205	70	67
24	0,4067	160	0,4452	207	2,246	110	0,9135	70	66
		159		211		101		72	
25	0,4226	158	0,4663	214	2,145	95	0,9063	75	65
26	0,4384	156	0,4877	218	2,050	87	0,8988	78	64
27	0,4540	156	0,5095	222	1,963	82	0,8910	81	63
28	0,4695	155	0,5317	226	1,881	77	0,8829	83	62
29	0,4848	153	0,5543	231	1,804	72	0,8746	83	61
		152		231		72		86	
30	0,5000	150	0,5774	235	1,732	68	0,8660	88	60
31	0,5150	149	0,6009	240	1,664	64	0,8572	92	59
32	0,5299	147	0,6249	245	1,600	60	0,8480	93	58
33	0,5446	147	0,6494	251	1,540	57	0,8387	97	57
34	0,5592	146	0,6745	251	1,483	55	0,8290	97	56
		144		257		55		98	
35	0,5736	142	0,7002	263	1,428	52	0,8192	102	55
36	0,5878	140	0,7265	271	1,376	49	0,8090	104	54
37	0,6018	139	0,7536	277	1,327	47	0,7986	106	53
38	0,6157	136	0,7813	285	1,280	45	0,7880	109	52
39	0,6293	—	0,8098	293	1,235	43	0,7771	111	51
		135		293		43		111	
40	0,6428	133	0,8391	302	1,192	42	0,7660	113	50
41	0,6561	130	0,8693	311	1,150	39	0,7547	116	49
42	0,6691	129	0,9004	321	1,111	39	0,7431	117	48
43	0,6820	127	0,9325	332	1,072	36	0,7314	121	47
44	0,6947	124	0,9657	343	1,036	36	0,7193	122	46
45	0,7071	—	1,0000	343	1,000	36	0,7071	122	45
		—	—	—	+	—	+	—	
α	\cos	d	$cotang$	d	$tang$	d	\sin	d	α

Potenzen- und Kreis-Tafel.

n	$n\pi$	$\frac{1}{4}n^2\pi$	n^2	n^3	Vn	$\sqrt[3]{Vn}$	$\frac{1}{n}$
1	3,1416	0,7854	1	1	1,0000	1,0000	1,00000
2	6,2832	3,1416	4	8	4142	2599	0,50000
3	9,4248	7,9686	9	27	1,7321	4422	0,33333
4	12,5664	12,5664	16	64	2,0000	5874	0,25000
5	15,7080	19,6350	25	125	2361	7100	0,20000
6	18,8496	28,2743	36	216	4495	8171	0,16667
7	21,9911	38,4846	49	343	6458	1,9129	0,14286
8	25,1327	50,2655	64	512	2,8284	2,0000	0,12500
9	28,2743	63,6173	81	729	3,0000	0801	0,11111
10	31,4159	78,5398	100	1000	1623	1544	0,10000
11	34,5575	95,0332	121	1331	3166	2240	0,09091
12	37,6991	113,0973	144	1728	4641	2894	0,08333
13	40,8407	132,7323	169	2197	6056	3513	0,07692
14	43,9823	153,9380	196	2744	7417	4101	0,07143
15	47,1239	176,7146	225	3375	3,8730	4662	0,06667
16	50,2655	201,0619	256	4096	4,0000	5198	0,06250
17	53,4071	226,9801	289	4913	1231	5713	0,05882
18	56,5487	254,4690	324	5832	2426	6207	0,05556
19	59,6903	283,5287	361	6859	3589	6684	0,05263
20	62,8319	314,1593	400	8000	4721	7144	0,05000
21	65,9734	346,3606	441	9261	5826	7589	0,04762
22	69,1150	380,1327	484	10648	6904	8020	0,04545
23	72,2566	415,4756	529	12167	7958	8439	0,04348
24	75,3982	452,3893	576	13824	4,8990	8845	0,04167
25	78,5398	490,8739	625	15625	5,0000	9240	0,04000
26	81,6814	530,9292	676	17576	0990	2,9625	0,03846
27	84,8230	572,5553	729	19683	1962	3,0000	0,03704
28	87,9646	615,7522	784	21952	2915	0366	0,03571
29	91,1062	660,5199	841	24389	3852	0723	0,03448
30	94,2478	706,8583	900	27000	4772	1072	0,03333
31	97,3894	754,7676	961	29791	5678	1414	0,03226
32	100,5310	804,2477	1024	32768	6569	1748	0,03125
33	103,6726	855,2986	1089	35937	7446	2075	0,03030
34	106,8142	907,9203	1156	39304	8310	2396	0,02941
35	109,9557	962,1128	1225	42875	5,9161	2711	0,02857
36	113,0973	1017,8760	1296	46656	6,0000	3019	0,02778
37	116,2389	1075,2101	1369	50653	0828	3322	0,02703
38	119,3805	1134,1149	1444	54872	1644	3620	0,02632
39	122,5221	1194,5906	1521	59319	2450	3912	0,02564
40	125,6637	1256,6370	1600	64000	3246	4200	0,02500
41	128,8053	1320,2543	1681	68921	4031	4482	0,02439
42	131,9469	1385,4424	1764	74088	4807	4760	0,02381
43	135,0885	1452,2012	1849	79507	5574	5034	0,02326
44	138,2301	1520,5308	1936	85184	6332	5303	0,02273
45	141,3717	1590,4313	2025	91125	7082	5569	0,02222
46	144,5133	1661,9025	2116	97336	7823	5830	0,02174
47	147,6549	1734,9445	2209	103823	8557	6088	0,02128
48	150,7964	1809,5574	2304	110592	6,9282	6342	0,02083
49	153,9380	1885,7410	2401	117649	7,0000	6593	0,02041
50	157,0796	1963,4954	2500	125000	7,0711	6840	0,02000

