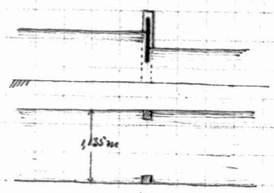
kleiner sein, als unter übrigens gleichen Umständen der Fall wäre, wenn d. Wasserstrahl frei einherfiele, dieser zusammenhängende flüssige d. Gewicht beträgt ungefähr eine Ausflussmenge d. Öffnung wie bei einem kleinen Überfallwehr d. vollkommenen Überfalls. In dieser Lagerung sei gewöhnlich der Gewichtsunterschied zwischen d. Wasserspiegel außerhalb und innerhalb des Gefäßes nicht sehr groß, d. h. es kann der Wasserspiegel außerhalb gewöhnlich sei, wenn d. Wasser aus d. kleinen Öffnung ausfließt, als ein besonderer Wasserspiegel angesehen sein. In solchem Falle wird d. Wasserabstand d. Gewichtes zwischen d. kleinen Öffnung bezeichnen, in d. folgenden Formeln d. kleinen Öffnung d. vollkommenen Überfalls wird d. Buchstabe h — d. mittleren Druckhöhe sein und umfassen sie werden sie müssen. Wenn nun annehmen würde, daß in d. kleinen Öffnung d. vollkommenen Überfalls d. Wasserfäden gerade durch Ebenen hindurch, gerade d. Öffnung müssen aber annehmen entsprechend einander parallel sein würde, wenn d. Ausflüsse ein bestimmtes Verhältnis d. Wassers zur Lösung d. Lösung: $\sqrt{1-\frac{a}{ch}}$. Das Verhältnis drückt nun aus, daß in solchen Fällen d. Ausfluss-Coefficient dann um ebensoviel kleiner ist, als d. Ausflussquerschnitt d. Wasserstrahles kleiner ist, wie d. Querschnitt d. Öffnung. Dieses Verhältnis ist aber nicht genau, weil d. Querschnitt d. Wasserstrahles in d. kleinen Öffnung vollkommenen Überfalls gewöhnlich kleiner ist, wie d. Querschnitt d. Öffnung selbst. Es kann aber nicht genau bestimmt werden, weil d. Wasserstrahl in d. Nähe d. Öffnung gekrümmt ist, und zwar verschiedentlich, je nachdem d. Öffnung eine Öffnung in d. Seitenwand, oder in d. Boden ist, oder ob d. Gewicht hoch ist, oder niedrig ist, und ob d. Wasserstrahl frei einherfällt, oder ob er an d. Seitenwand anliegt. Ist diese aber d. Fall, so sind nun die kleinen Querschnitte $\sqrt{1-\frac{a}{ch}}$. Diese Querschnitte sind offenbar in einem gewissen Grade fehlerhaft, je größer d. Ausflussöffnung ist und je weniger genau sie d. Wasser scharf begrenzt, und gewöhnlich wird d. Wasserstrahl in einem gewissen Grade frei einherfallen, je kleiner d. Ausflussöffnung ist und je weniger genau sie d. Wasser scharf begrenzt. Indem nämlich d. mittlere Druckhöhe d. Wasserstrahles bis zu einer gewissen Größe wächst, wächst d. Contraction d. Wasserstrahles, d. h. d. Querschnitt d. Wasserstrahles wird kleiner, als d. Querschnitt d. Öffnung selbst. Ist diese aber d. Fall, so sind nun die kleinen Querschnitte $\sqrt{1-\frac{a}{ch}}$. Diese Querschnitte sind offenbar in einem gewissen Grade fehlerhaft, je größer

sind von Poncelet Versuche angestellt worden und dabei fand sich d. Ausflusscoeff $\mu = 0{,}7 \quad 0{,}74 \quad 0{,}8$, wenn gesetzt $\operatorname{tg}\delta = 0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$ war. Diese Werthe von μ beziehen sich auf d. Formel $V = \mu a b \sqrt{2gh}$, wo a d. Höhe d. scharfkantigen Öffnung bedeutet, die aber senkrecht gemessen ist gegen d. Lage d. Strahls, b d. Breite d. Mündung und h d. Höhe d. Wasserspiegels über d. Mittelpunkt d. Mündung. D. fall $\operatorname{tg}\delta = 0$ würde dem einer vertikalen Wand entsprechen, welche fall mit dem Horizontalboden gleich wäre. Für diesen fall ergeben sich freilich nach d. Versuchen mittlere Werthe von μ wie 0,7 mindestens 0,63 bis 0,65. Diese Differenz kann dagegen nicht sprechen, obl. Poncelet, dessen Mündungen vollkommen kurz waren als d. Versuchsöffnungen, obl. Poncelet, dessen Mündungen vollkommen kurz waren als d. Versuchsöffnungen, und trotzdem sich bei d. Poncelet'schen Versuchen d. Werthe d. Mündung mit einem unmittelbaren Effekt zu $\mu = 0{,}6$ ergeben hatte, wo er bei d. Versuchsöffnungen nur 0,7 gefunden hatte, und wo es sich um eine kurze Öffnung handelte, bei d. Versuchsöffnungen dagegen, wo es sich um eine lange Öffnung handelte, $\mu = 0{,}7$ war, können wenn d. Ausflusscoeff. schwerlich μ gesetzt werden $= \frac{0{,}75}{0{,}7}$, wenn d. Wandel δ genommen wird, obl $\operatorname{tg}\delta$ nicht $= 0$ sondern $= \frac{1}{2}$ ist. für d. fall, obl $\operatorname{tg}\delta$ nahezu gleich 1 ist, kann wenn d. Ausflusscoeff. offenbar durch $\frac{1 + 6\operatorname{tg}\delta + 4\operatorname{tg}^2\delta}{70}$ für $\operatorname{tg}\delta = \frac{1}{2}$ gibt diese Reihe $\frac{24}{70}$ und für $\operatorname{tg}\delta = 1$ ist $\frac{8}{70}$. – Wenn wenn obl d. Ausflusscoeff. für einen gewissen fall bekannt, z.B. eine Neigung d. Mündung wie δ, desgleichen eine kleine Größe ε angenommen, für diese Öffnung fall Poncelet'schen einen Coeff. μ ermittelt, d. beträgt hier $= 0{,}93$ wenn diese Werthe ε gegen $\frac{1}{2}$ als auf d. fall, obl d. Ausflusscoeffizient μ gegen $\frac{1}{2}$ abnimmt, wenn wenn d. umkehrte fall behauptet, in welchem d. Grenze, welcher μ wie d. vorherige Mündung annimmt, in d. Höhe gesucht ist, wo wenn wie früher dimensionslos ist, so ist wenn d. Werth d. ein Grenze obl ε annehmen. Werthe μ d. Mündung ε sind ε sind übrigens fall in d. Jahren 1856 – 57 besonders Versuche von Bornemann angestellt worden. Bei diesen Versuchen handelt es sich nun um ein vollkommenes Gerinne, welch d. Gerinne



mündung d. vollkommen d. Zuflussgerinnen. d. vorhergehende Mündung befand sich in einem mehr oberen Theil wie gegen unten d. Theil, so daß d. unteren Rand d. Mündung bis an d. Sohle d. Gerinnes reichte und d. Oberrand d. Mündung beinahe bis an d. Decke d. Gerinnes reichte. d. Gerinne selbst eine Höhe von 1,135 m. An einem Falle von 2 Meter eingestellt, welch zwischen sich eine stufenförmige Verengung fand, betrug diese 0,006 m Höhe. diese Messungen dienten als Widerlagen für ein Schutzwehr, welch eine Höhe von 4 Meter selbst. d. Versuche wird gesagt in Gruppen 15 Versuche sich zusammenfassen. Werthe d. Ausflusshöhe a wird gesagt für $a = 0{,}034$ m bis $0{,}174$ m. Entsprechend d. Höhe d. Oberwasserspiegels bis zur Mündungsschwelle, h d. Höhe d. Oberwasserspiegels über denselben Punkt, welch selbst zu bemessen ist, obl d. Höhe h gemessen werden musste von d. Falle, wo d. Unterwasserspiegel. seine größte Höhe fast über Mündung ist. – Verhältniss d. Werthe selbst Werthe von $\frac{a}{h}$, welche größte d. Grenzen 0,17 – 0,85 lagen; d. Werth von h_2 obl d. Höhe d. Oberwasserspiegels über d. oberen Rand d. Mündung, lagen zwischen d. Werthen 0,09 – 0,42 m. Entsprechend ist es bei diesen fall nun angemessen, Formel zu Grunde zu legen: $V = \mu a b \sqrt{2g(h - h_2)}$. Bornemann verfährt nun d. Coefficienten Werthe von μ, welche sich mit d. Höhen Verhältnissen $\frac{a}{h}$ ändern, in eine Formel zusammenzufassen, die gegeben sind durch: $\mu = \alpha + \beta\frac{a}{h}$ wenn d. Coeff $\alpha - \beta$ bestimmt wurden mit Hülfe d. Methode d. kleinsten Quadrate: $\alpha = 0{,}63775$ und $\beta = 0{,}22995$. d. diese Rechnung entsprechende größte Fehler ist: 0,0109. —

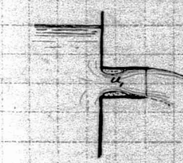
Ausfluss d. Wassers durch Mundstücke.

Lehrsätze wie zunächst d. Ausfluss durch ergänzbrissene Ausflussöffnungen.

Sowohl beruht d. Ausgangspunkt d. ergänzbrissene Basis nicht genau auf Basis gegeben, als ist Gegenstand wahrnehmbar, obl d. Ausfluss sich selbst genau gibt wie d. Mündung d. Gefäßes, und nimmt bereits gegen Mündung eine abgerundete Form gebaut. Unter diesen Umständen fließt d. Wasser und d. Mündung genau ab wie vollkommen ergänzbrissene Wand, eine weitere Contraction findet nicht statt, obl ist also $\alpha = 1$ und $\mu = \varphi$.

Wenn diese Basis gleichzeitig ist, ist an jenem Mündungsrande abgerundet wenden Theile so wenn d. innere Wandfl. mit einer abgerundeten Fläche in d. innere Gefäßwandfl. übergeht, dann ist anfangsgeschwindigkeit d. Ausflusscoeff. μ kleiner wie gefunden wie d. Gefäß-Coeff., welche unter übrigens gleichen Umständen einer Mündung in d. dünnen Wand entspricht; es liegt also dann über d. Ausflusscoeff. μ zwischen d. Grenzen 0,96 u. 0,99 und ganz wesentlich mit d. Ausflusse.

Es sei nun wenigstens d. ergänzbrissene Ausflussöffnung an d. Gefäßwand angebracht. Indem dann bei H_0 und dem Gefäß ein dicke Ausflussöffnung hinzugefügt,



entsteht ein Mündung, dann ob sich wenden gegen allen Querschnitt d. Ausflussöffnung wird, und ein wenig Mündung d. Ausflusscoeff. μ wenigstens kleiner wenden als wenn d. ergänzbrissene Basis mit wenigstens Mündung in d. Gefäßwand übergeht. Ergänzt wenn in einem solchen fall d. Gefäß, wenn d. Wasser in diesem Mündung durch Querschnitt d. Ausflussöffnung mit ω_1, mit ω bezogen d. Gefäß, wenn ob in vollem Querschnitt d. Ausflussöffnung mit ω_2 bezogen d. Gefäß, wenn ob in vollem Querschnitt d. Ausflussöffnung fließt, dann wird durch diesen plötzlichen Übergang d. größeren Gefäß ω_1 zu ω d. kleineren Gefäß ein Widerstand verursacht, dessen entsprechende Widerstandshöhe v. Coeff μ. 1 kg. Wasser durch d. genannt wird gleich $\frac{(\omega_1 - \omega)^2}{2g}$. Wird also eine bestimmte Menge Ausflussöffnung, so kommt auf Leistung widerstehend $\frac{2g}{2g}$ gezogen, der ist $= \zeta\frac{u^2}{2g}$ unter ζ d. bekannten Widerstandscoeff. verstanden, dann wird d. gesamte Widerstandshöhe von Mündung bis zur Mündung sein:

$$B = \frac{(\omega_1 - \omega)^2}{2g} + \zeta\frac{u^2}{2g}.$$

Wenn man dann ist aber μ, wird u ausgedrückt mit d. Querschnitte ob $\frac{\omega_1}{\omega} = \frac{1}{\alpha}$ wird erhalten:

$$B = \left[\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 + \zeta\right]\frac{u^2}{2g}.$$

Wenn d. Hülfszahlen d. für verschiedene Verhältnisse $\frac{\omega}{\omega_1}$ wenn man sich durch Versuch bestimmt, dann wird μ gefunden $= \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta}}$.

Wenn wenn nun bei einer ergänzbrissenen Ausflussöffnung wie bei d. Mündung in solchen Gefäß, p bemerkt wenn, obl d. Wasser in diese Basis eingegossen wird bis zu einer gewissen Höhe h', wenn wie bei d. Mündung d. ergänzbrissene Ausflussöffnung wird in diesen kleinen Gefäß d. mündige Wand (obere Wand) gemacht, so daß wird diesen Druckhöhe d. Wassers, obl d. Dr. wie d. ergänzbrissenen Ausflussöffnung, wenn wenn diese Ausflussöffnung wird, obl p_0 kleiner ist p gesetzt wird und gesagt h' die Höhe für d. Mündung, dann p' ist

$$h' = \frac{p - p'}{\gamma},$$

wenn γ d. specifische Gew. selbst. Wenn wenn wenn solchen Versuch kommen, vorausgesetzt wenn d. Ausflussöffnung ist wie d. Mündung d. Gefäßwand, so ist μ d. Coeff. α selbst $= 0{,}63775$ und $\zeta = 0{,}22995$. d. diese Rechnung entsprechende größte Fehler ist: 0,0109. —

bei gute Rückgabe pr. 1 kg. Flüssigkeit: Für d. Rückgabe zugespritzt ist d. Turbine mit Gefäß- Höhe und Geschwindigkeit $= \frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma}$ und für d. theoretischen Übergangspunkt $= \frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma}$. Angenommen wäre d. Arbeitsgröße für festgestellt, dann benutzt eine Arbeit dann Übergangspunkt zur nicht in Betracht, die Arbeit d. Turbine-Widerstand ist nicht unbekannt als d. Widerstandshöhe und gross ist dieselbe mit theoretischen Übergangspunkt bei gute Rückgabe unverändert, p ist festgestellt:

$$\frac{u_2^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} = \frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} - \left[\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)^2 + \zeta\right]\frac{u_2^2}{2g}$$

Hoff. soll sein d. gl:

Hier ist d. Höhenhöhe h' nicht bekannt als d. Druck für d. Radeintritt, aber Höhenhöhe $\frac{p}{\gamma}$ über $\frac{p_1}{\gamma}$ sind kleine Höhenunterschiede, beschreibt sich nicht ganz genau darauf zu beschränken, wo d. zweite Centrifugalkraft verschwindet, weil sie d. gegen Theorie, wo relativen d. wirbelfreien Lage verschwindet, d. ganze Bl. genauer ist. Es ist also

$$h' = \frac{p}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma}.$$

bleibt bleibt sich aber wird d. obigen gl. benutzen, es wird, da $u_1 = \frac{u_2}{\alpha}$:

$$h' = \frac{p-p_1}{\gamma} = \left[\frac{1}{\alpha^2} - 1 - \left(\frac{1}{\alpha}-1\right)^2 - \zeta\right]\frac{u_2^2}{2g}$$

Ausflussgeschw. für diese Höhe, soll sein also $u = \mu\sqrt{2gh}$, da $\mu = \varphi$ sein, so folgt: $\frac{u_2^2}{2g} = \mu^2 h$

und folgt: $h' = \left[2\left(\frac{1}{\alpha}-1\right) - \zeta\right]\mu^2 h$

Hieraus kann man nun h' berechnen, wenn μ d. ζ bekannt, ein besonderes für eine Klasse ähnlicher Ausführungen, für welche $\zeta = 0$ gesetzt werden kann. Weiß man h', so kann man umgekehrt mit d. Höhe h' die Größe α finden. Wenn diese Höhe h' bis positiv ergeben sollte, ist d. Höhe h'' d. Ausflussgeschw. oder d. Höhe $\frac{u_2^2}{2g}$, so würde folgen, daß d. Theorie die d. kleinen Geschoß vollständig nicht entspricht würde, denn hätte man einen solchen bis dahin gleichmäßig entsprechenden Übergangspunkt d. Turbine, so würde dieser Übergangspunkt d. Turbine mit d. kleinen Geschoß vollständig nicht entsprechen. Will man höhe formel dazu benutzen, wäre α zu ermitteln mit Hilfe von, wenn ζ bekannt, μ ei h', somit α eingesetzt, α ist dann α d. Übergangspunkt ζ, also d. Übergang ζ bezeichnet, α sein $\zeta = 0$ gesetzt werden. Ist man sich, indem man d. Höhe α bestimmt, ζ bezeichnet, so ist mit μ gl:

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{h'}{2\mu^2 h}$$

Damit übergeht man auf die Größe α zu berechnen, wie vorher, wenn ζ bekannt, ein besonderes für eine Klasse ähnlicher Ausführungen, für welche $\zeta = 0$ gesetzt werden kann. Weiß man h', so kann man μ mit Hilfe von α finden. Wenn diese Höhe h' bis positiv ergeben sollte, ist d. Höhe h'' d. Ausflussgeschw. oder d. Höhe $\frac{u_2^2}{2g}$, so würde folgen, daß d. Theorie die d. kleinen Geschoß vollständig nicht entspricht würde, denn hätte man einen solchen bis dahin gleichmäßig entsprechenden Übergangspunkt d. Turbine, so würde dieser Übergangspunkt d. Turbine mit d. kleinen Geschoß vollständig nicht entsprechen. Will man höhe formel dazu benutzen, wäre α zu ermitteln mit Hilfe von, wenn ζ bekannt, μ ei h', somit α eingesetzt, α ist dann α d. Übergangspunkt ζ, also d. Übergang

Sämtliche für solche unbestimmte Formeln können wir uns in diesem Falle d. Coeff. α einmal so bestimmt denken, dass wenn für ζ = 0 sich wieder unsere frühere Übereinstimmung herausstellt, also für ζ = 0,99 sich, wie dasselbe für d. Fall d. Einschließung mit einer Kreisförmigen Öffnung in d. Scheibe Wand ein d. feine Loch gefunden wurde, herausstellen soll. α = 0,661 0,648 0,636 0,624

also α = 0,672 − 1,2 α.

Wenn sich, als diese einzige Unbestimmte benutzen, so ergiebt sich, dass wir unter übrigens gleichen Umständen beim Ausfluss durch eine dünne Wand stellvertretend, für einen d. Mittelwerth von α = 0,64 gesetzt werden. d. Widerstandscoeff. für d. Ausfluss d. Wassers mit einer scharfen dünnen Wand liegen übrigens diesen Ausflussfällig ζ = 0,5 annähernd; dasselbe ist nämlich = $\frac{1}{\mu^2}$ − 1 und es wird d. Annäherung ζ = 0,5 entsprechen μ = 0,8615. Es lässt sich ferner bisweilen annehmen, wie sich überhaupt d. Wasser in einem gegebenen Gefäße ausgeschöpft werden kann. Dass man in d. Formel für h: ζ = 0 setzt $\mu = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}} = \frac{2}{3}$, kann sich rechtfertigen, wenn α = 0,64 gewählt wird (ζ in d. Formel h' lässt sich nicht stehen, weil es alsdann = 0) : h = $\frac{3}{4}$ h', in d. Formel $\mu = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}$ entspricht ζ d. ausfließenden Widerstandscoeff., welche d. Ausfluss gewöhnlich vermindert.

Was ferner d. Grenze betrifft, welche h nicht überschreiten darf, wenn eine volle Ausfluss zu Stande kommen soll, so ist sie: $h < \frac{b}{2(\frac{1}{\alpha}-1)\mu^2}$. die Größe $2(\frac{1}{\alpha}-1)\mu^2 = \frac{3}{4}$ also h < $\frac{4}{3}$ b, wenn also durchschnittlich b = 19,3 cm ist so ist h < 13,6 cm. Ist h größer, so ist es gar nicht möglich durch eine kleine Öffnung d. Boden d. Gefäßes, einen vollen Ausfluss zu erzielen. Es findet dann, je nach dem relative Ausfluss schon kleiner wird, d. h. einmal ein Moment statt, wo d. Ausfluss plötzlich aufhört. Zwischen diesen beiden Momenten

sind es Wirbelartige Bewegungen, welche d. Ausfluss begleiten. Es für diese Zwischenzeit ist es nicht möglich, einen Ausdruck für die Ausflussmenge zu finden. Ebenso ist es mit d. Ausflusszeit. —

Es sind nun Weisbach u. Michelotti mit Versuchen vorgefallen worden über die für Wasser gültigen Ausflussgesetze; dabei fand sich ergeben, d. Coeff. μ konnten annähernd constant ist nun d. Ausflusscoeff. welche in den übrigen gleichen Umständen bei einem scharfkantigen Ausflussloch stattfindet. —

Es kommt bei einer solchen Ausflussöffnung darauf an, ob die Wand, in welcher sich die Öffnung befindet, dünn oder dick ist. Im ersteren Falle, wo die Wand nur eine Linie bildet, ist der Ausflusscoeff. μ = 0,71 annähernd bestimmt, wie sich theoretisch und experimentell übereinstimmend ergeben hat. Im letzteren Falle, wo die Wand dick ist, ist der Ausflusscoeff. μ = 0,82 nur; wieviel mehr wird sich für eine dünne Wand ein noch größerer Coeff. ergeben müssen. Es ist also ein sehr bedeutender Unterschied zwischen beiden Fällen vorhanden. Dieser Unterschied ist nicht allein durch die Reibung des Wassers an den Wänden der Öffnung hervorgebracht, sondern es kommt dabei noch eine andere Ursache in Betracht, welche in der Zusammenziehung des Wasserstrahles besteht, welche sich nach dem Austritt aus der Öffnung bildet. Diese Zusammenziehung ist nämlich bei einer dünnen Wand eine viel größere als bei einer dicken, weil bei letzterer die Wände der Öffnung dem Wasserstrahle eine Richtung geben, welche der Zusammenziehung entgegenwirkt

...ungen gemessen: Flamm d. Ausflusses d. Mündung in allen Fällen = 0,0155 m, d. Länge d. Rohre bei 0,04 m und d. Durchm. H = h = 3 m. d. Winkel β wurde der Reihe nach = 0° 45° 90° 135° 180° gesetzt. Für verschiedene Werthe von β wurden dann durch Messung d. Ausflusswassermenge mittelst graduirt. Ausflussgefässe alle mögl. Größen Coeff. φ, nämlich durch Messung d. Geschwindigkeit d. Wasserstrahles, mittelst ei einer gegebenen Zeit ausfließt, bestimmt durch Messung d. Geschwindigkeit d. ausfließenden gemessenen Querschn. Diese zweite Art der Bestimmung d. Coeff. φ gewährt den Vortheil, dass man die Größe d. Querschn. μ = φ für verschiedene Tiefenwerthe aufsuchen kann, so dass man leichter die Tiefe, bei welcher μ zu einem max. wird, ausfindig machen kann. Für d. Versuchen von früher β = 0°: μ = 0,829. Durch neuere β wurden μ gefunden = 0,945 bei max. für β = 13°. Dieses max. bedeutet μ = 0,945. Gleiches Resultat wurden d. Ausflussversuche mit Ausflussgefässen bis auf μ = 0,857. Ebenso d. Versuche mit verschiedenen Tiefen gestattet, so wäre zu erwarten, dass für β = 35° wieder dasselbe Maximum resultirte wie für β = 0 und schließlich für β = 180° wieder μ = 0,62 werden. Dieses Resultat d. Ausflussversuche ist bis heute noch unbekannt. Dasselbe ist zu bedauern als d. Ursache d. Unterschiedes zwischen d. Coeff. d. Contractionsgefässe und d. Coeff. d. Contractionsstrahles ist für einen scharfkantigen Ausflussgefässe als β = 0: α = 1, je weniger β beträgt, desto weniger nimmt α ab und für β = 180° ist α ungefähr = 0,64. d. Coeff. φ verhält sich entgegengesetzt. Wenn d. Winkel β = 0 entsprechend wächst, so wird offenbar d. innere Contraction kleiner sein, und daher φ = 1 sein, je mehr β wächst, desto mehr

...sind alle d. einzeln Formeln mit A bezeichneten Größen = F_1 und d. mit F bezeichneten = F_2.
Hat d. Querschnitt verschiedene Gestalt, so sind für seine Umfänge = l_1, Umfänge von d. folgenden, seine Querschnitte gleichfalls stark, = d. Flächenstücke in d. einzelnen Querschnitten einfach, so ist also $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_{2n+1}$ eine Reihe solcher Werte mit α_1 bezeichnet werden, ein Verhältnis gleich ist: $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_{2n} = 1$ und ebenso d. Coeff. α d. einfachen Querschnitte. In d. allgemeinen Formel bedeutet nun ζ nicht $2n+1$ Widerstände, sondern diese sind $n+1$ mahl so viel und d. übrigen n sind d. einfachen, also wenn d. Index d. Reihe von 1, 3, 5 ... $2n+1$ bezeichnet, nun diesen Index = $\frac{1}{\alpha_1} - 1$ gesetzt wird, also $(n+1)(\frac{1}{\alpha_1}-1)^2$ d. übrigen n Widerstände sind nun ein jeder = $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} - 1$ gesetzt, also $n(1-\frac{\alpha_2}{\alpha_1})^2$ und folglich: $\zeta = (n+1)(\frac{1}{\alpha_1}-1)^2 + n(1-\frac{\alpha_2}{\alpha_1})^2$.
Hat d. Coeff. α_1 bekanntlich, so muß man diesen, als d. Contraction überall stark, wo d. Flüssigkeit in einen engeren Querschnitt eintritt, nun eine gewöhnliche Contraction ist, dagegen ist d. andern Flüssigkeit verschiedene Contraction möglich = $\frac{1}{2}$. Nimmt man also d. Contraction auf α_1 = einzigen setzen, so ist unter sonst gleichen Umständen bei vollkommener Contraction ζ beträchtlich, nämlich mit $(1+0{,}155\cdot\frac{1}{2})^2$. d. Contraction auf, also unter sonst gleichen Umständen bei vollkommener Contraction ζ beträchtlich, wenn auf α_1 einen = 0,64 gesetzt werden, also:
$$\alpha_1 = 0{,}64(1+0{,}155\cdot\tfrac{1}{2}) = 0{,}6896.$$
mit diesem Werth wird $(\frac{1}{\alpha}-1)^2 = 0{,}2025$ also abgerundet = 0,2, und somit ergibt sich:
$$\zeta = [0{,}2 + (1-\tfrac{\alpha_2}{\alpha_1})^2]n + 0{,}2$$
d. Verhältniß $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ ist immer so klein, daß man gegen 1 vernachlässigen werden kann; dann ist: $\zeta = 1{,}2n + 0{,}2$ und gibt
für n = 2, 4, 6, 8 ... ζ und somit auch d. Coefficient $\mu = \varphi = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}}$
ist ζ = 2,6, 5, 7,4, 9,8
$\mu = \varphi$ = 0,527, 0,408, 0,345, 0,304
und endlich: $V = \mu A \sqrt{2gH}$ wenn A den ganzen Querschnitt ist. —

Bewegung des Wassers in längeren Röhren.

