Redtenbacher, Ferdinand

Gesetze des Lokomotiv-Baues

Mannheim
1855

Redtenbacher

Lokomotiv-
Bau
1855

DER

LOKOMOTIV-BAUES

Verlag von Friedrich

Druck von Malsch und Vogel in Carlsruhe.

Vorrede.

Die Praxis des Lokomotivbaues hat nicht nur in England und Frankreich, sondern sie hat auch in Deutschland eine Stufe erreicht, die der Vollendung nahe kommt. Die Fertigkeit, die Theile einer Lokomotive in einer oder in anderer Weise zu disponiren, und in einen geordneten Zusammenhang zu bringen, ist vorhanden, Missverhältnisse in den Abmessungen der einzelnen Theile, oder unpassende, wie unschöne Formen derselben kommen nicht mehr vor, und in der Durchführung aller Arbeitsprozesse der Ausführung hat man es zu einer wahren Virtuosität gebracht.

Allein, wenn man nach den Grundsätzen forscht, nach welchen die Lokomotiven angeordnet werden, so begegnet man den verschiedensten, oftmals sich ganz widersprechenden Ansichten und Meinungen. In der Regel denkt man gar nicht an allgemeine Grundsätze, oder hält es geradezu für unmöglich, dass man allgemeine Grundsätze aufstellen könne, die unter allen Umständen die richtige Bauart einer für spezielle Zwecke bestimmten Lokomotive festzustellen im Stande wären. Entweder copiren die Construkteurs bereits bestehende Anordnungen, wobei sie gewöhnlich annehmen, dass das Neueste auch das Bessere sei, oder sie überlassen sich ihrem Gefühle und folgen ihren eigenen Anschauungen und Erfahrungen. Auf diese Weise sind die vielen theils guten, theils fehlerhaften Construktionen entstanden, welche nun auf allen Bahnen umherlaufen. Fast auf jeder Eisenbahn findet man Lokomotive von anderer Bauart; ja es gibt Eisenbahnen, die mit einer wahren Modellkammer von allen bereits erfundenen Lokomotiv-Construktionen versehen sind.

Mit diesen Aeusserungen will ich keinen Tadel, sondern nur eine geschichtliche Thatsache aussprechen. In der Geschichte der Entstehung und Entwicklung jeder bedeutendern Erfindung wiederholen sich ähnliche Erscheinungen. Zuerst geht immer die Praxis mit ihrem gesunden Triebe und Gefühle voran, und bringt eine Menge Dinge hervor, über deren Beschaffenheit sie sich selbst nicht ganz Rechenschaft zu geben weiss; dann tritt das Bedürfniss ein, sich in der vorhandenen Mannigfaltigkeit zurecht zu finden; dies gelingt ihr aber in der Regel nicht, weil es gar nicht die Aufgabe der Praxis, sondern vielmehr die Aufgabe der Wissenschaft ist, aus einer Mannigfaltigkeit von Vorhandenem die Regeln und das Gesetz ausfindig zu machen.

Dieses Stadium hat nach meiner Ansicht der Lokomotivbau jetzt erreicht.

Es handelt sich jetzt nicht so sehr um neue Erfindungen, als vielmehr um ein richtiges Verständniss der bereits erfundenen Anordungen. Des Guten und Rechten gibt es bereits sehr viel, man muss es nur aus der Masse des Vorhandenen herauszufinden, und in einen gehörigen Zusammenhang zu bringen wissen.

Erst dann, wenn man zu einer vollständigen Einsicht und Würdigung des bereits Geschaffenen gelangt sein wird, darf man ein weiteres und geregelteres Fortschreiten erwarten. Ich habe jedoch nichts dagegen einzuwenden, wenn uns ein Erfindungstalent, bevor noch die Kritik ihre Aufgabe gelöst haben wird, mit einer ganz neuen Erfindung erfreut, die alle bisherigen an Zweckmässigkeit und Leistungsfähigkeit übertrifft.

Allein die allgemeinen Gesetze des Lokomotivbaues sind nicht nur von der Praxis, sie sind auch von der Wissenschaft bis jetzt noch nicht ausfindig gemacht worden.

Es gibt zwar manche sehr schätzbare Werke, die von den Lokomotiven im Allgemeinen handeln, oder die Lokomotiven von einem gewissen Gesichtspunkt aus betrachten; auch fehlt es nicht an trefflichen einzelnen Abhandlungen über spezielle Theile der Lokomotive, allein die Grundbedingungen, welchen jede Lokomotive genügen muss, wenn sie ihrem Zwecke entsprechen soll, sind, meines Wissens, in keinem dieser Werke festgestellt worden, daher kommt es auch theilweise, dass die bisherigen wissenschaftlichen Leistungen von der Praxis grösstentheils nicht beachtet wurden.

Es ist nicht meine Absicht, die bis jetzt erschienenen, die Lokomotiven betreffenden, wissenschaftlichen Werke und Abhandlungen einer Kritik zu unterwerfen, aber ich muss doch, um meine Behauptung über die bisherigen Leistungen der Wissenschaft zu rechtfertigen, einige der vorzüglicheren dieser Werke, wenigstens nach ihrem Inhalt, berühren.

Obenan steht das bekannte Werk von *Pambour:* Traité des Machines Locomotive. *Pambour* hat das grosse Verdienst, zuerst die Grundgedanken mit Bewusstsein ausgesprochen und analytisch durchgeführt zu haben, auf welchen der Beharrungszustand der Bewegung einer Lokomotive beruht. Diese Grundgedanken sind, streng genommen, keine neuen Erfindungen oder Entdeckungen, sie sind weiter nichts, als die schon längst bekannten Gesetze der Mechanik, dass im Beharrungszustand einer jeden Maschine die Kräfte und Widerstände sich, im Mittel genommen, das Gleichgewicht halten, und dass die Quantität der disponibeln motorischen Substanz eben so gross ist, als diejenige Quantität, welche die Maschine verlässt, nachdem sie in derselben ihre Wirkung hervorgebracht hat. Diese Grundsätze geben die wesentlichsten Aufschlüsse über Alles, was den mittleren Fortlauf einer Lokomotive betrifft; allein für den Bau einer Lokomotive leisten diese Grundsätze nicht das Geringste, und können es auch nicht, weil dieser Bau nicht von den Gesetzen des mittleren Fortlaufes, sondern wie wir sehen werden, von der Kenntniss der Gesetze der störenden Bewegungen abhängt.

Diese von *Pambour* zuerst aufgestellten Grundgedanken über die Bewegung einer Lokomotive im Beharrungszustand werden unbegreiflicher Weise von *Morin, Lechatelier* und von andern, um die technischen Wissenschaften verdienten Männern, nicht anerkannt. *Morin* hat sogar durch Versuche nachweisen wollen, dass diese Grundsätze unrichtig seien und *Lechatelier* sagt in seinem Werke: Recherches Expérimentales sur les maschines locomotives Pag. 13:

„Ce n'est pas la pression de la vapeur qui se règle sur la résistance du train; ce sont, au contraire, les résistances de toute sorte qui croissent par suite de l'accélération de vitesse, jusqu'à ce qu'elles fassent équilibre à la pression de la vapeur."

Es gereicht diesen Herren nicht zur Ehre, dass sie die Grundsätze verläugnen, welche vorzugsweise die französische Schule aus dem Gebiete der Wissenschaft in das Gebiet der Praxis eingeführt hat.

Ein zweites Werk, welches ich berühren will, ist das von *Lechatelier, Flachat, Petiet* et *Polonceau,* Guide du mecanicien, Constructeur et Conducteur de Machines Locomotives. In diesem schätzbaren Werk werden wohl alle den Lokomotivbau betreffenden Einzelheiten mit Sachkenntniss besprochen, aber feste, allgemein gültige Regeln werden nicht aufgestellt. Die Verfasser sagen selbst, Pag. 367, dass sie, statt allgemeiner Regeln, eine tabellarische Zusammenstellung der wesentlichsten Abmessungen einer grösseren Anzahl von Lokomotiven geben wollen, weil sie die Aufstellung allgemeiner Regeln nicht für möglich halten, dann heist es: En effet chaque ingénieur, chaque constructeur s'est posé des règles, s'est fait un système pour son propre usage, sans qu'une discussion générale soit venue jusqu'ici poser une ou plusieurs formules pratiques appropriées aux différents cas que l'on peut rencontrer; nous n'élevons donc pas la prétention d'avoir résolu la question . . . .

In andern Werken und namentlich in dem früher angegebenen von *Lechatelier* werden Versuchs-Resultate über den Widerstand der Bahnwägen und Lokomotive, über die Verdampfungsfähigkeit der Lokomotivkessel, über die Spannungen des Dampfes in den verschiedenen Gefässen und Röhren, welche der Dampf durchströmt, mitgetheilt. Dadurch ist Manches aufgehellt worden, allein bleibende Gesetze hat man auch auf diesem Wege nicht gefunden, und wird sie auch auf diesem Wege nicht finden, denn die Lokomotive ist ein viel zu komplizirter Versuchsapparat, in welchem gleichzeitig so mannigfaltige Erscheinungen und Wirkungen, die sich wechselseitig modifiziren, vorkommen. Dazu kommt noch, dass man nicht wissen will, was in einer Lokomotive vorgeht, wenn sie ganz gemächlich über die Bahn hinrollt, sondern dass für die praktischen Zwecke nur allein die Kenntniss derjenigen Erscheinungen und Wirkungen, die im hastigen Laufe der Lokomotive vorkommen, einen reelen Werth haben kann. Unter solchen Umständen gibt jedes Dynamometer und gibt überhaupt jedes Messinstrument fehlerhafte Resultate; denn jedes Instrument, das die Intensitäten von Zuständen messen soll, muss mit einem beweglichen Theil versehen sein, dessen Bewegungen ganz prompt den Aenderungen der Zustände folgen sollte. Diess wird aber nie der Fall sein, wenn sich die Zustände plötzlich und hastig ändern. Noch andere Werke geben Beschreibungen und Abbildungen von den vielen bereits bestehenden Lokomotiven. Es ist recht gut, dass man solche Sammelwerke hat, aber Gesetze kann man von derartigen Werken nicht erwarten.

Ich habe schon seit Jahren über die Lokomotive theoretische Studien gemacht, die zunächst blos zu meiner eigenen Belehrung dienen sollten. Die Sache wurde aber allmälig ernstlich; ich kam zu entscheidenden Resultaten, und diess veranlasste mich, den Gegenstand im Zusammenhang und in allen wesentlichsten Punkten vollständig zu behandeln. Auf diese Weise ist das vorliegende Werk entstanden. Ich habe mich dabei grösstentheils so benommen, wie wenn praktische Erfahrungen über den Lokomotivbau gar noch nicht gemacht worden wären, habe mich ganz und gar den Grundsätzen der Mechanik überlassen, und wollte einmal sehen, was dabei herauskommen werde. Man wird es daher an diesem Werke direkt nicht merken, ob mir die Erfahrungen bekannt sind oder nicht.

Ich bereue es nicht, diesen Weg eingeschlagen zu haben. Aus den Formeln, zu welchen ich gekommen bin, haben sich die Grundbedingungen, denen jeder Lokomotivbau entsprechen soll, mit vollkommener Klarheit herausgestellt; auch bin ich zu gewissen Resultaten gekommen, die mich selbst zunächst sehr überrascht haben, und an welche bis jetzt noch Niemand gedacht hat. Kurz ich bin so weit gekommen, dass ich mich für berechtiget hielt, dem Buch den Titel: „Die Gesetze des Lokomotivbaues“ zu geben, womit ich sagen will, dass alle wesentlichen Grundbedingungen, worauf es beim Lokomotivbau ankommt, ausfindig gemacht und für alle Zeiten festgestellt sind.

Die Hauptergebnisse meiner Untersuchungen sind mit dem Entwicklungsgang des Lokomotivbaues in keinem Widerspruch, sondern es wird nur alles erklärt, und es zeigt sich, dass man allmälig auf den rechten Weg gekommen ist. Der eigentliche Schlüssel zur Entwirrung der Sache hat sich rein aus den Endresultaten analytischer Rechnungen ergeben, welche zu dem Zwecke unternommen wurden, mit Hülfe der allgemeinen Grundsätze der Mechanik alle Bewegungen, die in einer Lokomotive vorkommen und insbesondere die mannigfaltigen störenden Bewegungen zu untersuchen, um auf diese Weise wo möglich die Bedingungen kennen zu lernen, die erfüllt werden müssen, damit diese störenden Bewegungen entweder gar nicht, oder nur in einem sehr schwachen Maasse eintreten. Da zeigte es sich denn, was mich selbst anfangs überraschte, und mir längere Zeit naturwidrig zu sein schien, später aber ganz evident wurde, dass es im Allgemeinen für jede Lokomotive sechs Fahrgeschwindigkeiten gibt, bei welchen die störenden Bewegungen sehr heftig werden, ja sogar jedes beliebige Maass überschreiten können, dass man aber durch gewisse Dispositionen und Constructionsverhältnisse bewirken kann, dass diese gefährlichen Geschwindigkeiten alle grösser ausfallen, als die grösste Geschwindigkeit ist

mit der man eine Lokomotive laufen lassen will. Dadurch haben sich die wichtigsten und interessantesten Gesetze des Lokomotivbaues ergeben, nach denen man die bestehenden Constructionen richtig beurtheilen und neu zu erbauende Lokomotive zweckmässig anordnen kann.

Diese Untersuchung hat auch gezeigt, welche Bedingungen erfüllt werden müssten, um eine hinsichtlich der störenden Bewegungen absolut fehlerfreie Construktion zu erhalten. Diese Bedingungen sind so einfach, dass sie sich leicht mit Worten ausdrücken lassen; der praktischen Verwirklichung derselben stehen aber Hindernisse im Wege, die ich bis jetzt noch nicht zu beseitigen im Stande war. Jedenfalls wird man zugeben, dass man um einen guten Schritt vorwärts gekommen ist, wenn man einmal mit Sicherheit und mit voller Bestimmtheit sagen kann, was eigentlich zu thun wäre, um das absolut Beste zu erzielen.

Die Rechnungen, durch welche die Resultate gewonnen wurden, sind allerdings nicht für Jedermann zugänglich, denn in der Störungstheorie handelt es sich um die Integration dreier gleichzeitig bestehenden Differenzialgleichungen der zweiten Ordnung, allein die Rechnungsresultate sind zuletzt alle so einfach, dass sie sich mit Worten, die für Jedermann verständlich sind, interpretiren lassen.

Nach diesen allgemeinen Andeutungen über die Tendenz dieses Buches lasse ich noch einige Erläuterungen über den Inhalt der einzelnen Abschnitte folgen.

Im ersten kurzen Abschnitt werden die gebräuchlichsten Lokomotive hinsichtlich ihrer Bauart beschrieben. Das Detail wird nicht berührt, denn es ist ja Jedermann, der diess Buch zur Hand nimmt, hinlänglich bekannt.

Der zweite Abschnitt handelt von der Bahn, von den Wägen und ihren Bewegungen in geraden und gekrümmten Strecken. Es sind mehr nur Fragmente und nicht ein organisches Ganzes. Ich wollte ein solches zu Stande bringen, stiess aber auf Schwierigkeiten, die ich nicht zu bewältigen vermochte, und begnügte mich zuletzt mit Stückwerk.

Der dritte Abschnitt behandelt alles Wesentliche, was die Bildung des Wasserdampfes betrifft. Namentlich den Durchgang der Wärme durch ebene, cylindrische und sphärische Gefässwände, die Bestimmung der Wärmemenge, die in den Lokomotivkessel eindringt; ferner auch die Kesselfeuerung. Um die Wärmemenge zu bestimmen, die durch die Gefässwände geht, bin ich von dem Grundgedanken ausgegangen, auf welchen *Tourier* und *Poisson* ihre Wärmetheorien auferbaut haben, und bin zu dem Ergebniss gekommen, dass dieser Wärmedurchgang genau nach dem Gesetz geschieht, welches *Ohm* für den elektrischen Strom gefunden hat. Dieses Ergebniss hat mich zwar im ersten Augenblick, später aber nicht mehr überrascht, denn *Ohm* ist ja auch von dem Grundgedanken *Tourier's* ausgegangen. Das Güteverhältniss eines Kessels, d. h. das Verhältniss zwischen der Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit in einen Kessel eindringt, und der Wärmemenge des Brennstoffs, der in einer Sekunde verbrannt wird, habe ich bereits, jedoch ohne Herleitung der Formel in der ersten Auflage der Resultate für den Maschinenbau, mitgetheilt. Es hat sich bis jetzt kein Mensch darum bekümmert, und kann doch alles Wesentliche so leicht und klar herausgelesen werden.

Der vierte Abschnitt behandelt den mittleren Fortlauf der Lokomotive und Wagen. Diese Untersuchungen beruhen im Wetentlichen auf den von *Pambour* zuerst ausgesprochenen einfachen Grundgedanken, dass im Beharrungszustand der Bewegung die Kräfte und Widerstände, im Mittel genommen, im Gleichgewicht sind, und dass die consumirte Dampfmenge der produzirten gleich ist. Besonderes Neues werden in diesem Abschnitt Diejenigen nicht finden, welche mit den Arbeiten von *Pambour* vertraut sind.

Im folgenden kurzen Abschnitt wird die Taschensteuerung untersucht. Ich habe die verschiedenen Steuerungsapparate, und insbesondere die expandirenden, schon vor Jahren zu meiner eigenen Belehrung untersucht. Die weitläufigen in diesen Untersuchungen vorkommenden Rechnungen einerseits, und der für Lokomotive geringe praktische Werth der Expansionssteuerungen anderseits, haben mich veranlasst, diese Arbeiten in dieses Werk nicht aufzunehmen; nur die für Lokomotive so nützliche Taschensteuerung wollte ich nicht unberücksichtigtiget lassen. Da jedoch dieser Gegenstand bereits von *Phillipps* (Théorie de la Coulisse etc. Annales des mines, Tome III) behandelt wurde, und zwar in einer Weise, welcher von Seite der Pariser Akademie eine sehr ehrende Anerkennung zu Theil wurde, so schien es mir am angemessensten zu sein, von dieser Abhandlung eine Uebersetzung im Auszug aufzunehmen. Allein als ich an die Arbeit ging, machte ich die Entdeckung, dass *Phillipps* auf einem ganz entsetzlichen Umweg zu einem schliesslich ganz einfachen Resultat gelangt, das man unmittelbar aus der den Apparat darstellenden Figur herauslesen kann; ich zog es daher vor, die Arbeit von *Phillipps* auf sich beruhen zu lassen und einen gerade zum Ziel führenden Weg einzuschlagen.

Der fünfte Abschnitt handelt von denjenigen störenden Bewegungen, die durch das Spiel der hin- und hergehenden Massen hervorgerufen werden, und von der Aufhebung dieser Störungen durch balanzirende Massen. Bekanntlich hat zuerst *Lechatelier* diesen Gegenstand in Anregung gebracht. In der zweiten Auflage der Resultate habe ich für spezielle Fälle die richtige Position und Grösse der Balanzirungsmassen bestimmt, ohne jedoch die Herleitung der Formeln mitzutheilen. In diesem Abschnitt findet man diesen Gegenstand allgemein und erschöpfend behandelt. Der praktische Werth einer richtigen Balanzirung der Massen ist bis jetzt meistens entweder zu hoch oder zu niedrig angeschlagen worden. In England hat man sich um diese Sache wenig bekümmert, in Frankreich hat man gemeint, dass mit einer richtigen Balanzirung alle störenden Bewegungen beseitiget werden könnten. So ist es nun allerdings nicht. Eine richtige Balanzirung der Massen ist in vielen Fällen eine gute Sache, allein die störenden Bewegungen entstehen nicht bloss durch die hin- und hergehenden Massen, sondern auch noch durch andere Wirkungen, sie können also durch Balanzirungsmassen nur theilweise aufgehoben werden.

Nun folgt der interessanteste und wichtigste Abschnitt, welcher die eigentlichen Gesetze des Lokomotivbaues geliefert hat. Dieser handelt von den verschiedenen störenden Bewegungen, welche theils durch den Linealdruck, d. h. durch den Druck der Gleitstücke gegen die Führungslineale, theils durch den veränderlichen Druck der Axen gegen die Axenbüchsen und Axengabeln hervorgerufen werden.

Diese störenden Bewegungen sind aus drei Arten von Schwingungen zusammengesetzt, nämlich: 1) Vertikalschwingungen des Schwerpunktes des an den Federn hängenden Baues, 2) drehende Schwingungen dieses Baues um eine durch seinen Schwerpunkt gehende Längenaxe, 3) drehende Schwingungen um eine durch den Schwerpunkt gehende Queraxe. Ich nenne sie das Wogen, das Wanken und das Nicken. Jede einzelne dieser Schwingungsarten ist aber aus mehreren Elementarschwingungen zusammengesetzt. Die Totalität sämmtlicher Elementarschwingungen lässt sich in zwei charakteristische Gruppen theilen, die ich Grundschwingungen und Kurbelschwingungen nenne, obgleich diese Benennungen nicht ganz bezeichnend sind. Die Grundschwingungen richten sich nach der Grösse und Vertheilung der Massen, und nach dem Starrheitsgrad der Federn, sind aber von der Laufgeschwindigkeit der Lokomotive unabhängig. Die Kurbelschwingungen dagegen richten sich nicht nur nach der Grösse und Vertheilung der Massen, sondern hängen auch von der Laufgeschwindigkeit der Lokomotive ab, und zwar in einer Weise, die eine merkwürdige und bedeutungsvolle genannt werden darf.

Denkt man sich, dass eine Lokomotive aus dem ruhigen Zustand allmälig in einen fort und fort rascher werdenden und zuletzt in einen ganz extravagant schnellen Bewegungszustand übergeht, so treten anfangs die störenden Bewegungen nur in einem schwachen Grade ein; sie wachsen jedoch mit der Geschwindigkeit und werden, wenn diese eine gewisse Grenze erreicht hat, maasslos. Diess geschieht aber nicht nur bei einer, sondern bei noch fünf andern, im Ganzen also bei sechs Geschwindigkeiten. Ist aber die Lokomotive glücklich über diese gefährlichen Geschwindigkeiten hinausgekommen, so wird ihr Schwingungszustand allmälig schwächer und schwächer und wird zuletzt, nachdem eine extravagante Geschwindigkeit eingetreten ist, verschwindend klein. So ist der Lauf jeder Lokomotive beschaffen. Die Erklärung dieser Erscheinung will ich hier nicht geben, sondern will nur hervorheben, dass die Kenntniss dieser Bewegungsgesetze von einer für die Praxis entscheidenden Wichtigkeit ist, denn es ist klar, dass es sich darum handeln muss, jede Lokomotive so zu bauen, dass überhaupt die störenden Bewegungen möglichst klein ausfallen, und dass die kleinste von den sechs gefährlichen Geschwindigkeiten grösser wird, als die grösste Geschwindigkeit, mit der man eine Lokomotive laufen lassen will, und wir werden sehen, dass das Eine wie das Andere die Erfüllung gewisser Bedingungen erfordert, wodurch die gegenseitige Lage und die Grösse aller wesentlichen Construktionstheile, wodurch namentlich der Rahmenbau, die Radstellung, die Position der Dampfcylinder, das System der Federung, die Grösse der Räder, Länge der Schubstangen und Bahnschienen bestimmt wird. Diese Bedingungen sind nichts anderes, als die wesentlichsten Gesetze des Lokomotivbaues, die man ungestraft nicht übertreten darf und wodurch der ganze Lokomotivbau zu einer vollkommenen Klarheit gebracht wird.

In dem nun folgenden fünften Abschnitt werden die wesentlichsten Festigkeitsverhältnisse der Lokomotivbestandtheile und werden namentlich die Federn, Zapfen, Axen, Rahmen und Kesseltheile behandelt.

In Betreff der Theorie der Federn muss ich mich durch eine Erklärung gegen mögliche Missverständnisse schützen. Als ich an die Bearbeitung dieses Gegenstandes ging, war mir das Mémoire sur les ressorts en acier employés dans le matériel des chemins de fer par *Phillips*. Annales des mines, cinquieme Série, 2[e] livraison de 1852, nicht bekannt, sondern nur der Bericht, den die comptes rendus über dieses Mémoire gegeben haben. Dass ich nicht Nachahmer bin, werden Diejenigen, welche mit der Arbeit von *Phillips* vertraut sind, an zwei Dingen erkennen. Erstlich ist der Grundgedanke, von dem ich ausgehe, ein ganz anderer, als der, von dem *Phillips* ausgeht. *Phillips* untersucht den Gleichgewichtszustand eines Federwerkes, dessen Schienen ihrer ganzen Ausdehnung nach in wechselseitiger Berührung stehen; ich dagegen untersuche ein Federwerk, in welchem die Schienen in der Mitte und an den Enden etwas dicker sind, als in den übrigen Theilen. In diesem Federwerk berühren sich also die Schienen nur in der Mitte und an den Enden. Diese Verschiedenheit im Ausgangspunkt hat auch eine verschiedene Behandlungsweise des Gegenstandes zur Folge. Dann aber sind zweitens die Ergebnisse meiner Untersuchung von anderer Art, als jene, welche *Phillips* findet; zwischen beiden Resultaten besteht jedoch kein Widerspruch.

In dem folgenden sechsten Abschnitt werden alle in den vorhergehenden Abschnitten gewonnenen Ergebnisse zur Aufstellung von Regeln für alle wesentlichsten Grössenbestimmungen ausgebeutet. Den numerischen Rechnungen sind die französischen Maasse und Gewichte zu Grunde gelegt. In der Regel sind die Längen in Metern, die Flächen in Quadratmetern, die Volumen in Kubikmetern, die Gewichte und Kräfte in Kilogrammen ausgedrückt; ausnahmsweise werden kleinere Dimensionen in Centimetern und grössere Gewichte oder Kräfte in Tonnen ausgedrückt. In allen Fällen, in welchen die Maasseinheiten nicht ausdrücklich genannt sind, gilt der Meter und das Kilogramm.

Ich schliesse diese Worte mit dem Wunsche, dass diese Arbeit dazu beitragen möge, eine Uebereinstimmung in dem Bau der Lokomotiven zunächst in Deutschland in Anregung zu bringen!

Carlsruhe, den 1. August 1855.

Der Verfasser.

Inhalt.

Literatur.

Traité théorique et pratique des machines locomotives par Le Chev. F. M. Guyenneau de Pambour.

Guide du mécanicien, constructeur et conducteur de machines locomotives par MM. L. Lechatelier, E. Flachat, J. Petiet et C. Polonceau.

The principles and practice and explanation of the machinery of Locomotive Engine by Tredgold.

Railway Machinery. A traitice on the mechanical engineering of railways, by Daniel Kinnear Clark, Engineer.

Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens in technischer Beziehung, von Edmund Heusinger von Waldegg.

Beiträge zur Theorie der Bewegung der Räderfuhrwerke, insbesondere der Dampfwagen, von J. P. G. von Heim.

Théorie de la coulisse servant à produire la détente variable dans les machines à vapeur et particulièrement dans les machines locomotives. Par M. Phillips. Annales des mines 1853, 5me série, Tom. III.

Sur la stabilité des machines locomotives par M. Resal. Annales des mines 5me série. 1853. Tom. III.

Des Contre-Poids appliqués aux roues motrices des machines locomotives. Par Couche. Annales des mines 1853, 5me série, Tom. III.

Chemins de fer d'Angleterre en 1851. Rapport adressé à M. le ministre des travaux publics par M. Lechatelier, ingénieur en chef des mines, Annales des mines, cinquième série, tom. I, 1re livraison de 1852.

Mémoire sur les ressorts en acier employés dans le matériel des chemins de fer, par Phillips, ingénieur des mines. Annales des mines, cinquième série, 2e livraison de 1852.

Sur l'emploi de coke dans les locomotives, et sur les expériences faites en Autriche dans le but de substituer au bois les houilles et les lignites de Bohême pour le service des chemins de fer, par M. Couche. Annales des mines, quatrième série, tom. XIX.

DIE

GESETZE DES LOKOMOTIVBAUES.

I.

Bauart der Lokomotive.

Bauart der Lokomotive im Allgemeinen.

Alle gegenwärtig im Gebrauch befindlichen Lokomotive stammen von einer von *Robert Stephenson* erfundenen Anordnung ab, stimmen daher in gewissen wesentlichen Einrichtungen überein.

Der Wagenrahmen besteht aus zwei, vier oder selbst aus sechs ziemlich hohen, aber dünnen Schienen, von denen die äusseren durch eiserne oder hölzerne Querbalken, die sogenannten Bufferbalken, verbunden sind. Die Räder sind fest mit den Axen verbunden, und diese letzteren sind entweder innerhalb oder ausserhalb der Räder mit Axenbüchsen versehen. Der Rahmenbau liegt vermittelst eines Systems von Federn auf den Axenbüchsen, und jede derselben wird durch eine von dem Rahmen ausgehende Gabel, der sogenannten Axengabel, umfasst. Bei dieser Wagenconstruction kann der Rahmenbau vermittelst des Systems der Federn innerhalb gewisser Grenzen jede beliebige Lage gegen die Axen annehmen; so wie aber der Rahmen fortgezogen wird, werden die Axen und Räder durch die Axengabeln mit fortgenommen.

Der Kessel besteht aus den vier Hauptbestandtheilen: Feuerkasten, Röhrenkessel, Rauchkammer, Kamin. Er ist mit dem Rahmenbau zu einem starren Ganzen verbunden, das vermöge der Federn auf den Axenbüchsen umhergaukeln kann.