Potenzen- und Kreis-Tafel.

n	$n\pi$	$\frac{1}{4}n^2\pi$	n^2	n^3	V_n	$\sqrt[3]{V_n}$	$\frac{I}{n}$
51	160,2212	2042,8206	2601	132651	7,1414	3,7084	0,01961
52	163,3628	2123,7166	2704	140608	2111	7325	0,01923
53	166,5044	2206,1834	2809	148877	2801	7563	0,01887
54	169,6460	2290,2110	2916	157464	3485	7798	0,01852
55	172,7876	2375,8294	3025	166375	4162	8030	0,01818
56	175,9292	2463,0086	3136	175616	4833	8259	0,01786
57	179,0708	2551,7586	3249	185193	5498	8485	0,01754
58	182,2124	2642,0794	3364	195112	6158	8709	0,01724
59	185,3540	2733,9710	3481	205379	6811	8930	0,01695
60	188,4956	2827,4334	3600	216000	7460	9149	0,01667
61	191,6372	2922,4666	3721	226981	8102	9365	0,01639
62	194,7787	3019,0705	3844	238328	8740	9579	0,01613
63	197,9203	3117,2455	3969	250047	7,9373	3,9791	0,01587
64	201,0619	3216,9909	4096	262144	8,0000	4,0000	0,01563
65	204,2035	3318,3072	4225	274625	0623	0207	0,01538
66	207,3451	3421,1944	4356	287496	1240	0412	0,01515
67	210,4867	3525,6524	4489	300763	1854	0615	0,01493
68	213,6283	3631,6811	4624	314432	2462	0817	0,01471
69	216,7699	3739,2807	4761	328509	3066	1016	0,01449
70	219,9115	3848,4510	4900	343000	3666	1213	0,01429
71	223,0531	3959,1921	5041	357911	4261	1408	0,01408
72	226,1947	4071,5041	5184	373248	4853	1602	0,01389
73	229,3363	4185,3868	5329	389017	5440	1793	0,01370
74	232,4779	4300,8403	5476	405224	6023	1983	0,01351
75	235,6194	4417,8647	5625	421875	6603	2172	0,01333
76	238,7610	4536,4598	5776	438976	7178	2358	0,01316
77	241,9026	4656,6257	5929	456533	7750	2543	0,01299
78	245,0442	4778,3624	6084	474552	8318	2727	0,01282
79	248,1858	4901,6699	6241	493039	8882	2908	0,01266
80	251,3274	5026,5482	6400	512000	8,9443	3089	0,01250
81	254,4690	5152,9974	6561	531441	9,0000	3267	0,01235
82	257,6106	5281,0173	6724	551368	0554	3445	0,01220
83	260,7522	5410,6079	6889	571787	1104	3621	0,01205
84	263,8938	5541,7694	7056	592704	1652	3795	0,01190
85	267,0354	5674,5017	7225	614125	2195	3968	0,01176
86	270,1770	5808,8048	7396	636056	2736	4140	0,01163
87	273,3186	5944,6787	7569	658503	3274	4310	0,01149
88	276,4602	6082,1234	7744	681472	3808	4480	0,01136
89	279,6017	6221,1389	7921	704969	4340	4647	0,01124
90	282,7433	6361,7251	8100	729000	4868	4814	0,01111
91	285,8849	6503,8822	8281	753571	5394	4979	0,01099
92	289,0265	6647,6101	8464	778688	5917	5144	0,01087
93	292,1681	6792,9087	8649	804357	6437	5307	0,01075
94	295,3097	6939,7782	8836	830584	6954	5468	0,01064
95	298,4513	7088,2184	9025	857375	7468	5629	0,01053
96	301,5929	7238,2295	9216	884736	7980	5789	0,01042
97	304,7345	7389,8113	9409	912673	8489	5947	0,01031
98	307,8761	7542,9640	9604	941192	8995	6104	0,01020
99	311,0177	7697,6874	9801	970299	9,9499	6261	0,01010
100	314,1593	7853,9816	10000	1000000	10,0000	6416	0,01000