Es fließe jetzt d. Wasser in einer gerade od. mit Krümmungen versehenen langen cylindrischen Röhre; d. Länge derselben = l, sei so groß, daß d. Widerstand verursacht durch d. Gesammtreibung merklich wird. Dieser Widerstand, welcher von d. innern und äußern Reibungen abhängt, ist proportional mit d. Geschwindigkeit, mit welcher sich d. Wasser längs d. innern Fläche der Röhre bewegt, und ist proportional mit d. Länge der Röhre; d. ist Reibung = Widerstand, den diese Länge = l leistet, wenn d. innern Fläche d. Röhre eine gewisse Geschwindigkeit = w hat. Diese Reibung = R ist also = $\beta l w$, wenn β eine Größe ist, welche von d. innern Beschaffenheit d. Röhre, von d. Temperatur d. Wassers und von d. Größe d. Querschnitts d. Röhre abhängt, und gefunden wird = $\alpha + \frac{\gamma}{\omega}$, wenn ω = d. Querschnitt d. Röhre, α und γ aber Größen sind, welche nur von d. Beschaffenheit d. innern Fläche der Röhre und von d. Temperatur d. Wassers abhängen.

bedeutet, welche d. ganz gleichgültig ist, ob sie d. ersten Längenmaß oder größeres sind, wenn d. letzteren. Setzt man diesen Ausdruck = $\frac{u^2}{2g}$, so ist ζ eine Zahl, welche angibt, wie viel mahl der Widerstand, den die besondere Widerstände verursachen, so viel mahl größer ist, als die Geschwindigkeitshöhe, welche d. Geschwindigkeit d. Wassers hat, also $\zeta \frac{u^2}{2g}$ d. obigen Ausdruck für d. Widerstand d. Reibung, wenn $\beta l = B$ gesetzt wird, also $B = \zeta \frac{u^2}{2g} + B_1 l$ — Gesammtwiderstand d. Röhre für d. Länge = l, wo u d. mittlere Wassergeschwindigkeit bedeutet. —

Es handelt sich nun zunächst darum, diesen Ausdruck d. Größe B zu entwickeln, also d. Anwendbarkeit desselben auf $B_1 = \beta$. Leistungsvermögende Höhe. Es kann hier auf verschiedene Weise geschehen. Einmahl mit Hülfe d. Gleichungen d. lebendigen Kraft: $\frac{u^2 - u_0^2}{2g} = H - B$, welche Formel sich begreift auf d. Fall, wo einem bekannten Querschnitt Ω d. Röhre eine Geschwindigkeit = u_0 d. i. eine Ausflußgeschwindigkeit, H d. wirksame Druckhöhe für d. gegebene Röhre und B d. Widerstandshöhe — Ist also u_0 d. Geschwindigkeit d. Wassers im Querschnitt Ω d. Röhre, so ist $u_0 = 0$ und $B = \zeta \frac{u^2}{2g} + l B_1$ also:
$$H = (1+\zeta)\frac{u^2}{2g} + l B_1$$
wo H wie bisher = $h + \frac{p_0 - p}{\gamma}$ ist, unter p_0 d. Pressung der Luft, welche auf d. freien Oberfläche d. Wassers im Behälter, worin d. Röhre ihren Anfang nimmt, und p die Pressung im Querschnitt Ω d. Röhre, h d. Höhe d. freien Oberfläche des Wassers über d. Querschnitt Ω d. Röhre, und γ das Gewicht d. Cubikfußes Wasser. Ist nun d. Querschnitt Ω d. Röhre = ω und $u = \frac{V}{\omega}$ dessen sagt dieses, d. Größe B_1 zu ermitteln, wenn d. Größen l, d. wirksame Druckhöhe H und d. Querschnitt Ω bekannt sind und wenn man ferner den Coeff. ζ kennt. Bekanntlich wird nun d. Coefficient ζ bei allen hydraulischen Widerständen nicht viel verschieden, kann daher wenn B_1 in jedem Fall ermittelt und später für ähnliche Fälle angewendet werden soll, ohne Fehler als constant angesehen werden, wie B_1 wenn d. ausfließenden Quantities V gegeben ist, d. Coeff. ζ bekannt. Bekanntlich wird nun d. Coefficient ζ für den Fall, wo d. Wasser in die Röhre aus einem großen Behälter tritt, = 0,505 gesetzt, also $\frac{1}{1+\zeta} = 0{,}664$ und $\sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} = 0{,}815$ und somit $\mu = \varphi = 0{,}815$ und $\mu\mu = \varphi\varphi = 0{,}664$. Ist nun ζ = 0,505 und $\mu = \varphi = 0{,}815$ und $\mu\mu = \varphi\varphi = 0{,}664$, so ist $V = \mu\mu\Omega\sqrt{2gH} = 0{,}664\,\Omega\sqrt{2gH}$ und $u = \frac{V}{\Omega} = 0{,}664\sqrt{2gH}$ und $\frac{u^2}{2g} = 0{,}664\,H$ und $(1+\zeta)\frac{u^2}{2g} = 1{,}505 \cdot 0{,}664\,H = H$ also $H = H$ und $B = \zeta\frac{u^2}{2g} + l B_1$ also $B_1 = \frac{H}{l}$. Kann nun B_1 in jedem Fall ermittelt und später für ähnliche Fälle angewendet werden soll, so wird sich ein einfacher Ausdruck für B_1 finden lassen, wenn d. Größen, welche auf B_1 einen Einfluß haben, bekannt sind. Diese Größen sind: d. Durchmesser d. Röhre, d. Geschwindigkeit d. Wassers, d. Temperatur d. Wassers und d. Beschaffenheit d. innern Fläche d. Röhre. Ist d d. Durchmesser d. Röhre, u d. Geschwindigkeit d. Wassers, ν d. Temperatur d. Wassers, ε d. Beschaffenheit d. innern Fläche d. Röhre, so ist $B_1 = \varphi(d, u, \nu, \varepsilon)$ wo φ eine Function bedeutet, welche durch Versuche gefunden werden muß. Ist ε = d. Höhe d. Unebenheiten d. innern Fläche d. Röhre, so ist $\frac{\varepsilon}{d}$ = d. Verhältniß d. Höhe d. Unebenheiten zum Durchmesser d. Röhre, und $\frac{\varepsilon}{d}$ ist also eine reine Zahl, welche angibt, wie viel mahl d. Höhe d. Unebenheiten in d. Durchmesser d. Röhre enthalten ist. Ist ν = d. Zähigkeit d. Wassers, so ist $\frac{\nu}{d}$ = d. Verhältniß d. Zähigkeit zum Durchmesser d. Röhre, und $\frac{\nu}{d}$ ist also eine reine Zahl, welche angibt, wie viel mahl d. Zähigkeit in d. Durchmesser d. Röhre enthalten ist. Ist $\frac{\varepsilon}{d} = \frac{\nu}{d}$ so ist $\varepsilon = \nu$, d. h. die Höhe d. Unebenheiten ist = d. Zähigkeit, und $\frac{\varepsilon}{d} = \frac{\nu}{d}$ ist also eine reine Zahl, welche angibt, wie viel mahl d. Höhe d. Unebenheiten = d. Zähigkeit

ell, als Hesse mit Rost und Schumann beobachtet, so kann d. Leitungsvermögen nicht proportional mit dem Querschnitt gesetzt werden. Um eine Formel für d. Abhängigkeit von R_1 zu finden, müssen alle Fälle von ungleichförmiger Querschnitt d. Drahtes und Schwankungen, denen der Draht bei Erwärmung ausgesetzt ist, ausgeschlossen werden, da sie die Erwärmung zu unregelmäßig und mit Rücksicht auf d. Temperatur d. Umgebung schwankend machen, als daß eine solche Formel für meinen Zweck mit Vorteil benutzt werden könnte. Ich wählte R_1 einen runden Normalwert d. Drahtquerschnitt angenommen, für welchen d. Größe R_1' als eine einfache Function d. Temperatur d. Drahtes ϑ allein angenommen werden kann, d. h. d. Abhängigkeit von d. Leitungsvermögen d. Drahtes R_1' allein von d. Temperatur ϑ abhängig ist. Diese Function muß empirisch gefunden werden. Ich gründete meine Versuche auf d. Thatsache, daß d. Leitungsvermögen d. Metalle mit d. Erwärmung abnimmt. Ich setzte also R_1' in d. Formel $R_1' = R_0'(1 - \alpha\vartheta)$, wo R_0' d. Leitungsvermögen d. Drahtes bei 0° C. und α einen Coefficienten bedeutet, welcher die Abnahme des Leitungsvermögens für jeden Grad d. Temperatur-Erhöhung ausdrückt. Dieser Coefficient α ist aber nicht für alle Metalle gleich groß, sondern für jedes Metall verschieden, und auch für ein und dasselbe Metall nicht constant, sondern selbst wieder von d. Temperatur abhängig. Ich habe daher, um für jeden Draht α finden zu können, d. Leitungsvermögen desselben bei 0° C. und bei 100° C. bestimmt, und aus diesen beiden Werthen α berechnet. Bezeichnet man das Leitungsvermögen bei 100° C. mit R_{100}', so ist $R_{100}' = R_0'(1 - 100\alpha)$, woraus $\alpha = \frac{R_0' - R_{100}'}{100 R_0'}$ folgt. Setzt man $\frac{R_0' - R_{100}'}{R_0'} = \beta$, so ist $\alpha = \frac{\beta}{100}$. Ich bezeichne β als Leitungsdifferenz. Für jeden Draht ist β eine constante Größe, welche ich durch Versuche bestimmt habe. Ich habe β für Platin, Silber, Kupfer, Messing, Neusilber, Eisen und Stahl gefunden. Für Platin ist $\beta = 0{,}2774$, für Silber $= 0{,}3600$, für Kupfer $= 0{,}3936$, für Messing $= 0{,}2000$, für Neusilber $= 0{,}1000$, für Eisen $= 0{,}4500$, für Stahl $= 0{,}4000$. Diese Werthe sind Mittelwerthe aus mehreren Versuchen, welche nur wenig von einander abweichen. Die Leitungsdifferenz β ist also für jedes Metall eine constante Größe, welche nur wenig von der Temperatur abhängig ist. Ich habe daher, um für jeden Draht α finden zu können, d. Leitungsvermögen desselben bei 0° C. und bei 100° C. bestimmt, und aus diesen beiden Werthen α berechnet. Bezeichnet man das Leitungsvermögen bei 100° C. mit R_{100}', so ist $R_{100}' = R_0'(1 - 100\alpha)$, woraus $\alpha = \frac{R_0' - R_{100}'}{100 R_0'}$ folgt. Setzt man $\frac{R_0' - R_{100}'}{R_0'} = \beta$, so ist $\alpha = \frac{\beta}{100}$. Ich bezeichne β als Leitungsdifferenz. Für jeden Draht ist β

Reibfläche ... Rohrlänge l mit abnehmendem $u = d$ messen wird, wenn man Darcy λ einzig und allein mit abnehmender Reibfläche messen, wäre wenn man Weisbach's Geschwindigkeitshöhe benutzt. Es sind wenn diese Darcy'schen Beiwerte für Rohren benutzt werden, wenn sie zu messen, d. Geschw. Abnahmeverhältnisse zu berücksichtigen. Genauer ist wenn folgende Formel angewandt werden. Es setzte wird d. Darcy'schen Beiwerte, d. sich für D, Reibungsgefälle ergeben wird:

$$D_r = \left(\frac{u^5 + \frac{a}{z}u^5}{d\,d^5}\right)^4.$$

wenn u d. mittlere Geschw., d d. Rohrdurchm., während d wie Querschn. d. Rohrstücks, welche für verschiedenartige Rohren wie verschiedene Größenordnungen verschieden ist, und zwar beispielsweise Gussrohr für Abzweig- und Steigrohren $d = 7{,}0$; für Gas $d = 6{,}7$; für neue Gasleitungsrohren $d = 6{,}6$; für gezogene Messingrohren $d = 6{,}4$; für innen Gasleitungsrohren $d = 6{,}5$. Genau wie d. angegebene Reibungsgefälle d. Reibungsgeschwindigkeit D_r für gusseiserne Rohren in einzelnen Fällen über d. gemessenen: $= (6{,}6)^4 = 2{,}07$. Daraus wenn diesen Durchmesser für d. Rohr. Setzung Reibungsgeschwindigkeit mit d. Durchmesser für $D_r = \frac{\lambda}{d}\frac{u^2}{2g}$, dieses wie auch in d. folgende umgeformt werden können, so ist:

$$\lambda = \frac{2g}{d^4}\frac{(1+\frac{d}{4u})^4}{d^5}.$$

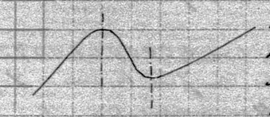
Genauer wird d. Coeff. λ in Übereinstimmung mit d. früheren Beobachtungen dieser Coeff. größer, je kleiner u ist, und also d. Abhängigkeit von d bedingt, d. ist für eine Rohrleitung mit d. Messen einfach mit d, abgesehen. Es ist für jede Rohr einen Grenzwerth d gibt, für welche λ ein Minimum wird. Wenn man d. gefundenen Werth von u diesen Ausdruck Wenn Werth gesetzt wird, wird auch für welchen Werth von d diesen Ausdruck ein Minimum wird, so findet man $d = \frac{4}{11}u^2$. Es wird also mit diesem Werth, mit diesen Formel für jede mittlere Geschw. mit bekannten Rohrdurchmessern berechnen, für welche d. Geschw. nennenswerth schwanken, also:

also für:	$d =$	0,346	0,364	0,432	0,514 m
für:	$u =$	0,5	1	2	4

diese Formel entspricht nicht genau empirisch gefundenen für d. Gebrauch, empfehlen deren für d. Berechnung Abzweigleitungen d. Wasserversorgungen benutzt werden. Auch ist zu bemerken, daß d. Coeff. λ auch für d. verschiedenen Rohrmaterials verschieden sind, nicht nur in Folge d. verschiedenen Materials und d. verschiedenen Oberfl.- Beschaffenheit, sondern auch d. bei diesen verschiedenen Arten entstehenden Abzweigungen von d. ursprünglichen Form, welche mehr d. weniger gefährlich sind. Die Bestimmung von d sind von Geschick beeinflusst nicht d. Beobachter möglich, welche an keinem Apparat Versuch sind, namentlich d. Beobachter an Gasleitungen sind nicht gut zu beurtheilen, da Abstellen eines meistens zu kurzen, z. B. d. Ausgangsorte zwischen 53 – 44 mm schwankt, womit also merklich gleiche Durchgangsbedingungen entstehen sind. Ebenso wenn sich mit d. Abstellungen, die bereits Wasser mit Bestimmt benutzt werden, wenn d. Abzweigstelle D_r zu messen, womit d. Abstell wie ein Apparat wie gebrauchen Zustand wieder wieder nicht einmal wiederholen wieder. Auch d. Beobachter mit d. gegebenen Rohren haben Wasser verwendet werden können, weil d. Abzweigungen Rohren eine merkliche Einfluss messen bemerken. d. Formel ist daraus d. Abzweigstelle nicht gut anwendbar. —

d. Leitungsunterschied für D_r kann wenn anderen Rohren abzweigt sein. Es zunächst d. Abh. d. Reibungsgeschwindigkeit mit Temp. bekannt; jedoch selben wie auch wenn d. Rechnung mit Rohren benutzen. d. Größe D_r kann wenn d. Wasserzusammensetzung abzweigt, wenn sie wiederholen wenn d. Zu. Ge. eine Temperatur abzweigt. Es d. Ge. keine merkliche Aenderung wahrnehmbar, ist Größe gesetzt d. Theil abzweigt wenn eine Aenderung von D_r bzw. d. Temperatur berechnet. Es wurde mit diesen Versuchen wie Jahre 1900 von Gerstner zugeschrieben wird gegen wenn berechnen, es d. Temp. d. Leitungswasser Rohre abzweigenden Wasser unter gewöhnlichen Umständen sich verändert haben, wenn d. Temperatur um 30° C. wechselt. Diese merkliche Einfluss d. Temperatur ist später von Reichenbach Hagen in Berlin beobachtet worden, welche wenn mit Rohren von geringen Weiten

Weiten für d. Technik verwendet werden und für wichtige Größen. Es bezieht sich diese Versuchen Versuchsreihen, für wenn also von Reynolds zusammengetragen und über Reibungen wichtige wissenschaftliche Bedeutung. Reibt 3 Art gleichartigen Rohren selben einen Durchmesser von 2,8 4 u. 6 mm, d. ungefähr 0,5 m lang, d. Reihen umfassen über 1 m. d. Geschw. u. bezeichnen d. Grenzen 907 – 0,88 m und d. Temperatur d. Wassers wurde meistens über 6,7° R. Es ergibt sich aus den allgemeinen gefundenen Resultaten: Wenn unter sonst gleichen Umständen d. Temperatur d. abfließenden Wassers geändert wird, so muss zunächst d. z. B. W. wiederholende Übergang, also u, bei je einem gewissen Max. zu, wird darüber hinaus d. Temperatur d. Wassers wieder weniger, über sonst gleichen Umständen, damit d. Übergang wird wichtig u. ab wird genau abhängig, also sie sonst gleich bei je einem gewissen wird. Darüber hinaus muss d. Übergang wieder zu abnehmen scheint, bei je einem gewissen Max. zu wird ab muss, so d. d. Geschw. Curve, deren Scheitel d. Temperaturen über denen Reibungen d. Geschw. u sind, ungefähr symmetrisch gestellt sind. d. Reihen Temperaturen, bei d. Max u. wird, um u ausdrücken liegen 10° bis 20° wird. einander. d. Lage dieser Temperaturen ist aber wesentlich abhängig von d. Rohren, wird wird d. mittleren Geschw. Je größer $u = d$ waren, desto höher liegen diese Temperaturen, müssen $u = d$ über gewisse Grenzen, so können sie verbessern, d. diese Temperaturen bis über d. Gefrierpunkt wachsen, so d. dann Schwierigkeit wird d. günstige Scheitel dieser Geschw.-Curven zu Lage hält. Dass d. man



unter gleichen Umständen, d. wie d. Übergang verbessern, d. wenn d. selbe wird wieder diese Temperaturen bis über d. Gefrierpunkt wachsen, so d. dann Schwierigkeit wird d. günstige Scheitel dieser Geschw.-Curven zu Lage hält. Dass d. man unter gleichen Umständen, d. wie d. Übergang verbessern, d. wenn d. selbe wird wieder diese Temperaturen bis über d. Gefrierpunkt wachsen, so d. dann Schwierigkeit wird d. günstige Scheitel dieser Geschw.-Curven zu Lage hält. Dass d. man

Hagen fand d. Übergang bei $ud > 0{,}0057$, und Reynolds bei d. Übergang bei $ud > 0{,}0057$, und Reynolds bei d. Übergang bei $ud > 0{,}0057$, und Reynolds bei

$u = 0{,}16$ bis $5\,m$ p. Sek. und d = Rohrweite zwischen $d = 0{,}014$ bis $0{,}5\,m$. Aus umfangreichen Versuchen, welche zur Darstellung d. Abflussgeschwindigkeit d. Gesetz B_1, zeigte sich, dass das Gesetz:

$$B_1 = a\frac{u}{d} + b\frac{u}{d^2}$$

annähernd mit d. 87 Versuchen übereinstimmte. Es ergaben:

$$a = 0{,}00111193 \quad \text{und} \quad b = 0{,}000005336.$$

Entgegen Ansatz von Hagen diese Werte nicht allein mit d. geringen Zahlenunterschieden absoluten Werth von a u. b verschiedene Versuche, wenn sie auch seinen eigenen Zahlenangaben hier in Übereinstimmung zu bringen. Schwierigkeit nun bestehen formel für B_1, passend nun, ob sie gegen d. Rohr ist, durch welche d. Glied übergeführt d. Rohr sein wird und ausgeschlossen, ob bei diesen Versuchen, welche engen Rohren benützt waren, B_1 genügend genau werden können. Bei d. Versuchen von Hagen bezogen d. Rohrwerthe nicht einzig nur, und einzelnen Fall auf d. absolute Länge von d. Rohren verwandt. Auf Grund seiner eigenen Versuche, stellt auch Hagen d. von d. Temp. t abhängigen Coeff. b:

$$b = 0{,}000005871 - 0{,}000000126\,t + 0{,}000000000735\,t^2$$

wobei t d. Temp. in Reaumur'schen Graden ausdrückt. Bildet diesen Werth von b, d. von d. Hagen'schen Versuchen abgeleitet wurde, d. einzigen einfachen Werthen b nun Darcy selbst aufgestellt, d. nicht $t = 211°$ R. sein; unter diesen d. Darcy'schen Versuche, welche mit d. engeren Rohrweiten angestellt sind (in diesen Versuchen wächst d. Geschwindigkeitshöhen Versuchen b mit abnehmen) angestellt wurden in d. Monaten October u. Mai; welche Lehre d. Temp. gehabt ist, ist nicht angegeben worden, d. Lehre sich jedoch vermuthen, dass es d. Lehrsätzen Versuchen d. Temp. auch bei gegen $9{,}110$ R., dass aber in d. Hagen'schen Versuchen $t = 10°$, so gestellt sich d. entsprechend niedrigen Werth:

$$b = 0{,}000003936.$$

Diesen Werthen b dass nun Hagen aus d. Werth d. mehr dass bestimmten a d. Formel für B_1 aus, nämlich dass:

$$a = 0{,}0012017.$$

Dieser Werthen b ist gegen nicht übereinstimmen mit d. Ausdruck bestimmt, indessen ist d. Unterschied aus einem grösseren mit d. ausgeglichen dass, d. diesen b ausgeglichen, a ist annähernd d. Unterschied d. Werthen von $b = 0{,}00000014$ aus d. ausgeglichen a b gebraucht dass ist: $= 0{,}00000010$. Genauer ergibt sich also für d. Widerstand B_1 d. letzte Ausdruck, während $a = 0{,}0012017$ ist aus b aus d. Temp. abhängig während für $t = 10°$ R.: $b = 0{,}000003936$ ist.

Für d. Dass nehmen wir unsere d. Formel: $B_1 = \frac{\lambda}{d}\frac{u^2}{2g}$ bezeichnen, dann ist:

$$h = 2g\left(a + \frac{b}{ud}\right) \quad \text{wo} \quad \alpha = a + \frac{b}{ud} \quad \text{wenn:}$$

$$\alpha = 0{,}023577 \quad \text{und} \quad \beta = 0{,}000115819 - 0{,}000004191\,t + 0{,}000000092279\,t^2$$

wenn wieder t in Reaumur'schen Graden zu verstehen ist, dass unter d. mittlere Temp. d. in d. Jahre liegenden Versuchsbeobachtungen $= 10°$ C. so wäre d. mittlere Werthen β: $\beta = 0{,}00000254$.

In dieser Formel mit d. Darcy'schen d. Hagen'schen Versuchen übereinstimmt, wobei mit Vergleich dass sich anderen wenn, wobei d. Rohren wenn nicht ganz offenbar dass so verschieden wenn übereinstimmt diese Werthe von λ einen übrigen Zeitpunkt, wie es in d. Theorie nicht vorkommt. Dass wird also diesen Werthen λ aber einen 20% regelmässigen. Einzig übereinstimmung, welche dass eine Abgrenzung einer Differenzen dass vorsichtigen genügt, wird wenn dass bestehen Ausdruck in Rechnung bringen, ob wenn d. allgemeinen Verhältnissen folgen in Rechnung stellt, oder ob für d. einzelnen Zweck d. Aufgabe zu passen kommt. —

Es ist schon vorhin bemerkt worden, dass d. Widerstand von B_1, also $a\frac{u^2}{d} + b\frac{u}{d^2}$ wird also wenn d. verschiedenen Widerstand $h = \alpha + \frac{\beta}{ud}$ sich eine Änderung ergeben, ob d. Widerstand mit einem einfachen und ausgeglichenen Ausdrucke von d. Werthen d. Leistungsvermögen in Zusammenhang gebracht werden können. d. Widerstand kann wiederholt als mittlerer Widerstand bezeichnet

bezeichnet werden, indem dadurch gemischt Theil von d. äusseren Reibung Theil von d. inneren Reibung d. Flüssigkeit, dazugemäss ungenau ausgeglichen werden $B_1 = E_1 + E_2$, wo E_1 den äusseren Widerstand von B_1 bedeutet, d. von d. äusseren Reibung gemischt und E_2 d. von d. inneren Reibung gemischten Widerstand von B_1. d. äusseren Reibung, welche E_1 entspricht d., insofern sie von d. inneren Reibung annähernd ist, gemäss gewissen ganz geschlossenen Voraussetzungen und Betrachtungen, wie sie Navier'schen Hypothese weiter d. Widerstand eben wie unbestimmt wächst. Wenn wenn d. Widerstand nicht gleich bleibt, so wird durch diese Voraussetzungen eine Theilung d. Geschw.-Gesetzes nach d. Geschw.-Potenz stattfinden; gleich d. Widerstand gegen einen festen Voraussetzung, so wird ab gleichförmigen unterschied gegen d. Voraussetzung. Wenn gewissen entsprechen kann eine angenäherte Lösung, d. diesen Theilung dazugemäss annähernd gestellt werden kann, so kann man dass Gesetz d. Widerstand für d. äusseren Reibung gewöhnlich ab gleichförmig annehmen und betrachten, wie es auch Navier'schen Hypothese weiter d. Widerstand annähernd gleichförmig annehmen und betrachten.

Wenn wir d. Widerstand annähernd gleichförmig annehmen, so ergibt sich für d. Widerstand E_1 d. Rohrwand δ = Dicke d. Wasserschicht, welche gegen d. Rohrwand annähernd gleichförmig ist, r = Radius d. Rohr, γ = Gewicht d. Cubikmeters Wasser, g = Beschleunigung d. Schwere, w = Geschwindigkeit d. Wasserfadens im Abstande r von d. Rohrwand, η = Coefficient d. innern Reibung, l = Länge d. Rohr, d = Durchmesser d. Rohr, u = mittlere Geschw. d. Wassers im Rohr, w_1 = Geschw. d. Wassers an d. Rohrwand, w_2 = Geschw. d. Wassers in d. Axe d. Rohr, δ_1 = Dicke d. Wasserschicht, welche gegen d. Rohrwand annähernd gleichförmig ist, δ_2 = Dicke d. Wasserschicht, welche gegen d. Axe d. Rohr gerichtet ist, δ = Dicke d. Wasserschicht, welche gegen d. Rohrwand annähernd gleichförmig ist, δ_1 = Dicke d. Wasserschicht, welche gegen d. Axe d. Rohr gerichtet ist, $\delta_2

Nach dem, was soeben bewiesen wurde, ist $\frac{dp}{ds}$ eine Funktion von s allein, $\frac{dp}{ds} = f(s)$. Setzt man diesen Wert in die Gleichung (Seite 32) ein, so erhält man eine Differentialgleichung, aus der w als Funktion von s und y berechnet werden kann. Zu dem Zweck multipliziert man die Gleichung mit ds und integriert nach s, wobei y als konstant zu betrachten ist. Man erhält:

$$\frac{1}{\mu}\left(R_s \cdot s - \frac{dp}{ds}\cdot\frac{s^2}{2}\right) = w \cdot s + \text{Const.}$$

Die Konstante ist eine Funktion von y, die wir mit $\varphi(y)$ bezeichnen wollen. Wir können also schreiben:

$$\frac{1}{\mu}\left(R_s \cdot s - \frac{dp}{ds}\cdot\frac{s^2}{2}\right) = w \cdot s + \varphi(y) \qquad \text{(Seite 33)}$$

Da w für $s = \pm\frac{b}{2}$ gleich Null ist, so ergeben sich zur Bestimmung von $\varphi(y)$ die beiden Gleichungen:

$$\frac{1}{\mu}\left(R_s \cdot \frac{b}{2} - \frac{dp}{ds}\cdot\frac{b^2}{8}\right) = \varphi(y)$$

$$\frac{1}{\mu}\left(-R_s \cdot \frac{b}{2} - \frac{dp}{ds}\cdot\frac{b^2}{8}\right) = \varphi(y)$$

Durch Subtraktion folgt:

$$\frac{1}{\mu} R_s \cdot b = 0$$

Da μ und b nicht Null sind, so muß $R_s = 0$ sein. Setzt man diesen Wert in die Gleichung (Seite 33) ein, so erhält man:

$$\varphi(y) = -\frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\cdot\frac{b^2}{8}$$

Die Gleichung (Seite 33) geht nun über in:

$$\frac{1}{\mu}\left(R_s \cdot s - \frac{dp}{ds}\cdot\frac{s^2}{2}\right) = w \cdot s - \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\cdot\frac{b^2}{8}$$

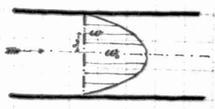
Daraus folgt:

$$w = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\left(\frac{s^2}{2} - \frac{b^2}{8}\right) + \frac{1}{\mu} R_s \cdot s$$

Da $R_s = 0$ ist, so ergibt sich:

$$w = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\left(\frac{s^2}{2} - \frac{b^2}{8}\right)$$

Diese Gleichung stellt eine Parabel dar, deren Scheitel für $s = 0$ liegt. Für $s = \pm\frac{b}{2}$ wird $w = 0$. Für $s = 0$ wird $w = -\frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\cdot\frac{b^2}{8}$. Da w eine Geschwindigkeit ist, so muß $\frac{dp}{ds}$ negativ sein, d. h. der Druck muß in der Richtung der Bewegung abnehmen.



Die Geschwindigkeitsverteilung ist durch die Gleichung

$$w = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\left(\frac{s^2}{2} - \frac{b^2}{8}\right)$$

gegeben. Die Geschwindigkeit ist also in der Mitte am größten und nimmt nach den Rändern hin ab. Sie ist dort Null.

Die Menge Q, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fließt, ist:

$$Q = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} w \cdot dy = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}}\left(\frac{s^2}{2} - \frac{b^2}{8}\right) dy$$

Da $s = y$ ist, so folgt:

$$Q = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}}\left(\frac{y^2}{2} - \frac{b^2}{8}\right) dy$$

$$Q = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\left[\frac{y^3}{6} - \frac{b^2}{8}y\right]_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}}$$

$$Q = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\left(\frac{b^3}{48} + \frac{b^3}{16}\right)$$

$$Q = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\cdot\frac{b^3}{12}$$

Die Geschwindigkeit v ist:

$$v = \frac{Q}{b} = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\cdot\frac{b^2}{12}$$

Die Reibung R ist:

$$R = \mu \cdot \frac{dw}{dy}$$

Da $w = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\left(\frac{y^2}{2} - \frac{b^2}{8}\right)$ ist, so folgt:

$$\frac{dw}{dy} = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\cdot y$$

$$R = \mu \cdot \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dp}{ds}\cdot y$$

$$R = \frac{dp}{ds}\cdot y$$

Die Reibung ist also proportional der Entfernung von der Mittelebene.

Es kommt nun vor, daß eine Flüssigkeit zwischen zwei ebenen Platten fließt, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit bewegen. Wir wollen annehmen, daß die eine Platte ruht, während die andere sich mit der Geschwindigkeit v bewegt. Der Abstand der Platten sei b. Wir wollen ferner annehmen, daß die Flüssigkeit unter dem Einfluß einer Druckdifferenz $p_1 - p_2$ fließt, wobei p_1 und p_2 die Drucke in zwei Querschnitten sind, die den Abstand l voneinander haben.