Alle Lokomotive sind wenigstens mit zwei Dampfmaschinen versehen. Die Cylinder derselben haben stets eine genau oder nahezu horizontale Lage, und sind entweder mit dem Kessel oder mit dem Rahmenbau unveränderlich verbunden. Rahmenbau, Kessel und Cylinder bilden also ein starres Ganzes. Der Hin- und Herlauf der Kolben wird durch Vermittlung von Schubstangen und Kurbeln in die drehende Bewegung einer der Wagenaxen verwandelt. Die Punkte, in welchen die Kolbenstangen mit den Schubstangen verbunden sind, werden durch Gleitstücke und Führungslineale, die an dem Rahmenbau oder am Kessel befestigt sind, geradlinig geführt.

Zur Steuerung werden gewöhnlich einfache Schieber mit schwacher innerer und starker äusserer Ueberdeckung gebraucht, die eine schwache Expansion zulassen. Ihre Bewegung wird durch excentrische mit der Triebaxe verbundene Scheiben hervorgebracht. Diese excentrischen Scheiben dienen gewöhnlich auch zur Bewegung der Speisepumpen.

Die Abweichungen in der Bauart der Lokomotive betreffen vorzugsweise:
a. die Bauart des Rahmens;
b. die Lage der Dampfcylinder;
c. die Stellung und Verbindung der Räder.

In diesen Hinsichten gibt es:
a. Lokomotive mit innen liegenden, mit aussen liegenden, mit sowohl innen als auch aussen liegenden Rahmen;
b. Lokomotive mit innen in der Rauchkammer liegenden Cylindern, mit aussen an der Rauchkammer liegenden Cylindern, mit aussen ungefähr in der Mitte des ganzen Baues angebrachten Cylindern;
c. Lokomotive mit freien und mit gekoppelten Rädern.

Eine vollständige Uebersicht aller bis jetzt in Gebrauch gekommenen Lokomotive ist für unsere Zwecke nicht nothwendig; die bis jetzt am häufigsten in Gebrauch gekommenen Constructionen sind folgende:

A. Personenzug-Lokomotive.

I. *Erste Personenzug-Lokomotive von Robert Stephenson* (Tab. I, Fig. 1 und 2). Dieses ist die erste vollkommenere Construction, nach welcher alle späteren angeordnet wurden. Die Cylinder liegen in der Rauchkammer und werden durch die Wände derselben getragen. Sie sind durch vier von den Cylindern ausgehende, die Triebaxe mit Gabeln umfassende und an die vordere Wand der Feuerbüchse genietete hohe Schienen direkt an die Triebaxe gehängt. Die zur Geradführung der Kolbenstangen dienenden Führungslineale sind gegen die inneren dieser vier Schienen geschraubt. Die in die Nähe der Feuerbüchse gelegte Triebaxe ist mit zwei rechtwinklig gegen einander gestellten Kurbeln versehen. Von den zwei Axen der Laufräder befindet sich die eine vorn in der Nähe der Rauchkammer, die andere unmittelbar hinter dem Feuerkasten. Die Lokomotive hat auch einen äusseren Rahmen, mit welchem der Kesselbau verbunden ist. Sämmtliche Axen haben ausserhalb ihrer Räder Axenzapfen, die von Axenbüchsen umgeben sind, und auf welchen der ganze Bau vermittelst eines Systems von Federn elastisch aufliegt.

II. *Zweite Personenzug-Lokomotive von Robert Stephenson*, mit innen liegenden Cylindern (Tab. I, Fig. 3 und 4). Diese unterscheidet sich von der vorhergehenden durch den Rahmenbau und durch die Radstellung. Die Lokomotive hat einen ganz einfachen inneren Rahmen, der an den Seitenwänden des Feuerkastens und der Rauchkammer hinzieht und mit welchem der Kessel und die Cylinder verbunden sind. Die an der ersteren Lokomotive angebrachte direkte Verbindung der Cylinder mit der Triebaxe, so wie auch die äusseren Rahmen sind hier nicht vorhanden. Die Axen sämmtlicher Räder befinden sich zwischen dem Feuerkasten und der Rauchkammer; die Axe der hinteren Laufräder unmittelbar vor dem Feuerkasten, die Axe der vorderen Laufräder unmittelbar hinter der Rauchkammer. Die mit zwei rechtwinklig gegen einander gestellten Kurbeln versehene Triebaxe befindet sich in der Mitte etwas hinter dem Schwerpunkt des ganzen Baues. Die Axen haben keine äusseren Axenzapfen, sondern sie sind innerhalb der Räder mit Axenbüchsen versehen, auf welchen der ganze Bau mit Federn elastisch aufsitzt.

III. *Dritte Personenzug-Lokomotive von Robert Stephenson* (Tab. II, Fig. 5 und 6), mit äusseren Cylindern. Kessel, Rahmenbau und Radstellung stimmen bei dieser Lokomotive mit der unter II. beschriebenen überein. Die Cylinder liegen aussen neben der Rauchkammer und sind an die inneren Rahmen geschraubt. Auch hier haben die Axen keine äusseren Zapfen, sondern sind innerhalb der Räder mit Axenbüchsen versehen.

Die Geradführungen sind an die Rahmen geschraubt. In die kurbelförmig erweiterten Naben der Triebräder sind Kurbelzapfen eingesetzt, auf welche die Maschinen durch Vermittlung von Schubstangen einwirken.

IV. *Vierte Personenzug-Lokomotive von Robert Stephenson* (Tab. II, Fig. 7 und 8). Diese unterscheidet sich von der vorhergehenden theils durch die Radstellung, theils durch die Cylinderlage. Alle Axen liegen zwischen dem Feuerkasten und der Rauchkammer, die Triebaxe befindet sich aber nicht in der Mitte, sondern etwas vor der vorderen Wand des Feuerkastens. Die Cylinder liegen ausserhalb, aber ungefähr in der Mitte der Lokomotive.

V. *Personenzug-Lokomotive von Crampton ohne Blindaxe* (Tab. III, Fig. 9 und 10). Diese unterscheidet sich von der vorhergehenden theils durch den Rahmenbau, theils durch die Radstellung. Die Lokomotive hat innere und äussere durch die Bufferbalken verbundene Rahmen; die inneren Rahmen liegen an den Seitenwänden des Feuerkastens und der Rauchkammer. Die Cylinder liegen ausserhalb ungefähr in der Mitte der Lokomotive, und jeder derselben ist an die zwei an einer Seite der Lokomotive befindlichen Rahmen geschraubt. Die Triebräder sind von beträchtlicher Grösse; ihre Axe liegt unmittelbar hinter dem Feuerkasten. Die Axengabeln für die Triebaxe sind nach aufwärts gekehrt, so dass die Triebaxe mit den Rädern leicht ausgehoben werden kann.

VI. *Personenzug-Lokomotive von Crampton mit Blindaxe* (Tab. III, Fig. 11 und 12). Die Construction dieser Lokomotive ist eine Combination der früher beschriebenen Anordnungen. Die Cylinder liegen im Innern in der Rauchkammer und sind gegen innere Rahmen geschraubt. Die Maschinen wirken auf eine in der Nähe des Feuerkastens angebrachte, in dem Rahmen gelagerte Kurbelaxe ohne Räder. Ausserhalb der Rahmen ist diese Kurbelaxe (die Blindaxe) ebenfalls mit Kurbeln versehen, und von diesen aus werden die Triebräder, deren Axe hinter dem Feuerkasten liegt, durch Kupplungsstangen getrieben.

B. Güterzug-Lokomotive.

VII. *Güterzug-Lokomotive von R. Stephenson mit innen liegenden Cylindern und mit vier gekuppelten Triebrädern* (Tab. IV, Fig. 13 und 14). Diese Lokomotive ist im Wesentlichen wie die unter I. beschriebene construirt, und unterscheidet sich von derselben nur dadurch, dass die vier hintern Räder gleich gross und durch Kupplungsstangen verbunden sind.

VIII. *Güterzug-Lokomotive von R. Stephenson mit aussen liegenden Cylindern und mit vier gekuppelten Rädern* (Tab. IV, Fig. 15 und 16). Die Bauart dieser Lokomotive stimmt mit der unter III. beschriebenen überein und unterscheidet sich von dieser nur dadurch, dass die vier hinteren Räder gleiche Grössen haben und durch Kupplungsstangen verbunden sind.

IX. *Die Lokomotive von Norris* (Tab. V, Fig. 17 und 18). Diese Lokomotive hat einen cylindrischen Feuerkasten, innere Rahmen, vier durch Kupplungsstangen verbundene Triebräder. Von den Axen der Triebräder liegt die eine vor, die andere hinter der Feuerbüchse. Die Cylinder liegen aussen an der Rauchkammer in etwas schiefer Richtung. Die Maschinen wirken zunächst vermittelst sehr langer Schubstangen auf die hinter dem Feuerkasten befindlichen Triebräder. Es sind vier Laufräder vorhanden, die zu einem besonderen um einen mittleren vertikalen Zapfen drehbaren Wagen vereinigt sind. Der vordere Theil der Lokomotive liegt in zwei Punkten auf den Federn dieses Wagens. Durch diesen drehbaren Vorderwagen kann diese Lokomotive leichter in Krümmungen laufen als starr gebaute Lokomotive.

X. *Die Lokomotive der Würtembergischen Eisenbahnen* (Tab. V, Fig. 19 und 20). Diese Lokomotive ist im Wesentlichen nach der von *Norris* construirt. Die Cylinder liegen jedoch horizontal und wirken zunächst auf die vor dem Feuerkasten befindliche Triebaxe.

XI. *Güterzug-Lokomotive mit innenliegenden Cylindern und mit sechs gekuppelten Rädern* (Tab. VI, Fig. 21 und 22). Diese Lokomotive unterscheidet sich von der unter II. beschriebenen nur dadurch, dass alle Räder dieselbe Grösse haben und mit einander verkuppelt sind.

XII. *Güterzug-Lokomotive mit aussen liegenden Cylindern und mit sechs gekuppelten Rädern* (Tab. VI, Fig. 23 und 24). Diese Lokomotive unterscheidet sich von der unter III. beschriebenen nur dadurch, dass die Triebräder gleich gross und mit einander gekuppelt sind.

C. Berg-Lokomotive.

XIII. *Die neuere Sömmering-Lokomotive von Engerth.* Es ist für unsere Zwecke nicht nothwendig, alle bis jetzt versuchten Construktionen von Berglokomotiven zu beschreiben; wir begnügen uns mit der Beschreibung der in neuerer Zeit auf der Sömmering-Bahn in Anwendung gekommenen, von *Engerth* erfundenen und in der Maschinenfabrik zu Esslingen ausgeführten Lokomotive (Tab. VII, Fig. 25 und 26). Bei dieser Construktion bilden die eigentliche Lokomotive und der Tender ein zusammenhängendes Ganzes. Die eigentliche Lokomotive hat aussen liegende Cylinder und sechs mit einander gekuppelte Räder. Dieser Theil des ganzen Baues weicht von der unter XII. beschriebenen Lokomotive im Wesentlichen nur dadurch ab, dass die hintere Axe von den Cylindern aus vermittelst Schubstangen getrieben wird, und dass der Kessel nach rückwärts beträchtlich verlängert ist. Dieser verlängerte Theil des Kessels wird durch den Tender getragen, der mit vier gekuppelten Rädern versehen ist. In Fig. 26 ist zu erkennen, wie der Kessel vermittelst zweier Tatzen auf dem Rahmen des Tenders aufliegt. Tender und Lokomotive sind aber auf zweierlei Weise in Zusammenhang gebracht. Sie sind zunächst mit einem in Fig. 26 angedeuteten vertikalen Bolzen so verbunden, dass sie sich gegen einander verstellen und in Bahnkrümmungen ungezwungen laufen können. Die hintere Axe der Lokomotive und die vordere Axe des Tenders sind aber auch noch durch drei Räder in Zusammenhang gebracht, so dass das totale Gewicht des ganzen Baues auf Adhäsion wirkt. Die Axe des mittleren dieser drei Räder, deren Zähne von Gussstahl sind, wird durch einen Rahmen getragen, welcher gegen die hintere Axe der Lokomotive eine unveränderliche Lage hat, gegen welchen jedoch die vordere Axe des Tenders bei einer Verwendung desselben gegen die Lokomotive ihre Lage verändern kann. Die Richtung des Bolzens, durch welchen Tender und Lokomotive zusammengehängt sind, geht durch den Eingriffspunkt des hinteren und des mittleren Rades.

D. Abänderungen von zwei bereits bestehenden Lokomotiven, und eine neue Anordnung.

Ich lasse noch die Beschreibung dreier Lokomotive folgen; zwei derselben sind Modifikationen von bereits bestehenden Lokomotiven, die dritte ist eine neue Anordnung.

XIV. *Eine Modifikation der Lokomotive von Crampton* (Tab. VII, Fig. 27 und 28). Diese Modifikation besteht darin, dass die vier Laufräder zu einem um einen vertikalen Zapfen drehbaren Wagen vereiniget sind, was die Bewegung der Lokomotive in Bahnkrümmungen erleichtert.

XV. *Eine Modifikation der Würtembergischen Lokomotive* (Tab. VIII, Fig. 29 und 30). Diese Modifikation besteht darin, dass die Cylinder von der Rauchkammer weg ungefähr gegen die Mitte der Maschine hin verlegt sind, und dass die hinter dem Feuerkasten befindliche Axe von den Cylindern aus durch Schubstangen bewegt wird.

XVI. *Lokomotive mit Schleifenbewegung* (Tab. VIII, Fig. 31 und 32). Diese Lokomotive unterscheidet sich von allen im Vorhergehenden beschriebenen durch den Mechanismus, vermittelst welchem die hin- und hergehende Bewegung der Kolben in die drehende Bewegung der Triebaxe verwandelt wird. Es ist nämlich der Schubstangenmechanismus durch die Schleifenbewegung ersetzt. Die Radstellung ist wie bei der Lokomotive von *Crampton*. Die Laufräder können aber auch hier zu einem drehbaren Wagen vereiniget werden. Die Anwendung dieser Schleifenbewegung ist keine willkürliche Erfindung; man wird sich in der Folge überzeugen, dass bei dieser Anordnung die Mehrzahl der störenden Bewegungen, mit denen die gewöhnlichen Construktionen behaftet sind, gar nicht vorkommen können.

Die Vortheile und Nachtheile dieser verschiedenen Anordnungen, so wie deren Anwendbarkeit wird man durch die in diesem Werke vorkommenden Untersuchungen über die störenden Bewegungen gründlich kennen lernen.

II.

Bahn und Wägen.

Widerstände eines Trains.

Eine ganz genaue Kenntniss der Widerstände, welche der Bewegung eines Wagenzuges entgegenwirken, wäre für den Bau der Bahn, so wie auch für die Construktion der Wägen von sehr grosser Wichtigkeit. Wären diese Widerstände ganz genau bekannt, so würde man daraus ersehen, wie die Bahn und wie die Wägen zu bauen wären um die Widerstände der Bewegung und die verschiedenen zweckwidrigen schlängelnden und gaukelnden Bewegungen der Wägen möglichst zu vermindern. Insbesondere würde man durch die Kenntniss der wahren Gesetze der Widerstände die zweckmässigste Spurweite der Bahn, die angemessenste Grösse und Umfangsform der Räder, die Entfernung der Axen und das System der Federung best möglichst zu bestimmen im Stande sein. Allein eine scharfe Bestimmung der Wagenbewegungen auf Eisenbahnen ist mit nicht geringen Schwierigkeiten verbunden, denn der Ursachen, welche auf diese Bewegung Einfluss haben gibt es gar zu viele. Es hängt diese Bewegung ab: 1) von den Krümmungsverhältnissen der Bahn; 2) von ihrer Steigung; 3) von den Unebenheiten der Schienen und der mehr oder weniger vollkommenen Verbindung derselben; 4) von der Spurweite; 5) von der Querschnittsform der Schienen; 6) von der Anzahl, Grösse und Umfangsform der Räder; 7) von der Entfernung der Axen und ihrer gegenseitigen Beweglichkeit; 8) von dem Systeme der Federung; 9) von der Lage des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues gegen die Axen und insbesondere von der Höhe dieses Schwerpunktes über den Axen u. s. w.

Für den Lokomotivbau, welchen wir hier nur allein im Auge haben, ist eine so scharfe Kenntniss der Widerstände nicht so dringend nothwendig; es genügt für diesen Zweck diejenige Genauigkeit, welche durch Versuche und Beobachtungen erreicht werden kann. Die bis jetzt durch Versuche erreichte Genauigkeit ist aber eben keine grosse; die Resultate, welche verschiedene gleich achtenswerthe Beobachter gefunden haben, weichen sehr beträchtlich von einander ab, und es kann nicht wohl anders sein, denn die Bewegungen sind einmal so complizirt, geschehen theilweise so regellos und mit so grosser Geschwindigkeit, dass von genauen Messungen der Erscheinungen gar nicht die Rede sein kann.

W. Harding gibt für den Widerstand eines Wagenzuges ohne Lokomotive folgenden Ausdruck:

$$W_1 = T_1 \left(6 + \frac{V_1}{3} + \frac{0{\cdot}0025\, F_1 V_1^2}{T_1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

In demselben bedeutet:

W_1 den Widerstand des Trains in englischen Pfunden zu 0.454 Kilg.
T_1 das Gewicht des Trains in englischen Tonnen zu 1016 Kilg.
F_1 die Stirnfläche des vordersten Wagens in englischen Quadratfussen zu 0.093 Quadradmetern.
V_1 die Geschwindigkeit des Trains in einer Stunde in englischen Meilen zu 1609 Meter.

Das erste Glied innerhalb der Klammer bezieht sich auf die Axenreibungen, das zweite der Geschwindigkeit proportionale Glied soll den Widerstand bestimmen, den die Bahn und die schlängelnde Bewegung des Wagenzuges verursacht; das dritte Glied bezieht sich auf den Luftwiderstand.

Um diese Formel in französische Maaseinheiten zu übersetzen, nennen wir:

W den Widerstand des Trains in Kilogrammen.
T das Gewicht des Trains in Tonnen a 1000 Kilogramme.
F die Stirnfläche des vordersten Wagens in Quadratmetern.
V die Geschwindigkeit des Trains in Metern in einer Sekunde.

Dann ist:

$$W_1 = 2{\cdot}205\ W \qquad T_1 = 0{\cdot}984\ T \qquad F_1 = 10{\cdot}75\ F \qquad V_1 = 2{\cdot}23\ V$$

Führt man diese Werthe in den Ausdruck (1) ein, so findet man:

$$W = T\left[2{\cdot}680 + 0{\cdot}3323\ V + 0{\cdot}0609\ \frac{F V^2}{T}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Es wird gewöhnlich behauptet, dass dieser Ausdruck mit der „Erfahrung“ ziemlich gut stimmende Werthe gebe. Dies scheint jedoch nicht möglich zu sein. Der Coeffizient des zweiten Gliedes ist wahrscheinlich viel zu gross, und der Luftwiderstand richtet sich doch nicht blos nach der Stirnfläche des vordersten Wagens, sondern auch nach der Anzahl der Wagen des Trains.

D. Gooch berechnet den Widerstand eines Trains mit Lokomotive vermittelst folgender Formel, in welcher W_1 T_1 V_1 die früher angegebene Bedeutung haben und durch L_1 das Gewicht der Lokomotive in englischen Tonnen, $\mathfrak{B}_1$ das Volumen des Trains in englischen Kubikfussen bezeichnet ist:

$$W_1 = \left\{\begin{array}{l} L_1\left[5 + 0{\cdot}5\ V_1 + 0{\cdot}00004\ T_1 V_1^2\right] \\ 0{\cdot}00002\ \mathfrak{B}_1 V_1^2 \\ \frac{1}{15} V_1 T_1 \\ 6\ T_1 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Das erste Glied bestimmt den Widerstand der Lokomotive mit Einschluss des Tenders in englischen Pfunden, das zweite Glied bestimmt den Luftwiderstand, das dritte den Widerstand, den die Unebenheit der Bahn und die schlängelnde Bewegung der Wägen verursacht, das vierte Glied endlich die Axenreibung.

Reduzirt man diese Werthe auf französische Einheiten, indem man setzt:

$$W_1 = 2{\cdot}205\ W \qquad T_1 = 0{\cdot}984\ T \qquad V_1 = 2{\cdot}23\ V \qquad \mathfrak{B}_1 = 35{\cdot}3\ \mathfrak{B}$$

wobei $\mathfrak{B}$ das Volumen des Trains in Kubikmetern bedeutet, so findet man:

$$\frac{W}{T} = \left\{\begin{array}{l} \frac{L}{T}\left[2{\cdot}23 + 0{\cdot}138\ V + 0{\cdot}0000068\ T V^2\right] \\ 0{\cdot}000124\ \frac{\mathfrak{B}\, V^2}{T} \\ 0{\cdot}0185\ V \\ 2{\cdot}68 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Diese Berechnungsweise verdient aber wenig Vertrauen. Das Glied $0{\cdot}0000068\ \mathrm{T\,V}^2$ scheint mit der Natur der Sache in keinem richtigen Zusammenhang zu sein, der Luftwiderstand des Trains ist seinem Volumen proportional angenommen, was gewiss unrichtig ist, und der von der schlängelnden Bewegung herrührende Widerstand ist wahrscheinlich zu klein in Rechnung gebracht; wenigstens ist es auffallend, dass er 5 mal kleiner ist, als nach der Regel von *Harding*.

Ich glaube, dass man durch die folgende Berechnung, die auf einer Combination der durch verschiedene Beobachter gemachten Erfahrungen beruht, der Wahrheit näher kommen dürfte als durch die Berechnungen von *W. Harding* und von *Gooch*.

Widerstand des Trains und der Lokomotive.

(Englische Masseinheiten.)

1. Axenreibung eines Trains ohne Lokomotive, sowohl nach *Harding* als nach *Gooch*	$6\ \mathrm{T_1}$
2. Widerstand, den die Bewegung des Trains auf der Bahn theils durch ihre Unebenheiten, theils durch die schlängelnde Bewegung verursacht, nach *Gooch* .	$\frac{1}{15}\ \mathrm{V_1\ T_1}$
3. Axenreibung der Lokomotive nach *Pambour* . . .	$6\ \mathrm{L_1}$
4. Reibungswiderstand, den die Mechanismen der Lokomotive verursachen, wenn dieselbe keinen Train zieht, nach *Pambour*	$8\ \mathrm{L_1}$
5. Bahn- und Rollungswiderstand der Lokomotive nach *Gooch*	$\frac{1}{2}\ \mathrm{L_1\ V_1}$
6. Zunahme der Maschinenreibung, wenn die Lokomotive einen Train fortzieht, der einen Widerstand $\mathrm{W_1}$ verursacht, nach *Pambour*	$0{\cdot}14\ \mathrm{W_1}$
7. Luftwiderstand des ganzen Trains sammt Lokomotive, nach *Pambour* . . . . Hier bedeutet $\mathrm{F_1}$ die Stirnfläche des Trains, f die Stirnfläche eines Wagens, i die Anzahl der Wägen.	$0{\cdot}0025\ (\mathrm{F_1} + \frac{1}{4}\ \mathrm{i\ f})\ \mathrm{V_1^2}$
8. Neigung der Bahn . . . . wobei α den Neigungswinkel der Bahn bezeichnet.	$2200\ \sin.\ \alpha\ (\mathrm{T_1} + \mathrm{L_1})$
9. Krümmungswiderstand . . . . Der Werth von $\mathrm{K_1}$ wird in der Folge bestimmt werden.	$\mathrm{K_1}$

Die Summe dieser Glieder gibt den Totalwiderstand $\mathrm{W_1}$. Bildet man diese Summe, setzt dieselbe gleich $\mathrm{W_1}$ und sucht aus dieser Gleichheit den Werth von $\mathrm{W_1}$, so findet man:

$$\begin{aligned}\mathrm{W_1} = 6{\cdot}97\ \mathrm{T_1} + 0{\cdot}077\ \mathrm{T_1\ V_1} + 16{\cdot}27\ \mathrm{L_1} + 0{\cdot}581\ \mathrm{L_1\ V_1} &+ 0{\cdot}0029 \left(\mathrm{F_1} + \frac{1}{4}\ \mathrm{i\ f_1}\right) \mathrm{V_1^2} \\ &+ \overset{605}{2556}\ \sin.\ \alpha\ (\mathrm{T_1} + \mathrm{L_1}) \\ &+ 1{\cdot}162\ \mathrm{K_1}\end{aligned}$$

Um den Widerstand mit französischen Einheiten zu berechnen, hat man zu setzen:

$$\mathrm{W_1} = 2{\cdot}205\ \mathrm{W} \qquad \mathrm{T_1} = 0{\cdot}984\ \mathrm{T} \qquad \mathrm{L_1} = 0{\cdot}984\ \mathrm{L} \qquad \mathrm{F_1} = 10{\cdot}75\ \mathrm{F}$$
$$\mathrm{f_1} = 10{\cdot}75\ \mathrm{f} \qquad \mathrm{K_1} = 2{\cdot}205\ \mathrm{K} \qquad \mathrm{V_1} = 2{\cdot}23\ \mathrm{V}$$

und dann findet man:

$$\begin{aligned}\mathrm{W} = 3{\cdot}11\ \mathrm{T} + 0{\cdot}077\ \mathrm{V\ T} + 7{\cdot}25\ \mathrm{L} + 0{\cdot}577\ \mathrm{L\ V} &+ 0{\cdot}0704 \left(\mathrm{F} + \frac{1}{4}\ \mathrm{i\ f}\right) \mathrm{V}^2 \\ &+ 1162\ \sin.\ \alpha\ (\mathrm{T} + \mathrm{L}) \\ &+ 1{\cdot}162\ \mathrm{K}\end{aligned}$$

oder auch:

$$\begin{aligned}\mathrm{W} = [3{\cdot}11 + 0{\cdot}077\ \mathrm{V}]\ \mathrm{T} + [7{\cdot}25 + 0{\cdot}577\ \mathrm{V}]\ \mathrm{L} &+ 0{\cdot}0704 \left(\mathrm{F} + \frac{1}{4}\ \mathrm{i\ f}\right) \mathrm{V}^2 \\ &+ 1162\ \sin.\ \alpha\ (\mathrm{T} + \mathrm{L}) \\ &+ 1{\cdot}162\ \mathrm{K}\end{aligned}$$

Mittelst dieser Formel ist die nachstehende Tabelle unter folgenden Voraussetzungen berechnet:

$$\sin.\ \alpha = 0 \qquad \mathrm{K} = 0 \qquad \mathrm{F} = 7 \qquad \mathrm{f} = 4 \qquad \mathrm{i} = \frac{\mathrm{T}}{7} \qquad \mathrm{L} = 20$$

d. h. es ist angenommen, dass auf einer horizontalen geraden Bahnstrecke mit einer Lokomotive von 20 Tonnen Gewicht, deren Stirnfläche 7 Quadratmeter beträgt, Wagen fortgeschafft werden, von denen jeder 7 Tonnen wiegt und eine Stirnfläche von 4 Quadratmetern hat.

Widerstände, welche jede Tonne von dem Totalgewicht des Trains mit Einschluss der Lokomotive auf horizontaler gerader Bahn verursacht.

Gewicht des Trains.	Werthe von $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{L+T}}$, wenn die Geschwindigkeit in Metern in einer Secunde beträgt:				
	10	12	14	16	18
Tonnen.	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.
50	7·90	8·98	10·17	11·61	12·91
100	6·65	7·57	8·51	9·56	10·76
150	6·13	6·92	7·81	8·78	9·87
200	5·84	6·58	7·63	8·35	9·39

Diese Werthe sind wahrscheinlich etwas zu klein, denn der Bahnwiderstand ist nach *Gooch* in Rechnung gebracht, und der Luftwiderstand der Räder ist unberücksichtigt geblieben.

Bedingungen,

unter welchen ein vierrädriger Wagen ohne Widerstand in einer Bahnkrümmung läuft.

Wenn ein Laufwerk (Tab. IX, Fig. 33), das aus einer Axe und aus zwei ungleich grossen Rädern besteht, auf eine ebene Fläche gelegt und in Bewegung gesetzt wird, so rollt es wie ein Kegel, ohne einen Widerstand zu verursachen um denjenigen Punkt C der Ebene herum, in welchem die Axe des Laufwerkes die Ebene durchschneidet. Legt man durch die Punkte A und a, in welchen die Räder in irgend einer Position des

Laufwerks diese Ebene berühren, Ebenen senkrecht zur Axe des Laufwerkes, so werden die Oberflächen der Räder in Kreisen geschnitten, welche wir die Laufkreise der Räder nennen wollen. Zieht man von C aus nach allen Punkten des Laufkreises A gerade Linien, so liegen diese in einer Kegelfläche, welche die beiden Radflächen in ihren Laufkreisen berührt. Diesen Kegel wollen wir den Laufkegel des Laufwerkes nennen. Nennt man A und a die Halbmesser der Laufkreise, R und r die Halbmesser $\overline{CA}$ und $\overline{Ca}$ der Kreise, auf welchen die Laufkreise herumrollen, so ist:

$$\frac{A}{a} = \frac{R}{r}$$

d. h. bei einem solchen Laufwerk verhalten sich die Halbmesser der Laufkreise wie die Halbmesser der Bahnkreise.