Vierstellige Logarithmentafel.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	40
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	37
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	33
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	31
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	29
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	27
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	25
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	24
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	23
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	21
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	21
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	20
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	19
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	18
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	17
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	17
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	16
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	16
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	14
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	13
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	13
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	13
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	12
36	5503	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	12
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	12
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	12
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	11
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	10
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	10
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	10
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	10
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	9
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	9
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	8
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Vierstellige Logarithmentafel.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	8
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	8
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	8
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	7
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	7
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	7
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	7
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	7
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	6
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	6
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	6
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	6
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	6
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	6
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	6
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	5
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	5
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	5
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	5
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	5
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	5
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	4

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Winkelgeschwindigkeit (ω) aus Umdrehungszahl (n) pr. Min.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,1047	0,2094	0,3142	0,4189	0,5236	0,6283	0,7330	0,8378	0,9425	
1	1,0472	1,1519	1,2566	1,3614	1,4661	1,5708	1,6755	1,7802	1,8850	1,9897
2	2,0944	2,1991	2,3038	2,4086	2,5133	2,6180	2,7227	2,8274	2,9322	3,0369
3	3,1416	3,2463	3,3510	3,4558	3,5605	3,6652	3,7699	3,8746	3,9794	4,0841
4	4,1888	4,2935	4,3982	4,5029	4,6077	4,7124	4,8171	4,9218	5,0265	5,1313
5	5,2360	5,3407	5,4454	5,5501	5,6549	5,7596	5,8643	5,9690	6,0737	6,1785
6	6,2832	6,3879	6,4926	6,5973	6,7021	6,8068	6,9115	7,0162	7,1209	7,2257
7	7,3304	7,4351	7,5398	7,6445	7,7493	7,8540	7,9587	8,0634	8,1681	8,2729
8	8,3776	8,4823	8,5870	8,6917	8,7965	8,9012	9,0059	9,1106	9,2153	9,3201
9	9,4248	9,5295	9,6342	9,7389	9,8437	9,9484	10,053	10,158	10,263	10,367
10	10,472	10,577	10,681	10,786	10,891	10,996	11,100	11,205	11,310	11,414
11	11,519	11,624	11,729	11,833	11,938	12,043	12,147	12,252	12,357	12,462
12	12,566	12,671	12,776	12,881	12,985	13,090	13,195	13,299	13,404	13,509
13	13,614	13,718	13,823	13,928	14,032	14,137	14,242	14,347	14,451	14,556
14	14,661	14,765	14,870	14,975	15,080	15,184	15,289	15,394	15,499	15,603
15	15,708	15,813	15,917	16,022	16,127	16,232	16,336	16,441	16,546	16,650
16	16,755	16,860	16,965	17,069	17,174	17,279	17,383	17,488	17,593	17,698
17	17,802	17,907	18,012	18,117	18,221	18,326	18,431	18,535	18,640	18,745
18	18,850	18,954	19,059	19,164	19,268	19,373	19,478	19,583	19,687	19,792
19	19,897	20,001	20,106	20,211	20,316	20,420	20,525	20,630	20,735	20,839
20	20,944	21,049	21,153	21,258	21,363	21,468	21,572	21,677	21,782	21,886
21	21,991	22,096	22,201	22,305	22,410	22,515	22,619	22,724	22,829	22,934
22	23,038	23,143	23,248	23,353	23,457	23,562	23,667	23,771	23,876	23,981
23	24,086	24,190	24,295	24,400	24,504	24,609	24,714	24,819	24,923	25,028
24	25,133	25,237	25,342	25,447	25,552	25,656	25,761	25,866	25,970	26,075
25	26,180	26,285	26,389	26,494	26,599	26,704	26,808	26,913	27,018	27,122
26	27,227	27,332	27,437	27,541	27,646	27,751	27,855	27,960	28,065	28,170
27	28,274	28,379	28,484	28,588	28,693	28,798	28,903	29,007	29,112	29,217
28	29,322	29,426	29,531	29,636	29,740	29,845	29,950	30,055	30,159	30,264
29	30,369	30,473	30,578	30,683	30,788	30,892	30,997	31,102	31,206	31,311