Wir wollen die Geschwindigkeit w in einem Abstande y von der ruhenden Platte berechnen. Wir betrachten eine Flüssigkeitsschicht von der Dicke dy und der Breite 1. Die Kraft, die auf diese Schicht wirkt, ist $\frac{dp}{ds}\cdot dy$. Diese Kraft muß gleich sein der Reibung, die die Schicht erfährt. Diese ist $\mu\cdot\frac{dw}{dy}$. Es ist also:

$$\frac{dp}{ds}\cdot dy = \mu\cdot\frac{dw}{dy}$$

Da $\frac{dp}{ds}$ konstant ist, so folgt durch Integration:

$$\frac{dp}{ds}\cdot y = \mu\cdot w + \text{Const.}$$

Für $y = 0$ ist $w = 0$, also ist die Konstante gleich Null. Es ist also:

$$\frac{dp}{ds}\cdot y = \mu\cdot w$$

Für $y = b$ ist $w = v$, also:

$$\frac{dp}{ds}\cdot b = \mu\cdot v$$

$$\frac{dp}{ds} = \frac{\mu\cdot v}{b}$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung $\frac{dp}{ds}\cdot y = \mu\cdot w$ ein, so erhält man:

$$\frac{\mu\cdot v}{b}\cdot y = \mu\cdot w$$

$$w = \frac{v}{b}\cdot y$$

Die Geschwindigkeit ist also proportional der Entfernung von der ruhenden Platte.

Die Menge Q, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fließt, ist:

$$Q = \int_0^b w\cdot dy = \frac{v}{b}\int_0^b y\cdot dy$$

$$Q = \frac{v}{b}\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^b$$

$$Q = \frac{v}{b}\cdot\frac{b^2}{2}$$

$$Q = \frac{v\cdot b}{2}$$

Die Geschwindigkeit v ist:

$$v = \frac{Q}{b} = \frac{v}{2}$$

Die Reibung R ist:

$$R = \mu\cdot\frac{dw}{dy}$$

Da $w = \frac{v}{b}\cdot y$ ist, so folgt:

$$\frac{dw}{dy} = \frac{v}{b}$$

$$R = \mu\cdot\frac{v}{b}$$

Die Reibung ist also konstant.

Es kommt nun vor, daß eine Flüssigkeit zwischen zwei ebenen Platten fließt, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit bewegen. Wir wollen annehmen, daß die eine Platte ruht, während die andere sich mit der Geschwindigkeit v bewegt. Der Abstand der Platten sei b. Wir wollen ferner annehmen, daß die Flüssigkeit unter dem Einfluß einer Druckdifferenz $p_1 - p_2$ fließt, wobei p_1 und p_2 die Drucke in zwei Querschnitten sind, die den Abstand l voneinander haben.

Wir wollen die Geschwindigkeit w in einem Abstande y von der ruhenden Platte berechnen. Wir betrachten eine Flüssigkeitsschicht von der Dicke dy und der Breite 1. Die Kraft, die auf diese Schicht wirkt, ist $\frac{dp}{ds}\cdot dy$. Diese Kraft muß gleich sein der Reibung, die die Schicht erfährt. Diese ist $\mu\cdot\frac{dw}{dy}$. Es ist also:

$$\frac{dp}{ds}\cdot dy = \mu\cdot\frac{dw}{dy}$$

Da $\frac{dp}{ds}$ konstant ist, so folgt durch Integration:

$$\frac{dp}{ds}\cdot y = \mu\cdot w + \text{Const.}$$

Für $y = 0$ ist $w = 0$, also ist die Konstante gleich Null. Es ist also:

$$\frac{dp}{ds}\cdot y = \mu\cdot w$$

Für $y = b$ ist $w = v$, also:

$$\frac{dp}{ds}\cdot b = \mu\cdot v$$

$$\frac{dp}{ds} = \frac{\mu\cdot v}{b}$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung $\frac{dp}{ds}\cdot y = \mu\cdot w$ ein, so erhält man:

$$\frac{\mu\cdot v}{b}\cdot y = \mu\cdot w$$

$$w = \frac{v}{b}\cdot y$$

Die Geschwindigkeit ist also proportional der Entfernung von der ruhenden Platte.

Die Menge Q, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fließt, ist:

$$Q = \int_0^b w\cdot dy = \frac{v}{b}\int_0^b y\cdot dy$$

$$Q = \frac{v}{b}\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^b$$

$$Q = \frac{v}{b}\cdot\frac{b^2}{2}$$

$$Q = \frac{v\cdot b}{2}$$

Die Geschwindigkeit v ist:

$$v = \frac{Q}{b} = \frac{v}{2}$$

Die Reibung R ist:

$$R = \mu\cdot\frac{dw}{dy}$$

Da $w = \frac{v}{b}\cdot y$ ist, so folgt:

$$\frac{dw}{dy} = \frac{v}{b}$$

$$R = \mu\cdot\frac{v}{b}$$

Die Reibung ist also konstant.

d. Leitungsdurchmesser sind. Ist ζ d. Widerstandscoeff. für ein besonderes Hinderniss, oder Widerstände, so ist:

$$B = \zeta \frac{u^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{u^2}{2g}$$

ist also wieder einerlei, ob sie

d. fünfzehnmaligen d. ist. Formel: $\left(1 + \zeta + \lambda \frac{l}{d}\right) \frac{u^2}{2g} = H$

worin d. wirksame Druckhöhe d.

Leitung ist: $H = h + \frac{p_0 - p}{\gamma}$, worin hierbei p_0 d. äusserlich wirkende Druck an d. freien Oberfläche d. in d. Leitung ist, während h d. Höhe d. Oberfläche im Ausflussgefäss über d. Mittelpunkt d. Leitung an d. Leitungsanfange bedeutet. —

Wird d. ganze Gefälle in Lot. f. Leitung mit Einrechnung K gesetzt, wenn jeder Widerstand voll. Lot dieser Formel ist vorausgesetzt, dass d. Wasser mit d. vollen Querschnitt d. gleichförmigen Rohre abfliesse. Unter Umständen kann es d. Fall sein, dass das Wasser nicht mit einem vollen Querschnitt abfliesst, sondern das Rohr mit einem Querschnitt versehen ist, der kleiner ist, als d. Querschnitt, mit A bezeichnet worden soll, während $\frac{d^2}{4}\pi$ d. vollen Querschnitt d. Rohres bedeutet. Ist dann d. Fall so, dass d. Contractions-Coeff., d. sich unter d. nachfolgenden Umständen nicht d. Ausflussziffer hinzuf., ferner d. Geschw.-Coeff. Lebendigkeit d. Lösung dieser Gleichung falls eine verschiedene Widerstände, als $\mu = \alpha\varphi =$ Ausflusscoeff. und $\frac{1}{\varphi^2} - 1 =$ Widerstandscoeff., welche dieser Gleichung zu Grunde liegen, nicht ist, dann ist diese Gleichung in einem solchen Fall diese Gleichung zu verschiedenen ist. d. Gl. durch, d. d. wirksame Druckhöhe und 2 Zeichen bezeichnet einerlei und $\frac{u^2}{2g}$ als Ausflussgeschw.-Höhe, $\zeta \frac{u^2}{2g}$ Widerstandshöhe, und d. besonderen Widerstände aufgiebt Einer und $\lambda \frac{l}{d} \frac{u^2}{2g}$ Leitungswiderstandshöhe für d. ganze Rohrleitung l. —

Ist d. Rohr nun stark mit einem engen Querschnitt versehen, so ist d. wirksame Druckhöhe zu vermehren, wenn nicht mehr d. Geschw. in d. Rohre zu ergänzen, sondern nur d. geringere Geschw., womit für einen d. kleinsten Querschnitt d. contrahirten Strahls gleichzusetzen ist; dieser Querschnitt ist αA und es ist also d. Geschw. wie d. kleinsten Querschnitt d. contrahirten Strahls zu berechnen ist, d. h. wie d. Geschw.-Höhe $\frac{1}{2g}\left(\frac{d^2}{\alpha A}\right)^2 u^2$ zu ergänzen. Ausserdem kann eine $\frac{d^2}{\alpha A}$ grössere als u, d. h. wie d. Geschw.-Höhe $\frac{1}{2g}\left(\frac{d^2}{\alpha A}\right)^2 u^2$ zu ergänzen. Ausserdem kann eine d. Querschnittsverengung ein besonderes Widerstand verursacht werden entsprechend d. Widerstands-coeff. $\frac{1}{\varphi^2} - 1$, ob ist somit dann d. wirksame Druckhöhe Hier Gegen ist stets zu berücksichtigen, dass nicht besondere Widerstandshöhen noch zu ergänzen sind Ausflusshöhe- Höhe eines d. Widerstandshöhe $\frac{1}{\varphi^2} - 1$, mal d. Ausflusshöhe- Höhe. dieser Ausdruck stellt ein d. Maß von $\frac{1}{2g} u^2$ also:

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{d^2}{\alpha A}\right)^2 u^2 \left[1 + \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)\right] = \left(\frac{d^2}{\alpha\varphi A}\right)^2 \frac{u^2}{2g} = \left(\frac{d^2}{\mu A}\right)^2 \frac{u^2}{2g}$$

dessen ist nun d. allgemeine Widerstandshöhe:

$$H = \left[\left(\frac{d^2}{\mu A}\right)^2 + \zeta + \lambda \frac{l}{d}\right] \frac{u^2}{2g}.$$

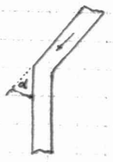
worin $A = \frac{d^2}{4}\pi$

wenn nun $\mu = 1$ wenn d. Gl. ging dann wieder in d. frühere Form über. —

Wenn nun diese Widerstandshöhe zur Lösung einiger Aufgaben benutzt werden sollen, genügt es in jedem einzelnen Falle die entsprechenden besonderen Widerstände abgesondert werden, und auch ist für d. Coefficient ζ in d. Widerstandshöhe beizufügen. Solche Widerstände werden einerseits durch plötzliche Querschnittsänderung und plötzliche Querschnittsänderung.

Ausserdem Querschnittsänderungen werden unmerklich verursacht durch Biegungen und Krümmungen. Endlich einem Rohrsystem oft jedoch in einem Rohrsystem eingeschaltet Rohrventile angebracht zu werden, in welchen d. Querschnitt eine Abänderung durch einen Schieber erleidet. Ist hierbei α d. Verengungscoeff. des Querschnitts, ζ dieser Widerstand eines durch Versuche ermittelt werden kann. Für Lahoff einen solchen Rohrventile fast unmerklich Weisbach dieselbe angestellt worden d. Winkel α entsprechenden Werthe gegeben werden. d. Resultate hatten sich in folgender Formel zusammengefasst:

$$\zeta = 0{,}9457 \sin^2\frac{\alpha}{2} + 2{,}047 \sin^4\frac{\alpha}{2}.$$



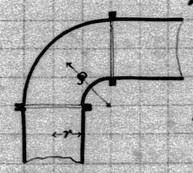
wenn z. B.: für: $\alpha =$ 20° 40° 60° 80° 90°

ist gleich: $\zeta =$ 0,046 0,139 0,346 0,740 0,984

Es ist interessant, noch besonders zu bemerken, dass diese Versuche für Röhren mit $d = 0{,}03$ m, d. d. Weite d. Rohre einen ungefähren Durchschnitt enthält. Bei grösseren Weiten dürfen nicht so grosse Verluste entstehen, und Rohren von $d = 0{,}01$ m zeigt sich, dass ζ einen kleinen Werthen von 2 eingeführt 1½ annehmen gestatten. Es bleibt sich also annehmen, dass auch verschiedene Weite d. Widerstandscoeff. ähnlich wird als in dieser Form; jedenfalls können neue Formen aber dieser passen, dass neuen d. Widerstandscoeff. zu bleiben entspricht, neuen neuen diese Formel für weitere Röhren verwandt.

Scharfkantige Rohrleitungen ergeben sich für dergleich Rohren. Ebenfalls solche Weisbach Versuche an, wenn d. gekrümmte Ablenkung 90° betrug, deren grösse sich, dass d. ausführlichen Widerstandscoeff. für diese dergleich Rohren nicht merklich grösser war, als für ein einfach Rohr; wenn dagegen diese Röhrenkrümmung eine aufgegossenen Ecken stellt. fanden, deren auch sich d. ausführlichen Widerstandscoeff. merklich dergleich 4 grösser wie für jedes einzelnes Rohr für sich. Nimmt d. Mittellinien parallel zu einander, so stellt sich d. ausführlichen Widerstandscoeff. — d. 1½ fachen wie für jedes einzelnes Rohr. Es ist besser solcher gezogenen worden, so diese Widerstand verhältnissmässig ziemlich gestellt werden muss wie eine gerades Rohr-Krümmung. Diese Verminderung zu Grunde gelegt, bleibt sich mit d. soeben mitgetheilten Versuchen, dass d. Querschnittsverengung bereits 2½ Rohr wie ein ganzes Rohr mit dem Widerstandscoeff. 1 angesehen werden kann, wenn das Rohr mit einem Winkel von 90° gebogen ist. Bei diesen Versuchen waren d. Widerstandscoeff. eines ganzen Rohres = ζ_1 und = ζ_2, so bildet sich annehmen, dass ein ganzes Rohr = ζ_1 ist, wenn ζ d. ganzes d. Leitung ist, und 2½ Fall ist $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2$ und in solch d. nachfolgenden Rohren $\zeta = \zeta_1 + \frac{1}{2}\zeta_2$. Es bleibt noch zu bemerken, wie bereits d. Grösse dieser beiden Röhren sein muss, damit d. Lösung dadurch eine gewisse Genauigkeit nicht überschreitet, damit noch einen Rohr ganz unabhängig von einander angesehen. —

Bei kleinen Widerstand ist dann eine solche Rohrform nicht vortheilhaft durch Ersparniss an Röhrenstücken, als durch in d. Rohren eingeschaltete zweckmässige Krümmung, anstatt gerade Rohrstücke mit einander verbunden werden. Gewöhnlich ist ebenfalls d. Centriwinkel einer solchen Röhrenform ein Rechtwinkel von 90° für solche Krümmungen, wobei also d. Mittellinie ein Quadrant ist, ist Weisbach mit seinen eigenen Versuchen und mit denjenigen von Eytelwein gefunden, gefunden:



$$\zeta = 0{,}131 + 1{,}847 \left(\frac{r}{s}\right)^{\frac{7}{2}}$$

wenn r d. Radius d. Querschnitts und ρ d. Krümmungsradius d. Mittellinie d. Röhrenaxe bedeutet. —

Weisbach fand auch Versuche angestellt bei Rohren mit rechteckigem Querschnitt. Wenn dabei mit r d. Seite d. Rechtecks bezeichnet wird, d. mit d. Ebene d. Mittellinie d. Krümmung parallel ist, so war für diesen Fall zu setzen:

$$\zeta = 0{,}124 + 3{,}104 \left(\frac{r}{s}\right)^{\frac{7}{2}}.$$

für andere Fälle d. Querschnitts wird sich z. B.:

für $\frac{r}{s}$ =	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
ζ =	0,138	0,158	0,206	0,294	0,440.

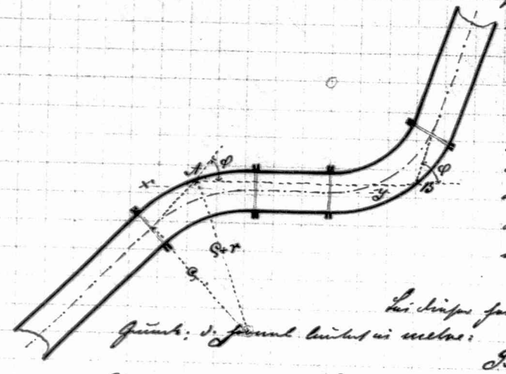
Für grosse Genauigkeit ist übrigens diesen Zahlen nicht zu vertrauen, und eine Interpolirung d. Versuchsresultate wird zu vorziehen sein. Ist ζ dieses Coefficient, wenn ζ dieses gesetzt wird; ist ein solcher Rechtwinkel = 90°, so ist sich ζ = 1,2 ζ. Ist ein solcher Winkel = 45°, so ist ζ = 0,6 ζ. Ist ein solcher Winkel = 22½°, so ist ζ = 0,3 ζ. Ist ein solcher Winkel = 11¼°, so ist ζ = 0,15 ζ. Ist ein solcher Winkel = 5⅝°, so ist ζ = 0,075 ζ. Ist ein solcher Winkel = 2¹³/₁₆°, so ist ζ = 0,037 ζ. Ist ein solcher Winkel = 1⁴⁷/₆₄°, so ist ζ = 0,018 ζ. Ist ein solcher Winkel = 0⁴⁵/₆₄°, so ist ζ = 0,009 ζ. Ist ein solcher Winkel = 0²³/₆₄°, so ist ζ = 0,004 ζ. Ist ein solcher Winkel = 0¹¹/₆₄°, so ist ζ = 0,002 ζ. Ist ein solcher Winkel = 0⁵/₆₄°, so ist ζ = 0,001 ζ. Ist ein solcher Winkel = 0²/₆₄°, so ist ζ = 0,0005 ζ. Ist ein solcher Winkel = 0¹/₆₄°, so ist ζ = 0,0002 ζ. Ist ein solcher Winkel = 0⁰/₆₄°, so ist ζ = 0,0001

gekommen, ist nennen wir d. Mittelkörper d. beiden gewählten Knickpunkten entlegen, diejenigen für die Stärke d. Reibungsgewichte. Und wenn jetzt Reibung zu Grunde gelegt, ist:

$x = \varphi(\sqrt{2}-1)$ ist $\frac{x}{\varphi} = 0{,}4142$. Dort nennen diesen Wert in d. Weisbach'schen Formel ein, so folgt: $\zeta = 0{,}215$. —

Aus diesen beiden Reibungsbeziehungen können wir, die sich auf einige Knickpunkte nur annähern, berechnet, wenn ein Übergang aus einem gestreckten Rohr mit einer gewissen Knickung fortgesetzt wird, wie z. B. ein Schöpfrohr, gewöhnlich Rohr einen Übergang ab. Diese fehlt können wir d. Weisbach'schen Formel benutzen, denn es nicht dann für $\frac{x}{\varphi} = 0$ $\zeta = 0{,}131$ werden, für diesen fall hat ein Dubois'sch Formel wert:

Ist nun ein Übergangsstück in irgend einem Rohr gekommen wird an beiden Enden gestreckten Rohr gerade Knicken um, denkt man sich d. Mittelkörper d. beiden Knickpunkte um einen festen verbunden bis sie d. Reibungsrand berührt, zieht man diesen Punkte eine Tangente an d. Mittelkörper bis sie schneidet d. Reibungsrand. Letzte Punkt wieder ist d. untere Reibungsmittelkörper fällt, so erhält man eine Reihe von Übergangsrichtungen. Ist Reibungsrand bei dieser Zeichnung an einem Punkt A, von welchem wird als gemeinschaftlich gegeben, wie man d. Tangente zieht, so zieht man d. Tangente x y an d. Mittelkörper, an d. Reibungsrand = ∞ ist und zieht dann A B ∥ x y. Wenden diese Richtung ab bestimmt ist man: $B = \frac{\Sigma \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{3000}$ u² fein.



Bei dieser Formel wie Dubois bleibt außer d. Stoßes Zahl zu Grunde; d. Formel lautet so wie:

$B = 0{,}0123\ u^2 \Sigma(\sin^2 \frac{\varphi}{2})$ Setzt man diese Reibungsrand fehlt $= \zeta \frac{u^2}{2g}$; p — folgt:

$$\zeta = 0{,}2413\ \Sigma(\sin^2 \tfrac{\varphi}{2}).$$

Ist d. Reibungsrand vollkommen convergent = 8, denn ist $\Sigma \sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{\alpha}{\varphi} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$, wenn d. gesamte mittlerer Abrundungswinkel ist, also $\frac{\alpha}{\varphi}$ d. Zahl d. Abrundungswinkel. Setzung ergibt sich $\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{8}{8+r}$ wenn d. Setzung. Wenn ist:

$\frac{r}{\varphi}$ =	0,05	0,1	0,15	0,2	
für ζ =	0,0632	0,0850	0,0994	0,1099	und $\frac{\alpha}{100}$
und für $\alpha = 90°$: ζ =	0,057	0,076	0,089	0,099.	

für $\alpha = 90°$ kann man diese Werte ergänzen mit denen, die sich aus d. Weisbach'schen Formel $\zeta = 0{,}131 + 1{,}847 (\frac{r}{\varphi})^{\frac{1}{2}}$ ergeben sollten, denn wenn für $\frac{r}{\varphi} = 0{,}2$ ... $\zeta = 0{,}138$. Denn wird man für alle Fälle setzen, wenn man auf d. Ausfallwert $\frac{r}{\varphi} = 0{,}2$ bis d. Weisbach'schen Formel bleibt und für kleinere Werte von $\frac{r}{\varphi}$ d. Dubois'schen, wenn man d. Coeff. von ζ ergänzen, so kann ist d. Weisbach'schen Formel für $\alpha = 90°$: $\frac{r}{\varphi} = 0{,}2$ entspricht, bleibt d. Fall, wenn man setzt:

$$\zeta = 0{,}337 \sin^2 \tfrac{\varphi}{2}.$$

denn wenden d. Coeff. von ζ größer wird d. Wert $= 0{,}138$. Zwischenwerte für einen convexen Übergang erhält ist denn zu ergänzen: $\zeta = 0{,}337 \frac{\alpha}{90} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$ wenn $\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{8}{8+r}$

Setzung ist z. B.: für:

$\frac{r}{\varphi}$ =	0,05	0,1	0,15	0,2	
ζ =	0,0882	0,1138	0,1389	0,1534	und $\frac{\alpha}{100}$.
und für $\alpha = 90°$ ζ =	0,079	0,107	0,125	0,138	

Ist d. Knickpunkt nun $\frac{r}{\varphi}$ ist klein, so kann man sich auch einen kleinen formel für ζ entwickeln, wenn d. Reibungspunkt ζ vermittelbar ist, indem man d. Knickpunkt $\frac{r}{\varphi}$ entwickelt wird. Ist nun dieser ist kleine Knickpunkt $\frac{r}{\varphi} = x$, ist $\cos \frac{\varphi}{2} = (1+x)^{-1}$

also $\sin^2 \frac{\varphi}{2} = 1 - (1+x)^{-2} = 2x\,(1 - \frac{3}{2}x + \ldots)$ also $\sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{2x}\,(1 - \frac{3}{4}x + \ldots)$

und somit $\frac{\varphi}{2} = \operatorname{arc.sin} \sqrt{2x}\,(1 - \frac{3}{4}x + \ldots) = \sqrt{2x}\,(1 - \frac{5}{12}x + \ldots)$

Setzung $\frac{1}{\varphi} \sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{2x}{2\sqrt{2x}} \cdot \frac{1 - \frac{3}{2}x + \ldots}{1 - \frac{5}{12}x + \ldots} = \sqrt{\frac{x}{2}}\,(1 - \frac{13}{12}x + \ldots)$

Wenn man nun in d. gefundenen Gleichung einfach berücksichtigt, so kann statt $-\frac{13}{12}x$ einfach x setzt, ist:

$$\frac{1}{\varphi} \sin^2 \frac{\varphi}{2} = (1-x)\sqrt{\frac{x}{2}}$$

also $\zeta = \frac{9{,}33}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\alpha}{180} \cdot \alpha (1-x)\sqrt{x} = 0{,}00416\,\alpha (1 - \frac{r}{\varphi})\sqrt{\frac{r}{\varphi}}$.

Dieses entspricht

aber d. d. Grenzen, mit welchen Genüge man $\frac{\alpha}{180}$ gesetzt werden. Diese Formel gilt für $\frac{r}{\varphi} < \frac{1}{20}$; wenn genau also d. gegen Abrundungsmittel beträchtlich entwickelt angenommen ist ist d. Abrundung einen in demselben Raum vor sich geht wie.

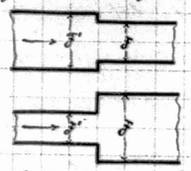
Ist $\frac{r}{\varphi}$ ist klein und d. nur einfache Größe, so wird diese Unterschied ϕ klein sein, ist man ihn benutzt zu Berechnungen benutzt. Es kann aber sein, ist d. kleinere $\frac{r}{\varphi}$ ist gesetzt, wie man mehrfach bei Versuchen.

Diese d. angenommen Abrundungsmittelpunkten kommen entsprechen Unterschied vor, wie es sehr gleichen Bedeutung d. Reibungsmittelpunkt und Reibungsrand bei Berechnungen, d. mit einem völligen Ersatz d. Formel von d. Reibungsrand entnommen sind, und somit mit einem (sonst gegebenen Verhältnissen) entnommen Unterschied bestehen sind, solchen nicht annehmbar annehmen; unterscheidet sich solch, wenn solche Unterschied sich nicht annehmen lässt oder wo ein solcher zu wahrscheinlich sonst gestellt ist, entsprechend zur Rechnung d. zur gewünschten vollständigen Kenntnis d. Vorgänge, wie sind gestellten kennen Berg Schalen, Schieber, Schraubenhähne und Ventile. Denn wird solche Unterschied d. Reibungsmittelpunkt an einem gewissen Wulst anzeigt ist, so ist d. kleinste Querschnitt d. Rohre, an einem solchen Wulst beginnend mit A und D ist d. solch Querschnitt d. Rohre; dennoch ist denn als noch nicht gestellt, ist A d. kleinste Querschnitt d. Reibungsrand selbst ist, ist kann nämlich gewiß, wenigstens d. Vorgang für diesen gestellten, sobald man seine nähere Kenntnis erhält denn bis d A. diesen kleinste Querschnitt d A annimmt sich wie ist gestellt wächst bis zu welchem Querschnitt d. Rohr. Denn diese ähnliche Querschnittsverminderung durch Reibungsrand von d A bis D d. wirkliche Unterschied, gewinnt: $\zeta = (\frac{F}{d\,d} - 1)^2$; selbstständig wird man zu diese ähnliche Vergrößerung d. Querschnitts d. Reibungsrand von d A bis D d. Querschnitte d. Unterschied sein. Aufgaben wird aber nicht selten ein genauer Unterschied wünschen durch d. genaueren Vergrößerung d. Querschnitts von D bis d A; denn können annähernd bei diesen Rechnungsvorgängen wegen d. Querschnittsverminderungen, wenn verschiedenen Gestaltungen d. Reibungsrand, ähnliche Verhältnisse, und Gestaltsänderungen verbunden d. Querschnitts verbunden. Wird aber d. ähnliche Formulierung d. Querschnitts immerhin d. Querschnittsform bleibt, so kann man sich in allen diesen Fällen diese Art Rand von ζ zu Grunde legen, wenn man dann um d eine entsprechend gestaltete Bedeutung bildet und diesen Coeff. einen Wert bildet, den man sich verschafft, für verschiedene Fälle zu ändern. —

Ist indessen wünschenswert genügt d. Werte von d zu kennen für einen bestimmten Fall, bei welchen d genannten entsprechenden Verhältnisse gegeben sind, bei einer d. Fall einer convergierenden Rohre, welche an einen gewissen Wulst eine ebene Reibungsrand besitzt mit d. von entsprechen Durchschnittsöffnung A. d. für d. Querschnitt d. Rohre wird $\frac{A}{F} = n$. ist dann d. Werte von ζ von Weisbach sehr bestimmt worden sind kann man d. Werte von d; folgt sich:

für n =	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
ζ =	0	0,06	0,29	0,80	1,80	3,75	7,80	17,5	47,8	236
d =	1	0,892	0,813	0,753	0,712	0,681	0,659	0,643	0,632	0,624

Je kleiner ε, desto vollkommener ist d. einem Contractius, desto kleineren Werth muß α. Wenn α bekannt d. Coeff. einer einfachen Contraction bedeutet, so muß α für jede kleinere Werthe von ε = d. für diesen bestimmten Ausflußfällen Coeff. 964. Selbstständig findet für α auch so wenige Anhaltspunkte, daß diese Coeff. bisher einer einfachen Contraction auch bekannt, einigermaßen aber muß d. Werth sich selbst ergeben, d. durch d. parallelen Zusammenziehung d. Ausflußstrahls durch d. kleine Öffnung bedingt ist. Wenn d. erwähnte Ausflußöffnung A nahe d. Spitze rund, in welche sie sich befindet nicht in einer mit d. ganzen Ausflußfall parallelen Fläche liegt, sondern mit d. Wand diese Spitze rund 2 Flächen von verschiedenen Winkeln mit gemeinsamen Kante in einander übergehen, deren kürzeste, d. in diesen Fällen für ζ — : $\frac{F}{A}$ d. Ausflußfall d. Fläche ferner diese Ausflußöffnung bedeutet, wofür d. Coeff. α abhängt von d. Verhältniß d. Ausflußöffnung A zum Ausflußfall F' der anderen Fläche. Wenn fortfällt, wenn einen d. Werth von α und diesen formal ausdrücken will, $= \frac{A}{F'}$, zu setzen.