Legt man zwei ganz gleiche Laufwerke mit ungleich grossen Rädern in der Weise auf eine Ebene, dass die Spitzen der Laufkegel zusammentreffen und verbindet dann die Axen der Laufwerke vermittelst eines Rahmens, der eine Aenderung ihrer relativen Lage nicht gestattet, in dem sie sich jedoch ungehindert drehen können, so entsteht ein vierräderiger Wagen mit convergirenden Axen. Setzt man diesen Wagen in Bewegung, so läuft er, ohne einen Widerstand zu verursachen, um den Punkt herum, in welchem die Spitzen der Laufkegel liegen. Ein vierräderiger Wagen kann also ohne einen andern Widerstand, als den der Axenreibung zu verursachen, in einer kreisförmigen Bahn laufen, wenn die Axen der Laufkegel nach dem Mittelpunkt der Bahn gestellt sind, und wenn sich die Halbmesser der Laufkreise wie die Halbmesser der Bahnkreise verhalten.

Dieses für eine ungezwungene Bewegung erforderliche Verhältniss der Laufkreise kann bei einem Wagen, der mit vier gleichen konischen Rädern versehen ist, hervorgebracht werden, wenn man denselben so auf die Bahnschienen stellt (Tab. IX, Fig. 34), dass seine Stellung von der mittleren Stellung, in welcher die Laufkreise der Räder gleich grosse Halbmesser r haben, nach radialer Richtung um ein gewisses Maas σ abweicht. Nennt man α den Winkel, den eine Seite eines Radkegels mit der Axe bildet, so sind bei einer solchen Stellung des Wagens $r + \sigma \text{ tang. } \alpha$ und $r - \sigma \text{ tang. } \alpha$ die Halbmesser der Laufkreise. Nennt man ferner R den mittleren Halbmesser der Bahnkrümmung, $2e_2$ die Spurweite der Bahn, so sind $R + e_2$ und $R - e_2$ die Halbmesser der Schienenkreise. Für eine ungezwungene Bewegung muss daher sein:

$$\frac{r + \sigma \text{ tang. } \alpha}{r - \sigma \text{ tang. } \alpha} = \frac{R + e_2}{R - e_2}$$

und hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= \frac{r e_2}{R \text{ tang. } \alpha} \\ \text{tang. } \alpha &= \frac{r e_2}{R \sigma} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die erste dieser Gleichungen bestimmt die Verschiebung wenn die Conizität, die zweite Gleichung bestimmt die Conizität wenn die Verschiebung gegeben ist.

Bewegung der Bahnwagen in Krümmungen.

Die Bedingungen, welche, wie wir gesehen haben, erfüllt sein müssten damit ein Wagen in einer Bahnkrümmung keinen grösseren Widerstand verursacht, als auf einer geraden Bahnstrecke, sind bei den auf Eisenbahnen gebräuchlichen Wägen nicht erfüllt.

Die Axen dieser Wägen haben gegen einander eine unveränderliche parallele Lage und es sind die Kräfte nicht vorhanden, welche erforderlich wären, um die Laufwerke stets um so viel nach aussen zu verschieben, dass das Verhältniss der Laufkreise jenem der Bahnkreise gleich würde.

Denken wir uns, dass ein mit zwei parallelen Axen und mit vier konischen Rädern versehener Wagen aus einer geraden Bahnstrecke in eine Bahnkrümmung einläuft, so ist leicht einzusehen, dass das äussere Vorderrad auf die äussern Schienen auflaufen wird. Dabei wird der Laufkreis des äusseren Vorderrades vergrössert, der Laufkreis des inneren Vorderrades verkleinert, und wenn die Conizität α der Räder mit dem Spielraum σ der Räder zwischen den Schienen in dem durch die Gleichungen (1) Seite 10 ausgedrückten Zusammenhange steht, so kann das vordere Laufwerk in eine solche Stellung kommen, dass sich die Halbmesser seiner Laufkreise wie die Halbmesser der Bahnkreise verhalten. Allein während die Halbmesser der Laufkreise des vorderen Laufwerks das richtige Verhältniss erhalten, tritt an den Rädern des hinteren Laufwerkes ein fehlerhaftes Verhältniss ein; denn indem der Wagen in die Krümmung einläuft, läuft das innere Hinterrad auf der innern Schiene auf und lauft das äussere Hinterrad von der äusseren Schiene ab. Dabei wird aber der Laufkreis des inneren Hinterrades vergrössert, jener des äusseren Hinterrades verkleinert, es tritt also gerade das Umgekehrte von dem ein, was eintreten sollte. Dazu kommt noch, dass die Axen der Laufwerke fehlerhafte Richtungen erhalten, denn der ganze Wagen kommt in eine gegen die Bahnrichtung verwendete Stellung, die von der Art ist, dass sich zwar die Richtung der hinteren Axe der radialen Richtung nähert, dass dagegen die Richtung der vordern Axe um so mehr von der richtigen radialen Richtung abweicht. Tab. X, Fig. 39 zeigt die Stellung, in welcher ein vierräderiger Wagen eine Bahnkrümmung durchläuft. Am vordern Laufwerk haben die Laufkreise das richtige Verhältniss, vorausgesetzt dass die Conizität der Räder der Bedingung (1) Seite 10 entspricht. Am hintern Laufwerke haben die Laufkreise ein verkehrtes Verhältniss. Die vordere Axe entfernt sich, die hintere Axe nähert sich der richtigen radialen Lage. Oder mit andern Worten: am vordern Laufwerke ist das Verhältniss der Laufkreise ein richtiges, die Axenrichtung eine fehlerhafte. Am hinteren Laufwerk ist umgekehrt die Axenrichtung eine beinahe richtige, das Verhältniss der Laufkreise ein fehlerhaftes. Jedes Laufwerk entspricht also annähernd nur einer, und zwar jedes einer andern von den beiden Bedingungen, die erfüllt sein müssten, wenn die Bewegung des Wagens in der Bahnkrümmung nicht mehr Widerstand verursachen sollte, als in einer geraden Bahnstrecke.

Es entsteht nun die Frage, ob die Wägen nicht in der Art eingerichtet werden könnten, dass sie eine natürliche Tendenz hätten, sich in jeder Bahnkrümmung so zu stellen, dass nicht nur am vordern, sondern auch am hinteren Laufwerk das richtige Verhältniss der Laufkreise sich einstellte. Dies kann man in der That bewirken, wenn man die Räder an der hinteren Axe verkehrt, d. h. so anbringt, dass die Spitzen der Radkegel gegen die Bahn einwärts gekehrt sind.

Tab. X, Fig. 40 ist ein solcher Wagen dargestellt. Er ist so auf die Bahn gestellt, dass die den Berührungspunkten A_1 A_2 A_3 A_4 entsprechenden Laufkreise gleich gross sind. Wird dieser Wagen fortgezogen, so werden die Laufkreise der äusseren Räder grösser, jene der innern Räder kleiner, und wenn die Conizitäten die richtige Grösse haben, so gelangt der Wagen in eine Stellung (Fig. 38), in welcher die Laufkreise des vordern und des hintern Laufwerkes das richtige Verhältniss erhalten.

Leider ist diese Anordnung aus zwei Gründen von keinem praktischen Werth; denn erstlich ist die Stellung des hinteren Laufwerkes keine hinreichend stabile, und zweitens müsste ein solcher Wagen immer erst umgekehrt werden, wenn er nach entgegengesetzter Richtung zu laufen hätte, denn man sieht an der Figur 40, dass in beiden Laufwerken die Verhältnisse der Laufkreise verkehrt werden, wenn man den Wagen nach einer Richtung bewegt, die der in der Figur angegebenen Pfeilrichtung entgegengesetzt ist. Wir müssen also diese Einrichtung als eine praktisch unbrauchbare verwerfen.

Die Höherlegung der äusseren Schiene.

Die Stellung, in welcher ein vierrädriger Wagen mit parallelen Axen eine Bahnkrümmung durchläuft, ist vorzugsweise für die Bewegung des äusseren Vorderrades eine ungünstige, indem durch die verwendete Stellung des Wagens der Winkel, den die Ebene des Laufkreises des äusseren Vorderrades mit der Bahnrichtung bildet, sehr gross ausfällt. Wenn nicht geeignete Mittel angewendet werden, wird der Spurkranz dieses Rades gegen die Schienen stossen, oder es kann sogar der Fall eintreten, dass das Rad auf die Schiene steigt, so dass der Wagen aus dem Geleise kommt. Es ist daher vorzugsweise von Wichtigkeit, der Bewegung des äusseren Vorderrades nachzuhelfen, um das Aufsteigen dieses Rades oder das Anstossen seines Spurkranzes an die Schiene zu verhüten. Dies kann bewirkt werden, wenn man die äussere Schiene um so viel höher legt als die innere, dass das ganze vordere Laufwerk nach radialer Richtung einwärts gleitet, wenn es um so viel nach auswärts gelaufen ist, dass der Spurkranz des äusseren Rades der inneren Fläche der äusseren Schiene ganz nahe kommt. Das vordere Laufwerk muss also, wenn es die auf Tab. IX, Fig. 35 dargestellte Stellung erreicht hat, durch sein eigenes Gewicht und insbesondere durch die Belastung seiner Zapfen mit einer Kraft nach einwärts getrieben werden, die nicht nur die Reibung zu überwinden vermag, welche dem Einwärtsgleiten der Räder entgegenwirkt, sondern auch noch eine Ablenkungskraft für die Bewegung des Wagens in der kreisförmigen Bahnkrümmung liefert. Allein bei der früher beschriebenen Stellung, in welcher ein Wagen eine Bahnkrümmung durchläuft, ist die vordere Axe nach einwärts, die hintere Axe nach auswärts geneigt, es liegt also die Belastung vorzugsweise auf dem äusseren Zapfen der vorderen Axe und auf dem inneren Zapfen der hinteren Axe; wir werden uns also der Wahrheit ziemlich nähern, wenn wir annehmen, dass der innere Zapfen der Vorderaxe gar nicht, der äussere Zapfen dieser Axe dagegen mit dem halben Gewicht der ganzen Wagenconstruction und der darauf liegenden Last belastet ist.

Nennen wir Q das totale Gewicht des Wagens sammt Belastung, $2e_2$ die Spurweite der Bahn, h die Ueberhöhung der äusseren Schiene, V die Fahrgeschwindigkeit des Wagens, α die Conizität der Räder, d. h. den Winkel, den die Seite des Radkegels mit der Axe bildet, σ den Spielraum des Rades zwischen den Schienen, R den mittleren Halbmesser der Bahnkrümmung, f den Reibungscoeffizienten zwischen den Rädern und den Schienen, $g = 9.808$ Meter die Beschleunigung durch die Schwere, r den Halbmesser des mittleren Laufkreises eines Rades, φ den Winkel ABC (Fig. 35), den die untere Seite des Radkegels des äusseren Vorderrades mit dem Horizont bildet, so ist zunächst annähernd, wie man leicht findet:

$$\varphi = \alpha + \frac{h}{2e_2} + \frac{\sigma \operatorname{tang.} \alpha}{e_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Da wir voraussetzen, dass das äussere Vorderrad mit dem halben Gewicht $\frac{Q}{2}$ des Wagens nach vertikaler Richtung gegen die Bahn drückt, so ist $\frac{Q}{2} \sin. \varphi$ die aus diesem Druck entspringende Kraft, mit welcher das Rad nach der Richtung AB herabzugleiten

sucht. Diese Kraft muss also die Reibung $\frac{Q}{2} f$ überwinden und noch überdiess eine Ablenkungskraft $\frac{\frac{1}{2}Q}{g}\frac{V^2}{R}$ liefern. Man hat daher:

$$\frac{Q}{2} \sin. \varphi = \frac{Q}{2} f + \frac{\frac{Q}{2}}{g}\frac{V^2}{R}$$

demnach:

$$\sin. \varphi = f + \frac{V^2}{gR} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Da φ jederzeit ein kleiner Winkel ist, darf man $\sin. \varphi = \varphi$ setzen, und dann wird:

$$\varphi = f + \frac{V^2}{gR} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Aus (1) und (3) folgt durch Elimination von φ:

$$\alpha + \frac{h}{2e_2} + \frac{\sigma \operatorname{tang.} \alpha}{e_2} = f + \frac{V^2}{gR} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Allein wenn die Räder die angemessene Conizität haben, ist:

$$\frac{\sigma \operatorname{tang.} \alpha}{e_2} = \frac{r}{R}$$

Die Gleichung (4) gibt daher:

$$\frac{h}{2e_2} = \frac{V^2}{gR} + f - \alpha - \frac{r}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Durch die Schienenüberhöhung, welche diese Gleichung bestimmt, wird also den Hauptübelständen, welche in der Bewegung des äusseren Vorderrades vorkommen können, abgeholfen. Allein der Zustand des hinteren Laufwerkes wird dadurch nicht verbessert; es stellt sich zu weit nach einwärts und sollte hinaus getrieben werden, was durch die Höherlegung der äusseren Schiene nicht geschehen kann. Allein weil die Stellung des hinteren Laufwerkes keine gefährliche ist, so kann dieselbe doch nur in so fern nachtheilig wirken, als ein gewisser Kraftaufwand nothwendig ist, um den aus der fehlerhaften Stellung dieses Laufwerkes entspringenden Reibungswiderstand zu überwinden, und diesen Kraftverlust muss man sich nun einmal gefallen lassen.

Die Gleichung (5) zeigt, dass die richtige Schienenüberhöhung von der Fahrgeschwindigkeit, vom Bahnhalbmesser, vom Reibungscoeffizienten und von der Conizität der Räder abhängt. Der Quotient $\frac{r}{R}$ ist nicht zu beachten. Ungünstige Verhältnisse sind also: eine grosse Fahrgeschwindigkeit, eine starke Krümmung, trockene bestaubte Schienen und eine schwache Conizität der Räder. Der Reibungscoeffizient ist für trockene bestaubte Schienen $\frac{1}{3}$, für nasse oder leicht beschneite Schienen $\frac{1}{10}$. Die Befahrung von Bahnkrümmungen geschieht also bei nassem Wetter und im Winter leichter als bei gutem Wetter. Eine starke Conizität der Räder ist für Bahnkrümmungen günstig; allein man kann in dieser Hinsicht nicht wohl über eine gewisse Grenze gehen, weil sonst die Bahnschienen zu stark auseinandergedrängt würden.

Wir wollen sehen, wie die numerischen Werthe ausfallen, welche die Gleichung (5) liefert.

Ein Krümmungshalbmesser von 200 Metern wird zu den kleinen noch zulässigen gerechnet, und eine Fahrgeschwindigkeit von 10 Metern in einer Sekunde ist für eine solche Krümmung eine beträchtliche. Bei gewöhnlichem Wetter, wenn die Schienen weder bestaubt noch nass sind, ist der Reibungscoeffizient $\frac{1}{6}$. Eine Conizität von $\frac{1}{7}$ ist für den Bahnbau noch zulässig. Setzen wir also:

$$V = 10^{m} \qquad R = 200 \qquad f = \frac{1}{6} \qquad \alpha = \frac{1}{7} \qquad g = 9{\cdot}808 \qquad r = 0{\cdot}5$$

$$b = 1{\cdot}5 \text{ Meter (schmale deutsche Spur)}$$

so gibt die Gleichung (5)

$$\frac{h}{b} = 0{\cdot}072, \quad h = 0{\cdot}1 \text{ Met.}$$

Diese Ueberhöhung ist aber eine sehr beträchtliche zu nennen. Eine Fahrgeschwindigkeit von 10 Metern in der Sekunde ist also in einer Bahnkrümmung von 200 Metern Halbmesser zu gross.

Geleiserweiterung in Bahnkrümmungen.

Für die Befahrung von geraden Bahnstrecken ist ein geringer Spielraum der Räder zwischen den Schienen und eine schwache Conizität der Räder vortheilhaft. Ein so geringer Spielraum ist aber insbesondere bei nur schwacher Conizität der Räder nicht genügend, damit die Räder in stärkeren Bahnkrümmungen in diejenige Stellung gelangen können, bei welcher das richtige Verhältniss zwischen den Halbmessern der Laufkreise und den Halbmessern der Bahnkreise eintreten kann. In stärkeren Krümmungen muss also den Rädern ein grösserer Spielraum gelassen werden, was nur durch eine Geleiserweiterung geschehen kann.

Nennt man:

$2\,e_2$ die Spurweite in den geraden Bahnstrecken, d. h. den Horizontalabstand der Vertikalebenen, welche an die inneren Seiten der Bahnschienen tangirend angelegt werden können;

σ den Spielraum eines Rades in den geraden Bahnstrecken;

ξ den Horizontalabstand der Ebene des Laufkreises eines Rades von der Vertikalebene, welche an die innere Seite einer Schiene tangirend angelegt werden kann;

α die Conizität der Räder;

r den Halbmesser des Laufkreises eines Rades, wenn der Wagen auf einer geraden Bahnstrecke in der mittleren Stellung auf der Bahn steht;

σ_1 den Spielraum, der einem Rad in einer Bahnkrümmung, welcher ein mittlerer Halbmesser R entspricht, gelassen werden muss, damit das richtige Verhältniss der Laufkreise eintreten kann, wenn der Wagen um σ_1 nach auswärts verschoben wird.

Dies vorausgesetzt sind erstlich die Laufkreise der Räder, wenn der Wagen in der Bahnkrümmung um σ_1, d. h. um so viel nach aussen verschoben ist, dass die Spurkränze der äusseren Räder die inneren Seiten der Schienen berühren, gleich:

$$r + (2\,\sigma_1 - \sigma) \text{ tang. } \alpha, \text{ und } r - \sigma \text{ tang. } \alpha;$$

und sind ferner die Halbmesser der Bahnkreise gleich:

$$R + (e_2 + \sigma_1 - \sigma + \xi) \qquad R - (e_2 + \sigma_1 - \sigma + \xi)$$

Da sich uun die Laufkreise wie die Bahnkreise verhalten sollen, so hat man:

$$\frac{r + (2\,\sigma_1 - \sigma) \text{ tang. } \alpha}{r - \sigma \text{ tang. } \alpha} = \frac{R + (e_2 + \sigma_1 - \sigma + \xi)}{R - (e_2 + \sigma_1 - \sigma + \xi)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Allein $\sigma_1 - \sigma + \xi$ ist eine gegen $R + e_2$ wie gegen $R - e_2$ verschwindend kleine Grösse, kann also vernachlässigt werden, und dann findet man:

$$\sigma_1 = \frac{r - \sigma \text{ tang. } \alpha}{\text{tang. } \alpha} \frac{e_2}{R - e_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die Geleiserweiterung $2\,(\sigma_1 - \sigma)$ ist demnach:

$$2\,(\sigma_1 - \sigma) = 2\,\frac{r\,e_2 - \sigma\,R \text{ tang. } \alpha}{(R - e_2) \text{ tang. } \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Die deutsche schmale Spurweite ist $2\,e_2 = 1{\cdot}435$ Meter. Der Spielraum σ für gerade Bahnstrecken kann zu 0·01 Meter angenommen werden. Der Radhalbmesser der Bahnwägen ist durchschnittlich $r = 0{\cdot}5$ Meter; für die Conizität der Räder ist es angemessen zu nehmen: $\text{tang. } \alpha = \frac{1}{7} = 0{\cdot}143$. Mit diesen Daten gibt die Formel (2):

$$\sigma_1 = \frac{2{\cdot}5}{R - 0{\cdot}767}$$

Hieraus folgt:

für $R =$	100	150	200	250 Meter.
$\sigma_1 =$	0·025	0·017	0·0125	0·01 „

Kraft zur Fortbewegung eines Wagens in einer Bahnkrümmung.

Die Bestimmung der Kraft, welche zur Fortbewegung eines Wagens in einer Bahnkrümmung erforderlich ist, verursacht, wenn man die Sache mit voller Strenge nehmen will, sehr viele kaum zu bewältigende Schwierigkeiten, die mit dem Zweck, um den es sich handelt, in keinem Verhältniss stehen; wir wollen uns daher mit einer Annäherung begnügen. Zu diesem Behufe nehmen wir statt eines wirklichen mit gleichen conischen Rädern versehenen Wagens einen ideellen Wagen an, der mit dünnen cylindrischen Rädern versehen ist, deren Laufkreise sich am vorderen Laufwerk direct, am hinteren Laufwerk verkehrt wie die Bahnkreise verhalten, stellen diesen Wagen auf eine ganz ebene Fläche, auf welcher zwei den Bahnkreisen gleiche concentrische Kreise verzeichnet sind, und suchen die Kraft zu bestimmen, welche im Stande ist, die Widerstände zu überwältigen, die der Fortbewegung dieses ideellen Wagens in den auf der Ebene verzeichneten Kreisen entgegen wirken. Tab. IX, Fig. 36, zeigt den ideellen Wagen und die ideelle Bahn.

Wir denken uns, dass der Wagen aus der Position D E A B in die Position $D_1 E_1 A_1 B_1$ gelange, und nehmen an, dass die Widerstände, welche dabei die Laufwerke verursachen, gerade so gross wären als in dem Falle, wenn man die Laufwerke auf folgende Weise aus den Positionen D E und A B in die Positionen $D_1 E_1$ und $A_1 B_1$ brächte.

Wir bringen das hintere Laufwerk aus der Lage D E in die Lage $D_1 E_1$, indem wir es zuerst auf der Ebene um seine Spitze S herumrollen, bis der Punkt E nach einem gewissen Punkt G kommt, der in der Verlängerung von $D_1 E_1$ liegt, drehen hierauf das

Laufwerk um eine durch G gehende vertikale Axe um den Winkel $SGD_1 = \varphi$, so dass die Axe des Laufwerkes die Richtung GD_1 erhält, und schieben es endlich nach dieser Richtung um GE_1 nach auswärts. Das Rollen des Laufwerkes um die Spitze des Laufkegels verursacht keinen Widerstand. Beim Drehen des Laufwerks um den Punkt G schleift das äussere Rad auf der Bahn fort ohne zu rollen; es muss also die Reibung überwunden werden, die dem Druck dieses Rades gegen die Bahn entspricht. Beim Hinausschleifen des ganzen Laufwerkes um die Weglänge GE_1 müssen die Reibungen beider Räder auf der Bahn überwunden werden.

Da wir voraussetzen, dass die Räder die richtige Conizität haben, so ist die Höhe TA des Laufkegels des vorderen Laufwerkes gleich dem Halbmesser des äussern Bahnkreises. Um also das vordere Laufwerk aus der Position AB in die Position $A_1 B_1$ zu bringen, haben wir nichts zu thun als es zuerst nach der Richtung AT um AH, d. h. in die Projection von AA_1 auf AT einwärts zu schieben, und es dann um die Spitze des Laufkegels herumzurollen, bis die Axe des Laufkegels in die Lage TA_1 kommt. Von diesen zwei Bewegungen erfordert nur die erstere, nämlich das Hereinschleifen, einen Kraftaufwand.

Die Fortbewegung des Wagens aus der Position DEAB in die Position $D_1 E_1 A_1 B_1$ erfordert also die Ueberwältigung dreier Reibungswiderstände, nämlich: 1) die mit Schleifen des äusseren Hinterrades verbundene Drehung des hinteren Laufwerkes aus der Position SG in die Position GD_1; 2) das Hinausschleifen des hinteren Laufwerkes um GE_1; 3) das Schleifen nach einwärts des vorderen Laufwerkes um AH.

Nennen wir:

$2\,e_2$ die Spurweite der Bahn;
$2\,\varDelta$ die Entfernung der Axen der Laufwerke des Wagens;
r die Halbmesser der mittleren Laufkreise der Räder;
σ den Spielraum eines Rades;
α die Conizität der Räder, d. h. den Winkel, den eine Seite des Radkegels mit seiner Axe bildet;
R den mittleren Halbmesser der Bahnkrümmung;
Q das Gewicht des ganzen Wagenbaues;
f den Reibungscoeffizienten für das Schleifen der Räder auf der Bahn;
K die Zugkraft, welche auf den Wagen wirken muss, um die Widerstände, die das Schleifen der Räder auf der Bahn verursacht, zu überwinden;
ω den Centriwinkel, welcher der Fortbewegung des Wagens in der Bahn um DD_1 oder AA_1 entspricht;
Θ den Winkel ESG, um welchen das hintere Laufwerk gerollt wird;
φ den Winkel SGD_1, um welchen das hintere Laufwerk drehend geschleift wird.

Da wir annehmen, dass das hintere Laufwerk aus σ nach einwärts, das vordere Laufwerk aus σ nach auswärts verschoben sei, und dass die Conizität der Räder eine solche sei, dass sich bei dieser verschobenen Stellung des Wagens die Halbmesser der Laufkreise am vorderen Laufwerk direkt, am hinteren Laufwerk verkehrt wie die Bahnkreise verhalten: so sind die Höhen SE und TA der Laufkegel gleich dem äusseren Bahnhalbmesser $R + e_2$; es ist demnach $\Theta = \omega$, folglich: $\varphi = \Theta + \omega = 2\,\omega$. Die Wirkung, welche der mit Schleifen des äusseren Hinterrades verbundenen Drehung des hinteren Laufwerkes aus der Position SG in die Position GD_1 entspricht, ist demnaeh:

$$\frac{Q}{4} f\, 2\, e_2\, 2\,\omega = Q f e_2 \omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Der Weg $E_1 G$, um welchen das hintere Laufwerk nach auswärts geschleift wird, ist nahe gleich $\overline{EE_1}\ \sin.\ \widehat{E_1 E G}$, oder nahe gleich:

$$(R - e_2)\,\omega \cdot \left(\frac{\varDelta}{R - e_2} - \frac{\sigma}{\varDelta}\right)$$

Die Wirkung, welche dem Hinausschleifen des hinteren Laufwerkes um GE_1 entspricht, ist demnach:

$$\frac{Q}{2} f (R - e_2)\,\omega \left(\frac{\varDelta}{R - e_2} - \frac{\sigma}{\varDelta}\right) = \frac{Q}{2} f\,\omega \left(\varDelta - \frac{\sigma (R - e_2)}{\varDelta}\right) \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Die Weglänge AH, um welche das vordere Laufwerk nach einwärts geschleift wird, ist $\overline{AA_1}\ \sin.\ \widehat{A A_1 H}$ gleich oder nahe gleich:

$$(R + e_2)\,\omega \cdot \left(\frac{\varDelta}{R + e_2} + \frac{\sigma}{\varDelta}\right)$$

Die dieser Schleifung entsprechende Wirkung ist demnach:

$$\frac{Q}{2} f (R + e_2)\,\omega \left(\frac{\varDelta}{R + e_2} + \frac{\sigma}{\varDelta}\right) = \frac{Q}{2} f\,\omega \left(\varDelta + \frac{\sigma (R + e_2)}{\varDelta}\right) \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Die Summe der drei Wirkungen (1), (2), (3) ist demnach:

$$Q f e_2 \omega + \frac{Q}{2} f\,\omega \left[\varDelta - \frac{\sigma (R - e_2)}{\varDelta}\right] + \frac{Q}{2} f\,\omega \left[\varDelta + \frac{\sigma (R + e_2)}{\varDelta}\right] = Q f\,\omega \left[e_2 + \varDelta + \frac{\sigma e_2}{\varDelta}\right]$$

oder auch, weil $\frac{\sigma}{\varDelta}$ eine kaum beachtenswerthe Grösse ist, gleich:

$$Q f\,\omega (e_2 + \varDelta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Die Wirkung, welche die Zugkraft K entwickelt, wenn sie den Wagen um den Centriwinkel ω fortbewegt, ist aber $K \cdot R\,\omega$; man hat daher die Gleichheit:

$$K R\,\omega = Q f\,\omega (e_2 + \varDelta)$$

demnach:

$$K = Q f \frac{e_2 + \varDelta}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Dies ist also annäherd die Zugkraft, welche am Wagen wirken muss, um das Schleifen der Räder auf der Bahn, wenn sie gekrümmt ist, zu bewältigen. Ein enger Radstand, eine kleine Spurweite, eine schwache Bahnkrümmung und ein glitschriger Zustand der Schienen sind also für die Befahrung von Bahnkrümmungen hinsichtlich des Kraftaufwandes vortheilhaft.

Setzen wir beispielsweise für trockene Witterung $f = \frac{1}{3}$, und ferner $R = 200$, $2\,e_2 = 1{\cdot}5$, $2\,\varDelta_2 = 3^m$, so wird $K = \frac{Q}{266}$. Dieser Widerstand ist ungefähr gleich der Hälfte von demjenigen, der auf horizontaler gerader Bahn zu überwinden ist, kommt also kaum in Betrachtung gegen die Widerstände, welche die fast auf jeder Bahn vorkommenden Bahnsteigungen verursachen. Nicht der Widerstand, sondern die Gefahr des Ausgleisens bei grösserer Fahrgeschwindigkeit macht also stärkere Bahnkrümmungen unzulässig.

Conizitäten der Räder eines Wagens mit drei Axen.