<i>n</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	31,416	31,521	31,625	31,730	31,835	31,940	32,044	32,149	32,254	32,358
31	32,463	32,568	32,673	32,777	32,882	32,987	33,091	33,196	33,301	33,406
32	33,510	33,615	33,720	33,824	33,929	34,034	34,139	34,243	34,348	34,453
33	34,558	34,662	34,767	34,872	34,976	35,081	35,186	35,291	35,395	35,500
34	35,605	35,709	35,814	35,919	36,024	36,128	36,233	36,338	36,442	36,547
35	36,652	36,757	36,861	36,966	37,071	37,176	37,280	37,385	37,490	37,594
36	37,699	37,804	37,909	38,013	38,118	38,223	38,327	38,432	38,537	38,642
37	38,746	38,851	38,956	39,060	39,165	39,270	39,375	39,479	39,584	39,689
38	39,794	39,898	40,003	40,108	40,212	40,317	40,422	40,527	40,631	40,736
39	40,841	40,945	41,050	41,155	41,260	41,364	41,469	41,574	41,678	41,783
40	41,888	41,993	42,097	42,202	42,307	42,412	42,516	42,621	42,726	42,830
41	42,935	43,040	43,145	43,249	43,354	43,459	43,563	43,668	43,773	43,878
42	43,982	44,087	44,192	44,296	44,401	44,506	44,611	44,715	44,820	44,925
43	45,029	45,134	45,239	45,344	45,448	45,553	45,658	45,763	45,867	45,972
44	46,077	46,181	46,286	46,391	46,496	46,600	46,705	46,810	46,914	47,019
45	47,124	47,229	47,333	47,438	47,543	47,647	47,752	47,857	47,962	48,066
46	48,171	48,276	48,381	48,485	48,590	48,695	48,799	48,904	49,009	49,114
47	49,218	49,323	49,428	49,532	49,637	49,742	49,847	49,951	50,056	50,161
48	50,265	50,370	50,475	50,580	50,684	50,789	50,894	50,999	51,103	51,208
49	51,313	51,417	51,522	51,627	51,732	51,836	51,941	52,046	52,150	52,255
50	52,360	52,465	52,569	52,674	52,779	52,883	52,988	53,093	53,198	53,302

$$d = 4 + 1,5 d \quad \text{D}$$

$$t = \frac{13}{16} t_0 = 0,75$$

$$S = 0,4 + 0,1 d.$$

$$d_1 = d - 2t = 16,4$$

$$\text{vmtnd. } 1,3 S \quad 9,18$$

218