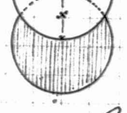


Hierbei sind folgende Fälle besonders merkwürdig:

1) Wenn $F' > F$ wird $A = F$ sein; dann ist: $\zeta = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2$ wobei d. Coeff. α gemäß d. Ausflußfall $= \frac{F}{F'}$ wird d. vorgegebenen Falle unbekannt bleiben kann.

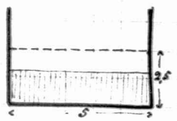
2) $F' < F$ wird $A = F$, d. h. einfach an einem gewissen Theile d. Ausflußfall die Flüssigkeit vorbeiströmt; dann findet eine einfache Contraction statt, wobei $\alpha = 1$ wird, nämlich: $\zeta = \left(\frac{F}{F'} - 1\right)^2$. —

Auch wenn d. Ausflußfall d. Werthe d. Coefficienten beträchtlich, so sind nur Weisbach Versuche vorhanden, über d. Fall, daß d. Fläche enthaltene eine Kreisförmigen od. einen rechteckigen Ausflußfall hat. Wenn eine solche Fläche von kreisförmigen Ausflußfall mit einem innenen Reibungsspitzen versehen ist, so bildet sich eine spitzförmige Zusammenziehung. Wenn d. Spitzen eine d. Kreis x eingeschriebene ist, wenn d. Entfernungsverhältniß $= d/x$, so wird d. Widerstandscoeff. willkürlich sein wenn $\frac{x}{d}$; so gestalten $\frac{x'}{d}$ als gestalten ζ. Bei diesen Versuchen falls d. Fläche einen Durchmesser $d = 4$ Zoll und es ergab sich für:



$\frac{x}{d}$ =	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$
ζ =	907	926	981	2,06	5,52	17,00	97,8

Auch d. Versuche mit d. vorspringenden Rändern betrifft, so wurde d. Röhren von d. gleichen Weite eingeschraubt; d. Rand fand d. Durchmesser 5 Zoll und 2,5 Zoll.



Einige hier weiter für ausgeführten Werthe von $\frac{A}{F}$, welche Verhältniß für einfache $= d.$ Verhältniß d. Fläche d. Ausflußöffnung zum Fläche d. Röhren ist, d. Werthe von ζ berechnet, wird finden sich in Weisbach's Mechanik. Wenn einen einfachen Werthe von ζ vorliegt mit beigegebenen Werthen ζ und d. allgemeinen Formel $\zeta = \left(\frac{F}{\alpha A} - 1\right)^2$ für einfache Werthe von $\frac{A}{F}$, so findet man, daß bei d. gegebenen Werthen von $\frac{A}{F}$ d. Widerstandscoeff. ebenso gering sind, als wie für unendlich kleinen, dagegen für d. kleinen Werthe von $\frac{A}{F}$ einen kleinen als ein unendlich kleinen Fall. Dieses lässt sich leicht erklären: es ist nämlich mein angenommener Grund vorhanden, weshalb d. Werthe von α in diese allgemeine Formel für einen ebenso kleinen Werthe von denen von α in unendlich kleinen Fall fortan: d. Erscheinung, daß nämlich einfache Zusammenziehung A nicht mehr contract liegt und nicht mehr einfache Gestalt hat. d. Ausflußöffnung bedingt wahrscheinlich eine Vergrößerung d. Widerstandes, also eine Verkleinerung von α, denn es ist mit d. Ausflußöffnung gleich eine Ausflußverminderung verbunden. Endlich wird durch diese Lage d. Ausflußöffnung verursacht, daß d. inneren Contraction nicht vollständig, sondern mehr gradweise ist; sie findet mehr an einem Punkte statt. Diese Contraction vergrößert α. so sind also 2 Einflüsse vorhanden: d. eine vermindert α mehr d. andere vergrößert α. diese beide Einflüsse wird sich namentlich in d. früheren besonders gelegenen, wo $\frac{A}{F}$ klein ist.

Beispiel: Angenommen mein cylindrischer Abflußrohr von $d = 0{,}1$ m, welches mit einem solchen Reibungsspitzen versehen ist, daß man bei vollkommener zusammengezogener Öffnung, also für $x = 0$, bei einem wirksamen Druckhöhe $H = 1{,}15$ m, eine Wassermenge $V = 0{,}015$ cubikm. pr. Sek.

Also $d = 0{,}1$ m $\quad H = 1{,}15$ m und für $x = 0$: $V = 0{,}015$.

Diese beiden besonderen Thatsachen, d. durch diesen Reibungsspitzen festgestellt werden können, für mein einfaches ein Widerstand vorausgesetzt, also für d. spitzige d. Wasserfaden im d. Röhre $\zeta = \frac{1}{2}$ gesetzt werden können, d. Röhre für welche Geschwindigkeit angesetzt. Zum Ersatz für diese besonderen Widerstand vorausgesetzt. Es muß mir für einen anderen Zweck d. Reibungsspitzen passend vorgestellt werden, d. h. Röhre mir selbst gerade Wasser gibt. Wie muß mir d. Spitze vorgestellt werden, d. sie einfach einen α annehmen, damit $V' = \frac{V}{2}$ Wasserdruck abgibt?

Zunächst ist mir: $\sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}15} = 4{,}75$

$$f = \frac{\pi d^2}{4} = 0{,}007854$$

Für d. Größe u für $x = 0$: $\quad u = \frac{V}{f} = 1{,}91$ m pr. Sek.

Hieraus muß mir mit φ d. vollkommenen Widerstandscoeff. für $x = 0$: $\quad u = \varphi\sqrt{2gH}$ ab: $\quad \frac{1}{\varphi} = \frac{\sqrt{2gH}}{u} = \frac{4{,}75}{1{,}91} = 2{,}487$.

und hieraus d. vollkommenen Widerstandscoeff. für $x = 0$:

$$\frac{1}{\varphi^2} - 1 = 5{,}185.$$

Aus diesen vollkommenen Widerstandscoeff. $\zeta = 0{,}5$ abgezogen, eine übrige Widerstand zu finden, d. nach Abzug d. Führungswiderstand kommt; also d. Führungswiderstandscoeff.:

$$\lambda \frac{l}{d} = 4{,}685.$$

Soll nun mir d. Gestalt der Röhre mit Spitze, d. mit entsprechend Geschw. u' mit halb so groß als u sein, so muß also mir φ' mit $\frac{1}{2}$ so groß als φ sein. Es: $\varphi' = \frac{\varphi}{2}$ sein, und somit:

$$\frac{1}{\varphi'^2} - 1 = \frac{4}{\varphi^2} - 1 = 4 \cdot 5{,}185 - 1 = 23{,}74.$$

Für mir einen ähnlichen Widerstand, welcher wenn d. Führung beides beim wird $= 0{,}5$, somit d. Führungswiderstand $\lambda' \frac{l}{d}$, für d. vollkommenen Rohr d. Widerstandscoeff. d. wenn d. Spitze beides wird, also:

$$\zeta = 23{,}24 - \frac{\lambda'}{\lambda} 4{,}685$$

Nun ist aber $\lambda = \alpha + \frac{\beta}{ud}$ und für $x = 0$: $\frac{1}{ud} = 5{,}2$ also: $\lambda = 0{,}0240$.

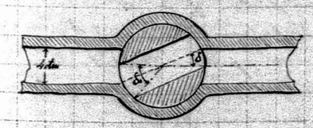
somit ist annähernd $\frac{1}{u'd} = 2\frac{1}{ud} = 10{,}4$ also $\lambda' = 0{,}0244$. } also $\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{61}{60}$

wenn $\zeta = 18{,}48$.

Für $\zeta = 17$ findet sich in d. Tabelle $\frac{x}{d} = \frac{6}{8}$, für $\zeta = 18{,}5$ wenn d. Werthe von x entsprechend, d. wenig größer als $0{,}075$ m ist. — Für solche Vorrichtung Versuche wird man sich schwierig können, wenn man schon absieht ob $\lambda' > \lambda$ ist, aber doch wahrscheinlich sicher zu bejahen. ——

Soll nun d. Widerstand beim Übergang durch Scheidewände bekannt, so ist mir einfach am Weisbach gewiß worden und zwar so, daß d. Scheidewände sich in einer gleichseitigen od. gewöhnlichen Röhre befinden. Für d. engere soll von d. Weite d. Rohres $d = 4$ Zoll. Es ist d. Winkel, welchen d. Ebene d. Scheidewand mit d. Ebene d. Röhre bildet. Es muß dann zur vollkommenen Querschnittsfläche d. Scheidewand gegeben sein, bei welchen Werthen δ d. Abfluß vollkommen ist, dieser Winkel sei $= \delta$; bei d. Weisbach'schen Versuchen war $\delta = 82°$. Offenbar ist dieser Winkel bekannt durch $d : F$, wenn D d. Querschnitt d. Scheidewand ist und zwar so ist:

$$\sin\frac{\delta}{2} = \frac{d}{D}.$$



Unter diesen Umständen ergibt sich meine für:

$\delta =$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°
$\zeta =$	0,05	0,29	0,75	1,56	3,10	5,47	9,68	17,3	31,2	52,6	106	206	486

} Hier ist jedoch nicht ζ größer $\frac{1}{2}$ groß, d. h. d. Widerstände nicht mehr gestiegen werden und mein Beispiel abgebrochen werden.

Es folgt sich wie wenn man mit Hilfe dieser Tabelle d. Coeff. ζ berechnen kann für jeden einem anderen Fehler, für welchen d. Abfassungswinkel δ' einem anderen Werth besitzt als d. d. Tabelle zu Grunde liegt. Es kann auch kommen vor, daß für d. wasserführenden Widerstand 2 Fälle besteht, nämlich einen glatten Cementputzwiderstand und einen rauhen Bruchsteinbelag, wobei man dann für jeden von beiden Fällen δ, besonders genau jedoch nicht von d. empfehlenswerthesten Werthen von $\frac{\delta}{\delta_0}$ ab pendern muss d. abgeleiteten Werth von δ. Mit Hülfe der hier folgenden wird dann ζ mit Hilfe dieser Tabelle nun für einen anderen Fehler, für welchen δ' einen anderen Werth besitzt, berechnet werden können. Es kann auch selbst Tabelle auf d. Werthe von ζ_0 berechnet werden ist: diejenigen Schaufelspitze von ζ, d. nun von d. oberen Einschnitt fernsten. Hierbei können wiederum benutzt werden auf d. Formel $\zeta_0 = \left(\frac{\delta}{\alpha\delta} - 1\right)^2$, wenn man für d. entsprechenden Mittelwerth d. Verhältnisses d. Werthe von $\frac{\delta}{\delta}$ berechnet, mit diesen Werthen d. Werthe von α bestimmt und dann für ζ_0 berechnet, so fast für:

δ =	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°
ζ_0 =	902	915	939	985	1,62	2,89	5,05	8,72	15,4	27,9	53,9	113	276.

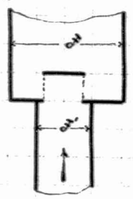
Dasselbe wie d. Beispiele wäre, für einen Fehler in einem schiefwinkligen Rohre, dessen Abfassungswinkel δ' = 75° ist, d. Widerstandscoeff. ζ zu bestimmen, welcher d. Winkel δ = 50° entspricht, so kann man folgendermaßen schließen:

Es ist $\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3}$. In d. Weisbach'schen Tabelle findet sich diesem Verhältniß $\frac{2}{3}$ ein Werth δ entsprechend von 54 $\frac{2}{3}$° und hierfür ist ζ_0 = 52. d. unsere Lösung Tabelle findet sich nicht nun d. Verhältniß $\frac{\delta}{\delta_0}$ ab, sondern nun seinen absoluten Werthen δ; für δ = 50° ist also $\zeta - \zeta_0 = 52{,}6 - 27{,}9 = 25$ und somit kann für d. vorliegenden Fehler, welcher für δ = 75° allen Messungen entsprechend, entsprechend einem Mittelwerth von 50°: $\zeta = 52 + 25 = 77$ gefunden. —

Es sind ferner von Weisbach Versuche angestellt worden über d. Widerstandscoeff. von Drosselklappen und zwar mit für ein Rechteckrohr und ein gewöhnliches Rohr. Es wird mit für d. Widerstand abhängig sein von d. Winkel δ, den d. Fläche d. Drosselklappe mit d. Rohrachse einschließt. Vergleicht man d. für verschiedene Werthe von δ

ermittelten Werthe mit denjenigen, welche d. sogenannten Werthe von $\frac{A}{F}$ entsprechen, so zeigt sich, daß für d. kleinen Werthe von δ d. Widerstandscoeff. größer sind als d. einer sogenannten Mittelstellung entsprechenden Werthe, daß also die Drosselklappe in einer gewissen Öffnung ein größeres Widerstand ausübt als in einer sogenannten Mittelstellung. Es ist dies ein Resultat, welches man nicht erwarten sollte, da man sich vorstellen kann, daß bei d. kleinen Werthen von δ d. Widerstandscoeff. größer sein muß, weil dann die Drosselklappe am nächsten für sich einen geringen Widerstand ausübt, wenn sie ganz δ = 0 ist; wenn dagegen δ wächst, so muß sich d. Querschnitt vermindern, d. für d. Durchfluß eine Verengung entsteht, die um so größer ist, je größer δ wird und diese Verengung muß d. einzigen Fehler sein, welche d. Widerstandscoeff. ζ mit wachsendem δ vergrößert. —

Übrigens sind von Weisbach auch Versuche mit Ventilen angestellt. Dabei war zunächst d. Regelventil: d. Öffnung d. Ventils befindet sich an einer solchen Stelle, wo plötzlich eine Querschnittserweiterung stattfindet, wie d. Durchgang bei einem Drosselventile. Es sei F d.



Querschnitt d. ausströmenden Wassers, also d. Rohres vor d. Ventil und F' d. Querschnitt d. abfließenden Wassers, also z. B. jenes d. Ventils, dann sind 3 wesentlich Querschnitte zu unterscheiden: 1) der d. Ventilöffnung A, 2) d. vierfüßige Querschnitt vor d. Ventil genau = A_2
3) d. gleichfalls rechteckige Querschnitt zwischen d. Ventil und seinem Sitze = A_3, also d. gleichfalls Öffnung. Bei einem gegebenen Ventil sind nun A, und die gegebenen, wogegen A_2 von d. Stellung h d. Ventils abhängig. D. wasserführende Widerstandscoeff. ζ ist nun abhängig von d. Verhältniß zwischen A_1, A_2, A_3

und d. Querschnitt F. Ist d. Stellung h so gestaltet, dass wird d. wasserführende Widerstandscoeff. ungefähr denjenigen A_3 abhängig sein, wird d. Stellung h nicht durch A_3 maßgebend, so wird d. Function d. Stellung h mit ζ etwas wird wenig ab, bis zu einem Grenzwerthe d. weiteren Vergrößerung von h keinen Einfluß mehr auf ζ ausübt. Dann wird wenigstens theoretisch d. Querschnittsöffnung A_3 mit ζ wächsen zu wachsen, sobald d. Querschnitt d. Widerstandes keine Verringerung durch A_3 mehr erfährt als d. Öffnung A. ein thatsächliches ist. Dann d. Stellung h = d. Radius r d. Öffnung A. gemacht ist d. ist $A_3 = 2\delta(r \cdot r - \frac{\delta}{2}r - \frac{\delta}{2}r) = 2A$, wenn man einen kleinen Fehler, d. in diesem Zusammenhange mittleren Winkel, unter dem d. Widerstandsfläche d. A_3 erscheinen, entgegen 30° beträgt, dann dann ist d. Projection von A_3 auf eine ebene senkrecht zu d. Richtung = d. Fläche von A_3; also für h = r fällt d. Querschnitt von A_3 zusammen und es wird wenn ζ gleichfalls wenig abhängig sein von d. Verhältniß d. Querschnitte A. A_2 zum Querschnitt F, so kann man setzen:

$$\zeta = \left(\frac{F}{\alpha A} - 1\right)^2$$

wenn für wenn unter A verstanden wird d. kleinere d. beiden Querschnitte A. und A_2 und wenn man sich vorstellt, d. Coeff. α dann besonders theoretisch zu bestimmen. Dieser Coeff. α bekundet für wieß wenn einen kleine Coeff. d. inneren Widerstand, welcher so wird mit bestimmt sein durch d. unsichtbare Widerstandsverminderung, d. durch Vergrößerung d. Widerstandsraumes, wenigstens von d. Verhältniß $\frac{A}{F}$ gerade einen ähnlichen Einfluß ausübt, wie d. Gestalt d. inneren Widerstandes; also von d. Verhältniß d. theoretischen ab. — ; inwiefern schon dieß mit d. sichtlich diesen Einfluß d. besonderen Widerstände wirklich entspricht, ist nicht bekannt, da es noch sichtlich ist, ob diese besonderen Widerstände mit d. Gestalt d. Widerstandes in Übereinstimmung sein werden: — Es ist wenn wahrscheinlicher A_2 eher größer als A. zu nehmen, so ist d. eigentliche Querschnitt auch d. Verengung durch A_3 eher größer als A_2 wird.

Für Weisbach diese Versuche vor mit einem Ventil, wo $\delta' = \delta$, so fanden

$$\frac{A_1}{F} = 0{,}356 \quad \text{und} \quad \frac{A_2}{F} = 0{,}406.$$

Unter diesen Umständen wird wiederum h einfach = r vor, sagt sich: $\zeta = 11$. — Dass wenn diesen Werth in d. obige Gl. wird wiederum: $\frac{1}{\alpha} = \frac{A}{F}$, so findet man: $\frac{1}{\alpha} = 1{,}537 \frac{A}{F}$ $\alpha = 0{,}651$.
Dieser Werth ist fast derselbe, wie für d. Fünfeckmittelfall einer einfachen kantigen, einfachen Öffnung in einem ebenen Wand. Für diesen Ausflußwinkel sind selber Zahlenw. Regelventilbild wenn wenn bis nicht Widerstand d. Widerstandscoeff. benutzt sollen können:

$$\zeta = (1{,}537 \frac{F}{A} - 1)^2.$$

so unter A d. kleinere d. beiden Querschnitte A. i A_2 zu verstehen ist, wobei man vorläufig annehmen: d. Ausflußwinkel d. Ventils sind, d. A. d. kleinere ist. Weisbach selbst stellt eine Tabelle auf, welche auf diese Formel zu Grunde, entsprechend unter A d. ausfließende Mittel von A_1 und A_2 und findet hierauf:

für d. zusammengehörigen Mittelwerthen beiden besonderen Verhältnissen müssen, d. stellt also sich nicht unbedingt übrig als ζ auf Ausflußwinkel zu verstehen.

Ferner hat Weisbach Versuche angestellt mit einem Klappenventil; derselbe war

in einer mit seiner Achse senkrechten Rohre eingeschaltet und stand mit einem Ausschnitte d. Mittel, welcher d. geschlossene Klappe mit d. ganzen d. Ventilsitzes bildet, für δ; somit für A d. Größe d. Querschnittes in Ventilsitz und F d. Querschnitt d. Rohres. Der d. Verhältnißwerth von $\frac{A}{F} = 0{,}535$. Bei Größe von ζ ist ausnahmsweise von einem Ausflußwinkel und δ abhängig; für verschiedene Werthe von δ wurden dann d. Widerstandscoeff.

bestehl. Setzt man nun: $\zeta = \left(\varkappa \frac{d}{A} - 1\right)^2$, so besteht die Aufgabe, zu jedem Werte δ den zugehörigen Wert von $\varkappa$ berechnen, also:

für $\delta =$	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°
$\varkappa =$	5,61	4,75	4,00	3,47	2,93	2,54	2,18	1,91	1,68	1,49	1,35	1,23

d. Wert $\varkappa$ ist also in bekanntem Grade von δ abhängig und kann nicht, wie bisher δ d. Grad d. physikalischen, plötzlichen Ablenkung d. Wasserstrahls bedingt wird, konstant angenommen werden, sondern muß d. kleinste Querschnitt d. Wasserstrahls bedingt wird, variierend bis δ einen gewissen Grenzwert annehmen. Ist somit $\varkappa$ als eine für einen bestimmten Wert von δ, gekannte Größe anzusehen, so kann man auch ζ für ein bestimmtes Abgussmaterial berechnen. Z. B.: es falle ζ berechnet werden für d. Abfluss durch eine scharfkantige Mündung, wofür $\frac{A}{f} = 0{,}64$ ist und $\delta = 50°$ ist. Aus d. Tabelle ist dann $\varkappa = 1{,}91$ und somit:

$$\zeta = \left(\frac{1{,}91}{0{,}64} - 1\right)^2 = 4.$$

Beispiele als Anwendungen d. vorgeführten Gesetze.

Bei einem Gefälle, wie solches d. Wasserstand beim aufgespannten Zuflusse einer scharfkantigen Öffnung erhalten wird, wenn d. Wasser unter ganz allseitig vollkommen abgerundeter Schwelle einer Öffnung von d. Länge l und d. gleichförmigen Höhe $= d$, aber ohne diese Öffnung durch Seitenzusammenziehungen oder sonstige schädliche Widerstände einen anderen Zufluss oder Abfluss als durch diese Öffnung wird finden sollen. Unter diesen Umständen fließt also durch jeden Querschnitt d. Rinne d. gleiche Wassermenge V mit d. mittleren Geschw. u entsprechend d. Kontinuitätsgl.:

$$1) \qquad V = \frac{\pi}{4} d^2 u$$

Ist ferner ζ d. resultierende Coeff. aller längs benetzten Widerstände, welche mit dem allgemeinen Widerstandsgesetze in d. Rinne vorhanden können, so gilt nun d. gleichung:

$$2) \qquad (1 + \zeta + \lambda \frac{l}{d}) \frac{u^2}{2g} = \mathcal{H} \qquad \text{(Vide 82)}$$

worin $\mathcal{H} = h + \frac{p_0 - p}{\gamma}$ ist (Vide

wenn p_0 d. inneren Druck an d. Oberfl. d. Wasserspiegels eines durchfließenden und p d. an d. Wandung d. Rinne d. Querschnitt, wo d. Wasserspiegel eben d. Querschnitt in d. freien Luft, oder p d. Druck auf d. Oberfl. in d. Gefäße, in welches d. Wasser hineinfließt. In letzterem Falle ist d. Höhe über d. Schwerpunkt d. Mündung, im anderen Falle Höhe über Gefäßmittelpunkt hinter Gefäßmündung. Denken wir d. Fall, daß d. Wasser mit einem Gefäße in ein anderes fließt als d. allgemeinen Fall annehmen. Hierbei ist $p_0 = p$ und somit $\mathcal{H} = h$, in allgemeinen gilt jedoch obige Beziehung. Wenn nun zwischen obigen beiden Gl. d. mittleren Geschw. u eliminiert, so erhält man eine Beziehung zwischen $l\,d\,\mathcal{H}\,V$, durch welche Beziehung eine dieser Größen bestimmt werden kann, wenn d. anderen gegeben sind. Wenn es sich für einen solchen Fall wie oben d. Abhängigkeit d. Wertes ζ handelt und also nicht darum, d. Lebendige Querschnitt d. Wasserstrahles zu bestimmen, sondern d. mittleren Geschw. wie in diesem, also d. mittleren Geschw. eines d. Querschnitte d. Größe λ abhängig, indem:

$$\lambda = m\,(\alpha + \frac{\beta}{u\alpha}) \quad \text{ist, wo } \alpha \text{ u. } \beta \text{ für rauhe Wände bekannte Werte sind und wo wir wie bisher d. Reibungskoeff. bekannt, d. Reibungskoeff. } = 1{,}2 \text{ gesetzt werden kann. Durch diesen Umstand, daß } \lambda \text{ nun } u \text{ u. } d \text{ abhängig, können d. entsprechenden hier sich darbietenden Aufgaben entsprechend werden. Aber ist gleich zu bemerken, daß d. Veränderlichkeit von } \lambda \text{ mit } u \text{ u. } d \text{ immerhin d. Genauigkeit, welche diesen Aufgaben entspricht, nicht beeinträchtigen, wie eine einfache ist, so daß es empfehlenswert erscheint, entweder endgültig mit einem empfohlenen Mittelwerte von } \lambda \text{ d. Rechnung durchzuführen oder mit schließlich erhaltenen, richtigen Werte von } \lambda \text{ zu vergleichen. – In allgemeinen können sich d. empfohlenen Aufgaben darbieten}$$

indem sich d. 4 Größen gestellt sein können, wenn 3 unbekannt gegeben sind; jedoch obliegt gewöhnlich l gegeben zu sein, daß nur noch 3 Aufgaben übrig bleiben, die hier folgendermaßen behandelt werden:

1) Gegeben d u. V.

Es wird also gesucht $\mathcal{H}$ d.h. diejenige, bei welcher eine gegebene Rohr- mit gegebenem Querschnitte zu Tage kommt. Diese Aufgabe löst sich folgendermaßen lösen:

Zunächst findet man u mit d. Gl. 1); sie dienen u und d. gegebenen d findet man λ und mit diesem Coeff. λ und d. gegebenen Werten $l\,d$ findet man $\mathcal{H}$ mit Gl. 2).

2) Gegeben d u. $\mathcal{H}$; es wird also gesucht diejenige Wassermenge V, welche einer gegebenen Rohr- bei gegebenem wirksamen Druckhöhe liefert. Hier muß man durch successive Näherung zu Werke gehen. Mit einem rationellen Näherungswerte von λ wie $\lambda = 0{,}03$ findet man einen entsprechenden Näherungswert von u mit Gl. 2), zu diesem Näherungswerte u und d. gegebenen Rohrweite d findet man dann einen verbesserten Wert von λ und mit diesem und Gl. 2) einen verbesserten Wert von u und dessen V mit Gl. 1).

3) Gegeben V u. $\mathcal{H}$. es wird gesucht diejenige Rohrweite d, welche einer Rohr gegeben werden muß, damit sie bei gegebener Länge und Druckhöhe ein gegebenes Wasserquantum zu Tage liefert. Diese ist die am schwierigsten zu berechnende Aufgabe. Sie löst man am besten zwischen Gl. 1) u. 2) u zu eliminieren; multipliziert man zu diesem Zwecke Gl. 2) mit $2g$ und setzt für u seinen Wert aus Gl. 1), so folgt:

$$(1 + \zeta + \lambda \frac{l}{d})\left(\frac{4V}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{d^4} = 2g\,\mathcal{H},$$

$$\text{also} \quad d = \sqrt[5]{\frac{(1+\zeta)d + \lambda l}{2g\mathcal{H}} \cdot \left(\frac{4V}{\pi}\right)^2}.$$

Indem man nun näherungsweise d mittels d. Gl. $\lambda = 0$ setzt und $\lambda = 0{,}03$, findet man annähernd einen Näherungswert von d, zu diesem Näherungswerte d findet man nun einen Näherungswert $u\,d = \frac{4V}{\pi d}$ und hiezu einen verbesserten Wert von λ und wenn man diesen verbesserten Wert von λ und d. Näherungswert d benützt, endlich einen verbesserten Wert von d.

Beispiel: es soll d. ungefähre Weite einer Röhre zu bestimmen, die bei $l = 50$ m und bei $\mathcal{H} = 1{,}5$ m und unter d. Voraussetzung, daß sie keine besonders scharfkantige Widerstände in d. Rohre vorkommen, d. Gefällscoeff. $\zeta = 0{,}5$, ca. 900 l Wasser liefere. Wasser zu setzen fall.

Setzt man zu dem Ende in d. general für d nur d. ersten Wert $d = 0$ und $\lambda = 0{,}03$, so folgt:

$$d = \sqrt[5]{\frac{903.50}{2.981.1{,}5}\left(\frac{0{,}12}{\pi}\right)^2} = 0{,}149$$

ferner ist: $\frac{1}{ud} = \frac{0{,}149\,\pi}{0{,}12} = 3{,}9$ also $d + \frac{\beta}{ud} = 0{,}0239$ ($m = 1{,}2$ gesetzt) hiernach:

$$\lambda = 0{,}0287.$$

Mit diesem verbesserten Werte von λ findet man nun:

$$d = \sqrt[5]{\frac{1{,}5.0{,}149 + 0{,}0287.50}{2.981.1{,}5}\left(\frac{0{,}12}{\pi}\right)^2} = 0{,}152\ \text{m},$$

welcher Wert genau genug ist um unter keinen Umständen zu beanstanden.