Es sei Tab. XI, Fig. 41 ein Wagen mit drei Laufwerken. Derselbe sei so auf die Bahn gestellt, dass sowohl das vordere als auch das hintere Laufwerk um den Spielraum σ nach aussen verschoben ist. A und A_1 sind die Axenmittel dieser Laufwerke. O der Mittelpunkt der Bahnkrümmung. $O D_1 C_1 E_1 B_1$ eine auf $A A_1$ senkrechte, mithin $A A_1$ in C_1 halbirende Linie. Nennt man r_1 für das hintere, r_3 für das vordere Laufwerk den Halbmesser des mittleren Laufkreises, α_1 für das hintere, α_3 für das vordere Laufwerk die richtige Conizität, so hat man zunächst zur Bestimmung dieser Conizitäten

$$\frac{r_1 + \sigma \,\text{tang.}\, \alpha_1}{r_1 - \sigma \,\text{tang.}\, \alpha_1} = \frac{R + e_2}{R - e_2}$$

$$\frac{r_3 + \sigma \,\text{tang.}\, \alpha_3}{r_3 - \sigma \,\text{tang.}\, \alpha_3} = \frac{R + e_2}{R - e_2}$$

und hieraus folgt:

$$\left.\begin{array}{l} \text{tang.}\, \alpha_1 = \dfrac{r_1 e_2}{R \sigma} \\[2ex] \text{tang.}\, \alpha_3 = \dfrac{r_3 e_2}{R \sigma} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Es ist nun die Frage, welches die richtige Conizität des mittleren Laufwerkes ist, wenn seine Axe von der Axe des hinteren Laufwerkes um δ entfernt ist. Die richtige Conizität des mittleren Laufwerkes muss von der Art sein, dass sich die Halbmesser der den Punkten B und D entsprechenden Laufkreise ebenfalls wie die Bahnkreise verhalten. Diese Conizität fällt je nach Umständen positiv oder negativ aus, kann aber, wie wir später sehen werden, nie gleich Null werden. Bei den in der Figur gewählten Verhältnissen zwischen den Abmessungen der Bahn und des Wagens wird sie negativ. Nennen wir r_2 den Halbmesser der mittleren Laufkreise des inneren Laufwerkes, α_2 die Conizität der Räder dieses Laufwerkes, 2Δ die Entfernung der Axen des vorderen und hinteren Laufwerkes, R den mittleren Bahnhalbmesser, $2 e_2$ die Spurweite, und fällen aus den Punkten E_1 B_1 C_1 D auf $O B_1$ die Perpentikel $B B_1$, $E E_1$, $C C_1$, $D D_1$, so ist:

$$\overline{OB_1} = \sqrt{(R + e_2)^2 - (\Delta - \delta)^2}$$

$$\overline{OE_1} = \sqrt{(R + e_2)^2 - \Delta^2}$$

$$\overline{OC_1} = \sqrt{(R + e_2)^2 - \Delta^2} - (e_2 - \sigma)$$

$$\overline{OD_1} = \sqrt{(R - e_2)^2 - (\Delta - \delta)^2}$$

Es ist demnach:

$$\left.\begin{array}{l} \overline{CB} = \overline{C_1 B_1} = \sqrt{(R + e_2)^2 - (\Delta - \delta)^2} - \sqrt{(R + e_2)^2 - \Delta^2} + (e_2 - \sigma) \\ \overline{CD} = \overline{C_1 D_1} = \sqrt{(R + e_2)^2 - \Delta^2} - (e_2 - \sigma) - \sqrt{(R - e_2)^2 - (\Delta - \delta)^2} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Nun ist der Halbmesser des Laufkreises, der dem Punkt B entspricht $r_2 + (\overline{BC} - e_2)\,\text{tang.}\,\alpha_2$ und der Halbmesser des Laufkreises, der dem Punkt D entspricht gleich $r_2 - (e_2 - \overline{CD})\,\text{tang.}\,\alpha_2$ man hat daher:

$$\frac{r_2 + (\overline{BC} - e_2)\,\text{tang.}\, \alpha_2}{r_2 - (e_2 - \overline{CD})\,\text{taug.}\, \alpha_2} = \frac{R + e_2}{R - e_2}$$

Hieraus folgt:

$$\text{tang.}\, \alpha_2 = \frac{2 r_2 e_2}{(\overline{BC} - \overline{CD}) R + e_2 [2 e_2 - (\overline{BC} + \overline{CD})]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Da $\Delta - \delta$ und Δ gegen $R + e_2$ und $R - e_2$ kleine Grössen sind, so folgt aus den Ausdrücken (2), dass annähernd ist:

$$\overline{BC} = -\frac{1}{2} \frac{(\Delta - \delta)^2}{R + e_2} + \frac{1}{2} \frac{\Delta^2}{R + e_2} + e_2 - \sigma$$

$$\overline{CD} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta^2}{R + e_2} + \frac{1}{2} \frac{(\Delta - \delta)^2}{R - e_2} + e_2 + \sigma$$

Substituirt man diese Werthe in den Ausdruck (3), so findet man:

$$\text{tang.}\, a_2 = \frac{2 r_2 e_2}{\Delta^2 \dfrac{R}{R + e_2} - (\Delta - \delta)^2 \dfrac{R^2 + e^2}{R^2 - e^2} - 2 \sigma R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

oder auch, weil $\frac{R}{R + e_2}$ und $\frac{R^2 + e^2}{R^2 - e^2}$ nur um sehr wenig von der Einheit verschieden sind:

$$\text{tang.}\, \alpha_2 = \frac{2 r_2 e_2}{\Delta^2 - (\Delta - \delta)^2 - 2 R \sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Da wir uns zur Herleitung dieser Formel einer Figur bedient haben, in welcher die Conizität der inneren Räder jener der äusseren Räder entgegengesetzt ist, so ist die Conizität der inneren Räder jener der äusseren entgegengesezt, wenn $\text{tang.}\,\alpha_2$ positiv ausfällt, dagegen übereinstimmend, wenn $\text{tang.}\,\alpha_2$ negativ wird. Die Conizität der inneren Räder wird niemals gleich Null, oder diese Räder werden niemals cylindrisch; denn der Zähler des Ausdruckes (4) hat immer einen endlichen positiven Werth, und der Nenner bleibt immer endlich, so lange R nicht unendlich ist. Der Uebergang aus den positiven Werthen von $\text{tang.}\,\alpha_2$ in die negativen geht durch Unendlich, woraus man erkennt, dass die richtige Conizität der Räder nicht unter allen Umständen realisirbar ist. Die richtige Conizität der mittleren Räder kann auch sehr leicht durch Construktion auf folgende Art gefunden werden:

Man verlängere die Axenrichtung $B D$, mache $B O_1 = R + e_2$, verbinde b und b_1 mit O_1, errichte in D auf $B O_1$ eine Senkrechte, bis die Linien $b O_1$ und $b_1 O_1$ geschnitten werden, mache $\overline{Cm} = \overline{CD}$, $m a = m a_1 = D d$, so ist $b b_1$ $a a_1$ der Radkegel des äussern der mittleren Räder. In dem Falle wenn $\overline{CB}$ gleich $\overline{CD}$ ist, fällt die Linie $a a_1$ auf $b b_1$, wird demnach die Conizität unendlich gross, oder wird $\text{tang.}\,\alpha_2 = \infty$. In der Zeichnung würde dies geschehen, wenn die Axe $B C D$ die Lage $G F H$ hätte. Auf ähnliche Weise findet man auch die Conizität der äusseren Räder durch Construktion.

Der Spielraum beträgt in der Regel nur 0.01 bis 0.015 Meter und darf höchstens 0.02 Meter betragen, weil sonst leicht eine schlängelnde Bewegung der Wägen zwischen den Schienen eintreten könnte. Die Conizität darf nicht mehr als höchstens $\frac{1}{6}$ betragen, weil sonst die Schienen zu stark auseinander gedrängt würden. Damit also die Conizität der Räder eine praktisch realisirbare wird, muss man die in dem Ausdruck (5) erscheinenden Grössen so zu wählen suchen, dass der numerische Werth von $\tang. \alpha_2$ nicht grösser als $\frac{1}{6}$ wird. Das Beste ist aber, wenn man in der Mitte der Wägen, oder gegen die Mitte zu gar keine Räder anbringt, was wohl bei Transportwägen so wie bei Personenzug-Lokomotiven, bei Güterzug-Lokomotiven, die eine grössere Anzahl Räder erhalten, müssen, nicht möglich ist.

Zusammenhängung der Wägen.

Die Zusammenhängung der Wägen soll in der Weise geschehen, dass sich die Wägen auf geraden Bahnstrecken nicht leicht aus ihrer normalen Stellung verdrehen können, dass sie aber in Bahnkrümmungen nicht verhindert werden, in die für ihre Bewegung günstigste Stellung zu glangen.

Bringt man im Mittelpunkt des Rahmenbaues eines jeden Wagens einen vertikalen Zapfen an, und verbindet je zwei aufeinander folgende Zapfen der Wagenreihe durch Stangen oder Stangenketten, so hat man eine Zusammenhängung, welche die Wägen, wenn sie durch Krümmungen laufen, nicht verhindert in ihre zweckmässigsten Stellungen zu gelangen; allein in geraden Bahnstrecken gestattet diese Zusammenhängung, dass sich jeder Wagen um seinen Mittelpunkt drehen, dass also eine merkliche schlängelnde Bewegung eintreten kann. Werden die Wägen an den Bufferbalken mit geeigneten Gliederungen zusammengehängt, so wird jeder Wagen, wenn der Zug auf einer geraden Bahnstrecke fährt, durch die in den Zusammenhängungen herrschenden Spannungen nach der Richtung der Bahn gestrekt, die Wägen können also nicht leicht in eine schlängelnde Bewegung gerathen, sie können sich aber, wenn die Zusammenhängung richtig gemacht wird, in Krümmungen in die richtige Stellung begeben. Diese Zusammenhängung, bei welcher die Wägen gleichsam die Glieder einer Kette bilden, ist also der ersteren, bei welcher die Mittelpunkte der Wägen an eine Kette gehängt sind, vorzuziehen.

Um zwei Wägen, die ungleich grosse Radstände haben, vermittelst eines vertikalen Bolzens so aneinander zu hängen, dass sie beide in Bahnkrümmungen ungezwungen die richtige Stellung annehmen können, müssen die Entfernungen dieses Bolzens von den Mittelpunkten der Wägen ein gewisses Verhältniss haben, das sich durch Construktion und durch Rechnung leicht bestimmen lässt.

Es sei Tab. XI, Fig. 42 A der Mittelpunkt des kürzeren, A_1 der Mittelpunkt des längeren Wagens. Errichtet man in A und A_1 Perpentikel auf die Bahnradien A O und A_1 O so scheiden sich diese Linien in einem Punkt C und dieser ist offenbar der richtige Zusammenhängungspunkt.

Nennen wir 2Δ und $2\Delta_1$ die Radstände der Wägen, d. h. die Entfernungen der äussersten Axen der Wägen. $AC = x$, $A_1C = x_1$, ferner $x + x_1 = \delta$, die Entfernung der Mittelpunkte der Wägen, wenn sie auf einer geraden Bahn stehen, $2e_2$ die Spurweite, R den mittleren Bahnhalbmesser, σ σ_1 die Spielräume der Räder zwischen den Schienen und nehmen an, dass jeder Wagen um den Spielraum seiner Räder nach aussen verschoben ist, so ist zunächst:

$$\overline{OA} = R - \frac{\Delta^2}{2R} + \sigma$$

$$\overline{OA_1} = R - \frac{\Delta_1^2}{2R} + \sigma_1$$

Wir erhalten nun ferner, weil $\overline{OC}$ die gemeinschaftliche Hypothenuse der Dreiecke ACO und A_1CO ist:

$$\sqrt{\left(R - \frac{\Delta^2}{2R} + \sigma\right)^2 + x^2} = \sqrt{\left(R - \frac{\Delta_1^2}{2R} + \sigma_1\right)^2 + x_1^2}$$

Aus dieser Gleichung in Verbindung mit $x + x_1 = \delta$ folgt ganz streng:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\delta}{2} - \frac{\left(R - \frac{\Delta^2}{2R} + \sigma\right)^2 - \left(R - \frac{\Delta_1^2}{2R} + \sigma_1\right)^2}{2\delta} \\ x_1 &= \frac{\delta}{2} + \frac{\left(R - \frac{\Delta^2}{2R} + \sigma\right)^2 - \left(R - \frac{\Delta_1^2}{2R} + \sigma_1\right)^2}{2\delta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Da jedoch $\frac{\Delta^2}{2R}$ σ $\frac{\Delta_1^2}{2R}$ σ_1 gegen R sehr kleine Grössen sind, so begeht man keinen merklichen Fehler, wenn man setzt:

$$\left(R - \frac{\Delta^2}{2R} + \sigma\right)^2 = R^2\left(1 - \frac{\Delta^2}{R^2} + \frac{2\sigma}{R}\right)$$

$$\left(R - \frac{\Delta_1^2}{2R} + \sigma_1\right)^2 = R^2\left(1 - \frac{\Delta_1^2}{R_2} + \frac{2\sigma_1}{R}\right)$$

und dann wird:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\delta}{2} - \frac{\Delta_1^2 - \Delta^2 + 2R(\sigma - \sigma_1)}{2\delta} \\ x_1 &= \frac{\delta}{2} + \frac{\Delta_1^2 - \Delta^2 + 2R(\sigma - \sigma_1)}{2\delta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

oder endlich weil in der Regel die Spielräume von gleicher Grösse sind:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\delta}{2} - \frac{\Delta_1^2 - \Delta^2}{2\delta} \\ x_1 &= \frac{\delta}{2} + \frac{\Delta_1^2 - \Delta^2}{2\delta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Diese Annäherungswerthe für x und x_1 sind von der Grösse des Bahnhalbmessers ganz unabhängig. Eine für einen gewissen Bahnhalbmesser absolut richtige Zusammenhängung zweier Wägen ist demnach auch für jede andere Krümmung beinahe richtig. Für $\Delta = \Delta_1$ und $\sigma = \sigma_1$ geben nicht nur die Annäherungsformeln (3), sondern auch die ganz strengen Ausdrücke (1) $x = x_1 = \frac{\delta}{2}$, wie es die Natur der Sache verlangt.

Diese Regel für die Zusammenhängung der Wägen im Allgemeinen gilt insbesondere für die Zusammenhängung des Tenders mit der Lokomotive. Sie ist bisher nicht beachtet worden, nur die neueren Sömmering-Lokomotive machen in dieser Hinsicht eine Ausnahme, bei diesen ist der Tender mit der Lokomotive richtig zusammengehängt, und darauf beruht einer der Grundgedanken, durch welchen dieser Lokomotivbau entstanden ist.

Grösster zulässiger Druck eines Triebrades gegen die Bahn.

Der grösste Druck, den ein Triebrad gegen die Schienen ausüben darf, richtet sich theils nach den Querschnittsdimensionen der Schiene und der Constructionsart des Unterbaues, auf welchem die Schiene aufliegt, vorzugsweise aber nach dem Widerstand, den das Material der Radringe und der Schienen dem Aufrauhen oder Aufschiefern entgegensetzt, wenn die belasteten Triebräder auf den Schienen schleifen. Kennt man einmal den grössten Druck eines Rades gegen die Schiene, bei welchem noch kein Aufrauhen oder Aufschiefern der Schiene oder der Radkränze eintritt, so kann man dann den Querschnitt der Schiene nach statischen Regeln leicht so bestimmen, dass sie diesem Druck mit genügender Sicherheit zu widerstehen vermag. Es kommt also zunächst darauf an, diesen grössten Druck, bei dem die Schienen und die Räder an ihrer Oberfläche nicht angegriffen werden, wenn ein Schleifen eintritt, zu bestimmen. Dieser grösste Druck richtet sich aber theilweise nach der Grösse des Rades. Die Berührung des Radumfanges und der Schiene ist keine geometrische; an der Berührungsstelle wird der Radumfang abgeplattet und die Schiene eingedrückt; Radumfang und Schiene berühren sich also nicht in einem Punkt, sondern in einer Fläche, und die Intensität des wechselseitigen Druckes ist nach dem Quotienten aus der Grösse des Druckes und der Grösse der Berührungsfläche zu beurtheilen, und nach dieser Intensität ist die angreifende Wirkung, wenn ein Schleifen eintritt, zu bemessen.

Es sei Tab. IX, Fig. 37, AB die Oberfläche der Schiene, D_1 die Position des Rades, wenn es die Schiene nur geometrisch in E_1 berührt, DFEGD das in die Schiene eingedrungene von F bis G deformirte Rad.

Setzen wir $\overline{m_1 H_1} = \overline{E_1 m} = \xi$ $\overline{m_1 n_1} = v_1$ $\overline{m n} = v$, den Durchmesser des Rades gleich D, den absoluten Druck des Rades gegen die Schiene gleich $\mathfrak{P}$, ϱ und σ zwei Coefficienten, durch welche die Zusammendrückbarkeit der Materiale, aus welchen das Rad und die Schiene bestehen, gemessen werden kann, $H_1 E_1 = e$ die ursprüngliche Höhe von dem Theil des Radumfanges, welcher durch den Druck deformirt wird.

Dies vorausgesetzt ist:

$$\overline{n_1 p_1}^2 = \xi^2 = \overline{E_1 p_1}\,(D - \overline{E_1 p_1})$$

Allein es ist $\overline{E_1 p_1}$ gegen D verschwindend klein, daher kann man schreiben: $\xi^2 = \overline{E_1 p_1}\,D$, und hieraus folgt: $\overline{E_1 p_1} = \frac{\xi^2}{D}$; demnach: $\overline{m_1 n_1} = e - \frac{\xi^2}{D}$. Die Stelle n_1 des Radumfangs wird um $\overline{m_1 n_1} - \overline{m n} = e - \frac{\xi^2}{D} - v$ zusammengedrückt. Die Intensität der zusammendrückenden Kraft kann der Zusammendrückung proportional gesetzt, kann also durch $\varrho\left(e - \frac{\xi^2}{D} - v\right)$ ausgedrückt werden. Die Schiene wird bei m um $\overline{m n} = v$ zusammengedrückt. Die entsprechende Intensität der zusammendrückenden Kraft kann also gleich σv gesetzt werden. Allein die wechselseitigen Pressungen bei n müssen gleich gross sein. Man hat daher:

$$\sigma v = \varrho\left(e - \frac{\xi^2}{D} - v\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Dies ist die Gleichung der Kurve FEG. Der totale Druck längs der Fläche $\overline{FG}$ zwischen dem Rade und der Schiene muss gleich $\mathfrak{P}$ sein; man hat daher:

$$\mathfrak{P} = 2\int_0^K v\,\sigma\,d\xi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

wobei der Kürze wegen $\overline{F_1 H_1} = K$ gesetzt wurde; es ist demnach $K^2 = e\,(D - e)$, oder weil e gegen D verschwindend klein ist:

$$K^2 = e\,D \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Sucht man aus (1) den Werth von v und setzt ihn in die Gleichung (2), so findet man:

$$\mathfrak{P} = 2\,\frac{\sigma\varrho}{\sigma+\varrho}\int_0^K \left(e - \frac{\xi^2}{D}\right) d\xi$$

Mit Berücksichtigung von (3) gibt die Integration dieses Ausdruckes:

$$\mathfrak{P} = \frac{4}{3}\,\frac{1}{\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{\varrho}}\,e^{\frac{3}{2}}\,D^{\frac{1}{2}}$$

und hieraus folgt:

$$e = \left\{\frac{3}{4}\left(\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{\varrho}\right)\right\}^{\frac{2}{3}} \frac{\mathfrak{P}^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{1}{3}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Nennt man endlich $\mathfrak{J}$ die Intensität der Pressung bei E, so ist dieselbe $\sigma\,\overline{EE_1}$; allein $\overline{EE_1}$ ist derjenige Werth von v, der sich aus (1) ergibt, wenn man in dieser Gleichung ξ gleich Null setzt; es ist demnach $\overline{EE_1} = e \cdot \frac{\varrho}{\sigma+\varrho}$, und man hat daher:

$$\mathfrak{J} = \sigma\,\overline{EE_1} = e\,\frac{\sigma\varrho}{\sigma+\varrho} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{\varrho}\right)^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{\mathfrak{P}^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{1}{3}}}$$

und hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P} &= \mathfrak{J}^{\frac{3}{2}}\,\frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{\varrho}}\,\sqrt{D} \\ \text{und:}\qquad D &= \frac{\mathfrak{P}^2}{\mathfrak{J}^3\left(\frac{4}{3}\right)^2\left(\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{\varrho}\right)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Da $\mathfrak{J}$ constant sein soll, σ und ϱ ebenfalls bestimmte, dem Schmiedeisen, aus welchem die Schienen und die Radumfänge bestehen, entsprechende Werthe haben, so kann man auch setzen:

$$\left.\begin{array}{l} D = \mathfrak{A}\mathfrak{P}^2 \\ \mathfrak{P} = \dfrac{1}{\sqrt{\mathfrak{A}}}\sqrt{D} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

wobei nun $\mathfrak{A}$ eine gewisse, am zweckmässisgten durch die Erfahrung zu bestimmende Constante bedeutet.

Die in neuester Zeit nach dem System von Herrn *Engerth* für die Sömmering-Bahn erbauten Lokomotive haben sehr stark belastete Axen. Die Räder dieser Lokomotive haben einen Durchmesser von 3·5 österreichischen Fuss oder von 1·1 Meter, und jedes der zwei vordersten Räder übt gegen die Bahn einen Druck von 122·7 österreichischen Centnern oder 6871 Kilogramm aus. Wenn wir diese Thatsache zur Bestimmung des Coeffizienten $\mathfrak{A}$ benützen, finden wir: $\mathfrak{A} = \frac{D}{\mathfrak{P}^2} = \frac{1 \cdot 1}{(6 \cdot 872)^2} = \frac{1}{43}$, und dann wird:

$$\left.\begin{array}{l} D = \dfrac{\mathfrak{P}^2}{43} \\ \mathfrak{P} = 6 \cdot 6\sqrt{D} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Diese Formeln geben folgende numerische Resultate:

für D = 0·6	0·8	1·0	1·2	1·4	1·6	1·8	2 Meter
wird $\mathfrak{P}$ = 5·1	5·9	6·6	7·2	7·8	8·3	8·8	9·3 Tonnen.

Es scheint, dass diese Belastungen in der That die grössten sind, welche man zulassen darf, und die man nur in ausserordentlichen Fällen eintreten lassen soll. In allen gewöhnlicheren Fällen dürfte es angemessen sein, Räder von 1 Meter Durchmesser nicht stärker als mit 5 Tonnen zu belasten. Wenn wir diese Annahme zu Grunde legen, so wird:

$$\left.\begin{array}{l} D = \dfrac{\mathfrak{P}^2}{25} \\ \mathfrak{P} = 5\sqrt{D} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

für D = 0·6	0·8	1·0	1·2	1·4	1·6	1·8	2 Meter
wird $\mathfrak{P}$ = 3·87	4·47	5·00	5·48	5·92	6·33	6·71	7·07 Tonnen.

Bestimmen wir nun auch die Dimensionen, welche der Querschnitt einer Schiene erhalten muss, damit sie eine hinreichende respektive Festigkeit gewährt. Nehmen wir an, dass man sich für eine gewisse Querschnittsform der Schienen entschieden habe, so sind die Verhältnisse aller Abmessungen des Querschnitts vollkommen bestimmt, und jede einzelne Dimension des Querschnittes kann als ein Vielfaches oder als ein aliquoter Theil der Schienenhöhe, die wir mit h bezeichnen wollen, ausgedrückt werden, und dann kommt es nur auf den absoluten Werth von h an, um auch alle übrigen Dimensionen des Querschnittes mit jeder wünschenswerthen Schärfe bestimmen zu können. Aus den bekannten Formeln über die Festigkeit der Materialien folgt aber, dass das Brechungsmoment einer solchen Schiene dem Kubus der Schienenhöhe h proportional ist. Anderseits ist aber dieses Brechungsmoment auch dem Produkt $\mathfrak{P}\,l$ proportional zu setzen, wobei $\mathfrak{P}$ den Druck bezeichnet, welcher gegen die Schiene ausgeübt wird, und l die Entfernung zweier

unmittelbar auf einander folgenden Schienenstühle ausdrückt. Wir können daher schreiben: $h^3 = \sqrt[3]{\mathfrak{A}}\,\mathfrak{P}\,l$, und daraus folgt:

$$h = \mathfrak{A}\sqrt[3]{\mathfrak{P}\,l} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

wobei $\mathfrak{A}$ eine Constante bezeichnet, die von der Querschnittsform, nicht aber von der Querschnittsgrösse abhängt.

Beträgt die Entfernung der Querschwellen 1 Meter und der Druck eines Rades gegen die Bahn 5 Tonnen, so leistet eine Schiene von I förmigem Querschnitt hinreichenden Widerstand, wenn sie eine Höhe von 0·14 Metern hat und jeder Meter Schienenlänge 42 Kilogramm wiegt. Vermittelst dieser Erfahrungsdaten gibt der Ausdruck (9), wenn man in denselben $h = 0 \cdot 14$, $\mathfrak{P} = 5$, $l = 1$ setzt, $\mathfrak{A} = 0 \cdot 082$. Wir erhalten daher zur Bestimmung der Schienenhöhe den Ausdruck:

$$h = 0 \cdot 082\sqrt[3]{\mathfrak{P}\,l} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

wobei h und l in Metern, $\mathfrak{P}$ in Tonnen zu 1000 Kilogramm auszudrücken sind.

Stabilität der Wagenbewegung.

Die Wägen sollten sich, um ihrem Zweck ganz vollkommen zu entsprechen, ganz geschmeidig, d. h. in einer solchen Weise längs der Bahn hinbewegen, dass jeder beliebige Punkt des Wagenbaues, so wie jeder Punkt der fortzuschaffenden Körper, eine mit der Axenlinie der Bahn parallele Kurve beschreiben würde, in welchem Falle die Bewegung für die Personen gar nicht spürbar wäre. Allein in solcher Weise erfolgt die Bewegung nicht, sondern der auf den Federn liegende Bau wogt beständig auf und nieder, wankt hin und her, neigt sich vor und zurück. Diese drei Bewegungen wollen wir das Wogen, Wanken und Nicken nennen. Die Gesetze, nach welchen diese Bewegungen erfolgen, werden wir in der Folge mit aller Schärfe kennen lernen, wenn wir die störenden Bewegungen der Lokomotive durch analytische Mittel untersuchen, einstweilen möge eine einfache Besprechung dieses Gegenstandes genügen.

Die Störungen in der Bewegung der Bahnwägen entstehen entweder direkt, oder indirekt durch die Einwirkung der Bahn auf die Räder. Die Schienen sind nie vollkommen glatt; ihre Verbindung unter einander, so wie auch ihr Aufliegen auf dem Unterbau ist nie fehlerfrei. Auch die Räder haben, wenn sie längere Zeit im Gebrauch waren mancherlei Unvollkommenheit an sich, sie sind dann nicht mehr glatt und nehmen insbesondere durch die ungleiche Elastizität, welche der Speichenbau verursacht, eine polygonale Form an. Diese Unvollkommenheiten der Bahn und der Räder machen, dass die Räder, während sie auf der Bahn fortrollen, fort und fort, insbesondere aber an den Schienenstössen in die Höhe geprellt werden und dadurch entsteht das Wanken, Wogen und Nicken und in Folge des Wankens auch noch ein Hin- und Herschlängeln der Wägen zwischen den Schienen. Das Wanken ist nämlich ein Hin- und Herpendeln des auf den Federn liegenden Baues um eine durch seinen Schwerpunkt gehende Längenaxe. So wie nun eine solche pendelnde Bewegung eintritt, fassen die Axengabeln die Axenbüchsen und suchen sie auf den Axen hin- und her zu schieben; da aber die Axenbüchsen nicht verschiebbar sind, so werden die Axen mit den Rädern zwischen den Schienen hin- und hergeschoben, und diese Bewegung in Verbindung mit der fortrollenden Bewegung der Räder bringt das Schlängeln hervor.

Es ist nun die Frage, was man zu thun hat, damit diese störenden Bewegungen in einem möglichst schwachen Grad eintreten? Natürlich, dass eine solide Anlage und

Ausführung des Bahnbaues, so wie eine sorgfältige Instandhaltung der Wägen die erste und wichtigste Bedingung ist. Allein damit ist noch nicht alles gethan, sondern es hängt auch sehr viel von der Constructionsart der Wägen ab, und in dieser Hinsicht mögen folgende Bemerkungen zur Aufklärung der Sache dienen.

Zunächst ist klar, dass die störenden Oscillationen von dem Starrheitsgrad der Federn abhängen. Starre Federn verursachen schnell auf einander folgende Oscillationen von geringer Ausdehnung, bringen also harte Erschütterungen hervor. Weiche Federn verursachen langsam erfolgende Oscillationen von grösserer Ausdehnung. Es ist selbstverständlich, dass nur durch die Erfahrung derjenige Starrheitsgrad der Federn bestimmt werden kann, bei welchem die nachtheiligen Folgen der störenden Bewegungen am kleinsten ausfallen.

Das Wogen ist von der Bauart der Wägen ganz unabhängig und richtet sich auf einer Bahn von gewisser Beschaffenheit nur allein nach dem Starrheitsgrad der Federn und dem Gewicht des auf den Federn liegenden Baues.

Das Wanken hängt wesentlich theils von der Spurweite, theils von der Höhe des Schwerpunktes über den Axen der Räder ab. Eine grosse Spurweite und eine möglichst tiefe Lage des Schwerpunktes schützen gegen das Wanken, und folglich auch gegen die durch das Wanken entstehende schlängelnde Bewegung.