Beim Empfehlen Rinnen ist nun nötig für d. Querschnitt, d. in gewissen Querschnitten d. Rinne stellt, zu ermitteln. Bei Rinnen dieser Art ist gewöhnlich in gewissen Entfernungen d. Abnahmestellen d und einem sich in diesem Querschnitt d. Gefälle $\mathcal{H}$ d. Gerade O schneiden darf; gewöhnlich ist es gegen null, wenn jenseits d. Gefälle kleiner wird als $\mathcal{H}$ eben, damit in d. Richtung einbringen kann und sich d. innere in Wasser aufgelösten Luft leichter ausscheiden kann. Liegt in d. Richtung einbringen Rinne und sich d. innere in Wasser aufgelösten Luft für empfohlenen Rinnen, diesen Umstand Rinnen vorgebeugt werden durch Anwendung d. mit einem Gefälle versehen sind, oder mit gefällsfreien Querschnitten, wie beispielsweise beim angeführten Gefälle in Rinnen —

Um d. absolut feste in d. Rohrleitung zu bestimmen, will ich für einen Punkt, welcher d. Länge s, d. Rohrleitung zugehört, d. Rohrquerschnitt $= f$ setzen, ζ d. Widerstandsziffer des Ventils, λ d. Widerstandsziffer d. Rohrleitung, $\frac{p_s}{\gamma}$ d. Spannung d. Gases mit p_s bezeichnen, endlich λ muß zugleich positiv sein. ζ_s für d. Querschnitt s bedeutet die Widerstandsziffer für die ganze Rohrstrecke von d. Länge s und λ d. entsprechende absolute Zahl, also

$$\lambda = \zeta + \frac{p_0 - p_s}{\gamma} \quad \text{also} \quad \frac{p_s}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + \zeta - \lambda.$$

für d. entsprechende absolute Zahl λ gilt nun ein ganz analoger Ausdruck wie für H (Bild 82) also:

$$\frac{p_s}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + \zeta - (1 + \zeta_s + \lambda\frac{s}{d})\frac{u^2}{2g} \quad \text{oder wenn für } \frac{u^2}{2g} \text{ d. Ausdruck Gl. 2 Bild 90 gesetzt wird:}$$

$$\frac{p_s}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + \zeta - \frac{(1+\zeta_s)d + \lambda s}{(1+\zeta)d + \lambda l}\left(h + \frac{p_0 - p}{\gamma}\right)$$ Gewöhnlich wird nun d. einfache absolute Druck am Ort wie am Endquerschnitt = d. absolut Luftdruck sein, also $p_0 = p$, es sei nun $\frac{p_0}{\gamma} = \frac{p}{\gamma} = b$ = Barometerstandshöhe, also rund $= 10\,m$ ist, so hat man:

$$\frac{p_s}{\gamma} = b + \zeta - \frac{(1+\zeta_s)d + \lambda s}{(1+\zeta)d + \lambda l}h.$$ diese absolute Höhe soll größer sein als 0, mithin soll das Produkt d. Klammer aus d. Nenner und Zähler rechts positiv bleiben. Demnach ergibt sich d. Bedingung für d. zulässige Spannung einer Rohrstrecke über d. Querschnitt s, also d. Größe $\div\zeta_s$, wenn es muß nämlich sein:

$$\div\zeta < b - \frac{(1+\zeta_s)d + \lambda s}{(1+\zeta)d + \lambda l}h.$$ diese Spannung über d. Querschnitt s hinaus ist nun für alle Querschnitte s, für welche die Rohrquerschnitte f größer sind als der Querschnitt f_s für welchen die linke Seite der Ungleichung ihren größten Wert annimmt. Für die Luftdruckspannung sind also besonders diejenigen Querschnitte maßgebend, welche die größten Querschnitte haben. Ist nun f_s der größte Querschnitt, so ist nun mindestens zu erfüllen:

$$\div\zeta < b - \frac{s}{l}h.$$

Soweit ergeben sich d. Überschlagsrechnungen, welche man ab und zu durchführen sollte, um sich d. Übersicht über die Verhältnisse zu erleichtern. Jedenfalls muß diese Spannung s kleiner sein als b, also kleiner als $10\,m$ Wasser; sonst entweicht nun, d. h. die Ausfluß d. Rohrleitung hindert oder ganz aufhört. Ist ζ der Widerstandsziffer des Ventils, λ die Widerstandsziffer der Rohrleitung, l die Länge der Rohrleitung, d ihr Durchmesser, f ihr Querschnitt, s die Länge der Rohrleitung bis zum Ventil, f_s der Querschnitt der Rohrleitung bis zum Ventil, so muß sein:

$$\zeta < b - \frac{f_s}{f}\frac{s}{l}h.$$

Daraus ergeben sich d. Anhaltspunkte, welche man ab und zu haben muß, wenn man die Rohrleitung richtig bemessen will. Jedenfalls muß diese Spannung

Lasspol: Für zusammengesetzte Uferbefestigung soll benutzt werden nur einem gemeinsamen Bruchgesetz und Sf. d. Anzahl gemischte Lasspol in eine geschlossene Kette und nur sind nicht gute eine einzige Rechnung, d. sie nur einmal vorgenommen. Die erste gemeinschaftliche Frage ist dagegen wie mit $A_0 A_1$, wo A_0 d. Anfangspunkt d. ganzen Leitung, sf. A_1 d. Querschnitt, wo Böschung abgeändert, die Länge dieser Strecke $A_0 A_1$ sei $= l_1$. Zum weiteren Fortschreiten genügt sind d. Uferformungen gegeben, die nun d. unsere Lagerungsfläche A_1 in d. vorstehenden Ruhepunkten fortsetzen sollen. Wenn kann also übersehen, wo A_1 abgegen Lagerung beharren, dann wäre d. größte Uferformung fortgeschritten ist. Diese Strecke sei $A_1 A_2$ mit d. Länge l_2, wo d. Wahl A_2 findet eine ebenmäßige Begrenzung statt, ob soll dann wieder d. Strecke beharrend werden, d. d. größte Uferformung einfach nämlich $A_2 A_3$ wo d. Länge l_3 u. s. f. — bis zur Strecke $A_{n-1} A_n$ und Länge l_n. — Wenn jedem d. Ruhelagepunkte wird dann nun nicht wieder d. abgegangenen Ufers in ähnlicher Weise verfahren, wonach jedoch nicht weiter eingegangen werden soll. — D. Längen $l_1 l_2 \ldots l_n$ sind natürlich als gegeben zu betrachten. Diese eingelnen Strecken sollen mit constanten Böschungsverhältnissen d. betreffenden Ufers ausgeführt werden, wo jeder Ruhepunkte dann jedoch eine Veränderung d. Böschung eintreten wird ab seine d. Böschungsverhältnisse d. N. Strecken d. Grenzpunkte resp: $y_1 y_2 y_3 \ldots y_n$. Diese Größen sind als nicht gegeben. d. Widerstandshöhe d. Ufers an d. ersten Strecke sei beginnend mit B_1 die d. folgenden mit $B_2 \ldots B_3 \ldots \ldots B_n$. Diese Größen sind auch nicht gegeben, da sie wesentlich von d. betreffenden Böschungsverhältnissen abhängen. An d. Stellen $A_0 A_1 A_2 \ldots \ldots$ An seien d. Böschungen ins Innere d. Ufers $b_0 b_1 b_2 \ldots \ldots b_n$, resp. sie bezeichnen Tangenten für $\frac{b_0}{2}$ sind. Von diesen Böschungen sind d. erste und d. letzte gegeben und zwar b_0 durch d. Höhe d. Böschungsverhältnis und b_n durch d. Ruhelagerung wo eine geringere Böschung übrig bleiben soll, wenn d. Ufer an d. letzten Strecke stärker sein, d. übrigen begrenzenden Böschungen sind jedoch vorläufig noch nicht bekannt. — Auf d. ganze Construction d. Ufers hat diese Größen noch nicht weiter d. eigentlichen Längen d. aufgestellten Ruhepunkte gegeben, sondern noch d. Höhenlage d. einzelnen Ruhepunkte seine Entfernung d. Terrains. Es sei demnach h_1 d. Höhe von A_0 über A_1, h_2 d. von A_0 über A_2 . . . . . h_n d. von A_0 über A_n. Endlich d. Größen Ergänzungen sei noch H_1 d. wirksame Druckhöhe für d. ganze Ruhepunkte $A_0 A_1$, H_2 d. für d. Strecke $A_1 A_2$, ... H_n d. wie A_0 bis A_n. diese wirksamen Druckhöhen sind natürlich von d. vorgenommenen Höhen abhängig, nämlich: $H_m = h_m + b_0 - b_m$. —

D. Uferformen, welche zu Theil in d. Ruhepunkte $A_0 A_1$ hineinfällt sei V_1; V_2 sei d. Uferformen, welche in d. folgende Strecke $A_1 A_2$ hineinfällt, während W_1 d. Uferformen V_1 welche seitig d. vorherigen sind in A_1 abgegangen Ruhepunkte abfällt. D. Größe V_1 kann offen unterdessen während d. Strecke $A_0 A_1$ kleine Abgängungen erleiden seitig kleinere Geschwindigkeiten. Es sei d. bei A_1 hineinfällt Uferfall $= \alpha_1 V_1$ gesetzt. d. Faktor Uferformen $\alpha_1 V_1$ vorgängig sei nun an d. Stelle A_1 an d. Uferformen V_2 und in W_1; dies und d. Strecke $A_1 A_2$ hineinfällt Uferformen sei $= \alpha_2 V_2$; wo diesen Faktor V_3 in d. 2te Strecke $A_2 A_3$ während W_2 in d. übrigen in A_2 sich abgegangen Leitungen geht. u. s. f. — endlich sf. V_n d. Uferformen, welche in d. letzte Strecke hineinfällt, W_n sei dasjenige Uferformen welche von fast d. letzte Strecke noch übrig bleibt zur irgend einer offiziellen ebenen commencirten Standumlagerung. V_n geht dann d. fast d. Strecke b_n über in $\alpha_n V_n$. d. Größen α sind natürl. in Beziehung zu d. gegebenen Größen $V_1 \ldots W_1$ bestimmt sf.: $\alpha_1 V_1 = W_1 + V_2$

resp $\alpha_1 = \frac{W_1 + V_2}{V_1}$ $\alpha_2 = \frac{W_2 + V_3}{V_2}$ . . . . . $\alpha_n = \frac{W_n}{V_n}$

sf sind resp:

	$A_0 A_1$	$A_1 A_2$	$A_2 A_3$	$A_{n-1} A_n$	d. Breiten d. Streifen
	l_1	l_2	l_3	l_n	d. Längen derselben.
	y_1	y_2	y_3	y_n	d. resp. gesuchten Böschungsmaße
	B_1	B_2	B_3	B_n	d. Widerstandshöhen
A_0	A_1	A_2	A_3	A_n	d. Ruhelagerpunkte
b_0	b_1	b_2	b_3	b_n	d. Böschungen beschl.
	h_1	h_2	h_3	h_n	d. Höhenlagen über A_0
	H_1	H_2	H_3	H_n	d. wirksamen Druckhöhen für $A_0 A_n$
	V_1	V_2	V_3	V_n	d. in $A_{n-1} A_n$ eintretende Uferprof.
		W_1	W_2	W_{n-1}	W_n d. in A_n abgehende Uferprof.
	$\alpha_1 V_1$	$\alpha_2 V_2$	$\alpha_3 V_3$	$\alpha_n V_n$	d. in A_n eintretende Uferprof.

Lasspol verwirklicht sollen nun d. Böschungsverhältnisse y berechnet werden und zwar y_1 d. Endpunkte die wie vorher, unter Berücksichtigung d. Widerstandshöhe B bleiben sollen, also nun d. Leitungsbedingung befriedigt sein soll, indem nun sie verschieden können, d. Coeff. λ abändert sein zu müssen. sf sind bei einer solchen Leitung in d. Hand unsere Leitungsbedingungen noch nicht benutzt worden. Die Endpunkte sind nun vorläufig bestimmt, y_1 ist nun d. Böschungsverhältnis d. ersten Strecke $A_0 A_1$ und y_2 d. Böschungsverhältnis d. zweiten Strecke $A_1 A_2$ u. s. f. — y_n d. Böschungsverhältnis d. letzten Strecke $A_{n-1} A_n$. Es sind nun d. Größen $y_1 y_2 \ldots y_n$ zu bestimmen, so daß d. Leitungsbedingung für jede Strecke erfüllt ist. Diese Bedingung ist nun d. Gleichung d. Widerstandshöhe B mit d. Gefälle J d. ganzen Uferlinie $= \frac{v^2}{2g}$ wo v d. Geschwindigkeit d. ganzen Uferlinie $= \frac{Q}{F}$ wo Q d. Wassermenge und F d. Querschnitt d. ganzen Leitung sf. A_0 d. Querschnitt, wo y_1 seine Abgängung stattfindet. die Länge dieser Strecke $A_0 A_1$ sei $= l_1$. Zum weiteren Fortschreiten genügt sind d. Uferformungen gegeben, die nun d. unsere Lagerungsfläche A_1 in d. vorstehenden Ruhepunkten fortsetzen sollen. Wenn kann also übersehen, wo A_1 abgegen Lagerung beharren, dann wäre d. größte Uferformung fortgeschritten ist. Diese Strecke sei $A_1 A_2$ mit d. Länge l_2, wo d. Wahl A_2 findet eine ebenmäßige Begrenzung statt, ob soll dann wieder d. Strecke beharrend werden, d. d. größte Uferformung einfach nämlich $A_2 A_3$ wo d. Länge l_3 u. s. f. — bis zur Strecke $A_{n-1} A_n$ und Länge l_n. — Wenn jedem d. Ruhelagerpunkte wird dann nun nicht wieder d. abgegangenen Ufers in ähnlicher Weise verfahren, wonach jedoch nicht weiter eingegangen werden soll. — D. Längen $l_1 l_2 \ldots l_n$ sind natürlich als gegeben zu betrachten. Diese eingelnen Strecken sollen mit constanten Böschungsverhältnissen d. betreffenden Ufers ausgeführt werden, wo jeder Ruhepunkte dann jedoch eine Veränderung d. Böschung eintreten wird ab seine d. Böschungsverhältnisse d. N. Strecken d. Grenzpunkte resp: $y_1 y_2 y_3 \ldots y_n$. Diese Größen sind als nicht gegeben. d. Widerstandshöhe d. Ufers an d. ersten Strecke sei beginnend mit B_1 die d. folgenden mit $B_2 \ldots B_3 \ldots \ldots B_n$. Diese Größen sind auch nicht gegeben, da sie wesentlich von d. betreffenden Böschungsverhältnissen abhängen. An d. Stellen $A_0 A_1 A_2 \ldots \ldots$ An seien d. Böschungen ins Innere d. Ufers $b_0 b_1 b_2 \ldots \ldots b_n$, resp. sie bezeichnen Tangenten für $\frac{b_0}{2}$ sind. Von diesen Böschungen sind d. erste und d. letzte gegeben und zwar b_0 durch d. Höhe d. Böschungsverhältnis und b_n durch d. Ruhelagerung wo eine geringere Böschung übrig bleiben soll, wenn d. Ufer an d. letzten Strecke stärker sein, d. übrigen begrenzenden Böschungen sind jedoch vorläufig noch nicht bekannt. — Auf d. ganze Construction d. Ufers hat diese Größen noch nicht weiter d. eigentlichen Längen d. aufgestellten Ruhepunkte gegeben, sondern noch d. Höhenlage d. einzelnen Ruhepunkte seine Entfernung d. Terrains. Es sei demnach h_1 d. Höhe von A_0 über A_1, h_2 d. von A_0 über A_2 . . . . . h_n d. von A_0 über A_n. Endlich d. Größen Ergänzungen sei noch H_1 d. wirksame Druckhöhe für d. ganze Ruhepunkte $A_0 A_1$, H_2 d. für d. Strecke $A_1 A_2$, ... H_n d. wie A_0 bis A_n. diese wirksamen Druckhöhen sind natürlich von d. vorgenommenen Höhen abhängig, nämlich: $H_m = h_m + b_0 - b_m$. —

D. Uferformen, welche zu Theil in d. Ruhepunkte $A_0 A_1$ hineinfällt sei V_1; V_2 sei d. Uferformen, welche in d. folgende Strecke $A_1 A_2$ hineinfällt, während W_1 d. Uferformen V_1 welche seitig d. vorherigen sind in A_1 abgegangen Ruhepunkte abfällt. D. Größe V_1 kann offen unterdessen während d. Strecke $A_0 A_1$ kleine Abgängungen erleiden seitig kleinere Geschwindigkeiten. Es sei d. bei A_1 hineinfällt Uferfall $= \alpha_1 V_1$ gesetzt. d. Faktor Uferformen $\alpha_1 V_1$ vorgängig sei nun an d. Stelle A_1 an d. Uferformen V_2 und in W_1; dies und d. Strecke $A_1 A_2$ hineinfällt Uferformen sei $= \alpha_2 V_2$; wo diesen Faktor V_3 in d. 2te Strecke $A_2 A_3$ während W_2 in d. übrigen in A_2 sich abgegangenen Leitungen geht. u. s. f. — endlich sf. V_n d. Uferformen, welche in d. letzte Strecke hineinfällt, W_n sei dasjenige Uferformen welche von fast d. letzte Strecke noch übrig bleibt zur irgend einer offiziellen ebenen commencirten Standumlagerung. V_n geht dann d. fast d. Strecke b_n über in $\alpha_n V_n$. d. Größen α sind natürl. in Beziehung zu d. gegebenen Größen $V_1 \ldots W_1$ bestimmt sf.: $\alpha_1 V_1 = W_1 + V_2$

resp $\alpha_1 = \frac{W_1 + V_2}{V_1}$ $\alpha_2 = \frac{W_2 + V_3}{V_2}$ . . . . . $\alpha_n = \frac{W_n}{V_n}$

Größe, denn es muß sein = H_n sein, wenn wir unsre unbekannt sind sich bey H_n bekannt, nämlich:

$$H_n = h_n + b_0 - b_n$$

es sind also n verschiedne Gleichungen, die Bedingung gebündert, daß $\sum \frac{lP}{y^5} = \text{const} = H_n$ sein muß; die Bedingung ist also:

$$\sum B = \sum \frac{lP}{y^5} = H_n = h_n + b_0 - b_n .$$

Differentiirt giebt diese Gl:

$$\sum \frac{lP}{y^6}\, dy = 0 .$$

Zwischen dieser Gl. und der Gl: $\sum l\,dy = 0$ könnte man nun von den n Differentialen $dy_1\ dy_2 \ldots dy_n$ eins eliminiren, so daß eine Gl. entstünde, die nur die übrigen $n-1$ Differentiale enthielte; da diese $n-1$ übrig bleibenden Werthe von dy ganz willkührlich von einander sind, so müßte die entstehende Gl identisch erfüllt sein für alle Werthe von y, es müßte also der Coëff. der einzelnen y gleich sein. dieß gäbe $n-1$ Gln. zusammen mit der Gl. für P der verlangten zahl von n Gln. genug, worauf die verschiednen Größen zu finden sind. Es ist aber zweckmäßiger diesen Eliminationsprozeß mit einem gewissen Coëff. vorzunehmen: so dem fach multiplicirt man die Gl. mit μ^6 und addirt sie zu $\sum l\,dy = 0$, so erhalten wir die Gl:

$$\sum l \left(1 - \mu^6 \frac{P}{y^6}\right) dy = 0 .$$

Nun kann man μ so bestimmen, daß die n Glieder des Summen einzelne gleich für sich $= 0$ wird, also die Gl. in n Gleichh. zerfallen, wobei nur μ zweckmäßig bestimmt werden muß. Darauf nun den Coëff. μ, der dieser Bedingung entspricht, so ergiebt sich $y = \mu P^{\frac{1}{6}}$. Dann braucht man nur in die Reihe $\mu P^{\frac{1}{6}}$ zu substituiren, um die verschiedenen n verschiedenen y zu finden. Die n verschiednen Werthe von P sind aber bekannt für einen Mittelwerth von λ, μ selbst bis jetzt noch unbekannt, dieß kann also zweckmäßig geschehen vermittelst der Bedingung: $\sum \frac{lP}{y^5} = H_n$, diese gibt aber eingesetzt:

$$\sum \frac{lP}{\mu P^{\frac{5}{6}}} = H_n$$

Hieraus sind die P für die n verschiednen einzelnen Glieder zu finden, so nun aber nur für alle Glieder gemeinschaftlicher Coëff. μ ist $\frac{1}{\mu^5}$ herausgeschrieben werden kann, also:

$$\mu = \left(\frac{\sum l P^{\frac{5}{6}}}{H_n}\right)^{\frac{1}{5}}$$

Diese Werth von μ ist dann noch zu vervollständigen mit $P^{\frac{1}{6}}$ um y zu finden.

Jetzt kann nun eine Correctionsmethode in Absicht der Richtigkeit angestellt werden, nämlich ob λ nicht immer $= 0{,}03$ ist und dann in so fern, als es nicht ganz der Annahme entspricht, daß Summe der Incremente ly zu einem mittel zu nehmen, sondern daß $\sum ly\,(\alpha + \beta y)$ zu einem mittel genommen werden soll.

Was zunächst λ betrifft, so kann man, da jetzt die verschiedenen eingesetzt bestimmt sind, für λ den Werth einer, der Summe der einzelnen Beobachtungsfehler, so kennt man auch den mittl. Fehler in diesen Beobachtungen, also kennt man auch dy und es ist nun in Allgemeinen: $dy = \frac{4V}{k\,y}$, V ist also nun Anfang $= V$ und nun sind dV, so ist nun für den Fall dV: $2V(1+\alpha)$ also: $dy = \frac{2V(1+\alpha)}{k\,y}$

Setzt man statt $V = V_1\ V_2 \ldots$ $\alpha = \alpha_1\ \alpha_2 \ldots$ $y = y_1\ y_2 \ldots$, so kann man den mittl. Werth von dy für die einzelnen Beobachtungen berechnen, damit findet man nun aufgefunden den verbesserten Werth von λ. Man setze λ' den nunmehr angenommenen Mittelwerth von λ, so kommt man auf den neuen berechneten Werth von P zu vervollständigen mit $\frac{\lambda'}{\lambda}$ um den verbesserten Werth von P zu erhalten. Vorausgesetzt diesen für gefunden, so ist nun wieder der einzelne Werth von P mit $P^{\frac{1}{6}}$ zu vervollständigen, damit kann man den verbesserten Werth von y finden. Dieß kann nun so lange fortgesetzt werden, bis endlich $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{m}{2}$.

Die Aufgabe ist dann: $\sum ly\left(1 + \frac{my}{2}\right) = \text{min}$ zu machen. Zu dem Ende muß das Differentiirt bezüglich der verschiednen $y = 0$ sein, also:

$$\sum l(1 + my)\, dy = 0 .$$

Dann muß wieder die Bedingungsgl. $\sum \frac{lP}{y^6}\, dy = 0$ mit dem Coëff. μ^6 multiplicirt und die Gl. zu dieser hinzuaddirt werden, so ergibt sich:

$$\sum l\left(1 + my - \mu^6 \frac{P}{y^6}\right) dy = 0 .$$

Soll dann wieder verlangt μ so bestimmt werden, daß diese Gl. in n einzelne Gln. zerfällt. Wenn das Coëff μ so bestimmt, so müssten sich die n einzelnen Werthe von y ergeben und dieser Gl. dieß müssten aber sehr gut übereinstimmen, da diese Gln. durch Annahmen aufgelöst sind, welche bei n Gln. nun den Grad nicht so niedrig sind. Wenn es sich aber nun um eine Berechnungsmethode handelt und m immer und überall ist, so kann man in my den y der verschiedenen Beobachtungen Näherungswerthe bilden, welche dann mit y' bezeichnet sein, also $y' =$ Näherungswerth für das Beobachtungsfehler, dann ergibt sich, wenn so bestimmt ist:

$$y = \mu \left(\frac{P}{1 + my'}\right)^{\frac{1}{6}}$$

das Werth von $\frac{P}{1+my'}$, kann für die n Beobachtungen berechnet werden, da die n Werthe von P bekannt sind. Es handelt sich also nun um die Bestimmung von μ. Dieser Coëff. ergibt sich aus: $\sum \frac{lP}{y^5} = H_n$; setzt man diesen Werth, so hat:

$$\sum \frac{lP}{\mu^5 \left(\frac{P}{1+my'}\right)^{\frac{5}{6}}} = H_n .$$ und daraus μ:

$$\mu = \left(\frac{\sum \left[l\left(\frac{P}{1+my'}\right)^{\frac{1}{6}} (1+my')^{\frac{1}{5}}\right]}{H_n}\right)^{\frac{1}{5}}$$

Nachdem nun für die einzelnen einzelnen Werthe der Beobachtungen gefunden sind, kann zu den Beobachtungen geschritten werden, die sie zu den Beobachtungen abzuziehen. Wenn diese Beobachtungen nun genau so weiter behandelt zu können ist nicht nöthig, ob zunächst die Grössen $b_1\ b_2 \ldots$ für die n Beobachtungen zu berechnen, denn kann dann diese bezüglich der Beobachtungen an Stelle von b_0 die gefunden für die Beobachtung und kann dann genau so wie vorhin verfahren. Die Grössen $b_1\ b_2 \ldots b_{n-1}$ können nun leicht gefunden werden, b_0 und b_n waren bekannt, b_1 bis b_{n-1} müssen berechnet werden. Es kann nun aber, um die Summe y für die einzelnen n Beobachtungen bekannt sind, die Grösse B für die n Beobachtungen berechnet werden:

$$B_1 = \frac{l_1 P_1}{y_1^5} \qquad \ldots\ldots \qquad B_n = \frac{l_n P_n}{y_n^5}$$

es sind gefunden, die Summe H_0 für A_0 bis A_1 $= B_1$, dann $H_2 = B_1 + B_2$ $H_3 = B_1 + B_2 + B_3$ etc — es ist aber $H_1 = h_1 + b_0 - b_1$ und damit also b_1 da H_1 und b_0 bekannt sind. dann ist $H_2 = h_2 + b_0 - b_2$ worauf wiederum b_2 gefunden werden kann u. s. f. —

Nachdem nun also die Beobachtungen an die n Beobachtungsstellen bekannt sind, kann nun die Beobachtungen abermals in die Berechnung eingehen. —

Zusammen...

Permanente strömende Bewegung der Luft oder eines Gases in Gefäßen oder Röhren.

Um zunächst gewisse fundamentalgln. für diesen Fall aufzustellen, muß zunächst erwähnt werden, daß d. früher aufgestellten allgemeinen Gln. für d. gemeinschaftlichen Fall einer tropfbaren flüssigkeit. d. fundamentalgln, bei denen gar nichts bezüglich d. Art d. strömenden flüssigkeit vorausgesetzt, waren folgende:

1) d. Continuitätsgl.: $$Fu = Gv$$

wenn F = Querschnitt d. flüssigkeitsstroms an einer gewissen Stelle, u seine Geschw. in F, G = flüssigkeitsgl., welche gr. Erk. dieser F fließt und v = Volumen d. Gewichtseinh. —

2) d. Gl. d. lebendigen Kraft:

$$\frac{u\,du}{g} + v\,dp = dM - dB$$

diese Gl. ist bezogen auf ein Längenelement ds d. Rohres und auf 1 kgr d. flüssigkeit; ferner bedeutet g d. Beschl. d. Schwere, p d. mittl. Spannung in F, dM d. Arbeit d. äußeren Kräfte gr. 1 kgr flüssiger flüssigkeit auf d. Weg ds und dB d. Arbeitsverlust durch d. Lad- Widerstand pr 1 kgr. flüssigkeit auf d. Weg ds.

3.) d. Wärmegleichung:

$$dU + p\,dv = W dQ + dB.$$

wenn bedeutet

U d. spr. innere Arbeitsvermögen d. flüssigkeit pr 1 kgr, dU d. Aenderung derselben auf d. Weg ds, dQ bedeutet d. Wärme, welche pr 1 kgr. flüssiger flüssigkeit durch d. Wand d. Rohrenelements um d. Länge ds an dasselbe abgegeben wird, W d. Arbeitswert d. Wärmeeinheit, resp d. Zahl 424 wenn 1 kgrm. d. Arbeitseinheit ist, womit resp. welche d. Temperatur um 1 kgr. Wasser um 1° C. erhöht wird.

Aus 2 und 3 folgt für d. Gl. d. innern Arbeitsvermögens:

4) . . . . . $$\frac{u\,du}{g} + a\,U + d(pv) = dM + W dQ.$$

Zur näheren Erläuterung von dM und dB und dQ ist zu bemerken, daß dM, resp d. Arbeit d. äußeren Kraftdrucks, wenn diese Kräfte bestehen aus d. Eigengewicht und d. Spannungsdruck, positive Größen sind, folgende Gl. gibt:

$$dM = (\cos\psi - \frac{f}{g}\cos\varphi)\,ds\,;$$

hierin ist ψ d. Winkel, den an d. betrachteten Stelle d. Mittellinie d. Rohrs d. Richtung d. Schwere mit d. Tangente an d. Mittellinie d. Rohrs im Sinne d. Lad. bildet, resp $0 < \psi < 180°$; f bedeutet hier, für d. Fall d. eigenen Lad. d. Schwere, d. Beschl. d. Mittellinie d. Rohrs an d. betrachteten

Stelle und φ d. Winkel zwischen d. Richtung von f mit d. Richtung d. Tangente an d. Mittellinie. —

Was d. Größe dB betrifft, so können mit hier d. Lad- Widerstände gemeint sein, theils Leitungswiderstände längs d. ganzen Rohrs, theils besondere Widerstände, verursacht durch Krümmungs, und Querschnittsänderungen. In diesen differentialgl. können aber nur d. theils längs ganzen Länge verfallenden Leitungswiderstände berücksichtigt, da diese diff- Gl. nur für ganzen bestimmte Rohre integrirt werden können, nicht für einzelne Theile d. ganzen, deshalb besondere Widerstände können auf empirischem Wege bestimmt werden, wobei es nöthig ist, wenn es irgend einer Stelle ein besonderer Widerstand stattfindet, d. besser zu messen wird, denn um sehr vieles weiter zu gehen — für d. Leitungswiderstände kann man einfache Gl. zu Grunde legen wie beim Stoß, also:

$$dB = 2\,\frac{ds}{D}\,\frac{u^2}{2g}.$$

wo man sich noch zu bestimmen hat. Zufolge ist:

$$G\,dB = R\,(T' - T)\,dS',$$

wenn bedeutet T' absolute Temperatur im Innern d. Rohrs an d. betrachteten Stelle, T d. Temperatur d. Mediums an d. entsprechenden äußeren Stelle und dS' d. Abwicklung d. Rohrquerschnitts auf d. Längenelement ds; R ist d. sekundliche Wärmeübertragungscoeff, d. d. Wärmemenge, d. durch einen Abschn S' in d. Zeiteinheit für jeden Grad d. innern und äußeren Temp- Differenz hindurchgeht. —

Zu diesen 3 Gln. müssen jedoch noch 2 hinzukommen, da 5 Unbekannte zu bestimmen sind. Diese 2 Gln. sind aus d. Art d. flüssigkeit abzuleiten; zunächst d. Zustandsgl:

$$pv = RT \quad \ldots\ldots\ldots\

für d. Element muß die Schwerkraft nur einen Beitrag d. Größe $dM = \cos\psi\, ds$ liefern, daher d. Gl. d. Arbeitsänderung:

$$\text{II} \qquad \frac{u\,du}{g} + \frac{n}{n-1} R\,dT = \cos\psi\, ds + W dQ$$

Mit $pv = RT$ u. $pv^n = p_1 v_1^n$ ist: $p\,dv = pv\frac{dv}{v} = RT\frac{dv}{v} = RT\frac{dv}{v^n}v^{n-1} = RT\frac{d(T v^{n-1})}{T v^{n-1}}$

$$\text{III} \qquad \frac{R}{n-1} dT + RT\frac{d(T v^{n-1})}{T v^{n-1}} = W dQ + \lambda \frac{ds}{y}\frac{u^2}{2g}$$

Zieht man von II die mit $\frac{1}{n-1}$ multiplizierte Gl. d. Arbeitsgleichung III:

$$\text{IV} \qquad \frac{u\,du}{g} + R\,dT - RT\frac{d(T v^{n-1})}{T v^{n-1}} = \cos\psi\, ds - \lambda\frac{ds}{y}\frac{u^2}{2g}$$

Wenn diese Gl. können nun p, T und v als Funktionen von s bestimmt werden, wenn dieselben für einen bestimmten Wert von s bekannt sind und d. Gestalt und Lage d. Rohres gegeben ist.

Zunächst sollen diese Größen ohne Berücksichtigung d. Reibung, d. h. mit $\lambda = 0$ ermittelt werden. Hierbei ist es gleichgültig, ob die Zustandsänderung d. Luft adiabatisch oder isothermisch erfolgt, da n nur in Gl. IV vorkommt. Diese Gl. ist für $\lambda = 0$ integrierbar, wenn $\cos\psi$ als Funktion von s bekannt ist. Dies ist der Fall, wenn die Rohrachse eine Gerade, eine Kreislinie oder eine Schraubenlinie ist. Für die Schraubenlinie ist $\cos\psi = \frac{r}{\sqrt{r^2+h^2}}$, wo r den Halbmesser und h die Ganghöhe bedeutet. Da diese Gl. für die Praxis ohne Interesse ist, soll sie nicht weiter behandelt werden. Ebenso soll die Integration von IV für $\lambda = 0$ nicht durchgeführt werden, da sie für die Praxis ohne Bedeutung ist. Es soll nur die Integration für $\cos\psi = 1$, d. h. für eine wagrechte Rohrleitung, durchgeführt werden. Dann ist $ds = dx$, und Gl. IV geht über in

$$\frac{u\,du}{g} + R\,dT - RT\frac{d(T v^{n-1})}{T v^{n-1}} = dx - \lambda\frac{dx}{y}\frac{u^2}{2g}$$

Integriert man diese Gl. zwischen den Grenzen $x = 0$ und $x = x$, wobei $u = u_1$, $T = T_1$, $v = v_1$ sein soll, so erhält man:

$$\frac{u^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} + R(T - T_1) - RT\ln\frac{T v^{n-1}}{T_1 v_1^{n-1}} = x - \lambda\frac{x}{y}\frac{u^2}{2g}$$

Setzt man hierin $\frac{T v^{n-1}}{T_1 v_1^{n-1}} = \left(\frac{T}{T_1}\right)^{n-1}$ und $\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$, so ergibt sich:

$$\frac{u^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} + R(T - T_1) - RT\frac{n-1}{n}\ln\frac{p}{p_1} = x - \lambda\frac{x}{y}\frac{u^2}{2g}$$

Für $\lambda = 0$ wird hieraus:

$$\frac{u^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} + R(T - T_1) - RT\frac{n-1}{n}\ln\frac{p}{p_1} = x$$

Diese Gl. gibt die Beziehung zwischen x und p an, wenn T als Funktion von p bekannt ist. Ist T konstant, so ist $T = T_1$, und es wird:

$$\frac{u^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} - RT\frac{n-1}{n}\ln\frac{p}{p_1} = x$$

Ist T veränderlich, so kann T als Funktion von p dargestellt werden, wenn T und p zusammengehörige Werte sind. Dann ist

$$\frac{u^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} + R(T - T_1) - RT\frac{n-1}{n}\ln\frac{p}{p_1} = x$$

Diese Gl. gibt die Beziehung zwischen x und p an, wenn T als Funktion von p bekannt ist.

Ist T konstant, so ist $T = T_1$, und es wird:

$$\frac{u^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} - RT\frac{n-1}{n}\ln\frac{p}{p_1} = x$$

Ist T veränderlich, so kann T als Funktion von p dargestellt werden, wenn T und p zusammengehörige Werte sind. Dann ist

Da $\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ immer kleiner als $\frac{T}{T_1}$ ist, so muß also, wenn der Luftstrom adiabatisch, d. h. ohne Änderung seiner Temperatur, strömt, φ größer als $\sqrt{\frac{n}{n-1}}$ sein.

Ist T veränderlich, so kann T als Funktion von p dargestellt werden, wenn T und p zusammengehörige Werte sind. Dann ist

$$u = \varphi\sqrt{u_1^2 + \frac{n}{n-1}2gRT_1\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}$$

Hierin bedeutet φ wieder wie bei d. Gleichung d. Ausflußgeschwindigkeit, d. h. $\varphi = \sqrt{1 - \zeta}$, wo ζ den Widerstandskoeffizienten bedeutet, welcher sich bei d. Bewegung der Luft in der Rohrleitung einstellt. Da ζ nicht nur von der Reibung, sondern auch von der Geschwindigkeit u abhängig ist, so ist φ nicht nur von der Rohrbeschaffenheit, sondern auch von der Geschwindigkeit u abhängig. Für φ kann daher nur ein Mittelwert eingeführt werden. Wird φ zu groß gewählt, so fällt T negativ aus, was unmöglich ist. Wird φ zu klein gewählt, so wird T größer als T_1, was ebenfalls unmöglich ist. Es muß also φ zwischen $\sqrt{\frac{n}{n-1}}$ und 1 liegen.

Setzt man in d. Gl. für T diesen Wert, $u = u_1$, so folgt:

$$T = T_1\left[1 - \varphi^2 f(p)\right]$$

Hierin ist $f(p) = 1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$. Setzt man $\frac{p}{p_1} = 1 - \delta$, so ist δ ein echter Bruch, wenn p kleiner als p_1 ist. Für einen solchen Fall kann man den Wert $f(p)$ mit Hilfe von δ in eine Reihe entwickeln, um den Wert $f(p)$ leichter zu berechnen. Also:

$$f(p) = 1 - \left[1 - \frac{n-1}{n}\delta + \frac{\frac{n-1}{n}\left(\frac{n-1}{n} - 1\right)}{1\cdot 2}\delta^2\right] = \frac{n-1}{n}\delta + \frac{n-1}{2n^2}\delta^2 = \frac{n-1}{n}\delta\left(1 + \frac{\delta}{2n}\right)$$

Für adiabatische Zustandsänderung, d. h. für $n = 1{,}41$ ist $\frac{n-1}{n} = 0{,}2908$ und hiermit $f(p) = 0{,}2906\,\delta(1 + 0{,}355\,\delta)$.

Diese Formeln führen eine ziemlich umständliche Berechnung bei d. Bestimmung d. Ausflußmenge mit sich. Gestaltet man die Berechnung graphisch, so kann φ gegeben sein, da φ nur von $\frac{p}{p_1}$ und d. Zahl $\frac{T_1}{T}$ ist, wenn T_1 die Temperatur d. Gefäßluft, ferner T die Temperatur in einem Querschnitt, in welchem p bestimmt werden soll, ist. Da φ nur wenig von 1 verschieden ist, so kann man für φ den Wert 1 einführen, ohne einen großen Fehler zu begehen. Ist φ gegeben, so ist T leicht zu berechnen, wenn T_1 und p gegeben sind. Es ist dann $T = T_1\left[1 - \varphi^2 f(p)\right]$. Ist T bekannt, so ist $u = \varphi\sqrt{u_1^2 + \frac{n}{n-1}2gRT_1\left[1 - \frac{T}{T_1}\right]}$. Ist u gegeben, so ist u_1 leicht zu berechnen, wenn T_1 und T gegeben sind. Es ist dann $u_1 = \sqrt{u^2 - \frac{n}{n-1}2gRT_1\left[1 - \frac{T}{T_1}\right]}$.

Ist T konstant, so ist $T = T_1$, und es wird:

$$u = \varphi\sqrt{u_1^2 + \frac{n}{n-1}2gRT_1\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}$$

Hierin bedeutet φ wieder wie bei d. Gestalt, ferner T die Temperatur, welche in einem Querschnitt herrscht, in welchem p bestimmt werden soll, also die Temperatur d. Ausflußmündung, wenn p d. Ausflußgeschwindigkeit bezeichnet. Ist T veränderlich, so kann T als Funktion von p dargestellt werden, also $T = T_1\left[1 - \varphi^2 f(p)\right]$. Hierin ist $f(p) = 1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$, welche mit $f(p)$ bezeichnet werden soll, nachdem n bestimmt worden ist, und φ ist wieder $= \sqrt{1 - \zeta}$, wo ζ den Widerstandskoeffizienten bedeutet, welcher sich bei d. Bewegung der Luft in der Rohrleitung einstellt. Da ζ nicht nur von der Reibung, sondern auch von der Geschwindigkeit u abhängig ist, so ist φ nicht nur von der Rohrbeschaffenheit, sondern auch von der Geschwindigkeit u abhängig. Für φ kann daher nur ein Mittelwert eingeführt werden. Wird φ zu groß gewählt, so fällt T negativ aus, was unmöglich ist. Wird φ zu klein gewählt, so wird T größer als T_1, was ebenfalls unmöglich ist. Es muß also φ zwischen $\sqrt{\frac{n}{n-1}}$ und 1 liegen.

Setzt man in d. Gl. für T diesen Wert, $u = u_1$, so folgt:

$$T = T_1\left[1 - \varphi^2 f(p)\right]$$

Hierin ist $f(p) = 1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$. Setzt man $\frac{p}{p_1} = 1 - \delta$, so ist δ ein echter Bruch, wenn p kleiner als p_1 ist. Für einen solchen Fall kann man den Wert $f(p)$ mit Hilfe von δ in eine Reihe entwickeln, um den Wert $f(p)$ leichter zu berechnen. Also:

$$f(p) = 1 - \left[1 - \frac{n-1}{n}\delta + \frac{\frac{n-1}{n}\left(\frac{n-1}{n} - 1\right)}{1\cdot 2}\delta^2\right] = \frac{n-1}{n}\delta + \frac{n-1}{2n^2}\delta^2 = \frac{n-1}{n}\delta\left(1 + \frac{\delta}{2n}\right)$$

Für adiabatische Zustandsänderung, d. h. für $n = 1{,}41$ ist $\frac{n-1}{n} = 0{,}2908$ und hiermit $f(p) = 0{,}2906\,\delta(1 + 0{,}355\,\delta)$.

Diese Formeln führen eine ziemlich umständliche Berechnung bei d. Bestimmung d. Ausflußmenge mit sich. Gestaltet man die Berechnung graphisch, so kann φ gegeben sein, da φ nur von $\frac{p}{p_1}$ und d. Zahl $\frac{T_1}{T}$ ist, wenn T_1 die Temperatur d. Gefäßluft, ferner T die Temperatur in einem Querschnitt

$$J = \mu A p \frac{\sqrt{\frac{2n}{n-1}\frac{2g}{RT_1}f(p)}}{1-\varphi^2 f(p)}$$ — z. Bst. d. unbestimmt. Integr.

Je nachdem Zweck d. Untersuchung stellt eine Lang-Formel die zweckmäßigste dar, um aus einem Versuch weiterhin berechnet werden: Ist bei einem $\frac{p}{p_1} = \frac{1}{2}$, dann ist $f(p) = 0{,}1825$ (z. B.: wenn d. Gefäß in Gefäß 2 und p. gegen Atmosphäre). Ist ferner d. Luft mit einer Temperatur ergibt. Anfangsdruck, dann ist erfahrungsmäßig für $\frac{p}{p_1} = \frac{1}{2}$, d. Geschw.-Coeff. = Ausfluß-Coeff.: $\varphi = 0{,}9$ u. $\varphi^2 = 0{,}81$ und $\varphi^2 f(p) = 0{,}81 \cdot 0{,}1825$. Ist für d. Leitung d. Luft ins Freie d. Luftwärme = 27°C, so d. absolute Temperatur = 300°, dann ist: $T = 300(1-0{,}81\cdot 0{,}1825) = 255{,}7$.
und d. entsprechend Temperaturabfall Leitung: $t = T - 273 = -17{,}3°C$. Laboratoriumsversuche nach Reinhold, p. denen d. neue Düse Versuche gegeben Werte geliefert. —
Wenn wenn d. Formel für d. ideale Luft auf eine einfache Form bringen, indem man $n = 1{,}41$ $R = 29{,}3$ und $g = 9{,}81$ setzt, dann ist:

$$u = 44{,}46\varphi\sqrt{T_1 f(p)} \text{ und } G = 1{,}517\mu A p \frac{\sqrt{\frac{f(p)}{T_1}}}{1-\varphi^2 f(p)}$$

Nach d. für die Ausflußmenge aufgestellt. Gleichungen, je hängen über d. Größe d. Contractionskoeff. ergänzte zahlenmäßige Bestimmungen muß vor. d. Ausflußcoeff. μ, d. in manchen Fällen identisch mit d. Geschw.-Coeff. φ, ist allerdings häufiger gleich, indessen nicht so häufig wie beim Wasser. Er ergibt sich hier im Gegensatz zum Wasser, daß μ in hohem Grade abhängig von $\frac{p}{p_1}$ und zwar in d. Weise, daß mit wachsendem Gefälle $\frac{p}{p_1}$ d. Ausflußcoeff. $\frac{G}{p_1}$ zunimmt. Dieser Gefälle $\frac{p}{p_1}$ ist aber im Verhältnis zu p_1 zu setzen, je kleiner $\frac{p}{p_1}$ ist, d. h. Werte von μ finden sich in Redtenbachers Resultate Seite 532. —

Für Anwendung dieser Formel kann vorläufig gesagt werden für d. Ausfluß d. Luft wie z. B.: bei d. erforderlichen Genauigkeit einen Gültigkeit. Bei Berechnung d. Gr. für G. Allerdings stellt sich für d. Gr. p_1 an einer hohen Stelle von d. Mündung ungünstigeres ein, indem d. Geschw. d. Luft = 0 ist. Luft muss als p_1 unmittelbar vor d. Düse, und dennoch d. Luft fortströmend, so daß eigentlich ein etwas kleineres $u_1 = 0$ gesetzt werden, da für einen Geschw. bis zu 20 m/Sek. unbedenklich kann. Indem setzt eine Verdünnung, so muss d. Geschw. dort, wo p_1 gemessen und auch 20 m/Sek. beträgt, künftig vermieden werden können, indem einfach dasjenige eine Vergrößerung d. Düsenöffnung um 2% entspricht. Diese fordert d. Ausflußgeschw. offenbar zu klein, also ergibt sich demgemäß bei gegebener Bestimmung d. Düsenöffnung zu groß. Indessen ist der Fehler p. wenig zu fürchten, da durch unvermeidliche Ausdehnung d. Düsen d. meine Düsenöffnung eher größer wie kleiner wird, als für beide Fehlerquellen ungefähr gleichen muß. Wenn diese Formel zu Grunde legt, so forscht sich ferner, welche Geschwindigkeit muss d. Größe u d. Leitung muß. Falsche Düsen sind wenige Ausflußzahlen mit großer Genauigkeit bekannt. Wenn kann erfahrungsmäßig setzen, wenn man ihr d. Reibungsfaktor wegen rasch zu klein als zu groß annimmt: $\mu = 0{,}98$. Zwar wird man ferner wenig irren, wenn man annimmt, daß bei kleinen Werten von d und φ gestattet eine gewisse weitere Contraction findet statt, und wird nicht dienlich zum Theil von d. Luft-Widerständen der Ausgangsrohre dient bei kleinen Werten von d und φ sei, findet also wenig Einfluß = φ^2 gesetzt werden kann; ferner sei vorläufig, daß p_1 absol. Gr. gemessen ist zu Klgr. p. Qm. für d. niederen normalen Atm.-Gr. ist $p = 10333$ etc. wenn man unter b d. barometrischen d. mittleren Luftdruck d. Ausflußortes zum Normalpunkt bedeutet, ist allgemeiner zu setzen $p = 10333\,b$. Während d. Luft in d. Leitung sind, so kann man allerdings nicht beobachten, daß sie in d. Leitung d. Atm.-Druck spricht, diesen Umstand ist jedoch Rechnung getragen, indem μ und φ kleiner gesetzt sind, als sie genau genommen sein sollten.

Zusammenhang Zahlenwerte in Gain, p findet man:

$$\frac{G}{6{,}4t} = \frac{13324}{1-0{,}85 f(p)}\sqrt{\frac{f(p)}{T_1}}$$

Hier kann d. Werth von $f(p)$ entweder d. vorstehenden Tabelle entnommen werden, od. man kann sie auch genügender Annäherung berechnen mit d. Formel: $f(p) = 0{,}291\,\delta(1+0{,}355\delta)$ und zwar mit Rücksicht darauf, daß einfach δ für niemals größer als 0,2 zu sein pflegt, wo $\delta = \frac{p_1-p}{p_1}$. Unter gewissen Umständen kommt es ganz darauf an, daß man viele Stellen nimmt, da d. gesamten gut klein werden.

Z. B. z. A.: eine Gelegenheit für einen Versuch zu benutzen, wobei p. Std. 2,5 Klg. Luft zu prüfen werden soll, wo $G = 2{,}5$. Dann Verh. d. Ausflußöffnung entsprechend für $t = 0{,}74$, dann ist: $\frac{1}{t} = \frac{76}{74} = 1{,}027$. Angenommen es solle in d. Minute nur d. Düsen eine Luftgeschwindigkeit, welche gemessen wird durch einen Ausflußdruck von 88 mm Höhe, p. Gefälle d. Ausfluß durch einen Unterdruck $88-74 = 14$ mm Ausflußdruck zu messen ist, dann ist: $\delta = \frac{88-74}{88} = 0{,}159$.
Demnächst ist schließlich falls durch beide Mittel gesichert werden, daß d. absolute Temp. in runden Zahl etwa = 300 gesetzt werden kann. Schließlich findet man:
$f(p) = 0{,}04888$ und Summe d. erforderliche Größe sämmtlicher Einzelgrößen:

$$A = 1{,}027\cdot 2{,}5\,\frac{1-0{,}85\cdot 0{,}04888}{13324}\sqrt{\frac{300}{0{,}0488}} = 0{,}01447 \text{ Qm.}$$

Bewegung der Luft in längeren Röhren.

Hierfür gelten zunächst d. schon bekannten Gln:

$$\frac{Ju}{g} = \frac{RdT}{p}$$

$$\frac{u\,du}{g} + \frac{n}{n-1}gRdT = ds\cos\psi + Wdb$$

$$\frac{R}{n-1}dT + RT\frac{d(Ju)}{Ju} = Wdb + \lambda\frac{ds}{d}\frac{u^2}{2g}$$

$$\frac{u\,du}{g} + RdT - RT\frac{d(Ju)}{Ju} = ds\cdot\cos\psi - \lambda\frac{ds}{d}\frac{u^2}{2g}.$$

Ist wie vorausgesetzt, d. Luft sinkt stetig in einer Röhre von constantem Querschnitt, ferner die Luftsäule aufgefaßt gedacht, daß von d. Reibung d. Wände abgesehen werden kann, und endlich die Luftmenge constant, also Mittelwerthe einzig d. Rechnung gelegt werden, und einzig diese Werthe kommen, so ist also zu setzen: $db = 0$ und $\cos\psi = 0$.
Für d. Anfangsquerschnitt sei d. Gr. $= p_1$, d. absolute Temp. $= T_1$ und d. Geschw. $= u_1$, es sollen dieselben Größen auch in d. Endquerschnitt eingeführt werden.
Zur Abkürzung sei $\frac{u^2}{2g} = h$ und $\frac{u_1^2}{2g} = h_1$; dann folgt aus d. Ehe-Gl.:

$$dT = -\frac{n-1}{n}\frac{dh}{R}$$ und ferner durch Integration: $T = T_1 - \frac{n-1}{n}\frac{h-h_1}{R}$.

Hiermit ist d. Temp.-Unterschied T gegen T_1 bestimmt, wenn man d. Geschw.-Höhe h kennt. Zunächst ist zu bemerken, daß mit d. Ausgleichung des Luftdruckes während ψ: $\frac{dJu}{Ju} = \frac{du}{u} = \frac{u\frac{du}{g}}{\frac{u^2}{g}} = \frac{dh}{2h}$ ist und somit kürzt Gl. 3 wenn man für dT seinen Werth und $\frac{1}{g}$ dividirt:

$$\frac{dh}{2h} + RT\frac{dh}{2h} = \lambda\frac{ds}{d}h.$$

Setzt man für d. Anfangswerth T ein, so kürzt sich d. Gl. und schließlich kann hingeschrieben:

$$\left(R\frac{T_1}{h_1}+\frac{n-1}{n}(h_1)\right)\frac{dh}{h^2}-\frac{n+1}{n}\frac{dp}{p}=22\frac{ds}{d}.$$

diese Gl. kann nun integriert werden, indem ist $\frac{dh}{h^2}=d\left(-\frac{1}{h}\right)$ und $\frac{dh}{h}=d[\ln(h)]$.

also:
$$\left(R\frac{T_1}{h_1}-\frac{n-1}{n}\right)\left(1-\frac{h_1}{h}\right)-\frac{n+1}{n}\ln\frac{h}{h_1}=22\frac{s}{d}.$$

Darin diese Gl. ist h veränderlich. Da d. Druckunterschied gegen denjenigen d. Anfangsdruckes p_1 verhältnismäßig klein ist, kann p ohne allzugroßen Fehler gleich p_1 gesetzt werden. Dadurch fällt das letzte Glied links weg. Es ist aber zu bemerken, daß selbst bei verhältnismäßig sehr langen Rohrstrecken d. Annahme d. Formel immer noch so ziemlich genau ist, daß man sogar genau sagen kann, daß man sie um so genauer annehmen darf, je größer die Länge ist. Zur Übung sei, wie schon an einem Beispiel gezeigt worden soll, $\frac{s}{d}$ für gewisse h berechnet, wobei $h_1=2$ m und $T_1=300$ gesetzt wird. Gewählt ist $n=1{,}41$, was Gasse mit Wasserdampf von 100° C. Temperatur entspricht, und $R=29{,}8$ für Luft. Gesucht sei $\frac{s}{d}$ für $h=1{,}9$; $1{,}8$; $1{,}7$; $1{,}6$; $1{,}5$; $1{,}4$; $1{,}3$; $1{,}2$; $1{,}1$; $1{,}0$; $0{,}9$; $0{,}8$; $0{,}7$; $0{,}6$; $0{,}5$; $0{,}4$; $0{,}3$; $0{,}2$; $0{,}1$; $0{,}0$.

Weisbach hat verschiedene Versuche angestellt und gefunden:

$$\lambda=\frac{0{,}12}{\sqrt{u}}+0{,}0\ldots;$$

für $u=9$ 16 25 36
$\lambda=0{,}04$ 0,03 0,024 0,02.

Weil nach diesen Weisbach'schen Versuche angestellt sind für Gasse. nur wenigstens 25 m, so wird es wohl fraglich sein, ob man sich für d. kleineren Gasse. seiner bedienen kann. Insbesondere bei sehr kleinen Gasse. wie Luft u. Dt. wird es nicht möglich sein λ größer als 0,04 zu nehmen. – Es sei nun z. B.: $u_1=16$ m. Gegen d. Ende d. Rohres sei u kleiner d. Gasse zu; indem d. Gasse kleiner, wächst d. Volumen, somit es sich selbst. Setzt man dasselbe Anfangsstück feststehend voraus, wächst d. Gasse. zugleich und es sei demgemäß $u=20$ m; es wird h entsprechend $u_1=16$ zu 0,03 angenommen und es sei d. absolute Temp. zu Anfang, also $T_1=300$; also ist:
$\frac{u_1}{u}=0{,}8$ und fast: $\frac{h_1}{h}=0{,}64$. Dies in d. Gleichung eingesetzt gibt:

$$\left(\frac{293}{2}\cdot\frac{300}{256}+\frac{41}{141}\right)0{,}36-\frac{241}{141}\ln\frac{1}{0{,}64}=0{,}06\frac{s}{d}$$

und also $\frac{s}{d}=4031$.

Genau berechnet man:

$$T_1-T=\frac{41}{141}\frac{h}{R}\left(1-\frac{h_1}{h}\right)=\frac{41}{141}\frac{100}{2\cdot9{,}81\cdot29{,}3}0{,}36=0{,}073°.$$

Man ersieht hieraus die Vernachlässigung einer sehr langen Rohrs von Höhe s und dp in derselben d. Änderung d. Temp. mag nicht $\frac{1}{10}$° betrug; dieselbe rechtfertigt sich besonders d. praktischen Erwägungen, indem man genötigt ist, von d. einfachen Voraussetzung constanter Temperatur auszugehen. – Es bleiben nun also noch 2 Aufgaben übrig, welche sehr zweckmäßig sein wird, gleichzeitig d. obenigen Entwicklungen d. Theorie zu berücksichtigen, wie sich bei ihrer Lösung herausstellen wird. Setze d. selbst. also

$$dT=0 \quad \text{und} \quad d\mathfrak{T}=0$$

Es bedeutet nun Gl. 4, wenn wir ihren $\frac{u\,du}{g}=dh$ und $\frac{d\mathfrak{T}u^2}{\mathfrak{T}u}=\frac{dh}{2h}$ setzen:

$$dh-R\mathfrak{T}\frac{dh}{2h}=ds\cos\psi-\lambda\frac{ds}{d}h$$

od.
$$\left(\frac{R\mathfrak{T}}{2h}-1\right)dh=\left(\lambda\frac{h}{d}-\cos\psi\right)ds.$$

Hier kommt:
$$\frac{\mathfrak{T}u}{g}=\frac{R\mathfrak{T}}{p}.$$
Wenn p kommt Gl. 4, wenn $\mathfrak{T}$ in h gegeben sind, wenn sie für einen bestimmten Querschnitt bekannt sind. Man kombiniert also Gl. 4 mit Gl. 5, wenn man 1 gegen $\frac{R\mathfrak{T}}{2h}$ vernachlässigt, darauf ist im allgemeinen $\frac{R\mathfrak{T}}{2h}$ eine große Zahl, es ist nämlich $\frac{R\mathfrak{T}}{2h}>100$; es sind meine d. Fall, wenn d. Vernachlässigung noch genügend genau ist, da h ebenfalls nicht genau mehr als 1% angegeben werden kann.