Das Nicken hängt ab von der Anzahl, der Entfernung und Belastung der Axen. Ein grosser Radstand, eine starke Belastung der äusseren Axen und eine schwache Belastung der inneren Axen, wenn welche vorhanden sind, schwächen das Nicken. Am besten ist es aber, gar keine mittleren Axen anzuwenden, sondern die Wägen entweder nur mit zwei weit auseinander gestellten Axen, oder mit zwei weit auseinander gestellten vierräderigen Laufwerken zu versehen. Die Stabilität der Bewegung in geraden Bahnstrecken verlangt also eine Radstellung, die für die Befahrung von Bahnkrümmungen nachtheilig ist, denn für Krümmungen ist eine enge Radstellung und eine schmale Spurweite günstig. Indessen Krümmungen sind doch nur Ausnahmen und die Widerstände, welche Krümmungen verursachen, sind in Vergleich mit denen der Steigungen von keiner grossen Bedeutung; es ist daher angemessen, die Wägen auf Stabilität zu bauen. Am besten entspricht man jedenfalls sowohl den Bedingungen der Stabilität, als auch jenen der Krümmungen durch zwei weit auseinander gestellte, gegen einander verstellbare vierräderige Laufwerke, d. h. durch die amerikanische Construktion der sogenannten Salonwägen. Allein eine Bahn mag noch so gut gebaut sein und die Wägen mögen den Bedingungen der Stabilität noch so gut entsprechen, so gibt es doch Verhältnisse, unter welchen sehr heftige störende Bewegungen eintreten können. Dies geschieht nämlich, wie wir in der Folge nachweisen werden, wenn die Zeit einer Wogung, oder die Zeit einer Wankung, oder endlich wenn die Zeit einer Nickung genau mit der Zeit übereinstimmt, in welcher die Lokomotive eine Schienenlänge durchläuft; denn in jedem dieser drei Fälle summiren sich die störenden Wirkungen, welche durch die Stösse an den Schienenverbindungen hervorgebracht werden, und je nachdem die erste, oder die zweite, oder die dritte der genannten Schwingungszeiten mit der Zeit übereinstimmt, in welcher die Lokomotive über eine Schiene läuft, wird im ersten Falle das Wogen, im zweiten das Wanken, im dritten das Nicken allmählig stärker und stärker. Damit eine solche Ansammlung der störenden Einwirkungen nicht eintreten kann, muss die Länge einer Schiene so gross sein, dass die Zeit, welche die Lokomotive braucht um eine Schiene zu überlaufen, selbst bei ihrer grössten Fahrgeschwindigkeit grösser ist, als die grösste der drei Schwingungszeiten, welche dem Wanken, Wogen und Nicken entsprechen.

Sehr lange Schienen sind also nicht blos desshalb vortheilhaft, weil dadurch die Anzahl der Schienenverbindungen und mithin die Anzahl der störenden Einwirkungen vermindert wird, sondern man schützt sich zugleich durch lange Schienen gegen die Ansammlung der störenden Bewegungen. Auch wäre es in dieser Hinsicht gut, wenn die Längen der einzelnen Schienen ungleich wären und die Bewegung der Lokomotive nicht mit Gleichförmigkeit erfolgte

Die Spurweite der Bahnen.

Obgleich der Bau der Lokomotive und nicht der Bau der Eisenbahnen im Allgemeinen der Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist, so scheint es doch nothwendig zu sein, den Bau der Eisenbahnen so weit zu berühren, als derselbe mit dem Bau der Lokomotiven in näherem Zusammenhang steht.

Die Eisenbahnen und Lokomotiven sind zusammen entstanden. Zu der Zeit als dies geschah, hatte man natürlich weder von dem Eisenbahnwesen, noch von dem Lokomotivbau eine gründlichere Einsicht. Dass man Krümmungen und Steigungen möglichst vermeiden, also die Bahnen so gerade und eben als möglich anlegen solle, konnte gleich von vornherein, ohne viele Erfahrungen erkannt werden. Anders verhielt es sich schon hinsichtlich der Spurweite. Ueber diese waren die Ansichten sehr getheilt, und es entstunden, insbesondere in England, Bahnen von sehr abweichenden Spurweiten. Später stellte man sich kaum mehr die Frage, welche Spurweite in technischer Hinsicht die bessere sei; es hatte sich nun einmal eine zimlich schmale Spurweite sehr allgemein verbreitet, und diese wurde die Regel für alle später erbauten Bahnen, indem man in dem Maase, als sich die Bahnen allgemein verbreiteten, die Nothwendigkeit einer übereinstimmenden Spurweite mehr und mehr erkannte.

Da nun gegenwärtig die Spurweiten der meisten Bahnen übereinstimmen, so scheint es beinahe zwecklos, oder wenigstens nicht zweckmässig zu sein, die alte Frage über die technisch zweckmässigste Spurweite neuerdings in Anregung zu bringen. Allein wenn man bedenkt, dass sich die Anforderungen, welche durch den Verkehr an die Eisenbahnen gestellt werden, immer mehr und mehr steigern, so könnte es am Ende doch noch dahin kommen, dass man die jetzt allgemein übliche Spurweite verlassen würde, wenn durch eine andere Spurweite wesentliche Vortheile erreicht werden könnten, und das ist es, was wir nun untersuchen wollen.

Für die kleineren Detail- und Verbindungsbahnen ist die jetzt übliche Spur allerdings ganz genügend. Die Lasten, welche auf derlei Bahnen fortgeschafft werden, sind nicht bedeutend und die Geschwindigkeiten, die da verlangt werden, sind nur mässig, auch ist die dem Verkehr genügende Zahl der täglichen Züge nicht gross.

Anders verhält es sich bei Hauptbahnen, insbesondere wenn sie auf ungünstigem Terrain zu führen sind, wo starke Steigungen und rapide Krümmungen nicht vermieden werden können.

Auf diesen Hauptbahnen, die grössere Städte zu verbinden und gleichsam dem Weltverkehr zu dienen haben, ist bereits das Bestreben nach einem möglichst raschen Personenverkehr faktisch eingetreten; und die Techniker werden sich mehr und mehr veranlasst sehen, die Mittel ausfindig zu machen, durch welche die Fahrgeschwindigkeit auf's äusserste gesteigert werden kann, so weit es die Sicherheit nur immer zulässt.

Ueberdies sind die auf diesen Hauptbahnen fortzuschaffenden Lasten bedeutend, und nimmt die für den Verkehr nothwendige Zahl der täglichen Züge immer mehr zu. Alle Umstände weisen demnach darauf hin, dass in der Folge auf den Hauptbahnen den Verkehrsverhältnissen nur durch sehr mächtige Lokomotive Genüge geleistet werden kann; die Lokomotive, obgleich sie jetzt schon ungefähr fünfmal so schwer sind, als sie ursprünglich waren, haben also das Ziel ihrer Grösse und Gewalt noch nicht erreicht.

Für die Construktion von so mächtigen Lokomotiven ist aber die jetzt bestehende schmale Spurweite ein grosser Uebelstand. Die Kessel müssen unverhältnissmässig lang gemacht werden, was zur Folge hat, dass die Radstellung sehr gross ausfällt, und dass die Feueranfachung sehr erschwert wird. Auch ist eine so schmale Spurweite für die Stabilität der Bewegung, durch welche die Laufgeschwindigkeit bedingt ist, sehr ungünstig.

Es ist sehr zu bedauern, dass die schmale Spur von 1.45 Meter Weite beinahe allgemein geworden ist. Zu einer Aenderung derselben wird man sich kaum mehr entschliessen, denn die Kosten eines solchen Umbaues aller Bahnen, aller Lokomotive und Wägen sind zu gross, und die unvermeidlichen Störungen im Verkehr während eines solchen Umbaues wären äusserst lästig. Das ganze Eisenbahnwesen ist also mit einem Grundübel behaftet, das mit dem wachsenden Verkehr selbst fort und fort fühlbarer werden wird und leider kaum mehr beseitiget werden kann.

Zusammenstellung.

Wenn wir in Kürze die wesentlichsten Ergebnisse der vorhergehenden Untersuchungen über die Bewegung der Wägen auf geraden und gekrümmten Bahnstrecken zusammenfassen, so erhalten wir für den Bau der Bahn und der Wägen folgende leitende Gesetze:

A. Hinsichtlich der Stabilität der Bewegung auf geraden Bahnstrecken ist vortheilhaft:
1. eine grosse Geleisweite;
2. ein grosser Radstand der Wägen;
3. Wägen mit zwei weit auseinander gestellten Axen, oder Wägen mit zwei weit auseinander gestellten, gegen einander beweglichen vierräderigen Laufwerken;
4. ein geringer Spielraum der Räder zwischen den Schienen;
5. eine schwache Conizität der Räder;
6. eine niedrige Lage des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues;
7. sehr lange Bahnschienen;
8. eine Zusammenhängung der Wägen, bei welcher sie selbst die Glieder einer Kette bilden.

B. Für die Befahrung von Bahnkrümmungen ist vortheilhaft:
1. eine enge Geleisweite;
2. ein enger Radstand und keine Mittelräder;
3. Wägen mit weit auseinander gestellten, gegen einander beweglichen vierräderigen Laufwerken;
4. schwache Bahnkrümmungen;
5. eine angemessene Conizität der Räder und insbesondere der Lokomotivräder;
6. eine angemessene Höherlegung der äusseren Schienen;
7. eine engemessene Geleiserweiterung;
8. eine mässige Fahrgeschwindigkeit.

III.

Die Dampfbildung.

Temperatur, Spannkraft und Dichte der Kesseldämpfe.

Es gibt zweierlei Arten von Wasserdämpfen, die wir Kesseldämpfe und überhitzte Dämpfe nennen wollen. Unter den ersteren verstehen wir diejenigen Dämpfe, wie sie sich in einem Kessel bilden. Ihre charakteristische Eigenschaft ist, dass jede wenn auch noch so kleine Wärmeentziehung eine theilweise Condensation derselben zur Folge hat, woraus hervorgeht, dass diese Kesseldämpfe gerade nur so viel Wärme enthalten, als zu ihrem Bestehen absolut nothwendig ist.

Ueberhitzte Dämpfe nennen wir dagegen solche, die einen gewissen Wärmeverlust erleiden können, ohne dass eine Spur von Condensation eintritt. Diese Dämpfe entstehen, wenn man ein zuerst luftleer gemachtes Gefäss mit Kesseldampf füllt, und es dann auf irgend eine Weise mehr oder weniger erwärmt.

Wir messen: 1) die Temperatur des Dampfes vermittels eines Quecksilber-Thermometers mit hunderttheiliger Scala; 2) die Spannkraft durch den Druck des Dampfes auf einen Quadratmeter; 3) die Dichte durch das Gewicht eines Kubikmeters Dampf.

Temperatur, Spannkraft und Dichte der Kesseldämpfe stehen in einer ganz bestimmten Beziehung zu einander, so dass eine Aenderung einer dieser drei Grössen auch Aenderungen der beiden andern zur Folge hat.

Um diese Beziehungen ausfindig zu machen, sind vielfältige sehr genaue Versuche angestellt worden, deren numerische Resultate in nachstehender Tabelle zusammengestellt sind:

Temperatur, Spannkraft und Dichte der Kesseldämpfe.

Temperatur der Dämpfe. 100theiliges Quecksilber-Thermometer.	Spannkraft der Dämpfe in Atmosphären.	Druck der Dämpfe auf 1 Quadratmeter.	Gewicht eines Kubikmeters Dampf.	Volumen von 1 Kilogramm Dampf.
Grad.	Atmosph.	Kilog.	Kilog.	Kubikmeter.
50	0·116	1205	0·0797	12·547
55	0·149	1544	0·1005	9·951
60	0·191	1965	0·1260	7·936
65	0·240	2482	0·1568	6·377
70	0·301	3112	0·1932	5·176
75	0·373	3963	0·2433	4·110
80	0·463	4783	0·2892	3·458
85	0·568	5865	0·3497	2·859
90	0·691	7136	0·4196	2·383
95	0·835	8617	0·4998	2·001
100	1·00	10330	0·5913	1·691
112·2	1·50	15490	0·8583	1·165
121·4	2·00	20660	1·1177	0·895
128·8	2·50	25820	1·3711	0·720
135·1	3·00	30990	1·6200	0·617
140·6	3·50	36150	1·8647	0·536
145·4	4·00	41320	2·1072	0·474
149·06	4·50	46480	2·3495	0·426
153·08	5·00	51650	2·5860	0·386
156·80	5·50	56810	2·8196	0·355
160·20	6·00	61980	3·0520	0·328
163·48	6·50	67140	3·2810	0·305
166·50	7·00	72310	3·5106	0·285
169·37	7·50	77470	3·7353	0·268
172·10	8·00	82640	3·9784	0·251
177·10	9·00	92970	4·4057	0·227
181·60	10·00	103350	4·8477	0·206
186·03	11·00	113630	5·2807	0·189
190·00	12·00	123960	5·7100	0·175
193·70	13·00	134290	6·1367	0·163
197·19	14·00	144620	6·5595	0·152
200·48	15·00	154950	6·9790	0·143
203·60	16·00	165280	7·3957	0·135
206·57	17·00	175610	7·8087	0·128
209·40	18·00	185940	8·2196	0·122
212·10	19·00	196270	8·6284	0·116
214·70	20·00	206600	9·0336	0·111

Für die Berechnung der mechanischen Wirkungen des Dampfes sind diese numerischen Resultate der Beobachtung noch nicht genügend, sondern man muss zu diesem Zwecke vorzugsweise noch folgende Dinge kennen:

1. die zur Bildung der Kesseldämpfe erforderlichen Wärmemengen;
2. eine möglichst einfache analytische Beziehung zwischen der Dichte und Spannkraft der Dämpfe;
3. das Verhalten des Kesseldampfes, wenn derselbe in einem vom Kessel gesonderten Gefäss einer Ausdehnung oder Zusammendrückung in der Weise ausgesetzt wird, dass dabei weder ein Gewinn noch ein Verlust an Wärme stattfindet;
4. das Verhalten des Kesseldampfes, wenn derselbe überhitzt und dann zusammengedrückt oder ausgedehnt wird. Auch ist es, wenn auch nicht nothwendig, aber doch wünschenswerth, eine analytische Bezeichnung zwischen Spannkraft und Temperatur der Kesseldämpfe zu kennen.

Ueber diese Verhältnisse haben die Versuche ziemlich sichere Aufschlüsse gegeben, die in dem nun Folgenden erklärt werden sollen.

Wärmemenge zur Erzeugung von 1 Kilogramm Dampf.

Die zur Bildung von 1 Kilogramm Dampf von t Grad Temperatur aus einem Kilogramm Wasser von 0 Grad Temperatur erforderliche Wärmemenge ist:

a. nach den Versuchen von *Watt*, *Parkes* und *Pambour* für Kesseldämpfe von jeder Spannkraft und Temperatur gleich 650 Wärmeeinheiten;
b. nach *Clement*'schen Versuchen gleich $550 + t$ Wärmeeinheiten;
c. nach neueren sehr genauen und zahlreichen Versuchen von *Regnault* $606{\cdot}5 + 0{\cdot}305\,t$ Wärmeeinheiten.

Es ist gegenwärtig allgemein anerkannt, dass die letztere dieser drei Regeln Resultate gibt, die der Wahrheit am nächsten kommen, aber gleichwohl werde ich mich in der Folge der ersteren bedienen, und zwar aus folgenden Gründen:

1. Die Temperaturen der in den Lokomotiven wirksamen Dämpfe liegen zwischen 100 und 160° und innerhalb dieser Grenzen sind die numerischen Werthe, welche die Regeln von *Watt* und *Regnault* liefern, so wenig verschieden, dass die Differenzen bei derlei praktischen Rechnungen gar nicht in Betrachtung kommen.
2. Gewährt die *Watt*'sche Regel, nach welcher Kesseldämpfe von jeder Temperatur und Spannkraft die gleiche Wärmemenge enthalten, den Vortheil, dass manche Rechnungen viel einfacher werden, indem nach derselben die Temperatur des Dampfes, dessen Wärmegehalt bestimmt werden soll, nicht bekannt zu sein braucht.
3. Wenn man die *Watt*'sche Regel gelten lässt, werden die Kesseldämpfe von den überhitzten Dämpfen scharf geschieden. Nach der erstern dieser Regeln tritt bei der geringsten Wärmemenge, die man einem Kesseldampf entzieht, sogleich eine Condensation ein; nach der *Regnault*'schen Regel dagegen würde, wenn man einem Kilogramm Kesseldampf von 110° Temperatur 3 Wärmeeinheiten entzöge, keine Condensation eintreten, sondern es würde 1 Kilogramm Kesseldampf von 100° Temperatur entstehen.

Aus diesen Gründen werden wir in der Folge die *Watt*'sche Regel festhalten. Wir nehmen also an, dass 1 Kilogramm Wasser von 0° Temperatur 650 Wärmeeinheiten, und dass ein Kilogramm Wasser von t_0 Grad Temperatur $650 - t_0$ Wärmeeinheiten erfordern, um in Dampf von irgend einer Spannkraft und Temperatur verwandelt zu werden.

Zusammenhang zwischen Spannkraft und Temperatur der Kesseldämpfe.

Für die Berechnung der mechanischen Wirkungen des Dampfes kann man einen analytischen Ausdruck für den Zusammenhang zwischen Temperatur und Spannkraft der Dämpfe ganz entbehren; es genügen zu diesem Zwecke die durch Versuche aufgefundenen Zahlen, welche die Tabelle Seite 30 enthält. In *Pambour*'s „Traité des machines à vapeur" findet man Seite 48 die Mehrzahl der empirischen Formeln, durch welche die Abhängigkeit zwischen der Spannkraft p und der Temperatur t annähernd ausgedrückt werden kann, zusammengestellt. Ich beschränke mich darauf, die von *Arago* und *Dulong* aufgestellte Formel, die für Dampf von 4 bis 50 Atmosphären mit den Thatsachen nahe übereinstimmende Werthe gibt, hierher zu setzen. Diese Formel ist:

$$\left.\begin{array}{l} p = 10335\,[0{\cdot}28658 + 0{\cdot}0072003\ t]^5 \\ \text{oder:} \\ t = 21{\cdot}9\ \sqrt[5]{p} - 39{\cdot}8 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Aus dieser Formel ersieht man noch deutlicher als aus der Tabelle (Seite 30), dass die Temperatur des Dampfes von hoher Spannung nur um wenig höher ist als die des Dampfes von mässiger Spannung.

Zusammenhang zwischen Spannkraft und Dichte der Kesseldämpfe.

Wenn man die Spannkräfte p der Kesseldämpfe als Abscissen und die denselben entsprechenden Dichten Δ als Ordinaten aufträgt, so erhält man eine Kurve, die zwar für kleinere Spannkräfte merklich gekrümmt ist, für grössere Spannkräfte über 3 Atmosphären dagegen beinahe eine gegen die Abscissenlinie geneigte gerade Linie bildet. Die Abhängigkeit zwischen p und Δ kann daher für Dämpfe über 3 Atmosphären Spannung mit einer für praktische Rechnungen hinreichenden Genauigkeit durch eine Formel von der Form

$$\Delta = \alpha + \beta\,p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

in welcher α und β constante Grössen sind, ausgedrückt werden. Die den Erfahrungsresultaten entsprechenden Werthe von α β und $\frac{\alpha}{\beta}$ sind:

$$\alpha = 0{\cdot}1427 \qquad \beta = 0.0000473 \qquad \frac{\alpha}{\beta} = 3017 \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Da für Dämpfe über 3 Atmosphären Spannung der Werth von α gegen $\beta\,p$ eine kleine Grösse ist, so ist für höher gespannte Dämpfe die Dichte der Spannkraft annähernd proportional, es gilt also annähernd das *Mariott*'sche Gesetz. Die durch die Gleichung (2) ausgedrückte Regel stimmt aber auch für Dampf von 1 bis 3 Atmosphären mit den Thatsachen ziemlich gut überein und ist in ihrer Form beinahe so einfach als das *Mariott*'sche Gesetz, muss also diesem vorgezogen werden.

Das Verhalten des Kesseldampfes bei Volumen-Aenderungen ohne Wärmeverlust.

Wenn man ein zuerst luftleer gemachtes Gefäss, dessen Rauminhalt sich vergrössern oder verkleinern lässt, und dessen Wände von aussen so eingehüllt sind, dass durch dieselben Wärme weder eindringen, noch entweichen kann, mit Kesseldampf füllt, und sodann eine Volumen-Aenderung eintreten lässt, so wird bei diesem Vorgange sowohl die Dichte als auch die Spannkraft des eingeschlossenen Dampfes eine Aenderung erleiden. Allein da der eingeschlossene Dampf weder Wärme gewinnt noch verliert, und gerade so viel Wärme besitzt als zum Bestehen von Kesseldampf nothwendig ist, so unterliegt es wohl keinem Zweifel, dass sich die Spannung und Dichte des Dampfes nach dem durch die Gleichung (2) ausgedrückten Annäherungsgesetz ändern werden. Nennt man also das Volumen, die Dichte und Spannkraft des Dampfes für den anfänglichen Zustand $\mathfrak{V}$ Δ p, für den veränderten Zustand $\mathfrak{V}_1$ Δ_1 p_1, so hat man, da das Gefäss in beiden Zuständen gleich viel Dampf enthält:

$$\mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\,p) = \mathfrak{V}_1\,(\alpha + \beta\,p_1)$$

Es ist daher:

$$p_1 = \frac{\mathfrak{V}}{\mathfrak{V}_1}\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) - \frac{\alpha}{\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Diese Formel findet ihre Anwendung bei expandirenden Dampfmaschinen. Die Dampfcylinder sind stets sorgfältig gegen Wärmeverluste geschützt und die Expansion erfolgt in so kurzer Zeit, dass auch aus diesem Grunde merkliche Wärmeverluste nicht eintreten können; man darf also annehmen, dass sich die Spannung des expandirenden Dampfes nach dem durch (4) ausgedrückten Gesetz ändert. Dieses Gesetz ist von dem *Mariott*'schen nur wenig verschieden, denn $\frac{\alpha}{\beta}$ ist im Vergleich mit p fast immer eine kleine Grösse, die beinahe vernachlässigt werden kann; es ist daher nahe: $p_1 = \frac{\mathfrak{V}}{\mathfrak{V}_1}\,p$ oder:

$$p_1 : p = \mathfrak{V} : \mathfrak{V}_1$$

d. h. die Dampfspannungen verhalten sich entsprechend dem *Mariott*'schen Gesetz nahe verkehrt wie die Volumina.

Condensation des Dampfes.

Füllt man ein Gefäss mit Kesseldampf und entzieht demselben hierauf eine gewisse Wärmemenge w, so wird ein Theil des Dampfes zu Wasser und der Rest wird zu Kesseldampf von geringerer Spannkraft und Temperatur.

Geschieht die Wärmeentziehung durch Abkühlung der Gefässwände, so findet man die im Gefäss nach geschehener Condensation herrschende Spannung auf folgende Weise.

Nennt man $\mathfrak{V}$ den Rauminhalt des Gefässes, p die Spannung vor, p_1 die Spannung nach geschehener Condensation, so sind $\mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\,p)$ und $\mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\,p_1)$ die Dampfmengen in Kilogrammen, welche das Gefäss vor und nach dem Akt der Condensation enthält, ist demnach $\mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\,p) - \mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\,p_1) = \mathfrak{V}\,\beta\,(p - p_1)$ die Dampfmenge, die zu Wasser von

t_1 Grad Temperatur condensirt wurde. Die dabei frei werdende Wärmemenge ist also $(650 - t_1)\,\mathfrak{B}\,\beta\,(p - p_1)$, man hat daher:

$$W = \mathfrak{B}\,\beta\,(p - p_1)\,(650 - t_1)$$

Wenn die Condensation erfolgt ist, haben Wasser und Dampf einerlei Temperatur, t_1 und p_1 stehen also in der Beziehung zu einander, die für Kesseldampf gilt.

Geschieht die Condensation durch Einspritzen von q Kilogramm Wasser von t_0 Grad Temperatur, so wird dieses bis zu t_1 Grad erwärmt, nimmt also eine Wärmemenge $q\,(t_1 - t_0)$ auf. Man hat daher:

$$q\,(t_1 - t_0) = \mathfrak{B}\,(p - p_1)\,(650 - t_1)$$

Setzt man das Gewicht des condensirten Dampfes gleich S, also:

$$\beta\,\mathfrak{B}\,(p - p_1) = S$$

so findet man aus der vorhergehenden Gleichung für die zur Condensation von S Kilogramm Dampf erforderliche Wassermenge q den Ausdruck:

$$q = S\,\frac{650 - t_1}{t_1 - t_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Das Verhalten von überhitztem Dampf.

Füllt man ein zuerst leer gemachtes Gefäss mit Kesseldampf, verschliesst es hierauf und erhöht sodann die Temperatur des eingeschlossenen Dampfes, so erhält man sogenannten überhitzten Dampf. Das Verhalten dieses Dampfes, wenn sein Volumen oder seine Temperatur geändert wird, stimmt mit dem Verhalten eines Gases unter ähnlichen Umständen vollkommen überein. Da wir jedoch in unseren Anwendungen nicht in den Fall kommen, die Wirkungen der überhitzten Dämpfe betrachten zu müssen, so unterlassen wir es, die Beziehungen, welche zwischen der Temperatur, Spannkraft und Dichte dieser Dämpfe bestehen, durch Formeln auszudrücken.

Dampfausströmung aus einem Gefäss.

Ein Gefäss A, welches Dampf von einer Spannkraft P enthält, comunizire durch eine Röhre B mit einem Raum C, in welchem Dampf oder Luft von einer Spannkraft p enthalten ist. Es sei $P > p$, was zur Folge haben wird, dass eine Strömung des Dampfes aus A durch B nach C stattfinden wird, und dass der Dampf durch die Mündung von B mit einer Spannung p in den Raum C mit einer gewissen Geschwindigkeit U einströmen wird, die auf folgende Weise berechnet werden kann:

In einem gewissen Querschnitt Ω der Röhre wird im Beharrungszustand der Bewegung eine gewisse Spannung y vorhanden sein. In einem um dx von dem ersteren abstehenden Querschnitt wird die Spannung $y - dy$ sein. Die zwischen diesen Querschnitten enthaltene Dampfmenge hat ein Gewicht $(\alpha + \beta y)\,\Omega\,dx$ und wird mit einer Kraft $y\,\Omega$ nach auswärts, mit einer Kraft $(y - dy)\,\Omega$ nach einwärts getrieben, wird demnach durch eine Kraft $(y - dy)\,\Omega - y\,\Omega = -\Omega\,dy$ beschleuniget. Die Gleichung der Bewegung dieser Dampfmenge ist demnach:

$$\frac{dv}{dt} = g\,\frac{-\Omega\,dy}{(\alpha + \beta y)\,\Omega\,dx} = g\,\frac{-dy}{(\alpha + \beta y)\,dx} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Das Differenzial dx kann beliebig gross genommen werden, es ist uns also erlaubt, es so gross zu machen als der Weg ist, den die zur Zeit t im Querschnitt Ω befindlichen Dampftheilchen im Zeitelement dt zurücklegen; man darf demnach $dx = v\,dt$ setzen und hiedurch verwandelt sich die Gleichung (6) in folgende:

$$v\,dv = g\,\frac{-dy}{\alpha + \beta y}$$

Durch Integration findet man hieraus:

$$\frac{v^2}{2g} = -\frac{1}{\beta}\,\text{lognat.}\,(\alpha + \beta y) + \text{const.}$$

Am Anfang der Röhre ist $y = P$ und wenn wir annehmen, dass das Gefäss A sehr weit ist $v = 0$, wir erhalten daher:

$$0 = -\frac{1}{\beta}\,\text{lognat.}\,(\alpha + \beta P) + \text{const.}$$

Am Ende der Röhre ist $y = p$ und $v = U$ demnach:

$$\frac{U^2}{2g} = -\frac{1}{\beta}\,\text{lognat.}\,(\alpha + \beta p) + \text{const.}$$

Die Differenz dieser zwei Gleichungen liefert eine neue Gleichung, aus welcher folgt:

$$U = \sqrt{\frac{2g}{\beta}\,\text{lognat.}\,\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Hiedurch ist die Ausströmungsgeschwindigkeit berechnet. Da diese Gleichung den Querschnitt der Röhre und ihre Länge nicht enthält, so darf dieselbe auch dann gebraucht werden, wenn die Röhre äusserst kurz, oder wenn die Ausströmungsöffnung unmittelbar in der Gefässwand angebracht ist.

Die nachfolgende Tabelle gibt für verschiedene Werthe des Quotienten $\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$ die entsprechenden Werthe von U.

$\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$	U Meter.	$\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$	U Meter.
1·1	135	3	460
1·2	187	4	516
1·3	225	5	556
1·4	254	6	587
1·5	279	7	612
1·6	300	8	640
1·7	319	9	650
1·8	336	10	666
1·9	351	11	679
2·0	365	12	691

Nennt man k den Contraktionscoeffizienten, welcher der Form der Ausströmungsöffnung entspricht, Q in Kilogrammen die in einer Sekunde ausströmende Dampfmenge, Ω den Querschnitt der Ausströmungsöffnung in Quadratmetern, so ist:

$$Q = k\,\Omega\,(\alpha + \beta\,p)\,U \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Durchgang der Wärme durch Gefässwände.

Voraussetzungen.