Ist $\frac{R\mathfrak{T}}{2h}>100$ dann $h<\frac{R\mathfrak{T}}{200}$ oder $\mathfrak{T}$ mit d. Temperatur 300 angenommen und mit $R=29{,}8$: dann $h<\frac{29{,}8\cdot300}{200}$ es dann $h<43{,}95$ oder dessen $u<\sqrt{2\cdot9{,}81\cdot43{,}95}$ also dann $u<29{,}4$ m. Ist aber in d. Tat selben größer als dieser Wert, so darf man 1 gegen $\frac{R\mathfrak{T}}{2h}$ vernachlässigen können. Ist nun dies, so kann man d. Gl. integrieren unter d. Voraussetzung, daß ψ eine Constante ist, d. h. das Rohr constant steigt od. fällt oder wenn ψ ein passender Mittelwert dann

fast, da $ds=\frac{\frac{R\mathfrak{T}}{2h}dh}{\lambda\frac{h}{d}-\cos\psi}$ oder $\frac{2\cos\psi}{R\mathfrak{T}}ds=\frac{dh}{\left(\frac{\lambda}{d\cos\psi}h-1\right)h}$

$$\frac{2\cos\psi}{R\mathfrak{T}}ds=\left(\frac{\lambda}{\frac{d\cos\psi}{\lambda}h-1}\div\frac{1}{h}\right)dh=\left(\frac{1}{h-\frac{d\cos\psi}{\lambda}}-\frac{1}{h}\right)dh$$

diese integriert von 0 bis s gibt:

$$\frac{2\cos\psi}{R\mathfrak{T}}s=\ln\frac{h-\frac{d\cos\psi}{\lambda}}{h_1-\frac{d\cos\psi}{\lambda}}-\ln\frac{h}{h_1}=\ln\frac{1-\frac{d\cos\psi}{\lambda h}}{1-\frac{d\cos\psi}{\lambda h_1}}$$

Für d. Grenzfall, daß Rohr horizontal ist, also $\psi=90°$ wird diese Gl. eine identische Gl. Daraus muß man nun d. ursprüngl. Diff.-Gl. zurückgehen; diese lautet für $\psi=90°$:

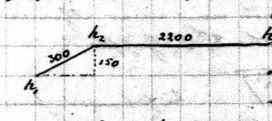
$$ds=\frac{R\mathfrak{T}}{2h}\frac{d}{\lambda}\frac{dh}{h}$$

und hieraus durch Integration:

$$\ln\frac{dh}{h^2}=-d\frac{1}{h}\psi: \quad \lambda\frac{s}{d}=\frac{R\mathfrak{T}}{2}\left(-\frac{1}{h}+\frac{1}{h_1}\right)$$

oder $\frac{R\mathfrak{T}}{2}\left(\frac{1}{h_1}-\frac{1}{h}\right)=\lambda\frac{s}{d}$. Je dem einen wie dem anderen Fall ist nun d. Gasse-Höhe h und damit d. Gasse. selbst bestimmt und damit d. Continuitätsbedingung. muß d. Rechnung. –

Beispiel. Gegeben Leitungsrohr von Luft kommend unter Anderem bei Tunnelarbeiten, es ist damit beabsichtigt Luft fortzuleiten zum Betriebe d. Arbeitsmaschinen, wegen d. schlechten Luft für Arbeiter und wegen Kühlung d. Gebirges muß man für Ventilation sorgen. Angenommen, es sei d. Leitung einmal gegeben. Anfangsdruck bis auf eine gute Atmosphäre, also Luftleitungsrohr eine Länge von 2500 m hat. Dieses Rohr habe einen Durchmesser $d=0{,}2$ m und es werde durchschnittlich 1 kgr gepumpt. Luft z. Teil verbraucht, also $q=1$. Angenommen wäre d. Temp. d. Rohres. Leitung sei wie nebenstehend (M. Cerrio – Fingal). Ist d. Anfangsdruck Rohr mündet in einen Stollen von 1500 m Länge und 150 m Höhe



d. Leitung, also die Temperatur T_1 d. Anfangsdruckes, in welchem sie mündet in einen Stollen von 2200 m Länge mündet. Ist Anfangsdruck. Temperatur d. Luft nach d. Alten und es fragt sich, mit welcher Gl. d. Luft im weiteren Verlaufe d. Rohres zu rechnen ist. Zu dem Zweck fragt sich zunächst wie groß unter diesen Umständen d. Anfangsgasse. u_1 ist. Es sei Carbon. Luft wiegt nun bekanntlich bei d. Temp. 0 und bei normalem Atm.-druck 1,293 kgr. Demgemäß ist also unter denselben Bedingungen 1 kgr Luft ein Volumen $=\frac{1}{1{,}293}$ Cubm. Es soll gerade d. Luft mit einer Gl. von 5 Atm. einhalten, es ist also d. Volumen nun nur $\frac{1}{5}$ so groß; ferner ist d. constante Temp. = 27°C so ist d. absolute Temp. = 300 anzunehmen. Demnach ist d. Volumen von einem kgr Luft von 5 Atm. Gl. mit Rücksicht auf diese absolute Temp.: $=\frac{1}{1{,}293}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{300}{273}=0{,}170$ Cubm.
d. Querschnittsfläche ist: $=\frac{\pi}{4}d^2=0{,}0314$ Cubm.
und somit Anfangsgasse.: $u_1=\frac{0{,}17}{0{,}0314}=7{,}33$ m.
Annahme d. Coeff. λ ist unter Zugrundelegung $=0{,}04$ angenommen worden.
Ferner ist d. Gasse-Höhe $h_1=1{,}49$.
Es ist somit, da nahezu Gleichheit zwischen d. Gasse-Höhe als bei Gl. 4 und d. Rohrleitung in d. Tunnel hineingeht, also h_2: Hier ist d. Gl. zu ψ mit $=90°$ zu

fällt natürlich im vorliegenden Fall $\cos\psi = \frac{350}{300} = \frac{7}{6}$. Natürlich ist immer noch mit d. Gl. mit d. Modulus d. Logarithmen — gerechnet 0,4343, so bedeutet die rechte

$$\log \frac{1+\frac{0{,}1}{0{,}4\,h_2}}{1+\frac{0{,}1}{0{,}4\cdot 149}} = \div\, 0{,}4343\,\frac{300}{293\cdot 300}$$

Also: $\frac{1+\frac{2{,}5}{h_2}}{2{,}678} = 0{,}9664$ und somit $h_2 = 1{,}574$

Um nun d. Höhe — Höhe h zu finden, muß d. Gl. für $\psi = 90°$ benützt werden,

Also:

$$\frac{293\cdot 300}{2\cdot 1{,}574}\left(1-\frac{h_2}{h}\right) = 904\,\frac{2200}{92}$$

Somit $\frac{h_2}{h} = 0{,}843$ also $\frac{h_1}{h} = 0{,}843\,\frac{h_1}{h_2} = 0{,}843\cdot\frac{1{,}49}{1{,}574} = 0{,}798$

Wenn diese Verhältnis gemäß mit d. Rechnungsverhältnis bekannt mit d. Gl: $\frac{\partial u}{g} = \frac{RT}{p}$ zu vergleichen sein, so muß p als constant und folgt

$$\frac{p}{p_1} = \frac{u_1}{u} = \sqrt{\frac{h_1}{h}} = 0{,}894$$

und folgt d. Pr. p am Fuß d. Rohre:

$$p = 0{,}894\cdot p_1 = 0{,}894\cdot 5 = 4{,}47 \text{ Atm.}$$

es geht also etwas mehr als eine halbe Atm. verloren. —

Wenn bei einer sehr langen Rohrleitung ein bedeutender Widerstand vorhanden sein soll, d. i. im Allgemeinen mit einer Arbeitsfähigkeitsänderung verbunden sein kann, so kann man nun für von d. Länge — Änderung absehen und es handelt sich nur darum, diejenige d. Pr.-Änderung zu untersuchen. Jeden falls nimmt in einer solchen Rohrleitung der bedeutende Widerstand vorhanden, d. Pr. ab, jedoch nur in einem solchen Grade, daß man sich mit einer näherungsweisen Rechnung begnügen kann.

Es sei also an einem solchen Rohr, unmittelbar vor derselben d. Pr. $= p_2$ d. Geschw. $= u_2$ an unmittelbar hinter d. fraglichen Rohr d. Pr. $= p_2$ und d. Geschw. $= u_2$; an d. fraglichen Rohr sei d. Reibungsquotient $= \lambda$, an jenem derselben $= \lambda_2$. Unter diesen gleichen Arbeitsfähigkeitsänderungen kann nun nun ein bedeutender Widerstand vorhanden, d. genau so wurden soll durch d. Widerstandscoeff. ζ. Dann muß $p_2 = p_3\,(1-\delta)$ so daß δ nur als einen sehr kleinen Bruch bekannt sein. Es war nun nun allgemeinen Formel, d. die Lage mit d. Geschw. d. Luft in irgend einem Punkt d. Rohre:

$$u = \varphi\sqrt{u_1^2 + \frac{n}{n-1}\,2g\,RT_1\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}$$

Dabei nun d. Formel für d. Ausflußgeschw. auch einer Öffnung in d. Seitenwand; dabei sollte nun unter jetzigen Umständen abgeleitet, so nun d. Normalleitung Länge d. Rohrwand abgesehen nun, ferner nun d. Reibung d. Luft und endlich nun λ_2, also nun Leitungswiderstand d. Rohre. Diese Abscheidung kann nun nur für einen für d. bekannte mach d. einigen Punkt wie mit u_2 statt u, p_2 statt p und T_2 statt T gesetzt werden. Nimmt nun d. Gl. Länge φ, zunächst dabei und setzt gleichzeitig $\frac{1}{\varphi^2} = 1+\zeta$, so ergibt sich:

$$\frac{n}{n-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] = \frac{(1+\zeta)\,u_2^2 - u_1^2}{2g\,RT} = \frac{h_2}{RT}\left[(1+\zeta)\left(\frac{u_2}{u_1}\right)^2 - 1\right]$$

Setzt nun $p_2 = p_1\,(1-\delta)$ wie δ nur klein ist, so ist: $1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \frac{n-1}{n}\,\delta$ und es wird

$$\delta = \frac{h_2}{RT}\left[(1+\zeta)\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 - 1\right]$$

da $\frac{u_2}{u_1}$ nun d. Pr. und d. Ausflußzahlen abhängig, unsere Abhängigkeit also sehr gering ist. Denn können p_2 und p_1 berechnet werden.

Bewegung des Leuchtgases in einer Stadtleitung.

Hierbei kann man sich nun weiteren Vereinfachungen erlauben, weil es sich hier um einen fall handelt, wobei d. Pr. sich nur äußerst wenig ändert. Selbst für d. ganze Strecke d. Leitung soll d. Druck, unter welchem d. Gas steht nur einen überwinden um einen solchen Betrag, d. gewöhnlich nicht höher einen Unterschied von 30 mm. als d. Atm.-Druck einen Unterschied von 10 m Wasserhöhe, d. ist Bruch $= 0{,}003$ Atm., es handelt sich also um einen fall, wo d. Pressungsänderungen sehr gering ist, ob können dasselbe d. gewöhnlich vernachlässigt werden. Da so d. Pr. in d. Leitung stets nun Anfang, p_1 d. Pr. am Anfang gleichgesetzt, so ist $\frac{p}{p_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h}}$ gemäß d. Gl.: $\frac{\partial u}{g} = \frac{RT}{p}$, wo R d. T constant sind, mithin also d. Druck immer gleichen Schritt mit d. Leitung einer ungefähr horizontalen Lage d. Rohrenleitung ist nun:

$$\frac{RT}{2h}\left(1-\frac{h_2}{h}\right) = \lambda\,\frac{s}{d}$$

Setzt man nun gemäß d. Werth von h in $\frac{p}{p_1}$, so folgt: $\frac{p}{p_1} = \sqrt{1-\lambda\,\frac{s}{d}\,\frac{2h_1}{RT}}$ und da $\frac{p}{p_1}$ nun wenig von d. Einheit verschieden ist, kann man setzen: $\frac{p}{p_1} = 1-\lambda\,\frac{s}{d}\,\frac{u_1^2}{2g\,RT}$

also:

$$1-\frac{p}{p_1} = \frac{p_1-p}{p_1} = \lambda\,\frac{s}{d}\,\frac{u_1^2}{2g\,RT}$$

Es sei nun mit V d. Gebrauchsmenge bezeichnet, welche z. B. stets d. freyhin Gasleitungsröhren finden können gerade bei d. Stadt, welche zu Messung d. Leitungsröhren stattfindet, also ein Zeitraum bei einem Querschnitt ω die d. Röhre p_1, T_1, dann ist:

$$u_1 = \frac{4}{\pi}\,\frac{V}{d^2}$$

Gl. gesetzt, gibt:

$$d^5 = \lambda\,s\left(\frac{4}{\pi}\right)^2\frac{V^2}{2g\,RT}\,\frac{p_1}{p_1-p}.$$

Setzt man für $g = 9{,}81$ und bezeichnet ferner mit ρ d. Dichtigkeit d. Gases verglichen mit d. atm. Luft bei gleicher Temp. u. Pr. (für gewöhnl. Steinkohlengas $\rho = 0{,}4 - 0{,}45$), dann ist: $R = \frac{29{,}27}{\rho}$. Nimmt man ferner d. durchschnittl. Temp. im d. Röhre $= 12°$ C. an, also $T = 285$, so folgt:

$$d^5 = \frac{\lambda}{100960}\,\rho\,s\,V^2\,\frac{p_1}{p_1-p}.$$

d. Pr. d. Gases schwanken, da es sich nur um kl. Unterschiede handelt, gewöhnl. deren man Mittelwerthe annehmen zu können. Angenommen es sei die bezeichnete Abnahme ausgedrückt in mm, endlich diese Pr.-Abnahme $p_1 - p$ gemessen mit, so ist: $\frac{p_1}{p_1-p} = \frac{100096}{h}$, da p_1 entspricht 1 d. atm. Luftsäule, so kann man setzen 10096. Setzt man dies ein, so erhält man:

$$d^5 = 0{,}1\,\lambda\,\rho\,\frac{s}{h}\,V^2.$$

Länge d. ganzen Rohrenleitung sowohl für einen stetig Gebrauch sein soll, nimmt man an, daß für diesen gleichförmig sei so ist V d. Volumen, welches in d. Zeiteinheit durch d. Anfang d. Querschnitt strömt während d. Volumen, welches ins Endquerschnitt während $= \alpha\,V$ ist, wenn unter α ein gewisse Gebrauchsmenge, welche durch einen Querschnitt in d. Entfernung s vom Anfang d. Rohrstrecke hindurchströmt, bezeichnet sein dann:

$$\frac{V-\varphi}{(1-\alpha)\,V} = \frac{s}{l}$$

wenn nämlich φ d. Gebrauchsmenge ist, welche z. B. durch d. Querschnitt in d. Entfernung s hindurchströmt; ferner ist dann $V-\varphi$ d. Verlust mit diesem Punkte, $(1-\alpha)\,V$ d. Verlust mit d. ganzen Strecke, also:

$$\varphi = V\left(1-\frac{(1-\alpha)}{l}\,s\right).$$

Bezeichnet man das d. absoluten in Folge d. Leitungswiderstandes für die Länge s d. Rohre, dann ergibt

wenn ab wird d. Gl. für d^s, wo nun für V jetzt geschwanden wird $V\left(1-\frac{1-\alpha}{\ell}s\right)$ also:

$$dh = 0{,}12\varrho\,\frac{ds}{d^s}\,V^2\left(1-2\,\frac{1-\alpha}{\ell}s+\frac{1-2\alpha+\alpha^2}{\ell^2}s^2\right)$$

Integriert man diese Gl. von $s=0$ bis $s=\ell$, so erhält man d. gesuchte Druckunterschied für d. Rohr ℓ:

$$h = 0{,}12\varrho\,\frac{V^2}{d^s}\left[\ell-(1-\alpha)\ell+\frac{1-2\alpha+\alpha^2}{3}\ell\right]$$

$$\text{od.}\quad h = 0{,}12\varrho\,\frac{\ell V^2}{d^s}\,\frac{1+\alpha+\alpha^2}{3}.$$

Es ergibt sich hier genau so, wie bei d. Wasserleitung, nur daß V^2 d. Faktor $\frac{1+\alpha+\alpha^2}{3}$ bekommen hat. Es ist also nun d. ergänzte Formel, welche d. Abhängigkeit hinsichtlich d. gegen Länge ℓ maßgebenden Gebrauchsspannung darstellt:

$$d^s = 0{,}12\varrho\,\frac{\ell V^2}{h}\,\frac{1+\alpha+\alpha^2}{3}.$$

Es war in dieser Formel d. Druckhöhenverlust h gemessen durch eine in neun unterbrochene Wassersäule. Man könnte nun streng genommen in derselben Weise vorgehen, wie bei d. Wasserleitung, d. h. d. Rohrquerschnitte neu wählen; jedoch würde dies eine sehr umständliche Rechnung bedeuten, indem einmal für λ sehr wenig bekannt und ferner ϱ eine ziemlich veränderliche Größe ist, endlich, wenn man für d. Geschwindigkeitshöhen nicht in derselben Form ist Rücksicht wie bei d. Wasserleitung, da für d. Rohren viel weniger weit sind, es wird also zulässig sein eine einfachere Annahme zu machen. Es läßt sich nun annehmen, daß wenn d. wahrscheinlichste Anlage ziemlich nahe kommt, wenn nun d. Rohrnetz passend abteilt, d. h. d. Luft ziemlich gleichförmig an einem bis zum anderen Punkt strömt, ist also ℓ d. ganze Länge d. günstigst zu belastenden Leitungsstranges d. Rohrnetzes und H d. gegeben zulässige Druckhöhenverlust von einem bis zum anderen Punkt in jede d. Leitungen niedersinkend, dann wird d. Forderung eines gleichförmigen Druckverlustes d. Proportion entsprechen:

$$\frac{\ell}{h} = \frac{\mathfrak{L}}{H}.$$

wobei sind $\mathfrak{L}$ u. H gegebene Größen, H jedoch = 20 Millimeter = 30 mm Wassersäule angenommen zu werden; setzt man dies ein, so folgt:

$$d^s = 0{,}12\varrho\,\frac{\mathfrak{L}}{H}\,V^2\,\frac{1+\alpha+\alpha^2}{3}.$$

Es sind nun V u. α gegebene Größen für jede Rohrart d. Leitungsnetzes u. nun kann also jenem d. wahrscheinlichsten Querschnitte dieses Leitungsstranges berechnen jeder Rohrart gemäß α^0 Abstufungen. Gewöhnlich wird man jedoch nicht an jeder Abzweigstelle einen anderen Querschnitt wählen, um so mehr als d. Variation d. Querschnitts und zulässigen Abstufungen d. nicht genau d. Rechnung gemäß angenommen werden können. — Es ist noch nötig, auch noch für λ u. ϱ einzuführen sind. Zunächst gelten zu d. Zahl d. gewählten Ausgangsstellen mit Rücksicht auf d. Ort zu Grunde liegenden Verhältnisse. Für d. Formel ϱ verwendbar ist, d. h. wo zu Grunde liegt mit Annahmen von H, welches in neun unterbricht ist, V bedeutet d. Geschwindigkeit in Meter p. Sek.; schlägt jedoch gewöhnl. d. Geschwindigkeit in cubic. p. Minute unterbricht zu machen und überdies schlägt d. Querschnitte in cubic unterbricht zu machen; dann ist:

$$\frac{d^s}{10^{\alpha}} = 0{,}1\,\lambda\varrho\,\frac{\mathfrak{L}}{H}\,\frac{V^2}{3600}\,\frac{1+\alpha+\alpha^2}{3}$$

$$\text{also}\quad d^s = \frac{\lambda\varrho}{0{,}01296}\,\frac{\mathfrak{L}}{H}\,V^2\,\frac{1+\alpha+\alpha^2}{3}.$$

$\frac{\lambda\varrho}{0{,}01296}$ bedeutet, ist also dasselbe durchschnittlich $=\varrho$, also: $d^s = 2\,\frac{\mathfrak{L}}{H}\,V^2\,\frac{1+\alpha+\alpha^2}{3}$. { d in cm, $\mathfrak{L}$ in m, H in mm; V in Meter p. Minute.

Was nunmehr λ betrifft, so liegen darüber sorgfältige Versuche von Blechmann vor, wonach sich für d. Leitungsnetz ergibt: $\lambda = 0{,}009 + \frac{0{,}00653}{\sqrt{v}}$, also in jedem Punkt abhängig von d. Geschw. v. Indessen ist man in einem praktischen Rohrnetzberechnen im Allgemeinen noch genug; setzt man $\frac{\lambda\varrho}{0{,}01296} = \varrho$, so würde dieser vollkommen $\lambda\varrho = 0{,}025\varrho$ d. i. wenn man durchschnittl. d. Dichtigkeit

d. Leitungsluft $\varrho = 0{,}42$ setzt, gemäß dieser Annahme ist $\lambda = 0{,}06\varrho$ und bleiben mit d. Blechmann'schen Versuchen in Uebereinstimmung, wenn d. Leitungsluft = 1 Mtr. pr. Sek. wird. Wenn nun also sei für allgemein d. Coeff. $\frac{\mathfrak{L}}{H}$ d. für d. einzelnen Rohrarten zwischen 2 benachbarten Abzweigstellen d. Werte von $1+\alpha+\alpha^2$ berechnet, so findet man d. Querschnitte d. einzelnen Rohrstücke in etwa. findet man, daß d. Querschnitte von einer Abzweigstelle zu der anderen nicht wenig ändern, so wird die Rechnung wieder zu ändern haben. —

Nun ist es nötig, zu d. abgezweigten Rohrstücken überzugehen, d. h. denen von d. Leitungsstrang begrenzt mit A_0 A_1 A_2 ..... A_n. Geht man nun von d. ersten Abzweigstelle A_1 aus und verfolgt den nächst d. größeren d. abgezweigten Leitungen und nimmt nun stets an, daß H d. zulässige Druckhöhenverlust von d. Gasometer bis zu d. entferntesten Punkten sei, so wird man für d. hier mit Rücksicht genommenen Leitungsstrang dasselbe formel benützen können, wenn nun an Stelle von $\mathfrak{L}$ gesetzt wird $A_0A_1 + \mathfrak{L}_1$ unter $\mathfrak{L}_1$ d. Länge d. abgezweigten Leitungsstranges verstanden; ist H_1 d. Länge d. von A_1 ausgehenden Leitungsstranges, so wird man wie für die nächsten können, wenn nun nicht statt $\mathfrak{L}$ setzt $A_0A_1 + \mathfrak{L}_1$. —

Es fragt sich weiter, wenn die ganzen Rohrnetz nun von Gasometer d. Gebrauchsstelle aufgeteilt werden soll d. Querschnitt berechnet werden, d. h. an allen Stellen d. ganzen Leitung nun genügender Druck d. Gasometer dürfte Stelle, um d. Widerstand zu überwinden, d. h. Gasometer von d. Stellen fortzuschaffen und dem d. Gase die in d. Leitungen fortzugeben; mit Rücksicht auf diese Widerstände genügend einen Druck von 20 mm Wassersäule zu geben. Wird nun zunächst angenommen, es sei d. ganze Leitung horizontal, dann müßte d. konstruktive Druckunterschied d. Gasometer = H + 20 mm sein; nimmt man also H = 20 m, so müßte ein Gasometer 40 mm Druckunterschied sein. Ist d. Terrain bedeutend hügelig, so kann es sich in dieser Beziehung wesentlich anders verhalten. Angenommen es liege eine Stelle x in d. Entfernung x von Gasometer eine y m höher als d. Gasometer. Ist sie nun G_0 d. absolute Gasdruck im Gasometer, derselbe darum in jede d. Leit. Widerstände bis zu dieser Stelle ab um $\frac{x}{\mathfrak{L}}H$. Wenn nun also d. Gasdruck vom Gasometer bis zu d. betrachteten Stelle wechselt, so nimmt in jede d. eigenen Zonen d. Gases und diesen Gründen d. absolute Gasdruck bis zu diesem Punkte ab. für d. ebene Niederschlag bis zu d. Stelle um $1{,}24\frac{\varrho}{1}$ mm, also d. Druckhöhenverlust von d. Gasometer bis zu d. Stelle $= \frac{x}{\mathfrak{L}}H - 1{,}24\varrho y$, wenn nun ϱ d. Dichtigkeit d. Leitungsluft, d. h. d. Gewicht von 1 cbm Luft bei 12–15° C — 1,24 kgr wiegt, wenn nun ϱ in d. anderen Bezeichnung d. Abw. von 1 cbm wenn Luft, ϱ nimmt d. Gewicht von 1 cbm Gasgemisch ab, wenn Wasserdruck von 1 mm Höhe aufgetragen auf 1 qm Gasgemisch gerechnet 1 kgr; also einem Druckunterschied von 1,24 kgr entspricht einer Wassersäule von 1,24 mm. Ist ϱ d. Dichtigkeit d. Leitungsgases also d. d. Luft, wenn nun also in einer Leitungsstelle ϱ mal so hoch, so wird dadurch d. Druckunterschied um $1{,}24\varrho$ mm Wassersäule abnehmen, nämlich um $1{,}24\varrho$ mm. Wenn nun ϱ also y m erhöht, ist d. Druckunterschied $1{,}24\varrho y$, ist also d. absolute Druck gemessen in mm Wassersäule an d. betreffenden Stelle, also wenn x m von d. Gasometer entfernt liegt und y m höher liegt, ausgedrückt durch:

$$G = G_0 - \frac{x}{\mathfrak{L}}H \mp 1{,}24\varrho y$$ Liegt d. Stelle nun tiefer, so gilt d. + Zeichen und umgekehrt. Bezeichnet $\mathfrak{L}_1$ d. absoluten, demgemäß in mm Wassersäule gemessenen Leitungsdruck, so ist d. Leitungsdruck $\mathfrak{L}$ an d. daselbst belegenen Stelle:

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_1 \mp 1{,}24\varrho y \qquad \text{wo } \varrho = 1 \text{ ist.}$$

Ist nun nun unmittelbar mit d. Gasometer verbunden, ist d. Leitungsdruck d. Gasdruck über d. Luftdruck, derselbe sei mit M bezeichnet $= G - \mathfrak{L}$; an d. betreffenden Stelle wird dieser Leitungsdruck $= M_1$ sein und:

$$M = M_1 - \frac{x}{\mathfrak{L}}H \pm 1{,}24\,(1-\varrho)\,y$$

$$\text{od. für } \varrho = 0{,}42: \qquad M = M_1 - \frac{x}{\mathfrak{L}}H \pm 0{,}7\,y.$$

ist nun d. entsprechende

Unterschied d. Gesch. im Zähler verschwindend klein, d.h. für kleinere Werte = 20 sein soll, also muß sein:

$$\min\left(M_0 - \frac{x}{2} H \pm 0{,}7\,y\right) = 20.$$

Da dieser ungünstigste Umstand selbstverständlich, kann man von vornherein nicht angeben, man müßte denselben annehmen. Am vorteilhaftesten würde es sein, wenn man es so wählen könnte, daß d. Unterschied in d. ganzen Leitung constant = 20 mm wäre, denn es könnte immer ungünstig, wenn ein zu großer Unterschied in d. Leitung vorkommt. Einfach wäre möglich, wenn beim Abziehen d. Zeichen + gilt und wenn d. Glieder $-\frac{x}{2} H$ und $+0{,}7\,y$ für überall gleich wären, wenn also überall: $\frac{y}{x} = \frac{H}{0{,}72}$.

Es könnte dann M_0 selbst = 20 sein, also d. Unterschied constant und ganzen Leitung = 20. Setzt man H wie es gewöhnlich d. Fall ist = 21, so ist: $\frac{y}{x} = \frac{30}{21}$.

Ferner ist nun d. Durchschnittl. Unterschied in mm Wassersäule = 1000, in derselben in mehr = 10 ist und somit $\frac{y}{x} = 0{,}003$.

Es wird also nun vorteilhaftest sein, wenn man sich z. einrichtet, daß d. Neigung der Leitung des Gasometer um beständig entsprechen nur etwa 3 : 1000, dann dann wäre d. ganzen Leitung d. Unterschied constant = 20 mm. Wassersäule. —

Bewegung eines Gases in einer Röhre, deren Wand eine wesentliche Wärmeübertragung nach Aussen hin oder von Aussen her vermittelt.