Wir wollen uns die Aufgabe vorlegen, die Wärmemenge zu bestimmen, die durch ebene, cylindrische und sphärische Gefässwände geht, wenn diese Wände mit Medien in Berührung stehen, die eine constante Temperatur haben.

Die Fortpflanzung der Wärme im Innern von starren Körpern wurde zuerst (1812) von *Fourier* *), später (1815) von *Poisson* **) untersucht. Ueber das Wesen der Wärme haben diese Geometer ihre Ansichten nicht ausgesprochen, sondern sie bauen ihre Theorien auf gewisse Voraussetzungen, und gelangen auf abweichenden analytischen Wegen zu übereinstimmenden Endresultaten, die innerhalb gewisser Grenzen durch die Erfahrung bestätiget worden sind.

Ich werde zur Lösung der oben gestellten speziellen Aufgaben den von *Fourier* und *Poisson* eingeschlagenen Wegen nicht folgen, sondern ziehe es vor, von zwei naturgemäss scheinenden Voraussetzungen auszugehen, durch welche man auf sehr einfache Weise ganz zu dem gleichen Resultate gelangt. Ich nehme an:

a. dass die Wärmemenge, welche durch die Oberfläche eines mit einem flüssigen Medium in Berührung stehenden festen Körpers in einer bestimmten Zeit eindringt, wenn die Temperatur des Mediums höher ist als die Temperatur des Köpers, oder aus dem Körper in das Medium entweicht, wenn seine Temperatur niedriger ist als die des Körpers, proportional sei 1) der Grösse der mit dem Medium in Berührug stehenden Oberfläche; 2) der Differenz der Temparaturen des Mediums und des Körpers an seiner Oberfläche; 3) der Zeit, während welcher die Wärmemittheilung stattfindet, vorausgesetzt, dass während derselben Aenderungen in den Temperaturen nicht eintreten; 4) einem gewissen Coeffizienten, dessen Werth von der Körpersubstanz, von der Beschaffenheit der Oberfläche des Körpers und von der Natur des Mediums abhängig ist.

Nennt man
$\varDelta$ die Temperatur des Mediums;
t die Temperatur der Substanz des Körpers in der Nähe seiner Oberfläche;
F die Fläche, durch welche die Wärme geht;
W_1 die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch die Fläche F geht;
γ den Ein- oder Ausstrahlungscoeffizienten, so ist unter den ausgesprochenen Voraussetzungen:

$$\left.\begin{array}{l} \text{wenn } t > \varDelta \text{ ist, } W_1 = \gamma\,F\,(t - \varDelta) \\ \text{wenn } \varDelta > t \text{ ist, } W_1 = \gamma\,F\,(\varDelta - t) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

---

*) Théorie de la chaleur, par *Fourier*.

**) Mémoire sur la distribution de la chaleur dans les corps solides, par *Poisson*. Journal de l'école polytechnique, cahier XIX.

Für $F = 1$, $t - \varDelta = 1$ wird $W_1 = \gamma$. Der Coeffizient γ drückt also die Wärmemenge aus, die in einer Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit bei einer Temperaturdifferenz von 1° eindringt.

b. Die Wärmefortpflanzung im Innern der Körper gründe ich auf folgende Betrachtung: Es sei Ω ein kleines Flächenstückchen im Innern des Körpers, u die Temperatur in allen Punkten von Ω. Errichtet man in einem beliebigen Punkt A der Fläche Ω einen Perpentikel und schneidet auf demselben eine kleine Länge e ab, so kömmt man nach einem Punkt A_1, in welchem eine von u nur wenig verschiedene Temperatur u_1 stattfindet. Errichtet man in allen Punkten von Ω Perpentikel und sucht in denselben die Punkte auf, die eine Temperatur u_1 haben, so werden diese Punkte in einer kleinen Fläche Ω_1 liegen, die, wenn e und $u_1 - u$ sehr klein sind, als eine zu Ω parallele Fläche angesehen werden kann. Ich nehme nun an, dass wenn $u > u_1$ ist, von der Fläche Ω nach Ω_1 in einer Zeiteinheit eine Wärmemenge W_2 ströme, die der Fläche Ω und der Temperaturdifferenz $u - u_1$ direkt, der Entfernung e, den Flächen Ω und Ω_1 aber verkehrt proportioal ist, und setze desshalb:

$$W_2 = \lambda\,\frac{u - u_1}{e}\,\Omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Den Coeffizienten λ nenne ich den Wärmeleitungscoeffizienten. Für $u - u_1 = 1$ $\Omega = 1$ $e = 1$ gilt diese Formel $W_2 = \lambda$. Der Coeffizient λ ist also die Wärmemenge, die in der Zeiteinheit durch einen Stab geht, dessen Querschnitt gleich Eins und dessen Länge gleich Eins ist, wenn die Differenz der an den Enden des Stabes herrschenden Temperaturen Einen Grad beträgt. Ist e unendlich klein und bezeichnet man seinen Werth in diesem Fall mit $d\zeta$, so ist, wenn $u > u_1$ ist, $u - u_1 = -\frac{du}{d\zeta}\,d\zeta$; daher: $\frac{u - u_1}{e} = \frac{du}{d\zeta}$, und dann wird:

$$W_2 = -\lambda\,\Omega\,\frac{du}{d\zeta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Vermittelst dieser durch die Gleichungen (1) und (3) analytisch ausgedrückten Voraussetzungen lassen sich die von *Fourier* und *Poisson* durch ziemlich umständliche Betrachtungen aufgefundenen allgemeinen Differenzialgleichungen, welche die Wärmebewegung im Innern der Körper bestimmen, herleiten. Ich will jedoch diese Herleitung unterlassen, weil es mir nur darum zu thun ist, die oben gestellten speciellen Fragen zu beantworten, was vermittelst der Gleichungen (1) und (3) direkt geschehen kann.

Wärmemenge, die durch eine ebene Gefässwand von gleicher Dicke geht.

Es sei Tab. XVII, Fig. 73 A B C D eine ebene Gefässwand, die von zwei Medien berührt wird, deren Temperaturen unveränderlich $\varDelta_1$ und $\varDelta_0$ sind. Es sei $\varDelta_1 < \varDelta_0$, so dass die Wärme von A B nach C D geht. Wir setzen den Beharrungszustand der Wärmebewegung voraus, nehmen also an, dass sich die Temperatur irgend eines Punktes m mit der Zeit nicht ändert. Es sei t_1 die Temperatur der Wand längs A B, t_0 die Temperatur der Wand längs C D, u die Temperatur in der von A B um ζ abstehenden Ebene E F, e die Wanddicke oder die Entfernung der Ebenen A B und C D, γ_1 der Einstrahlungscoeffizient für den Eintritt der Wärme in A B, γ_0 der Ausstrahlungscoefficient für den Austritt der Wärme aus C D, λ der Wärmeleitungscoefficient zur Bestimmung der Wärmefortpflanzung im Innern, F die Fläche, durch welche die Wärme einströmt, W die

Wärmemenge, welche im Beharrungszustand der Bewegung in jeder Zeiteinheit durch das Wandstück von der Grösse F geht.

Vermöge des durch (1) ausgedrückten Satzes ist die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch AB entströmt $F\gamma_1(\Delta_1 - t_1)$, ist ferner die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch CD ausströmt $F\gamma_0(t_0 - \Delta_0)$. Vermöge des durch die Gleichung (3) ausgedrückten Gesetzes, ist die durch die Fläche EF in eine Zeiteinheit gehende Wärmemenge $-\lambda F \frac{du}{d\zeta}$. Da im Beharrungszustand diese drei Wärmemengen gleich gross und gleich W sein müssen, so hat man:

$$W = F\gamma_1(\Delta_1 - t_1) = F\gamma_0(t_0 - \Delta_0) = -\lambda F \frac{du}{d\zeta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Aus der Gleichheit $F\gamma_1(\Delta_1 - t_1) = -\lambda F \frac{du}{d\zeta}$ folgt durch Integration:

$$u = -\frac{\gamma_1(\Delta_1 - t_1)}{\lambda}\zeta + \text{const.}$$

Es ist aber für $\zeta = 0$ $u = t_1$, und für $\zeta = e$ $u = t_0$; demnach $t_1 = \text{const.}$ und $t_0 = -\frac{\gamma_1(\Delta_1 - t_1)}{\lambda}e + \text{const.}$, folglich:

$$t_0 = t_1 - \frac{\gamma_1(\Delta_1 - t_1)}{\lambda}e \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Auch ist:

$$u = t_1 - \frac{\gamma_1(\Delta_1 - t_1)}{\lambda}\zeta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Aus dieser letzten Gleichung ersieht man, dass die Temperatur innerhalb der Wand von AB an bis CD hin gleichförmig abnimmt. Vermöge der Gleichheiten (4) hat man auch:

$$\gamma_1(\Delta_1 - t_1) = \gamma_0(t_0 - \Delta_0)$$

Aus dieser Gleichung in Verbindung mit (5) findet man:

$$\left.\begin{aligned} t_0 &= \frac{\frac{\Delta_1}{\gamma_0} + \frac{\Delta_0}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}\Delta_0}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}} \\ t_1 &= \frac{\frac{\Delta_1}{\gamma_0} + \frac{\Delta_0}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}\Delta_1}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Setzt man diesen Werth von t_1 in den Ausdruck $W = F\gamma_1(\Delta_1 - t_1)$, so findet man:

$$W = F\frac{\Delta_1 - \Delta_0}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Hieraus sieht man, dass die in einer Zeiteinheit durch eine ebene Gefässwand gehende Wärmemenge der Fläche und der Temperatur-Differenz der Medien direkt, der

Wanddicke, aber nicht verkehrt proportional ist. Nur in dem Fall, wenn die Aus- und Einstrahlungs-Coeffizienten γ_1 und γ_0 ausserordentlich gross wären, so dass man $\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1}$ gegen $\frac{e}{\lambda}$ vernachlässigen dürfte, würde die Wärmemenge W der Wanddicke verkehrt proportional werden. Der Werth von W wird gross, wenn γ_0 γ_1 und λ grosse Werthe haben, d. h. wenn sowohl die Ein- und Ausstrahlung, als auch die Leitung leicht von Statten geht.

Wärmemenge, die durch eine Wand geht, welche aus mehreren sich berührenden Schichten von ungleichartigen Substanzen besteht.

Es sei Tab. XVII, Fig. 74:

$A_0 B_0 A_3 B_3$ eine aus drei Schichten gebildete Wand;
Δ_1 Δ_0 die Temperaturen der Medien, mit welchen die Wand in Berührung steht;
T_1 t_1 T_2 t_2 T_3 t_3 die Temperaturen an den Begränzungsflächen der Schichten;
γ_0 γ_1 γ_2 γ_3 die Wärmeübergangs-Coeffizienten an den Trennungsflächen $A_0 B_0$, $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, $A_3 B_3$ der Medien;
λ_1 λ_2 λ_3 die Wärmeleitungs-Coeffizienten für den Durchgang der Wärme durch die Schichten;
e_1 e_2 e_3 die Dicken der Schichten;
W die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch eine Fläche von der Ausdehnung F geht.

Dies vorausgesetzt, findet man nach den Grundsätzen, welche zu den Gleichungen (4) und (5) geführt haben, folgende Systeme von Gleichungen:

$$W = F\gamma_0(\Delta_1 - T_1) = F\gamma_1(t_1 - T_2) = F\gamma_2(t_2 - T_3) = F\gamma_3(t_3 - \Delta_0) \quad \ldots \quad (9)$$

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= T_1 - \frac{\gamma_0(\Delta_1 - T_1)e_1}{\lambda_1} \\ t_2 &= T_2 - \frac{\gamma_1(t_1 - T_2)e_2}{\lambda_2} \\ t_3 &= T_3 - \frac{\gamma_2(t_2 - T_3)e_3}{\lambda_3} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Aus den Gleichungen (9) folgt:

$$t_1 = T_2 + \frac{\gamma_0}{\gamma_1}(\Delta_1 - T_1)$$

$$t_2 = T_3 + \frac{\gamma_0}{\gamma_2}(\Delta_1 - T_1)$$

$$t_3 = \Delta_0 + \frac{\gamma_0}{\gamma_3}(\Delta_1 - T_1)$$

Führt man diese Werthe von t_1 t_2 t_3 in die Gleichungen (10) ein, so findet man:

$$T_2 + \frac{\gamma_0}{\gamma_1}(\Delta_1 - T_1) = T_1 - \frac{\gamma_0(\Delta_1 - T_1)e_1}{\lambda_1}$$

$$T_3 + \frac{\gamma_0}{\gamma_2}(\Delta_1 - T_1) = T_2 - \frac{\gamma_0 (\Delta_1 - T_1)\, e_2}{\lambda_2}$$

$$\Delta_0 + \frac{\gamma_0}{\gamma_3}(\Delta_1 - T_1) = T_3 - \frac{\gamma_0 (\Delta_1 - T_1)\, e_3}{\lambda_3}$$

Durch Addition dieser drei Gleichungen findet man:

$$\Delta_0 + \gamma_0 (\Delta_1 - T_1) \left[\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right] = T_1 - \gamma_0 (\Delta_1 - T_1) \left[\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}\right]$$

und hieraus folgt:

$$T_1 = \frac{\Delta_0 + \gamma_0 \Delta_1 \left[\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right] + \gamma_0 \Delta_1 \left[\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}\right]}{1 + \gamma_0 \left[\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}\right] + \gamma_0 \left[\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right]} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

Vermöge der Gleichungen (9) ist aber $W = F \gamma_0 (\Delta_1 - T_1)$. Führt man in diesen Ausdruck für W den Werth von T_1, den die Gleichung (11) darbietet, ein, so findet man:

$$W = \frac{F(\Delta_1 - \Delta_0)}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Mit diesem Ausdruck kann die Wärmemenge beurtheilt werden, welche durch eine Kesselwand eindringt, wenn dieselbe auf der den Verbrennungsgasen zugewendeten Seite mit einer Oxyd-Schichte und mit einer Russ-Schichte, auf der dem Kesselwasser zugekehrten Seite dagegen mit einer Oxyd-Schichte und mit einer Kesselstein-Schichte belegt ist. Die ganze Wand, welche die Wärme zu durchdringen hat, besteht in diesem Fall aus 5 Schichten (Tab. XVII, Fig. 75); man hat daher vermöge (12):

$$W = \frac{F(\Delta_1 - \Delta_0)}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \ldots + \frac{1}{\gamma_5} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{e_5}{\lambda_5}} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

Wir wollen diese Wärmemenge mit derjenigen vergleichen, die durch eine Metallwand von einer Dicke Δ_3 geht, wenn die Oberflächen derselben, wie es bei einem neuen Kessel der Fall ist, rein metallisch sind. Nennen wir zu diesem Behufe β_0 und β_1 die Coeffizienten für den Uebergang der Wärme aus Luft in Metall und aus Metall in Wasser, und W_1 die zu berechnende Wärmemenge, so ist:

$$W_1 = \frac{F(\Delta_1 - \Delta_0)}{\frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{\beta_1} + \frac{e_3}{\lambda_3}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Aus (14) und (13) folgt:

$$\frac{W}{W_1} = \frac{\frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{\beta_1} + \frac{e_3}{\lambda_3}}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \ldots + \frac{1}{\gamma_5} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{e_5}{\lambda_5}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Die Quotienten $\frac{1}{\gamma_0}\,\frac{1}{\gamma_1}\ldots\ldots\frac{1}{\gamma_5}$ drücken die Zeiten aus, in welchen durch eine Flächeneinheit bei einer Einheit der Temperatur-Differenz durch die Trennungsflächen der Schichten eine Wärmeeinheit durchgeht, und $\frac{e_1}{\lambda_1}\,\frac{e_2}{\lambda_2}\ldots\ldots\frac{e_5}{\lambda_5}$ sind die ähnlichen Zeiten für den Durchgang der Wärme durch die einzelnen Schichten. Die Nenner der Brüche (13) und (15) drücken also die Zeit aus, die vergeht, bis eine Wärmeeinheit durch alle die Wand bildenden Schichten geht, und folglich ist

$$\frac{1}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \ldots + \frac{1}{\gamma_5} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{e_5}{\lambda_5}} = k \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

die Wärmemenge, welche bei einer Temperatur-Differenz $\Delta_1 - \Delta_0$ von 1 Grad in einer Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit der Wand geht.

Die numerischen Werthe der Coeffizienten $\gamma_0 \gamma_1 \ldots \gamma_5\ \lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_5$ sind leider noch nicht durch Versuche oder durch Beobachtungen ausgemittelt worden, sondern man kennt nur annähernd die Werthe von k für mittlere Zustände der Heizapparate.

Für Dampfkessel, die sich in einem für den praktischen Gebrauch geordneten Zustand befinden, habe ich

$$k = \frac{1}{158} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

gefunden. Für Lufterhitzungsapparate, in welchen die eine Seite der Wand mit den Verbrennungsgasen, die andere Seite mit der zu erwärmenden Luft in Berührung steht, habe ich gefunden:

$$k = \frac{1}{253} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Aus der Gleichung (13) erkennt man, dass der Einfluss der Metalldicke e_3 der Kesselwand und des Leitungsvermögens λ_3 des Metalles immer mehr und mehr abnehmen, so wie die Russ-, Oxyd- und Kesselstein-Schichten mehr und mehr an Dicke gewinnen.

Wir können auch die grösste Temperatur des Metalles berechnen. Da das Metall die dritte Schichte ist, so ist die grösste Temperatur des Metalles T_3.

Nun hat man wie früher:

$$T_2 + \frac{\gamma_0}{\gamma_1}(\Delta_1 - T_1) = T_1 - \frac{\gamma_0 (\Delta_1 - T_1)\, e_1}{\lambda_1}$$

$$T_3 + \frac{\gamma_0}{\gamma_2}(\Delta_1 - T_1) = T_2 - \frac{\gamma_0 (\Delta_1 - T_1)\, e_2}{\lambda_2}$$

Durch Addition dieser Gleichungen folgt:

$$T_3 = T_1 \gamma_0 \left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}\right) - \Delta_1 \gamma_0 \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_0} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}\right)$$

Es ist aber, weil die Wandung aus fünf Schichten besteht:

$$T_1 = \frac{\Delta_0 + \gamma_1 \Delta_1 \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_4} + \frac{1}{\gamma_5} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \frac{e_4}{\lambda_4} + \frac{e_5}{\lambda_5}\right)}{\gamma_0 \left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_4} + \frac{1}{\gamma_5} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \frac{e_4}{\lambda_4} + \frac{e_5}{\lambda_5}\right)}$$

Substituirt man diesen Werth von T_1 in den obigen Ausdruck für T_3, so folgt:

$$T_3 = \Delta_1 - (\Delta_1 - \Delta_0)\frac{\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{\gamma_1}+\frac{1}{\gamma_2}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}}{\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{\gamma_1}+\frac{1}{\gamma_2}+\frac{1}{\gamma_3}+\frac{1}{\gamma_4}+\frac{1}{\gamma_5}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}+\frac{e_3}{\lambda_3}+\frac{e_4}{\lambda_4}+\frac{e_5}{\lambda_5}}$$

oder auch mit Berücksichtigung des Werthes von W:

$$T_3 = \Delta_1 - \frac{W}{F}\left(\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{\gamma_1}+\frac{1}{\gamma_2}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}\right)$$

Ist $\frac{1}{\gamma_0}\ \frac{1}{\gamma_1}\ \frac{1}{\gamma_2}\ \frac{e_1}{\lambda_1}\ \frac{e_2}{\lambda_2}$ klein, dagegen $\frac{1}{\gamma_3}\ \frac{1}{\gamma_4}\ \frac{1}{\gamma_5}\ \frac{e_3}{\lambda_3}\ \frac{e_4}{\lambda_4}\ \frac{e_5}{\lambda_5}$ gross, so kann die Wärme bis an die äussere Begränzungsfläche des Metalles leicht eindringen, aber von da an durch das Metall und durch die inneren Belegungen schwer durchgehen, und dann wird T_3 gross, d. h. dies Metall kann an den äusseren Begränzungsflächen eine hohe Temperatur annehmen.

Die für W aufgefundenen Ausdrücke stimmen mit dem von *Ohm* für den elektrischen Strom aufgestellten Gesetze überein. Der Werth von:

$$\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{\gamma_1}+\ldots+\frac{1}{\gamma_5}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}+\ldots+\frac{e_5}{\lambda_5}$$

ist nichts anderes als was *Ohm* den Leitungswiderstand genannt hat.

Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch eine cylindrische Gefässwand geht. (Tab. XVII, Fig. 76.)

Wir nehmen an, die Temperatur sei im Innern constant Δ_1, ausserhalb constant Δ_2 und $\Delta_1 > \Delta_2$, so dass die Wärme von innen nach aussen geht.

Nennen wir ferner:

r_1 den inneren, r_2 den äusseren Halbmesser des Cylinders;
t_1 und t_2 die Temperaturen des Cylinders an der inneren und an der äusseren Fläche;
γ_1 und γ_2 die Ein- und Ausstrahlungs-Coeffizienten;
λ den Leitungscoeffizienten;
l die Länge des Cylinders;
W die in einer Zeiteinheit durch den Cylinder gehende Wärme;
u die Temperatur des Wandmaterials in einer Entfernung ζ von der Axe des Cylinders.

Im Beharrungszustand der Erwärmung sind die durch die Cylinderflächen $2 r_1 \pi l$, $2 \zeta \pi l$, $2 r_2 \pi l$ in jeder Zeiteinheit gehenden Wärmequantitäten $2 r_1 \pi l \gamma_1 (\Delta_1 - t_1)$, $2 r_2 \pi l \gamma_2 (t_2 - \Delta_2)$, $-\lambda 2 \zeta \pi l \frac{du}{d\zeta}$ gleich gross und gleich W. Man hat daher die Gleichheiten:

$$W = 2\pi l \gamma_1 r_1 (\Delta_1 - t_1) = 2\pi l \gamma_2 r_2 (t_2 - \Delta_2) = -\lambda 2 \pi l \zeta \frac{du}{d\zeta} \quad \ldots \quad (19)$$

aus welchen die drei unbekannten Grössen t_1 t_2 und W bestimmt werden können.

Das Integrale der Gleichung:

$$W = -\lambda 2 \pi l \frac{\zeta\, du}{d\zeta}$$

ist:

$$u = -\frac{W}{2\pi l \lambda}\,\text{lognat.}\,\zeta + \text{const.} \quad \ldots \quad (20)$$

Nun ist für $\zeta = r_1$ $u = t_1$ und für $\zeta = r_2$ $u = t_2$; daher hat man:

$$t_1 = -\frac{W}{2\pi l \lambda}\,\text{lognat.}\, r_1 + \text{const.} \quad \ldots \quad (21)$$

$$t_2 = -\frac{W}{2\pi l \lambda}\,\text{lognat.}\, r_2 + \text{const.} \quad \ldots \quad (22)$$

Die Differenz dieser Ausdrücke gibt:

$$t_1 - t_2 = \frac{W}{2\pi l \lambda}\,\text{lognat.}\,\frac{r_2}{r_1} \quad \ldots \quad (23)$$

Aus den Gleichheiten (19) folgt:

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= \Delta_1 - \frac{W}{2\pi l \gamma_1 r_1} \\ t_2 &= \Delta_2 + \frac{W}{2\pi l \gamma_2 r_2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (24)$$

$$t_1 - t_2 = \Delta_1 - \Delta_2 - \frac{W}{2\pi l}\left(\frac{1}{\gamma_1 r_1}+\frac{1}{\gamma_2 r_2}\right) \quad \ldots \quad (25)$$

Setzt man die Werthe von $t_1 - t_2$, welche die Gleichungen (23) und (25) darbieten, einander gleich und sucht hierauf W, so findet man:

$$W = \frac{2\pi l (\Delta_1 - \Delta_2)}{\frac{1}{\gamma_1 r_1}+\frac{1}{\gamma_2 r_2}+\frac{1}{\lambda}\,\text{lognat.}\,\frac{r_2}{r_1}} \quad \ldots \quad (26)$$

Führt man diesen Werth von W in die Ausdrücke (24) ein, so erhält man auch:

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\frac{\Delta_1}{\gamma_2 r_2}+\frac{\Delta_2}{\gamma_1 r_1}+\frac{\Delta_1}{\lambda}\log.\frac{r_2}{r_1}}{\frac{1}{\gamma_1 r_1}+\frac{1}{\gamma_2 r_2}+\frac{1}{\lambda}\log.\frac{r_2}{r_1}} \\ t_2 &= \frac{\frac{\Delta_1}{\gamma_2 r_2}+\frac{\Delta_2}{\gamma_1 r_1}+\frac{\Delta_2}{\lambda}\log.\frac{r_2}{r_1}}{\frac{1}{\gamma_1 r_1}+\frac{1}{\gamma_2 r_2}+\frac{1}{\lambda}\log.\frac{r_2}{r_1}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (27)$$

Der Ausdruck (26) zeigt, dass die durch einen Cylinder gehende Wärme der Temperatur-Differenz der Medien proportional ist, und dass die Wanddicke $r_2 - r_1$ einen ziemlich complicirten Einfluss ausübt.

Ist die Wanddicke $r_2 - r_1$, die wir mit e bezeichnen wollen, sehr klein im Verhältniss zum Halbmesser r_1, so ist es erlaubt, annähernd:

$$\log.\frac{r_2}{r_1} = \log.\frac{r_1+e}{r_1} = \log.\left(1+\frac{e}{r_1}\right) = \frac{e}{r_1}$$

und:

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1 + e} = \frac{1}{r_1\left(1 + \frac{e}{r_1}\right)} = \frac{1 - \frac{e}{r_1}}{r_1} = \frac{1}{r_1} - \frac{e}{r_1^2}$$

zu setzen, und dann wird:

$$W = \frac{2\pi r_1 l (\varDelta_1 - \varDelta_2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} - \frac{e}{\gamma_2 r_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

Ist aber $\frac{\varDelta}{r_1}$ sehr klein, so darf man auch das im Nenner erscheinende Glied $\frac{e}{\gamma_2 r_1}$ vernachlässigen, und dann findet man:

$$W = \frac{2\pi r_1 l (\varDelta_1 - \varDelta_2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

Dieser Ausdruck stimmt mit jenem überein, den wir für eine ebene Gefässwand gefunden haben.

Diese Resultate gelten nicht nur, wenn $\varDelta_1 > \varDelta_2$, sondern auch dann, wenn $\varDelta_2 < \varDelta_1$, nur fällt dann der Werth von W negativ aus, weil in diesem Falle die Wärme von aussen nach innen in den Cylinder eindringt. Hieraus folgt der für manche praktische Zwecke nicht unwichtige Satz: dass die Wärmemenge, die durch die Wand eines Cylinders von aussen nach innen entströmt, wenn die äussere Temperatur höher ist als die innere, eben so gross ist als diejenige, welche von innen nach aussen entweicht, wenn die innere Temperatur höher ist als die äussere, vorausgesetzt, dass in beiden Fällen die Temperatur-Differenz der Medien gleich gross ist.

Wärmemenge, die durch eine kugelförmige Gefässwand geht.

(Tab. XVII, Fig. 76.)

Betrachten wir nun die Wärmebewegung durch ein sphärisches Gefäss, das innen und aussen mit Flüssigkeiten in Berührung steht, die ihre Temperatur mit der Zeit nicht ändern.

Nennt man:

r_1 r_2 die Halbmesser der inneren und der äusseren Kugelflächen;
$\varDelta_1$ $\varDelta_2$ die Temperaturen der Medien in der Kugel und ausserhalb derselben;
t_1 t_2 die Temperaturen an der inneren und äusseren Fläche der Gefässwand;
γ_1 und γ_2 die Ein- und Ausstrahlungs-Coeffizienten;
λ den Wärmeleitungs-Coeffizienten;
u die Temperatur in einer Entfernung ζ vom Mittelpunkt der Kugel;
W die Wärmemenge, welche in einer Zeiteinheit durch die kugelförmige Wand entweicht.

Die Wärmemengen, welche in einer Zeiteinheit durch die Kugelflächen gehen, deren Halbmesser r_1 ζ r_2 sind, haben in diesem Falle die Werthe $4 r_1^2 \pi \gamma_1 (\varDelta_1 - t_1)$, $4 r_2^2 \pi \gamma_2 (t_2 - \varDelta_2)$, $-4\zeta^2 \pi \lambda \frac{du}{d\zeta}$, und jede derselben ist gleich der Wärmemenge W, die in jeder Sekunde aus der Kugel entweicht. Wir haben daher:

$$W = 4 r_1^2 \pi \gamma_1 (\varDelta_1 - t_1) = 4 r_2^2 \pi \gamma_2 (t_2 - \varDelta_2) = -4 \zeta^2 \pi \lambda \frac{du}{d\zeta} \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

Das Integrale der Gleichheit

$$W = -4 \zeta^2 \pi \lambda \frac{du}{d\zeta}$$

ist:

$$u = \frac{W}{4\pi\lambda} \cdot \frac{1}{\zeta} + \text{const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

Nun ist für $\zeta = r_1$, $u = t_1$ und für $\zeta = r_2$, $u = t_2$; daher hat man:

$$t_1 = \frac{W}{4\pi\lambda} \frac{1}{r_1} + \text{const.}$$

$$t_2 = \frac{W}{4\pi\lambda} \frac{1}{r_2} + \text{const.}$$

Demnach auch:

$$t_1 - t_2 = \frac{W}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

Die Gleichheiten (30) geben:

$$t_1 = \varDelta_1 - \frac{W}{4\pi\gamma_1 r_1^2}$$

$$t_2 = \varDelta_2 + \frac{W}{4\pi\gamma_2 r_2^2}$$

$$t_1 - t_2 = \varDelta_1 - \varDelta_2 - \frac{W}{4\pi}\left(\frac{1}{\gamma_1 r_1^2} + \frac{1}{\gamma_2 r_2^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

Die Werthe von $t_1 - t_2$, welche (32) und (33) darbieten, einander gleich gesetzt und dann W gesucht, so findet man:

$$W = \frac{4\pi(\varDelta_1 - \varDelta_2)}{\frac{1}{\gamma_1 r_1^2} + \frac{1}{\gamma_2 r_2^2} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

Die durch eine kugelförmige Gefässwand gehende Wärmemenge ist also, wie man sieht, gerade so wie bei einer ebenen oder cylindrischen Wand der Temperatur-Differenz der Medien proportional. Die Halbmesser r_1 r_2 der Krümmungen haben jedoch bei den kugelförmigen Gefässen einen anderen Einfluss als bei den cylindrischen. Wenn $\varDelta_2 > \varDelta_1$ ist, geht die Wärmeströmung von aussen nach innen; dann sind aber die Coeffizienten γ_1 γ_2 k negativ zu nehmen, der Ausdruck für W ändert sich also nicht. Die durch die kugelförmige Gefässwand gehende Wärmemenge ist also in dem Falle, wenn die Strömung von innen nach aussen geht, eben so gross, als wenn sie von aussen nach innen geht, vorausgesetzt, dass die Temperatur-Differenz der Medien in beiden Fällen gleich gross ist.

Nennt man e die Wanddicke, so ist $r_2 = r_1 + e$, und der Ausdruck (34) für W wird dann:

$$W = \frac{4 r_1^2 \pi (\Delta_1 - \Delta_2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\left(\frac{r_1}{r_1 + e}\right)^2 + \frac{e}{\lambda}\left(\frac{r_1}{r_1 + e}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (35)$$

Ist e gegen r_1 sehr klein, so darf man annähernd $\frac{r_1}{r_1 + e}$ gleich der Einheit setzen, und dann erhält man:

$$W = \frac{4 r_1^2 \pi ({}_1\Delta - \Delta^2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (36)$$

ein Ausdruck, der mit dem für die ebene Wand gefundenen übereinstimmt.

Wenn die beiden Seiten einer Metallwand mit Gasen, die verschiedene Temperaturen haben, in Berührung stehen, ist der Leitungs-Coeffizient λ im Verhältniss zu dem Aus- und Einstrahlungs-Coeffizienten γ_1 und γ_2 sehr gross, und dann fällt das Glied $\frac{e}{\lambda}$ gegen $\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}$ sehr klein aus, so dass es ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden kann. In diesem Fall wird aber für eine ebene Wand annähernd:

$$W_1 = \frac{F(\Delta_1 - \Delta_2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (37)$$

d. h. die Wärmemenge ist, wenn der Leitungs-Coeffizient im Verhältniss zu den Ein- und Ausstrahlungs-Coeffizienten gross ist, unabhängig von der Metalldicke und von der Natur des Metalls, aus welchem die Wand besteht. Dies hat auch in der That *Peclet* durch Versuche gefunden.

Vergleichung der Wärmemengen, die durch eine Flächeneinheit einer ebenen, einer cylindrischen und einer sphärischen Wand gehen.

Nennen wir:

W_1 die Wärmemenge, die in der Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit einer ebenen Wand geht;

W_2 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der äusseren Fläche einer cylindrischen Wand geht;

W_3 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der innern Fläche einer cylindrischen Wand geht;

W_4 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der äusseren Fläche einer sphärischen Gefässwand geht;

W_5 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der innern Fläche einer sphärischen Gefässwand geht.

Vorausgesetzt, dass in allen diesen Fällen die Temperaturdifferenz der Medien und die Coeffizienten $\lambda, \gamma_1, \gamma_2$ die gleichen Werthe haben, erhält man aus den früher aufgefundenen Ausdrücken für $W_1 W_2 W_3 W_4 W_5$ folgende Formeln:

$$W_1 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (38)$$

$$W_2 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1}\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{r_2}{\lambda} \text{ lognat. } \frac{r_2}{r_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (39)$$

$$W_3 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\frac{r_1}{r_2} + \frac{r_1}{\lambda} \text{ lognat. } \frac{r_2}{r_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (40)$$

$$W_4 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{r_2^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (41)$$

$$W_5 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + \frac{r_1^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (42)$$

Nenn mant sowohl für ebene, als auch für cylindrische und sphärische Gefässe e die Wandicke und setzt voraus, dass dieselbe gegen die Halbmesser r_1 und r_2 klein sind, so darf man sich erlauben zu setzen:

$$\log. \frac{r_2}{r_1} = \text{lognat. } \frac{r_1 + e}{r_1} = \text{lognat. } \left(1 + \frac{e}{r_1}\right) = \frac{e}{r_1}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 + \frac{e}{r_1}$$

und dann wird:

$$W_2 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{\gamma_1}\frac{e}{r_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (43)$$

$$W_3 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} - \frac{1}{\gamma_2}\frac{e}{r_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (44)$$

$$W_4 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} + \frac{2}{\gamma_1}\frac{e}{r_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (45)$$

$$W_5 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} - \frac{2}{\gamma_2}\frac{e}{r_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (46)$$

Vergleicht man diese Werthe von $W_2 W_3 W_4 W_5$ mit dem Werth von W_1 (38), so sieht man leicht, dass:

$$W_5 > W_3 > W_1 > W_2 > W_4$$

Die grösste Wärmemenge geht demnach durch eine Flächeneinheit der inneren Fläche eines sphärischen Gefässes, die kleinste durch eine Flächeneinheit der äusseren Fläche eines sphärischen Gefässes. Die durch eine Flächeneinheit einer ebenen Wand gehende Wärme liegt zwischen derjenigen Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der inneren und äusseren Fläche einer cylindrischen Gefässwand geht.

Ist der Wärmeleitungscoeffizient λ in Vergleich zu dem Aus- und Einstrahlungscoeffizienten $\gamma_1 \gamma_2$ sehr gross, so kann man in allen für die Wärmemengen aufgefundenen Formeln das von den Leitungscoeffizienten abhängige Glied gegen die Glieder, welche den Einfluss der Strahlung ausdrücken, vernachläsigen. Dadurch werden aber die in der

Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit gehenden Wärmemengen von dem Leitungscoeffizienten, mithin von der Natur des Materials, aus welchem die Wand besteht, so wie auch von der Wanddicke beinahe unabhängig. Es ist also in dem Falle, wenn die Leitung im Verhältniss zur Strahlung sehr gross ist, die durch eine Wand gehende Wärmemenge sowohl von der Natur des Materials, als auch von der Wanddicke beinahe unabhängig.

Ist hingegen die Leitungsfähigkeit des Materials eine schwache, und sind dagegen die Ein- und Ausstrahlungen sehr stark, so kann man umgekehrt die von γ_1 und γ_2 abhängigen Glieder gegen das von λ abhängige vernachlässigen und dann findet man aus (38), (43), (44), (45), (46), dass annähernd

$$W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = W_5 = \lambda \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{e}$$

ist. In diesem Fall hat also die Form der Wand beinahe keinen Einfluss und ist für alle Gefässe die Wärmemenge, dem Leitungscoeffizienten und der Temperaturdifferenz der Medien direkt, der Wanddicke dagegen verkehrt proportional.

Zu diesen Folgerungen ist auch *Peclet* auf rein experimentalem Wege gekommen.

Wärmemenge, die in einer Sekunde durch die Wände einer Röhre geht, die von Wasser umgeben und von heisser Luft durchströmt wird.

Wir wollen uns die Aufgabe vorlegen, die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch die Wände eines Rohres geht, das aussen von Wasser umgeben und innen von heisser Luft durchströmt wird, unter folgenden Voraussetzungen zu bestimmen:

1. die Temperatur des Wassers, welches das Rohr umgibt, sei für jeden Punkt der Oberfläche des Rohres und für die ganze Dauer der Durchströmung constant;
2. der Querschnitt des Rohres sei so klein, dass man annehmen darf, es herrsche in allen Punkten eines bestimmten Querschnittes desselben die gleiche Temperatur;
3. die Temperatur der einströmenden Luft sei während der ganzen Strömung gleich gross, so dass man annehmen darf, dass die Temperatur in einem bestimmten Querschnitt des Rohres von der Zeit unabhängig sei;
4. die Wärmecapazität der Luft habe für alle Temperaturen ein und denselben Werth, oder sie sei unabhängig von der Temperatur;
5. die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch eine Blechfläche geht, die einerseits mit Wasser und anderseits mit Luft von bestimmter Temperatur in Berührung steht, sei der Ausdehnung der Fläche und der Differenz der diesseits und jenseits herrschenden Temperaturen proportional;

Nennen wir Tab. XVII, Fig. 77:

w die Temperatur des das Rohr umgebenden Wassers;
u_1 die Temperatur, mit welcher die Luft in das Rohr eintritt;
u_2 die Temperatur der aus dem Rohr strömenden Luft;
l die Luftmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde das Rohr durchströmt;
u die Temperatur, welche während der ganzen Dauer der Durchströmung in einem Querschnitt herrscht, der vom Einströmungsende um x entfernt ist;
f die innere Fläche des Rohres;
c den inneren Umfang des Rohres;

s die Wärmecapazität der Luft, d. h. die Wärmemenge, welche erforderlich ist um die Temperatur von 1 Kilogramm Luft um 1° des hunderttheiligen Thermometers zu erhöhen. Die Wärmecapazität des Wassers gleich der Einheit gesetzt;
k die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch einen Quadratmeter der Wandfläche geht, wenn die Temperaturdifferenz der Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Wand 1° beträgt;
$\alpha = 0 \cdot 00375$ der Ausdehnungscoeffizient der Gase für 1° Temperaturänderung;
$e = 2 \cdot 718$ die Basis der natürlichen Logarithmen;
$\mathfrak{W}$ die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch die Röhrenwand geht.

Durch den Querschnitt bei $m\,n$ geht in jeder Sekunde eine Luftmenge l mit einer Temperatur u. Durch den Querschnitt bei $m_1\,n_1$ geht in jeder Sekunde ebenfalls eine Luftmenge l, aber mit einer Temperatur $u - \frac{du}{dx}\,dx$. Die durch das Röhrenstückchen von der Länge dx in jeder Sekunde gehende Luftmenge l verliert demnach eine Wärmemenge $-l\,s\,\frac{du}{dx}\,dx$, oder (weil u nur allein von x und nicht von der Zeit abhängt) $-l\,s\,du$. Durch die Oberfläche $c\,dx$ geht aber in jeder Sekunde eine Wärmemenge $k\,(u-w)\,c\,dx$, man hat daher die Gleichheit:

$$k\,c\,(u-w)\,dx = -l\,s\,du \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

oder:

$$\frac{du}{u-w} = -\frac{k\,c}{l\,s}\,dx \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Das Integrale dieser Gleichung ist im Allgemeinen:

$$\text{lognat.}\,(u-w) = -\frac{k\,c}{l\,s}\,x + \text{const.} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Für $x = o$ ist $u = u_1$, für $cx = f$ ist $u = u_2$.
Es ist demnach:

$$\text{lognat.}\,(u_1 - w) = o + \text{const.}$$

$$\text{lognat.}\,(u_2 - w) = -\frac{k\,f}{l\,s} + \text{const.}$$

Die Differenz dieser Gleichungen gibt:

$$\text{lognat.}\,\frac{u_1 - w}{u_2 - w} = \frac{k\,f}{l\,s} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

und hieraus folgt:

$$u_2 = w + (u_1 - w)\,e^{-\frac{f\,k}{l\,s}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Die durch die Röhrenwand in einer Sekunde gehende Wärmemenge ist $s\,l\,(u_1 - u_2)$, daher hat man wegen (5):

$$\mathfrak{W} = s\,l\,(u_1 - w)\left(1 - e^{-\frac{f\,k}{l\,s}}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

In diesem Ausdruck erscheint weder die Länge noch der Querschnitt und auch nicht der innere Umfang der Röhre, sondern nur allein die innere Fläche. Zwei Röhren sind demnach für den Wärmedurchgang ganz gleichwerthig, wenn sie nur gleich grosse innere Flächen haben. Dies gilt jedoch nur mit der Beschränkung, welche in der zweiten Voraussetzung ausgesprochen wurde, nämlich nur für verhältnissmässig enge Röhren von nicht mehr als ungefähr 0·10 Meter Weite.

Wärmemenge, die durch die Heizfläche in den Kessel eindringt.

Um die Wärmemenge zu bestimmen, welche durch die Wände eines Lokomotivkessels eindringt, legen wir der Untersuchung eine Kesseleinrichtung zu Grunde, welche zwar von der üblichen abweicht, aber hinsichtlich der Wärmeabgabe keinen erheblichen Unterschied machen kann. Wir wollen nämlich annehmen, dass die engen Heizröhren nicht von einer Seitenwand, sondern dass sie von der Decke ausgehen, aber in ihrer ganzen Ausdehnung mit dem im Kessel befindlichen Wasser in Berührung stehen. Dann können wir die Feuerbüchse als eine weite von den Verbrennungsgasen nach vertikaler Richtung durchströmte Röhre betrachten.

Die von der Oberfläche des Brennstoffes an aufsteigenden glühend heisen Gase kommen nur theilweise mit den Wänden der Feuerbüchse in Berührung. Die an den Wänden aufsteigenden Gase wirken nicht nur durch Strahlung, sondern auch direkt durch Leitung auf die Wände, werden also mehr Wärme abgeben und sich mehr abkühlen, als die längs der vertikalen Axe der Feuerbüchse emporsteigende Masse, welche bei dem geringen Wärmeleitungsvermögen der Gase beinahe nur durch Strahlung auf die Wände der Feuerbüchse einwirkt, sich daher weniger abkühlen wird. Dieser Vorgang wird jedoch durch den Umstand modifizirt, dass die Aufsteigung der Gastheilchen nicht genau nach vertikaler Richtung erfolgt, sondern dass durch die mannigfaltigen Unregelmässigkeiten, die in dem ganzen Verbrennungsprozess vorkommen, die aufsteigenden Gase unter einander gemengt werden, was zur Folge haben muss, dass die Temperaturunterschiede in einem horizontalen Querschnitt in der Wirklichkeit kleiner ausfallen werden, als sie in dem Fall einer vollkommen genauen Vertikalaufsteigung der Gastheilchen sein würden. Wir werden daher keinen erheblichen Fehler begehen, wenn wir die Temperatur in einem bestimmten Horizontalquerschnitt als constant annehmen, also für die Feuerbüchse die gleiche Voraussetzung machen, welche streng genommen nur für eine sehr enge Röhre zulässig ist.

Wenn wir unter dieser Voraussetzung, die durch die Wände der Feuerbüchse gehende Wärme berechnen, so müssen wir ein zu günstiges Resultat finden; denn wir nehmen gleichsam an, dass alle Gastheilchen mit den Wänden in Berührung kommen, was für die Wärmeabgabe viel günstiger ist, als wenn nur ein Theil der Gase mit den Wänden in Berührung kommt, oder längere Zeit in Berührung bleibt.

Die Temperatur, mit welcher die einzelnen Gastheilchen die Einmündungen der engen Heizröhren des Kessels erreichen, ist nicht für alle Röhren gleich gross. In den mittleren Röhren tritt das Gas mit höherer Temperatur ein, als in den peripherischen Röhren und es wird überhaupt die Temperatur von der Mündung der mittleren Röhre an gegen die peripherischen Röhren hin nach einem gewissen Gesetz abnehmen. Schon aus diesem Grund werden die centralen Röhren mehr Wärme an das Wasser abgeben, als die peripherischen Röhren. Dazu kommt noch, dass in den centralen Röhren eine etwas grössere Gasmenge eintritt, was ebenfalls ihre Wirkung steigert. Diese Differenzen der Temperaturen und der Gasmengen, welche in einzelnen Röhren eintreten, können jedoch, weil

in der Feuerbüchse eine ziemlich vollständige Mengung der Gase stattfindet, nicht sehr gross sein, wie auch der Umstand beweiset, dass doch alle Röhren ziemlich gleich lang dauern, was nicht der Fall sein könnte, wenn die Temperaturdifferenzen an den Mündungen der einzelnen Röhren bedeutend wären.

Wir werden daher keinen erheblichen Fehler begehen, wenn wir für alle Heizröhren ganz identische Wärmeverhältnisse annehmen, uns also erlauben, die Seite 49 aufgefundenen Resultate für jede einzelne Röhre gelten zu lassen.

Für die Berechnung der Wärmemenge, welche durch die Heizfläche des Kessels eindringt wählen wir nebst den Bezeichnungen, die wir im Vorhergehenden angenommen haben, noch folgende:

B Brennstoffmenge in Kilogrammen, die per 1'' verbrannt wird;
$\mathfrak{H}$ Wärmemenge, die durch Verbrennen von 1 Kilogramm Brennstoff entwickelt wird. Wenn die Verbrennung äusserst vollkommen erfolgt, ist $\mathfrak{H}$ die Heizkraft des Brennstoffs.
$\mathfrak{L}$ Luftmenge in Killogrammen, welche in jeder Sekunde durch den Rost in den Feuerungsraum eintritt.
u_0 Temperatur dieser Luft vor ihrem Eintritt.
U Temperatur, welche in dem horizontalen Querschnitt unmittelbar über dem glühenden Brennstoff herrscht.
F_1 Heizfläche der Feuerbüchse.
F_2 Heizfläche sämmtlicher Heizröhren.
$F = F_1 + F_2$ totale Heizfläche des Kessels.
W_1 Wärmemenge, welche durch die Wände der Feuerbüchse eindringt.
W_2 Wärmemenge, welche durch sämmtliche Heizröhren eindringt.
$W = W_1 + W_2$ totale in den Kessel eindringende Wärme.

Dies vorausgesetzt, können wir zur Beantwortung unserer Frage schreiten.

Die Wärmemenge, welche durch den Brennstoff in jeder Sekunde entwickelt wird, ist $B\,\mathfrak{H}$, diese Wärme wird zunächst von der Luftmenge $\mathfrak{L}$ aufgenommen, wodurch sie eine Temperaturerhöhung $U - u_0$ erleidet, wir können daher annähernd setzen:

$$B\,\mathfrak{H} = L\,s\,(U - u_0) \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

woraus sich ergibt:

$$U = u_0 + \frac{B\,\mathfrak{H}}{L\,s} \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Da wir die für enge Röhren gefundenen Resultate auch für die Feuerbüchse gelten lassen, so haben wir vermöge der Gleichungen (5) und (6)

$$u_1 = w + (U - w)\, e^{-\frac{F_1 k}{L s}} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

$$W_1 = s\,L\,(U - w)\left(1 - e^{-\frac{F_1 k}{L s}}\right) \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Eben so erhalten wir auch für die Wärmemenge W_2, welche durch sämmtliche Röhren in den Kessel eindringt, vermöge der Gleichung (6)

$$W_2 = s\,L\,(u_1 - w)\left(1 - e^{-\frac{F_2 k}{L s}}\right) \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

Substituirt man in diesen Ausdruck den Werth von u_1, welchen die Gleichung (9) darbietet, so findet man

$$W_2 = s L (U - w) e^{-\frac{F_1 k}{L s}} \left(1 - e^{-\frac{F_2 k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Durch Summation von (10) und (12) folgt wegen $F_1 + F_2 = F$

$$W = s L (U - w) \left(1 - e^{-\frac{F k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Setzt man in (10) (12) (13) den Werth von U, welchen die Gleichung (8) darbietet, so findet man:

$$\frac{W_1}{B \mathfrak{H}} = \left[1 - (w - u_0)\frac{s L}{B \mathfrak{H}}\right]\left(1 - e^{-\frac{F_1 k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

$$\frac{W_2}{B \mathfrak{H}} = \left[1 - (w - u_0)\frac{s L}{B \mathfrak{H}}\right] e^{-\frac{F_1 k}{L s}} \left(1 - e^{-\frac{F_2 k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

$$\frac{W}{B \mathfrak{H}} = \left[1 - (w - u_0)\frac{s L}{B \mathfrak{H}}\right]\left(1 - e^{-\frac{F k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Auch findet man:

$$\frac{W_2}{W_1} = e^{-\frac{F_1 k}{L s}} \frac{1 - e^{-\frac{F_2 k}{L s}}}{1 - e^{-\frac{F_1 k}{L s}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Man kann auch noch das Verhältniss der Wärmemengen suchen, die durch einen Quadratmeter Feuerbüchsenwand und durch einen Quadratmeter Heizröhrenfläche gewonnen werden. Dieses Verhältniss ist:

$$\frac{\frac{W_1}{F_1}}{\frac{W_2}{F_2}} = \frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{F_1 k}{L s}}}{1 - e^{-\frac{F_2 k}{L s}}} \cdot e^{+\frac{F_1 k}{L s}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Von diesen Resultaten ist (16) das wichtigste. Aus diesem geht hervor, dass die totale Wärmemenge, die in den Kessel eindringt, weder von der absoluten Grösse der Heizfläche der Feuerbüchse, noch von der absoluten Grösse der Heizfläche der Röhren abhängt, sondern dass sich dieselbe nach der absoluten Grösse der totalen Heizfläche des Kessels richtet. Zwei Kessel, die gleich grosse totale Heizflächen besitzen, sind demnach für die Dampfproduktion gleichwerthig, sie mögen nun gleich grosse, oder ungleich grosse Feuerbüchsen haben. Die Herren Ingenieure, welche für die Vergrösserung der Feuerbüchsen schwärmen, werden sich wohl über kurz oder lang zu einer Meinungsänderung veranlasst sehen.

Dass es hinsichtlich der Wärmebenutzung auf die Grösse der Feuerbüchse nicht ankommt, ist auch ohne alle Rechnung leicht einzusehen. Ist die Feuerbüchse klein, so

wird sie wenig Wärme aufnehmen, aber eben desshalb werden die Gase mit einer hohen Temperatur in die Röhren eintreten, daher an dieselben viel Wärme abgeben. Ist die Feuerbüchse gross, so wird an dieselbe viel Wärme abgegeben, die Gase werden stark abgekühlt in die Röhren eintreten, und daselbst nur wenig erwärmend wirken können.

Da die Schwierigkeit einer soliden Construktion der Feuerbüchse mit ihrer Grösse wächst, so muss man als Regel aussprechen, dass die beste Feuerbüchse die kleinste ist, mit welcher es möglich wird, einen für die vollständige Verbrennung des Brennstoffes hinreichend grossen Rost und die nöthige Anzahl Röhren anzubringen.

Pambour hat bekanntlich zuerst durch Versuche gefunden, dass ein Quadratmeter der Heizfläche der Feuerbüchse 3 mal so viel Dampf entwickelt, als ein Quadratmeter der Röhrenfläche. Aus dieser Thatsache haben viele Ingenieure geglaubt schliessen zu dürfen, dass es vortheilhaft sein müsste, den Feuerbüchsen eine grosse und den Röhren eine kleine Fläche zu geben. Consequenterweise hätte man nach dieser Art zu schliessen, folgern können, dass es am besten sein müsste, die Röhren ganz wegzulassen und alle Wärme durch eine grosse Feuerbüchse zu gewinnen. Auch die sogenannte Reduktion der Heizfläche der Röhren beruht auf einer unrichtigen Auffassung und hat weder einen wissenschaftlichen Sinn, noch eine praktische Bedeutung.

Wenn ich aber sage, dass es für die Wärmebenutzung blos auf die totale Heizfläche ankomme, so ist das nicht so zu verstehen, als ob die Länge, Weite und Anzahl der Röhren in jeder Hinsicht gleichgültig wäre. Wenn von der Zweckmässigkeit einer Kesselanordnung die Rede ist, kommt auch der Widerstand in Betrachtung, den die Röhren dem Durchgang der Luft entgegensetzten und in dieser Hinsicht soll der Flächenraum der Querschnitte der Röhren möglichst gross sein. Von diesen Verhältnissen wird in der Folge, wenn von der Anfachung des Feuers durch die Wirkung des Blasrohres gehandelt wird, weiteres folgen.

Wir wollen nun sehen, welche numerische Resultate uns die aufgestellten Formeln liefern. Für diese numerischen Berechnungen müssen wir uns zunächst über mehrere in den Formeln erscheinende Grössen erklären.

Die spezifische Wärme s der Verbrennungsgase kann jener der atmosphärischen Luft gleich gesetzt werden, denn die Verbrennungsgase bestehen doch grösstentheils aus Bestandtheilen der atmosphärischen Luft. Zum absolut vollkommenen Verbrennen von 1 Kilogramm Coaks sind wenigstens 12 Kilogramme atmospährische Luft nothwendig, die das Verbrennen unterhaltende Luftmenge beträgt aber bei Dampfkesselheizungen in der Regel das $1\frac{1}{3}$fache, von dieser kleinsten Menge also gewöhnlich 16 Kilogramme. $^{16}/_{17}$ Gewichtstheile der Verbrennungsgase rühren also von atmosphärischer Luft her. Wir dürfen also setzen:

$$s = 0{\cdot}2669, \quad L = 16\, B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

Die Spannung des Dampfes beträgt in den Lokomotivkesseln in der Regel 5 Atmosphären, wir dürfen also für die Temperatur w des Wassers im Kessel 150° rechnen, setzen also:

$$w = 150^\circ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Die in den Feuerherd einströmende Luft ist bei den meisten Lokomotiven nicht vorgewärmt, hat also nur die niedrige Temperatur der Atmosphäre. Wir wollen annehmen:

$$u_0 = +10^\circ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Die Verbrennung geht in dem Lokomotivkessel sehr vollkommen vor sich, die Lokomotive rauchen fast gar nicht. Wir wollen Coaksfeuerung annehmen und dürfen desshalb setzen:

$$\mathfrak{H} = 7000 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Für den Coeffizienten k, welcher die Wärmemenge ausdrükt, die in 1 Sekunde durch 1 Quadratmeter Kesselwand geht, wenn die Temperaturdifferenz zu beiden Seiten der Wand 1° beträgt, habe ich den Werth $\frac{1}{158}$ gefunden. Wir setzen also:

$$k = \frac{1}{158} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

Für die Heizflächen $F_1 F_2 F$ wollen wir die bei neueren Personenlokomotiven vorkommenden mittleren Werthe annehmen. Wir setzen desshalb:

$$F_1 = 6 \text{ Quadratmeter}, \quad F_2 = 72, \quad F = 78 \text{ Quadratmeter} \quad \ldots \ldots \quad (24)$$

Wenn wir annehmen, dass der nach den Cylindern strömende Dampf kein Wasser mitreisst, wirkt die in den Kessel eindringende Wärmemenge auf Dampfbildung, und da der Kessel aus dem Tender mit Wasser von 100° Temperatur gespeist wird, so ist zur Umwandlung von 1 Kilogramm Wasser von 100° Temperatur in Dampf von irgend einer Spannkraft eine Wärmemenge von 650 — 100 = 550 Wärmeeinheiten nothwendig. Die Dampfmenge in Kilogrammen, welche der Kessel für 1 Kilogramm Brennstoff liefert, ist demnach:

$$\frac{7000}{550} \cdot \frac{W}{B\mathfrak{H}} = 12 \cdot 7 \frac{W}{B\mathfrak{H}}$$

Vermittelst dieser Annahme liefern die Formeln (14) bis (18) folgende Resultate:

Wärmeverhältnisse.	Brennstoff in Kilog. (Coaks), der in 1″ auf dem Rost verbrennt.				
	0·04	0·06	0·09	0·13	0·18
$W_1 : B\mathfrak{H}$	0·1829	0·1264	0·0862	0·0607	0·0442
$W_2 : B\mathfrak{H}$	0·6811	0·6567	0·5768	0·4785	0·3802
$W : B\mathfrak{H}$	0·8640	0·7821	0·6630	0·5392	0·4344
$W_2 : W_1$	3·7	5·19	6·68	7·88	8·60
$\frac{W_1}{F_1} : \frac{W_2}{F_2}$	3·22	2·31	1·79	1·52	1·38
Dampfproduktion des Kessels mit 1 Kilog. Coaks	10·9	9·93	8·4	6·8	5·4

Aus den Zahlen dieser Tabelle ersieht man, in welchem Maase die Leistungen des Kessels bei starker Heizung desselben ungünstiger ausfallen, als bei schwacher. Wenn in 1 Sekunde nur 0.04, oder stündlich nur 144 Kilogramme Coaks verbrannt werden, gibt die Rechnung, dass 86% von der durch die Verbrennung entwickelten Wärme in den Kessel eindringt, wo hingegen nur 43% dieser Wärme gewonnen werden, wenn in der Sekunde 0·18, oder in der Stunde 648 Kilogramme verbrannt werden. Personenlokomotive verbrauchen gewöhnlich bei leichteren Zügen von 12 bis 16 beladenen Wägen 0·09 Kilogramme Coaks in 1 Sekunde. Für eine solche Feuerung gibt die Tabelle für

die Leistungen des Kessels 66% oder 8 Kilogramm Dampf für 1 Kilogramm Coaks. Diese Leistungen nach Prozenten ist mit den Erfahrungen übereinstimmend. Die Dampfproduktion von 8 Kilogramm Dampf für 1 Kilogramm Coaks ist etwas zu gross, was nicht von den Formeln, sondern von dem Umstand herrührt, dass eine äusserst vollkommene Verbrennung und ferner noch angenommen wurde, dass der Dampf kein Wasser mit sich fortreisse. Nimmt man an, dass 1 Kilogramm Dampf w_1 Kilogramm Wasser mit sich fortreisst, so ist die Dampfmenge, welche durch 1 Kilogramm Coaks gewonnen wird:

$$\frac{\mathfrak{H}\left(\frac{W}{B\mathfrak{H}}\right)}{550 + 140\, w_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (25)$$

Nach den Versuchen von *Lechatellier* beträgt die Wassermenge, welche 1 Kilogramm Dampf mitreist, wenigstens 0·2 Kilogramme, es ist also w wenigstens gleich 0·2. In den meisten Fällen ist aber w_1 gleich 0·3 bis 0·4 Kilogrammen. Nehmen wir:

$$\mathfrak{H} = 7000 \quad \frac{W}{B\mathfrak{H}} = 0{\cdot}66 \quad W_1 = 0{\cdot}4$$

so wird die Dampfmenge, welche mit 1 Kilogramm Coaks produzirt wird 7·6 Kilogramme.

Die fünfte der horizontalen Zahlenreihe zeigt, in welchem Maasse ein Quadratmeter der Heizfläche der Feuerbüchse mehr leistet, als ein Quadratmeter der Heizfläche der Röhren. Dieses Verhältniss ist keineswegs constant; es ist bei schwachen Heizungen grösser als bei starken, was auch ganz in der Natur der Sache begründet ist, denn wenn schwach geheizt wird, ist wohl in der Feuerbüchse eine hohe Temperatur, gegen das Ende der Röhren hin aber nur eine schwache; 1 Quadratmeter der Feuerbüchse wird also in diesem Falle viel mehr leisten als 1 Quadratmeter der Röhren. Wird dagegen stark geheizt, so herrscht auch in den Röhren in ihrer ganzen Ausdehnung eine hohe Temperatur, der Unterschied der Leistungen von 1 Quadratmeter Feuerbüchse und von 1 Quadratmeter Röhrenfläche muss also um so kleiner ausfallen, je mehr geheizt wird.

Will man also die Heizfläche der Röhren auf die Heizfläche „reduziren", so muss man nicht einen constanten, sondern man muss einen variablen Reduktionscoeffizienten in Rechnung bringen. Das beste ist aber, wenn man diese „Reduktion" ganz unterlässt, weil dadurch doch keine Einsicht gewonnen wird.

Wärmemenge, die durch die einzelnen Theile des Röhrensystems gewonnen wird.

Interessant ist es, die Wärmemenge zu bestimmen, die durch die einzelnen Theile des Röhrensystems in den Kessel eindringt. Setzt man in der Gleichung (15) nämlich in:

$$\frac{W_2}{B\mathfrak{H}} = \left[1 - (w - u_0)\frac{sL}{B\mathfrak{H}}\right] e^{-\frac{F_1 k}{Ls}} \left(1 - e^{-\frac{F_2 k}{Ls}}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (26)$$

$w = 150°$ $u_0 = 10°$ $L = 16\,B$ $\mathfrak{H} = 7000$ $s = 0{\cdot}2669$ $F_1 = 6$ Quadratmeter $B = 0{\cdot}09$

und der Reihe nach

$F_2 = 18 \quad 36 \quad 54 \quad 72$ Quadratmeter, so findet man für das Verhältniss der Wärmemenge, die durch

$$\frac{1}{4} \qquad \frac{2}{4} \qquad \frac{3}{4} \qquad \frac{4}{4}$$

der Röhrenfläche eindringt, zur Wärmemenge $B\mathfrak{H}$, welche den Brennstoff entwickelt, folgende Werthe:

0·2118 0·3695 0·4869 0·5742

Die Differenzen dieser Zahlen geben in Prozenten an, wie viel Wärme durch das 1., 2., 3., 4. Viertel der Röhrenfläche gewonnen wird. Diese Differenzen sind:

0·2118 0·1577 0·1174 0·0873

Es werden also bei dieser angenommenen Heizung mit 0.09 Kilogrammen Coaks per Sekunde, durch das 1. Viertel 21%, durch das 2. 16%, durch das 3. Viertel 12% und durch das letzte Viertel 8% gewonnen. Für diese Heizung haben also die Röhren eine hinreichende Oberfläche, indem durch das letzte Viertel nur noch 8% gewonnen werden, so dass also eine weitere Vergrösserung der Heizfläche der Röhren in diesem Falle nicht mehr eine beachtenswerthe Wirkung hervorbringen könnte.

Würde man dieselbe Rechnung für eine starke Heizung von etwa 0.18 Kilogrammen Coaks per Sekunde durchführen, so fände man für die Wärmemenge, die durch die einzelnen Viertheile des Kessels gewonnen werden könnten, nur wenig von einander verschiedene Werthe, und die durch das letzte Viertel gewinnbare Wärme würde so beträchtlich ausfallen, dass für eine so starke Heizung die angenommene Totalfläche der Röhren als zu klein erscheinen müsste.

Temperatur der in die Rauchkammer entweichenden Gase.

Zur Bestimmung der Temperatur u_2, mit welcher die Verbrennungsgase die Röhren verlassen und in die Rauchkammer treten, hat man die Formel:

$$u_2 = w + \left[\frac{B\mathfrak{H}}{Ls} - (w - u_0)\right] e^{-\frac{Fk}{Ls}} \qquad (26)$$

Setzt man in dieselbe:

$$w = 150 \quad u_0 = 10^\circ \quad L = 16\,B \quad \mathfrak{H} = 7000 \quad s = 0{\cdot}2669 \quad k = \frac{1}{158}$$

so findet man für:

$B =$	0·04	0·06	0·09	0·13	0·18
$u_2 =$	234	368	568	767	939

woraus man ebenfalls ersehen kann, in welchem Grade eine starke Heizung unvortheilhaft ist, oder wie ungünstig eine im Verhältniss zur Brennstoffmenge, die verbrannt wird, kleine Heizfläche ist. Da wir im Kessel eine Spannung von 5 Atmosphären und desshalb eine Temperatur von 150° angenommen haben, so kann die Temperatur, mit welcher die Gase die Röhren verlassen, nie kleiner als 150° sein. Bei niedrigen Dampfspannungen fallen die Temperaturen u_2 kleiner, mithin günstiger aus, es ist also die unvermeidlich hohe Temperatur des Wassers im Kessel für die Benützung der Wärme nachtheilig.

Die anfachende Wirkung des Blasrohres.

Das Blasrohr ist ein nicht unwichtiger Theil der Lokomotive. Die Feuerung einer Lokomotive erfordert eine sehr lebhafte Anfachung. Eine Lokomotive von gewöhnlicher Grösse entwickelt einen Effekt von mehr als hundert Pferdekräften, der Rost ist aber doch nicht grösser als der einer stehenden Maschine von zehn Pferdekräften. Die Dicke der Brennstoffschichte beträgt bei stehenden Maschinen 0·12 bis 0·16 Meter, in den Lokomotivkesseln hingegen 0·6 bis 0·7 Meter. Es muss also bei einem Lokomotivkessel durch eine zehnmal kleinere Rostfläche und durch eine viermal dickere Brennstoffschichte eben so viel Luft eindringen, als durch den Rost einer hundertpferdigen Landmaschine.

Diese heftige Anfachung wird bekanntlich bei Lokomotiven durch das Blasrohr bewirkt. Indem der Dampf, nachdem er auf die Maschine gewirkt hat, am Ende jedes Schubes stossweise und mit grosser Vehemenz durch die Mündung des Blasrohres ausströmt, reisst er die in dem Rauchrohr und in der Rauchkammer befindlichen Verbrennungsgase mit sich fort, dadurch entsteht zunächst eine Gasverdünnung in der Rauchkammer, was zur Folge hat, dass die in den Röhren des Kessels befindlichen Gase durch die in der Feuerbüchse herrschende Pressung in die Rauchkammer getrieben werden, während gleichzeitig die in der Feuerbüchse enthaltenen Gase in die Röhren eintreten, dadurch entsteht aber in der Feuerbüchse eine Abnahme der Pressung und dies hat zur Folge, dass die äussere Luft durch den Druck der Atmosphäre in die Feuerbüchse getrieben wird.

Wenn in jeder Sekunde durchschnittlich eine gewisse Quantität atmosphärische Luft durch die Lokomotivkessel strömen soll, muss die Differenz zwischen dem äusseren atmosphärischen Druck und dem in der Rauchkammer herrschenden Druck so gross sein, dass dadurch überwunden werden kann: 1. der Widerstand, den das auf dem Rost liegende Brennmaterial dem Durchgang der Luft entgegensetzt; 2. die Reibung der Luft an der Heizfläche des Kessels; 3. die Widerstände, welche durch Verengungen und Ausweitungen des inneren Röhrensystems entstehen.

Vernachlässigt man die Dichtigkeitsänderungen, welche die Luft während ihrer Bewegung aus der Feuerbüchse in der Rauchkammer erleidet, so findet man nach den bekannten Methoden, durch welche die Bewegung der Gase in Röhrenleitungen bestimmt werden kann, für die Differenz der Pressungen in der Feuerbüchse und in der Rauchkammer per 1 Quadratmeter folgenden Ausdruck:

$$\frac{L^2}{2g\gamma^2}\left[\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega^2}\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega_2}\right)^2 + \frac{2g\mu F}{\omega^3}\right] \qquad (1)$$

in welchem bedeutet:

- L die Luftmenge in Kilogrammen, welche per 1″ durch den Kessel strömt;
- γ das Gewicht von 1 Kubikmeter der durch die Röhren strömenden Gase. Um γ zu berechnen, muss man eine mittlere Temperatur in Rechnung bringen;
- ω_1 den Querschnitt der Feuerbüchse;
- ω_2 den Querschnitt der Rauchkammer;
- ω die Summe der Querschnitte aller Heizröhren des Kessels;
- m den Contraktionscoeffizienten für den Eintritt der Gase in die Heizröhren;
- F die totale Heizfläche (Reibungsfläche) des Kessels;
- $g = 9{\cdot}808$ die Beschleunigung durch die Schwere;
- $\mu = 0{\cdot}0003302$ den Luftreibungscoeffizienten.

Da es sich hier nur um ungefähre Annäherungen an die Wahrheit handeln kann, dürfen wir uns erlauben, die Glieder $\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}$ zu vernachlässigen und dann wird der Ausdruck (1):

$$\frac{L^2}{2g\gamma^2\omega^2}\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\frac{2g\mu F}{\omega}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die unregelmässigen Kanäle zwischen den Brennstoffstücken kann man als ein Röhrensystem ansehen, in welchem die Luft theils durch Reibung, theils durch wiederholt vorkommende plötzliche Geschwindigkeitsänderungen in ihrer Bewegung gehemmt wird. Die Reibungsfläche dieses Kanalsystems darf wohl dem Querschnitt und der Dicke der Brennstoffmasse proportional gesetzt werden. Die Geschwindigkeitsverluste in den Querschnittsverengungen und Erweiterungen werden um so öfter eintreten, je dicker die Brennstoffschichte ist. Die Summe der Horizontalquerschnitte aller Kanäle muss der Rostfläche proportional genommen werden. Man wird also für die Differenz zwischen dem atmosphärischen Druck und der Pressung in der Rauchkammer einen Annäherungsausdruck finden, wenn man in (2) setzt:

für ω eine der Rostfläche proportionale Grösse;

für $1+\left(\frac{1}{m}-e\right)^2$ eine der Dicke der Brennstoffschichte proportionale Grösse;

für F eine dem Brennstoffvolumen proportionale Grösse.

Auf diese Weise findet man für die oben genannte Differenz folgenden Ausdruck:

$$c\lambda\left(\frac{L}{R}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

wobei λ die Dicke der Brennstoffschichte, R die Fläche des Rostes, c eine von der Natur des Brennstoffes und von der Grösse der Brennstoffstücke abhängige Grösse bezeichnet.

Durch Addition der Ausdrücke (2) und (3) findet man für den Unterschied zwischen dem äusseren atmosphärischen Druck und dem Druck in der Rauchkammer folgenden Ausdruck:

$$L^2\left\{\frac{c\lambda}{R^2}+\frac{1}{2g\gamma^2}\left(\frac{1}{\omega}\right)^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\frac{2g\mu F}{\omega}\right]\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Nun ist die Frage zu beantworten, in welcher Weise dieser Pressungsunterschied mit der Wirkung des Blasrohres zusammenhängt? Dies zu entscheiden wird wohl nicht leicht möglich sein. Wahrscheinlich ist dieser Pressungsunterschied der Geschwindigkeitshöhe proportional, die der Geschwindigkeit entspricht, mit welcher der Dampf durch die Mündung des Blasrohres austritt. Nennt man:

S die Dampfmenge in Kilogrammen, welche im Mittel in jeder Sekunde durch das Blasrohr entweicht;

Ω den Querschnitt der Mündung des Blasrohres;

$\mathfrak{A}$ den Druck der Atmosphäre auf einen Quadratmeter;

$\alpha + \beta\,\mathfrak{A}$ das Gewicht eines Kubikmeters Dampf von einer Atmosphäre Spannung, so ist die mittlere Ausströmungs-Geschwindigkeit:

$$\frac{S}{\Omega\,(\alpha+\beta\mathfrak{A})}$$

und dieser entspricht eine Geschwindigkeitshöhe

$$\frac{1}{2g}\,\frac{S^2}{\Omega^2(\alpha+\beta\mathfrak{A})^2}$$

Es ist aber $\frac{1}{2g(\alpha+\beta\mathfrak{A})}$ eine constante Zahl, die wir mit C bezeichnen wollen. Da es sich nur um eine Proportionalität handelt, so können wir nun setzen:

$$C\,\frac{S^2}{\Omega^2} = L^2\left\{\frac{c\lambda}{R^2}+\frac{1}{2g\gamma^2}\left(\frac{1}{\omega}\right)^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\frac{2g\mu F}{\omega}\right]\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Aus dieser Gleichung folgt:

$$L = \frac{S}{\Omega}\sqrt{\left\{\frac{C}{\frac{c\lambda}{R^2}+\frac{1}{2g\gamma^2}\left(\frac{1}{\omega}\right)^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\frac{2g\mu F}{\omega}\right]}\right\}} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Dieser Ausdruck bestimmt also unter der mit der Natur der Sache wahrscheinlich harmonirenden Voraussetzung: dass die Differenz zwischen dem atmosphärischen Druck und dem in der Rauchkammer herrschenden Druck der Geschwindigkeitshöhe, die der Ausströmung des Dampfes aus dem Blasrohr entspricht, proportional ist, die Luftmenge in Kilogrammen, die in einer Sekunde in die Kesselfeuerung einströmt.

Diese Luftmenge ist der Verdampfung S direkt, und dem Querschnitt der Blasrohrmündung verkehrt proportional. Damit die Pressungen in den Cylindern vor den Kolben möglichst klein ausfallen, soll die zur Erzeugung einer gewissen Dampfmenge erforderliche Luftmenge mit einer möglichst weiten Blasrohrmündung herbeigeführt werden. Es ist also für die Verwendung des Brennstoffes vortheilhaft, wenn der Nenner der Grösse unter dem Wurzelzeichen des Ausdrucks (6) klein ausfällt, d. h. es ist vortheilhaft: 1) eine grosse Rostfläche; 2) eine geringe Dicke der Brennstoffschichte; doch darf diese nicht unter eine gewisse Gränze herabsinken, weil sonst zu viel Luft in den Feuerraum eintreten könnte; 3) eine grosse Summe der Querschnitte aller Heizröhren; 4) die Contraktion beim Eintritt der Luft in die Heizröhren möglichst zu vermindern. In dieser Hinsicht sind die Ringe zur Befestigung der Röhren nicht gut, sondern es ist besser, wenn die Ränder der Röhren umgebogen werden.

Die Dampfausströmung und der mittlere Druck vor dem Kolben.

Die Bestimmung der Dampfausströmung ist mit grossen Schwierigkeiten verbunden, indem der Dampf nicht direkt in die freie Luft entweicht, sondern erst das Blasrohr durchströmt, um zuletzt durch die Mündung desselben zu entweichen. Die folgende Annäherungsrechnung beruht auf Voraussetzungen, die sich von der Wahrheit ziemlich weit entfernen dürften, aber die Resultate scheinen dennoch der Natur der Sache angemessener zu sein, als man vermuthen sollte.

Ich nehme an:

1. Die Spannung des Dampfes vor dem Kolben im Cylinder sei während der Kolbenbewegung constant. Diese Voraussetzung ist für den Beginn der Kolbenbewegung gewiss ganz unrichtig, sie gilt jedoch, wie auch Versuche gezeigt haben, wenn einmal der Kolben das erste Viertel seines Schubes zurückgelegt hat.

2. In der ganzen Ausdehnung des Blasrohres bis in die Nähe seiner Mündung sei die Dampfspannung unveränderlich; diese Voraussetzung ist, wenn die Kolben langsam spielen, sehr unrichtig, gehen aber die Kolben sehr schnell, so folgen die einzelnen Ausströmungen so schnell auf einander, dass sie das Ohr kaum noch zu unterscheiden vermag, und für diesen Zustand kann man wohl annehmen, dass im Blasrohr nahe eine constante Spannung herrscht.

Nennt man:

S die Dampfmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde durch das Blasrohr ausströmt, so ist $\frac{1}{2}S$ die Dampfmenge, die im Mittel genommen in jeder Sekunde aus einem Cylinder entweicht;

$\mathfrak{A}_1$ die Spannung des Dampfes im Cylinder vor dem Kolben; $\mathfrak{A}_1$ bedeutet also den mittleren der Bewegung des Kolbens entgegenwirkenden Druck;

y die constante Spannung des Dampfes im Blasrohr;

$\mathfrak{A}$ den Druck der Atmosphäre auf 1 Quadratmeter;

$\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta\mathfrak{A}_1\\ \alpha+\beta y\\ \alpha+\beta\mathfrak{A}\end{array}\right\}$ die Dichten der Dämpfe, deren Spannungen $\mathfrak{A}_1$, y und $\mathfrak{A}$ sind;

i die Wassermenge, welche durch jedes Kilogramm Dampf mit fortgerissen wird;

O Ω_1 Ω die Querschnitte des Dampfcylinders, eines Dampfkanales und der Mündung des Blasrohres.

Wenn man annimmt, dass der Dampf an den Ecken und Biegungen der Kanäle, die er zu durchströmen hat, um aus dem Cylinder in das Blasrohr zu gelangen, seine Geschwindigkeit, die er im Querschnitt Ω_1 besitzt, verliert, so sind

$$\sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)}\,\text{lognat.}\,\frac{\alpha+\beta\mathfrak{A}_1}{\alpha+\beta y}} \qquad \sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)}\,\text{lognat.}\,\frac{\alpha+\beta y}{\alpha+\beta\mathfrak{A}}}$$

die Geschwindigkeiten des Gemenges aus Dampf und Wasser in den Querschnitten Ω_1 und Ω. Man hat daher:

$$\frac{1}{2}S = \frac{2}{\pi}\Omega_1(\alpha+\beta y)\sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)}\,\text{lognat.}\,\frac{\alpha+\beta\mathfrak{A}_1}{\alpha+\beta y}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)^*$$

$$S = \Omega(\alpha+\beta\mathfrak{A})\sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)}\,\text{lognat.}\,\frac{\alpha+\beta y}{\alpha+\beta\mathfrak{A}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Allein da $\mathfrak{A}_1$ und y nicht viel von $\mathfrak{A}$ verschieden sein können, so darf man sich erlauben:

$$\text{lognat.}\,\frac{\alpha+\beta\mathfrak{A}_1}{\alpha+\beta y} = \text{lognat.}\left(1+\frac{\beta(\mathfrak{A}_1-y)}{\alpha+\beta y}\right) = \frac{\beta(\mathfrak{A}_1-y)}{\alpha+\beta y}$$

$$\text{lognat.}\,\frac{\alpha+\beta y}{\alpha+\beta\mathfrak{A}} = \text{lognat.}\left(1+\frac{\beta(y-\mathfrak{A})}{\alpha+\beta\mathfrak{A}}\right) = \frac{\beta(y-\mathfrak{A})}{\alpha+\beta\mathfrak{A}}$$

---

*) Es ist hier der mittlere Werth $\frac{\pi}{2\omega}$ der Ausströmungs-Oeffnung in Rechnung gebracht. Dieser mittlere Werth ist nämlich:

$$\frac{2}{\pi}\,\omega\int_0^{\frac{\pi}{2\omega}}\Omega_1\,\sin.\,\omega t\,dt = \frac{2}{\pi}\Omega_1$$

zu setzen. Dann werden die Ausdrücke (1) und (2):

$$\frac{1}{2}S = \frac{2}{\pi}\Omega_1(\alpha+\beta y)\sqrt{\frac{2g}{1+i}\,\frac{\mathfrak{A}_1-y}{\alpha+\beta y}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$$S = \Omega(\alpha+\beta\mathfrak{A})\sqrt{\frac{2g}{1+i}\,\frac{y-\mathfrak{A}}{\alpha+\beta\mathfrak{A}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

oder wenn man diese Ausdrücke quadrirt:

$$\frac{1}{4}S^2 = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2\Omega_1^2\,\frac{2g}{1+i}(\mathfrak{A}_1-y)(\alpha+\beta y) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$$S^2 = \Omega^2\,\frac{2g}{1+i}(y-\mathfrak{A})(\alpha+\beta\mathfrak{A}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Sucht man aus (6) den Werth von y und setzt ihn in (5), so findet man:

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A} + \frac{S^2(1+i)}{2g(\alpha+\beta\mathfrak{A})}\left\{\frac{1}{\Omega^2}+\frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{4\Omega_1^2}\,\frac{1}{1+\frac{S^2(1+i)}{2g\Omega^2}\,\frac{\beta}{(\alpha+\beta\mathfrak{A})^2}}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

und da, wegen der Kleinheit von β, $\frac{S^2(1+i)}{2g\Omega^2}\,\frac{\beta}{(\alpha+\beta\mathfrak{A})^2}$ gegen die Einheit sehr klein ist, also vernachlässigt werden kann, so erhält man:

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A} + \frac{S^2(1+i)}{2g(\alpha+\beta\mathfrak{A})}\left\{\frac{1}{\Omega^2}+\frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{4\Omega_1^2}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Berücksichtigt man auch die Contraktion in dem Querschnitt $\frac{2}{\pi}\Omega_1$ und bezeichnet den Contractions-Coeffizienten mit m_1, so wird:

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A} + \frac{S^2(1+i)}{2g(\alpha+\beta\mathfrak{A})}\left[\left(\frac{1}{\Omega}\right)^2+\left(\frac{\pi}{4\Omega_1 m_1}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Vermittelst dieser Formel ist die folgende Tabelle berechnet:

Dampf-produktion per 1 Sekunde in Kilg.	Druck im Cylinder vor dem Kolben auf 1 Quadratcentimeter, wenn der Durchmesser der Mündung des Blasrohres ist:					
	5 Centim.	6 Centim.	7 Centim.	8 Centim.	9 Centim.	10 Centim.
0·6	2·063	1·564	1·348	1·244	1·189	1·157
0·8	2·864	1·976	1·594	1·409	1·310	1·254
1·0	—	2·507	1·909	1·620	1·466	1·378
1·2	—	—	2·296	1·879	1·657	1·530
1·4	—	—	2·752	2·184	1·882	1·709
1·6	—	—	—	2·536	2·142	1·919
1·8	—	—	—	—	2·437	2·151
2·0	—	—	—	—	—	2·414

Bei der Berechnung dieser Tabelle wurden für i, Ω_1, $\alpha + \beta \mathfrak{A}$, $2g$, k_1 folgende constante Werthe angenommen:

$$i = 0{\cdot}2 \quad \Omega_1 = 0{\cdot}01 \quad \alpha + \beta \mathfrak{A} = 0{\cdot}59 \quad 2g = 19{\cdot}62 \quad m_1 = 0{\cdot}6$$

Theoretische Bestimmung der wesentlichsten Abmessungen eines Lokomotivkessels.

Wenn ich im Nachstehenden zur Bestimmung der wesentlichsten Abmessungen eines Lokomotivkessels ein etwas complizirtes Formelwerk aufstelle, so geschieht es nicht in der Meinung, dass man darnach die Dimensionen von neu zu erbauenden Kesseln berechnen solle, sondern nur um zu zeigen, wie sich die Abmessungen nach den Anforderungen ändern. Wir werden aber doch auch für die Praxis einige einfache Regeln gewinnen.

Zur Lösung unserer Aufgabe müssen wir mehrere Resultate der vorhergehenden Untersuchungen zusammenfassen. Diese Resultate sind:

Die Formel (16), Seite 52, nämlich:

$$\frac{W}{B\mathfrak{H}} = \left[1 - (w - u_0)\frac{sL}{B\mathfrak{H}}\right]\left(1 - e^{-\frac{Fk}{Ls}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die Formel (5), Seite 59, nämlich:

$$C^{\cdot}\left(\frac{S}{\Omega L}\right)^2 = \frac{c\lambda}{R^2} + \frac{1}{2g\gamma^2}\left(\frac{1}{\omega}\right)^2\left[1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + \frac{2g\mu F}{\omega}\right] \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Die Formel (9), Seite 61, nämlich:

$$\mathfrak{A}_1 - \mathfrak{A} = \frac{S^2\,(1+i)}{2g(\alpha + \beta\mathfrak{A})}\left[\left(\frac{1}{\Omega}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{4\,\Omega_1\,m_1}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Nebst diesen Formeln brauchen wir noch folgende:

$$\left(\frac{W}{B\mathfrak{H}}\right) B\mathfrak{H} = [650 - t_0 + (w - t_0)\,i]\,S \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

$$L = \left(\frac{L}{B}\right) B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Die Formel (4) drückt aus, dass die in einer Sekunde in den Kessel eindringende Wärmemenge verwendet wird, um in jeder Sekunde S Kilogramme Dampf zu bilden und ferner um $i\,S$ Kilogramme Wasser, das vom Dampf mit fortgerissen wird, von der Temperatur t_0 des Tenderwassers auf die Temperatur w des Kesselwassers zu bringen.

Aus diesen Gleichungen (1) bis (5) kann man zunächst ersehen, das zwei geometrisch ähnlich construirte, verhältnissmässig gleich stark geheizte Kessel sowohl für die Bildung, als auch für die Benutzung des Dampfes gleich vortheilhaft sind. Die Wahrheit dieses Ausspruches ist am leichtesten durch spezielle Annahmen zu erkennen. Nehmen wir z. B. an, alle linearen Dimensionen eines Kessels II seien $\sqrt{2}$ mal so gross, als die analogen Dimensionen eines Kessels I, dann sind die Werthe von Ω Ω_1 F R ω für den Kessel II zwei mal so gros als für den Kessel I. Eine verhältnissmässig gleich starke Heizung dieser Kessel findet statt, wenn die Höhe λ der Brennstoffschichte in beiden Kesseln gleich gross ist und wenn in II per 1 Sekunde zweimal so viel Brennstoff verbrannt wird als in I. Die für beide Kessel übereinstimmenden Grössen sind:

$$\mathfrak{H} \quad t_0 \quad w \quad i \quad m_1 \quad s \quad c \quad \lambda \quad \gamma \quad \mu \quad g \quad C \quad m$$

Aus der Gleichung (2) folgt zunächst, dass $\frac{S}{L}$ für beide Kessel den gleichen Werth hat; denn der Werth des Ausdruckes rechter Hand des Gleichheitszeichens wird für den Kessel II vier mal so gross als für I, der Ausdruck linker Hand muss also für II vier mal so gross werden als für I, dies ist aber nur möglich, wenn $\left(\frac{S}{L}\right)$ für beide Kessel den gleichen Werth hat.

Aus (1) und (4) folgt:

$$\frac{650 - t_0 + (w - t_0)\,i}{\mathfrak{H}B}\,\frac{S}{L} = \frac{\left[1 - (w - u_0)\frac{sL}{B\mathfrak{H}}\right]}{L}\left(1 - e^{-\frac{Fk}{Ls}}\right) \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Da $\frac{S}{L}$, wie wir eben gezeigt haben, für beide Kessel den gleichen Werth hat, so wird wegen B der Ausdruck linker Hand des Gleichheitszeichens von (6) für II halb so gross, als für I; es muss also auch der Ausdruck rechter Hand des Gleichheitszeichens für II halb so gross werden als für I. Dies ist aber nur möglich, wenn für II L noch einmal so gross ist als für I. Es ist somit nachgewiesen, dass die Werthe von $\frac{S}{L}$ $\frac{B}{L}$ $\frac{F}{L}$ für beide Kessel gleich grosse Werthe haben.

Hiernach folgt aber aus (1), dass das Güteverhältniss $\frac{W}{B\mathfrak{H}}$ für den einen Kessel so gross ist, wie für den andern, dass also die Dampferzeugung in beiden gleich vortheilhaft erfolgt.

Aus (3) folgt ferner, dass der Werth von $\mathfrak{A}_1$, d. h. die Spannung in den Cylindern vor den Kolben, in beiden Anordnungen gleich gross ausfällt, denn der Voraussetzung gemäss ist am Kessel II Ω und Ω_1 noch einmal so gross als am Kessel I. Der Ausdruck