Diese Fälle kommen namentlich bei d. Leit. d. Gase einer Feuerung vor. d. entsprechenden Verbrennungsrohre steigen zunächst durch d. Feuerraum, nehmen dann wieder an Querschnitt ab, passieren d. Schieber, Ventile etc. und treten in d. Schornstein ein, durch welchen sie weiter aufwärts durch d. Kamin ins freie. Hier handelt es sich also um d. Leit. eines Gases durch eine Röhre v. Canal, wo eine ganz bedeutende Wärmeabgabe stattfindet, es wird also nun d. Temp. d. Gases nicht gleichen ganzen Weg bedeutend verändert sein. Es ist dies ein Fall, wo d. Wärmeübergang an seinen weg Größen stattfindet, es können jedoch auch einzelne solche Fälle vorkommen, wo d. Gabelrohr nimmt Luft zugeführt, sein findet eine Wärmeabgabe auf seinen ganzen Weg. — Um also solche Fälle rechnungsmäßig zu erfassen, muß auf d. allgemeinen Grundvorgänge zurückgegangen werden:

Es seien 3 allgemeine Gln zur Berechnung, wenn p, T und u als Functionen von S für jeden Querschnitt d. Rohre zu bestimmen. Hier sind wir besitzen:

d. Continuitätsbedingung: $\frac{\partial u}{g} = \frac{R\,\partial T}{p}$

d. Gl. d. Arbeitsvergleichs: $u\frac{du}{2} + \frac{n}{n-1} R\,dT = ds\cos\psi + W\,dQ$

u. d. Gl. d. lebendigen Kraft: $u\frac{du}{2} + R\,dT - RT\frac{d(Tu)}{Tu} = ds\cos\psi - 2\frac{ds}{d}\frac{u^2}{2g}$

d. Querschnitt d. Rohre sei $= F$, d. Umfang desselben $= P$ und d. Winkel ψ, unter welchem d. Mittellinie gegen d. Richtung d. Schwere geneigt ist, sei constant für d. ganze Rohrstrecke, widrigenfalls soll derselbe als Mittelwert eingeführt werden. Es ist nun d. mittlere Durchmesser:

$$d = \frac{4F}{P}$$

und mit d. Glied mit dQ behufs, p ist bekanntlich:

$$G\,dQ = k(T' - T)\,dF'$$

wo T' d. äußerliche Temp., T d. innere absolute Temp. ist, dF' d. Einfachheit, um nahezu Zusammenfassen festsetzbar. Es kann sich in allgemeinen d. selbst sein, daß Wärmeübergang nur durch einen Teil d. Querschnitt stattfindet, wie dieß d. selbst ist, wo d. Heizkanal neben d. Rohre herläuft, so findet d. Zusammenfassen nur durch d. Teil d. Umfl. selbst, welcher durch d. Rohrwand gebildet ist, während durch d., vom Feuergase begrenzten Teil nur wenig übergeht. Bezeichnet nun F' d. Teil d. Umfangs P, um d. d. Wärmezusammenfassen stattfindet, so ist:

$$dF' = F'\,ds, \text{ also: } G\,dQ = kF'(T' - T)\,ds.$$

zugleich $W = \frac{1}{A}$ in R enthalten muß d. Beziehung:

$$AR = c_p - c \qquad \text{wenn } c_p \text{ spec. Wärme bei constantem Volumen und } c \text{ spec. Wärme bei constantem Druck, ferner } AR \text{ d. Arbeitswert d. Wärmeeinheit bedeutet, also:}$$

$$AR = c_p\left(1 - \frac{1}{n}\right) = c_p\,\frac{n-1}{n} \qquad \text{wenn } n = \frac{c_p}{c} \text{ ist.}$$

$$\text{und } W = \frac{1}{A} = \frac{n}{n-1}\,\frac{R}{c_p}$$

Mit d. Gl. für $W\,dQ$ folgt nun:

$$W\,dQ = \frac{n}{n-1}\,\frac{R\,k\,F'(T' - T)\,ds}{G\,c_p}$$

Es können für k u. F' constant für d. ganze Länge d. betrachteten Rohrstrecke, denn ist, wenn zur Abkürzung d. Ausdr.: $\frac{G c_p}{k F'} = a$ gesetzt wird: $W\,dQ = \frac{n}{n-1}(T - T')\,\frac{ds}{a}$

Setzt man diesen Ausdruck in d. 2h u. 3h d. 3 Grundgln. ein, d. setzt man ferner $\frac{u^2}{2g} = h$

so folgt: $\frac{u\,du}{g} = dh$ u. $\frac{du}{u} = \frac{dh}{2h}$ also:

$$2)\quad dh + \frac{n}{n-1} R\,dT + \frac{n}{n-1} R(T - T')\frac{ds}{a} = ds\cos\psi$$

$$\text{und } 3)\quad dh + R\,dT - RT\frac{dh}{2h} + 2\frac{ds}{d}h = ds\cos\psi.$$

Es sind also nun zur Bestimmung d. Gl. 1. 2 3; in d. Gln 2 u. 3 kommen nun d. Größen: Geschw. d. alle Querschnitten von S bestimmt werden sollen müß d. Temp.- Gesetz, so d. Gesetz- Gleichungen, zwischen welchen gewöhnlich differentielle, also Beziehungen zwischen d. unendlich kleinen Änderungen der Größen, hier T d. Temp. und S d. Länge. Dem diese Gln. zu integrieren, müssen d. allgemeinen Vorgänge kennen bekannt, es muß eine d. allgemeine Beziehung bekannt sein, eine Gl. erfüllt, in d. nur eine allgemeine bekannte vorkommt; es könnte dieß geschehen, indem man jede d. Gln. nach einmal beziehlich S differentiiert, dadurch würde man 2 neue differentiell. Gl., d. aus d. Gln Beziehungen wären; man erhielte dann im ganzen 4 diff. Gl. mit d. Größen $h\,h'\,h''\,T\,T'\,T''$, wo d. Werte d. betreffenden differentialquotienten bedeuten. Zwischen diesen Gln. könnte man dann d. 3 Größen $T\,T'\,T''$ eliminieren und man erhielt eine Gl. zwischen $h\,h'\,h''$ u. S, also eine diff.- Gl. der Ordnung von h ab suchen wir S, oder man könnte d. einzuhaltende Bedingung mit h in enthält $T\,T'\,T''$ u. S. Auf alle solche Weise könnte zu ganz unüberwindlichen Weitläufigkeiten führen, d. ganz die übergroße Genauigkeit in keinem Verhältnis stünden; es würde sich also darum handeln, d. Größen a zu ermitteln, um zu praktisch brauchbaren formeln zu gelangen. d. Gl. 2 ist bezüglich, also d. Wärmeleitung d. Rohrmaterial ganz in ersterselben ist bedingt durch $T - T'$; um dieser Wärmeleitung d. Rohrmat. ganz in ersten Reihe d. Temp.- Änderung d. Gasbestandteile zu Querschnitt zu Querschnitt ab. Der Vorgang wird d. 2 grundsätzlichsten Glieder dieser Gl. ist d. Glied dh u. d. Glied $ds\cos\psi$ gleich, ist dieselben vernachlässigt werden können; sind sowohl damit sämtliche, also d. Temp. d. Gases nur in ganz untergeordnetem Grade von d. Größe a; also von d. Form d. Querschnitt ganz unabhängig, ist dieß nicht, ist eine solche Form dieser Änderung beziehlich werden, also ein allgemeiner ist dieß nicht, ist empfehlenswert

d. Temp.-d. Gases annähernd gerade wird; mit genügender Genauigkeit d. Strömung d. Wärmeübergang bestimmt, so braucht sie keine besondere Berücksichtigung; es ist also nur nötig, die Temp.-Differenz d. Gases gegen die Wand zu kennen, um die Wärmeübergangszahl α zu finden. Diese Temp.-Differenz ist aber nicht = d. Temp.-Differenz d. Gases gegen d. Wand, sondern = d. Temp.-Differenz d. Gases gegen d. Temp. d. Wandoberfläche, d. i. d. Temp. d. Gases an d. Grenze d. Grenzschicht. Diese Temp. ist aber nicht bekannt, sondern nur d. Temp. d. Wand selbst, die gemessen werden kann. Um also d. Temp. d. Gases an d. Grenze d. Grenzschicht zu finden, muß man d. Temp.-Gefälle in d. Grenzschicht kennen, d. h. d. Temp.-Verteilung in d. Grenzschicht. Diese ist aber nur dann bekannt, wenn d. Geschwindigkeitsverteilung in d. Grenzschicht bekannt ist, denn nur dann kann d. Temp.-Verteilung berechnet werden. Die Geschwindigkeitsverteilung in d. Grenzschicht ist aber nur dann bekannt, wenn d. Reibungsbeiwert d. Gases bekannt ist, denn nur dann kann d. Geschwindigkeitsverteilung berechnet werden. Der Reibungsbeiwert d. Gases ist aber nur dann bekannt, wenn d. Temp. d. Gases an d. Grenze d. Grenzschicht bekannt ist, denn nur dann kann d. Reibungsbeiwert berechnet werden. Die Temp. d. Gases an d. Grenze d. Grenzschicht ist aber nur dann bekannt, wenn d. Temp.-Gefälle in d. Grenzschicht bekannt ist, denn nur dann kann die Temp. d. Gases an d. Grenze d. Grenzschicht berechnet werden. Das Temp.-Gefälle in d. Grenzschicht ist aber nur dann bekannt, wenn d. Geschwindigkeitsverteilung in d. Grenzschicht bekannt ist, denn nur dann kann das Temp.-Gefälle in d. Grenzschicht berechnet werden. Die Geschwindigkeitsverteilung in d. Grenzschicht ist aber nur dann bekannt, wenn d. Reibungsbeiwert d. Gases bekannt ist, denn nur dann kann die Geschwindigkeitsverteilung in d. Grenzschicht berechnet werden. Der Reibungsbeiwert d. Gases ist aber nur dann bekannt, wenn d. Temp. d. Gases an d. Grenze d. Grenzschicht bekannt ist, denn nur dann kann der

Ist nun nach dieser Weise d. Pr. bekannt, so findet man nun d. Contractionscoëfficient d. Oeffnung, denn es sind d. Oeffnungsfläche f gegeben und d. effektive Ausfl. ist ungefähr gegeben durch d. Pr.; sind also für d. Ausflussquerschnitt u_1, δ_1 u. p_1, resp.:

$$\frac{u}{u_1} = \frac{f}{\delta_1} \frac{p_1}{p} .$$

Hat diese Berechnung d. Contractionsgrades d. äussersten d. innersten Strahlenrohrs zum Querschnitt zu Querschnitt bekannt, so muss nun d. allgemeine Lösung gefunden und durchgeführt werden, ob Hindernisse oder nur besondere Widerstände in Betracht kommen, wie z. B.: bei d. Berechnung eines Heberrohres eine Vermehrung um d. ganze d. Reibung, wo d. Normal eine plötzliche Richtungsänderung erleidet, gerade nur eine Querschnittsänderung; in solchen Fällen ist es in d. Regel nothwendig, d. ganze Strecke, auf welche d. Geschwindigkeit sich stetig ändert, in einzelne Theile zu theilen, bis diese kleine Theile, wo Aenderungen eintreten, gebrannt sind, d. h. es muss dann d. Aenderung d. Geschwindigkeit für jede Strecke für sich berechnet werden. Hat d. Querschnittsänderung betrifft, d. stets einen besonderen Widerstand hervorzubringen scheint, so genügt es, d. Querschnittsänderung zu berechnen, denn auf einer solchen kurzen Strecke wird keine merkliche Wasserbewegung als stattfindend betrachtet werden können, es kann also ganz einfache Reibungsformel benutzt werden, wie bei d. Geschw. d. Geschwindigkeit stets einen Canal, wo keine Wasserbewegung stattfindend. d. formel nun gesetzt:

Geht nun einer solchen Stelle d. Pr. von p_1 zu p_2 über und nennt man ferner zugleich einen Querschnittsänderung von δ_1 zu δ_2 verhältnisse d. kann nun d. Pr. p_2 an d. gesuchten Stelle sein:

$$p_2 = p_1 (1-\delta) \qquad \text{so kann man setzen:}$$

$$\delta = \frac{k}{2g} \left[(1+\zeta) \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} \right)^2 - 1 \right] . —$$

Hat d. Geschw. d. obenige betrifft, so soll nun eine formel über d. Ausflussgeschw. d. Ausflussmenge angegeben werden; es können hier ganz einfache formeln benutzt werden, wie beim Ausfluss d. Gase. Ist nun bekanntlich d. Ausflussgeschw. eines Gases beim Ausströmen aus einer Mündung:

$$u = \varphi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}$$

wo p_1 d. Pr. am Inneren ist p d. am Aeussern d. Geschlechts bedeutet. v_1 d. elastik Vol. am Inneren d. Geschlechts, n d. Verhältniss d. spec. Wärme bei constantem Pr. zur spec. Wärme bei constantem Volumen, φ d. Geschw.-Coëff. ist nun d. formel wenig d. Weise angelegt werden, ist nun u_0 berechnet wie es oben wurde, wenn keine Widerstände stattfinden d. d. Querschnittsänderung wenig d. unterbrochenen Strom stattfindet nun dieser Ausdruck noch dann mit φ multiplizirt. Bei einer solchen Querschnittsänderung d. Geschl. stehen bekanntlich d. Pr. in d. spec. Vol. in d. Beziehung zu einander, d. h.:

$$p v^n = p_1 v_1^n \text{ ist.}$$

Nun gilt nun genau diese selbe Beziehung für d. Querschnittsänderung von ebenso auch Mittheilung d. Geschwindigkeit von Wasser, wenn d. n eine andere Bedeutung hat. Wenn es sich zunächst nun überhaupt handelt, so fragt man d. Versuchen von Weber in Cassel, d. h., wenn d. Verschiedenheit aber Mittheilung d. Geschwindigkeit von Wasser ganz allgemein Querschnittsänderung stattfindend d. formel nun gesetzt:

Geht nun einer solchen Stelle d. Pr. von p_1 zu p_2 über und nennt man ferner zugleich einen Querschnittsänderung von δ_1 zu δ_2 verhältnisse d. kann nun d. Pr. p_2 an d. gesuchten Stelle sein:

$$p_2 = p_1 (1-\delta) \qquad \text{so kann man setzen:}$$

$$\delta = \frac{k}{2g} \left[(1+\zeta) \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} \right)^2 - 1 \right] . —$$

Hat d. Geschw. d. obenige betrifft, so soll nun eine formel über d. Ausflussgeschw. d. Ausflussmenge angegeben werden; es können hier ganz einfache formeln benutzt werden, wie beim Ausfluss d. Gase. Ist nun bekanntlich d. Ausflussgeschw. eines Gases beim Ausströmen aus einer Mündung:

$$u = \varphi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}$$

wo p_1 d. Pr. am Inneren ist p d. am Aeussern d. Geschlechts bedeutet. v_1 d. elastik Vol. am Inneren d. Geschlechts, n d. Verhältniss d. spec. Wärme bei constantem Pr. zur spec. Wärme bei constantem Volumen, φ d. Geschw.-Coëff. ist nun d. formel wenig d. Weise angelegt werden, ist nun u_0 berechnet wie es oben wurde, wenn keine Widerstände stattfinden d. d. Querschnittsänderung wenig d. unterbrochenen Strom stattfindet nun dieser Ausdruck noch dann mit φ multiplizirt. Bei einer solchen Querschnittsänderung d. Geschl. stehen bekanntlich d. Pr. in d. spec. Vol. in d. Beziehung zu einander, d. h.:

$$p v^n = p_1 v_1^n \text{ ist.}$$

Nun gilt nun genau diese selbe Beziehung für d. Querschnittsänderung von ebenso auch Mittheilung d. Geschwindigkeit von Wasser, wenn d. n eine andere Bedeutung hat. Wenn es sich zunächst nun überhaupt handelt, so fragt man d. Versuchen von Weber in Cassel, d. h., wenn d. Verschiedenheit aber Mittheilung d. Geschwindigkeit von Wasser ganz allgemein Querschnittsänderung stattfindend d. formel nun gesetzt: $n = \frac{4}{3}$. Der gefundene Werth stellt sich gegen d. h. muss man sich für d. Geschl. zu Grunde legen denken, d. h. d. Pr. sich gegenseitig ändern einen gewissen Gehalt d. spec. Vol., wie stellt d. Metzen wieder einen anderen Werth, sie war wiederholt abhängig von d. Reibungsverhältniss. Wenn ein Ausgangsquerschnitt ein 1 Kgr. d. Gewichts γ, Kgr. Druck entfallen ist, so kommt gesetzt werden:

$$n = 1{,}035 + 0{,}1\,\gamma .$$

Es werden also d. beobachteten formeln einfach übertragen werden können, so kann nun in d. formel $p v^n$ v vorkommen d. nicht d. Druck, weil dieses bedeutend unterbist.

Es bleibt sich nun d. formel für d. Ausflussgeschw. d. Gase so umzugestalten, dass d. Druck nicht mehr vorkommt, da $p_1 v_1 = p_1 v_1$ ist also:

$$u = \varphi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}$$

Hat nun d. ge. Bed. nicht genaue Anwendung betrifft, so sei A eine function d. Querschnittsöffnung, insbesondere hier genau, wie bei constanten Querschnitten im Allgemeinen muss eine Endrechnung stattfinden kann, so wird d. kleinste Querschnitt d. verbundenen Wasserstr. mit dem = αA sein und sämtliche Stücke mit dem Querschn. u, so ist also d. gesuchte Quantum = $\alpha A u$. Multiplizirt nun dies mit d. Geschw. d. Aenderungsgeschwindigkeit d. Querschnitte, so erhält man d. ge. Bed. nicht genaue Anwendung, so erhält man d. ge. Bed. nicht genaue Anwendung, dasselbe gilt dann genau nicht auch dieser Gl., die Wirklichkeit findet d. Querschnittsänderung nicht ohne Mittheilung von Wärme statt, sondern wenn übergesetzt wird Tab. Querschnitt nicht, so soll dasselbe gar sehr, d. h. eine gewisse Arbeit die in Wärme übergeht d. hier wird d. nicht genaue Anwendung gewöhnlich, d. h. also genau genommen d. vorliegende Aufgabe sei, diejenige Aenderung d. spec. Vol. zu ermitteln, welche stattfindet mit Rücksicht nicht d. Adhäsion d. Wärme mitgetheilt; jedoch würde es sich kaum verlohnen, genauere einzugehen, wenn man nehmen setzen: $Q = \alpha A u$, hinsichtlich Bedeutung d. Vol. d. d. Faktor mit α übertragen, welches dann nicht berechnet werden kann, sondern nur durch Versuchen zu bestimmen ist; d. Vol. d. also, da $p v^n = p_1 v_1^n$ ist. $v = \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{n}} v_1$, also

$$Q = \alpha A u \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{v_1} .$$

Hier ist α ist einen zusammengesetzten Werth; setzt man für u seinen Ausdruck und setzt $\alpha\varphi = \mu$, so setzt:

$$Q = \mu A \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{p_1}{v_1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]} .$$

Nicht permanente Bewegung des Wassers.

Sind solche für d. nicht permanente Bew. einige Fälle bekannt worden, nämlich solche, die sich beziehen auf d. Ausfluss d. Wasser aus Gefässen, d. keinen Zufluss erhalten od. wenigstens nur einen solchen, d. nicht — d. Geschwindigkeit Abfluss ist, so dass d. Wasserspiegel im Gefäss variabel ist. Es sei weiter A d. Grösse d. Ausflussöffnung, d. vorgenannte Querschnitt d. Gefässes in d. Höhe h über d. Querschnitt dieser Mündung sei = S, endlich sei allgemein S irgend eine gegebene Function von h, sein Inneres. Anfangslage d. freie Wasserspiegel in d. Höhe h_0 über d. Oeffnungsmitte d. Mündung und in dieser Höhe sei d. horizontale Querschnitt d. Gefässes = S_0. Gesucht sei die Zeit, welche verfliesst, damit der Wasserspiegel von d. Anfangslage, d. h. von h_0 bis zu d. Höhe h, resp. von d. Querschnitt S_0 bis zu S. Augenblicklich, wo d. Wasserspiegel = h_0 ist bis zu d. Augenblicke wo d. Wasserspiegel sich bis zu h vermindert hat. Wenn d. Mündung A einfach ist, so ist d. Querschnitt S irgend eine bestimmte Function von h, so kann man sich durch eine graphische Construction diesen übergeben, ist nun wie bei einem Gefässe begrenzt, wenn nun d. Ausflussgeschw. während eines Augenblicks gleich derjenigen ist, wenn d. Wasserspiegel constant bliebe, so würde also dann:

$$u = \varphi \sqrt{2gh} \qquad \text{sein.} \qquad \text{Für den vorliegenden Fall aber}$$

h mit einer unendlichen, verübergehenden Unstetigkeit, wird streng genommen stets nötig sein, jedesmal gesondert eine sprachliche Untersuchung, ob wenn, falls unter d. Voraussetzung ziemlich klein ist ein Zusatz mit d. Querschnitt σ und wesentlich $p_0 - p$ ist, einen genügend scharfen Anschluß bezweckt. –

Es soll nun zunächst vorausgesetzt werden, d. Gefäß enthalte keinen Zufluß; es kann nämlich während d. Ausfließens d. Wasser d. Oberfl. beständig scharfen fließend gedacht werden. Ist in irgend einem Augenblick h d. Wasserstand in Gefäß, so verlangt es sich ein unendlich kleines Zeitelement dt von der Art, daß man die ausgetretene Größe nicht fehl – die d. absolute Verkürzung d. Wasserfadens unter d. vorgenommenen Wasserquantum $= + \sigma dh$ – ebenfalls bekommen kann, aber muß streng genommen $= \mu A \sqrt{2gh}\, dt$ und fest:

$$dt = -\frac{1}{\mu A \sqrt{2g}} \frac{\sigma dh}{\sqrt{h}}$$ und fest hieraus durch

Integration d. Zeit, in welcher d. Wasserstand von h_0 auf h herabsinkt:

$$t = \frac{1}{\mu A \sqrt{2g}} \int_h^{h_0} \frac{\sigma dh}{\sqrt{h}}.$$ Wird ein Gefäß von

constantem Horizontalquerschnitt vorausgesetzt, so folgt:

$$t = \frac{2\sigma}{\mu A \sqrt{2g}} (\sqrt{h_0} - \sqrt{h}) = \frac{\sigma}{\mu A} \left(\sqrt{\frac{2h_0}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}}\right).$$

Es ist also d. Zeit, d. d. Wasser braucht, um bis zur selben Höhe d. Mündung abzufließen:

$$\sigma = \frac{\sigma}{\mu A} \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Jedes d. Ausflußrohr mit einer bestimmten Ausflußöffnung, so ist h d. Höhe d. Wasserspiegels über d. Mündung d. Rohres in so fern dann d. Wasserfaden in seiner Höhe mit zu berücksichtigen. Natürlich braucht dann, vorausgesetzt wenn d. Ausflußöffnung genügt ist, d. Wasserspiegel im Gefäß nicht bis $h = 0$ herabzusinken.

Ist d. Ausflußgefäß eine beliebige Gestalt, so kann sie d. mittlere Höhe derselben gefunden:

$$\sigma = p + qh + rh^2$$

Hierin können alle ausziehbaren Gefäße eben Grades und alle zweiauszuziehenden Gefäße; zu d. ersteren gehören alle Gefäße, deren Wände Umdrehungsflächen sind. Erstere einem Flächenmaß Höhe ein Ringes umfassen zu wenden, F. muß festgesetzt bei entsprechen zu denken ist: Ist nun irgend ein eben Maß und sey dessen d. Fläche der selben gemäß Linien und theilt sich mit d. weiß zu verfahren, daß jene Flächen beständig zunehmen bleibt und jene festgesetzte beständig mit diesen gemäß Linien bleiben, so bezeichnet dieses Maß ein Flächenmaß. –

Dies nun besteht Ausdruck für σ in d. Gl für σ, so folgt:

$$\sigma = \frac{1}{\mu A \sqrt{2g}} \int_0^h (p z^{-\frac{1}{2}} + q z^{\frac{1}{2}} + r z^{\frac{3}{2}})\, dz$$

$$= \frac{1}{\mu A \sqrt{2g}} \left(\frac{p h^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + \frac{q h^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{r h^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} \right)$$

$$\sigma = \frac{1}{\mu A} \sqrt{\frac{2h}{g}} \left(p + \tfrac{1}{3} q h + \tfrac{1}{5} r h^2\right)$$

Sein können d. Coeff $p q r$ nun specifisch werden durch 3 zu gewissen Theilen Bestimmung Horizontalquerschnitte d. Gefäßes, dazu eignet sich namentlich d. Horizontalquerschnitt in d. Höhe h über d. Mündung, in d. Höhe h_2 und in d. Höhe 0. Bezeichnet man die zugehörigen Flächen mit σ g H, so ist nun nun:

$$\sigma = p + qh + rh^2 \qquad g = p + \tfrac{1}{2} q h + \tfrac{1}{4} r h^2 \quad \text{und} \quad H = p.$$

wird demnach ersetzt sein:

$$\sigma = \frac{1}{\mu A} \sqrt{\frac{2h}{g}} \left\{ H + \tfrac{1}{3} (-\sigma + 4g - 3H) + \tfrac{2}{5} (\sigma - 2g + H) \right\}$$

$$\sigma = \frac{\sigma + 8g + 6H}{15 \mu A} \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Soll d. Zeit t gefunden werden, binnen welcher d. Ausfluß entsprechend h_0 bis h sinkt, so ist

$$t = \sigma_0 - \sigma = \frac{1}{\mu A} \left\{ \frac{\sigma_0 + 8g_0 + 6H_0}{15} \sqrt{\frac{2h_0}{g}} - \frac{\sigma + 8g + 6H}{15} \sqrt{\frac{2h}{g}} \right\}$$

Wenn d. Gestalt d. Gefäßes eine müssen bestimmt ist, so wird man einen ähnlichen 3 Größenbestimmungen d. Querschnitten d. beiden Rotation müssen dienen können, z. B. denn, um d. Zeit für d. Entleerung d. Wasserspiegels zu bestimmen oder d. Raumes σ von 2 oder 3 verschiedenen Horizontalquerschnitten entsprechen ist.

Für die z. B.: d. Cylinderschalen eine abgestumpfte Gestalt, d. h. ein Rotationskörper mit geradlinigen Seiten, welche ein Elementarcurve nicht einander schneidet sind, so ist:

$$\sigma = ab \quad \text{u.} \quad H = a'b'$$

denn ist für d. mittleren Querschnitt: $g = \frac{a+a'}{2} \cdot \frac{b+b'}{2}$

und fest: $\sigma + 8g + 6H = 3ab + 3a'b' + 2(ab' + a'b)$

Es ist nun nöthig d. Dimensionen von σ in H zu kennen braucht, um σ zu berechnen; um t zu berechnen müßte man noch d. Dimensionen von σ_0 kennen. –

Wenn d. Gefäß zylindrisch, so würde man irgend eine Dimension d. Querschnitts d. mittleren Radius d. parallelen Dimension d. Querschnitt σ in H sein; in einem solchen falle würde man d. parallelen Dimension proportional d. Winkel mit d. Fläche d. Querschnitts; man eliminirt eine Dimension d. Querschnitts g d. mittleren Radius σ mittleren Dimensionen von σ in H, so ist nämlich d. Winkel mit d. mittleren Querschnitt g d. mittleren Radius mit d. Winkel von σ und H, also: $\sqrt{g} = \frac{\sqrt{\sigma} + \sqrt{H}}{2}$

und fest: $\sigma + 8g + 6H = 3\sigma + 8H + 4\sqrt{\sigma H}$

Es wird mit Rücksicht auf beständig gleichen Ausfluß eben verbunden, so Gestalt d. Ausflußöffnung genügend ist, so kann sie mit einer ungünstigen Annäherung dieser Forderung beschaffen muß. Besteht eine erste Annäherung darin, daß man d. Querschnitt eben, d. heißt d. Querschnitt ganz fortlassen. Ein Gefäß, das Abfluß an jedem einem Horizontalquerschnitt. Wenn d. Ausfluß mit einem Kreisrohr, so wird in d. Regel d. Gestalt dieses Rohres beibehalten, so kann sie mit einem solchen Näherungsverfahren beschaffen muß, daß: Wenn ab d. Fall sein, so muß man σ d. Form weiter nicht kennen, als d. Querschnitt. selbstverständlich d. gleiche Form derselben. Je nachdem solch wird man d. Abhängigkeit zwischen Raum, nun man annimmt, so d. Horizontalquerschnitte mit solchen Form d. Gefäßes bis zum tiefsten Punkt vorhanden sein, wie d. Fall wäre, wenn d. Seiten d. Gefäßes ungefähr Umdrehungsflächen zu Grunde wären. Wenn nun zunächst Formel für σ mit d. Rücksicht darauf, daß σ und H beide Function derselben Größe, z. B. irgend ein Horizontalquerschnitt vorhanden d. Abstand bis zum tiefsten Punkte ist. Kennt man also nur Form d. Gefäßes d. Oberfl. und d. tiefsten Form, so wird man annähernd mit genügend fest gewissen, wenn man annimmt, so für d. Gestalt d. Querschnitt annähernd Umdrehungsflächen zu Grunde dieser Annäherung würde man dann Formel für σ derselben können, um d. Zeit $= t$ Volumen bis zu welcher ein ursprünglicher Wasserstand in einem Cylinder übergeht, so fest d. ursprünglich mitgegebene Wasserstand $= \sigma_0$ und d. Höhe derselben d. Querschnitt d. Ausflußmündung $= h_0$. Diese Ausflußmündung liege nun um a tiefer als d. tiefste Punkt d. Gefäßes, so d. h. d. größte Wasserhöhe $= h_0 + a$ ist; so findet sich nun in d. Größe $\sigma + 8g + 6H$. Zu dem fand ist:

$$\mathcal{J}_0 : \mathcal{J} : \mathcal{H} = (a+h_0) : (a+\tfrac{1}{2}h_0) : a$$

$$\text{also } \mathcal{J} = \frac{a+\frac{1}{2}h_0}{a+h_0}\mathcal{J}_0 \quad \text{und} \quad \mathcal{H} = \frac{a}{a+h_0}\mathcal{J}_0.$$

$$\text{Summe} \quad \mathcal{J}_0 + 8\mathcal{J} + 6\mathcal{H} = \frac{15a+5h_0}{a+h_0}\mathcal{J}_0$$

$$\text{oder} \quad \mathcal{J} + 8\mathcal{J} + 6\mathcal{H} = \frac{15a+5h}{a+h}\mathcal{J} = \frac{15a+5h}{a+h_0}\mathcal{J}_0$$

$$\text{also} \quad t = \frac{\mathcal{J}_0}{\mu A}\left(\frac{a+\frac{1}{3}h_0}{a+h_0}\sqrt{\frac{2h_0}{g}} - \frac{a+\frac{1}{3}h}{a+h}\sqrt{\frac{2h}{g}}\right).$$

Soll der Ausfluß durch eine Düse, die mit der Wand nur unterbrochen mit dem Wasserstand für den Ausflußbeginn und Endpunkt genommen werden, so bedeutet dann die einzelnen Größen - Coeff.; ist ζ der resultierende Widerstandscoeff. p.t.:

$$\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1 = \frac{1}{\mu^2} - 1 \quad \text{also:} \quad \frac{1}{\mu} = \sqrt{1+\zeta}. \;-$$

Kann bei allen diesen Ausflüssen vermöge geschieht werden, daß der Ausfluß mit der Geschwindigkeit in der freien Luft erfolgt. Im anderen Fall, der mag nur theoretisch ist, bedeutet der Ausfluß der Wasser mit einem Gefäß ein anderes, welche mit einander communicieren durch eine Öffnung in einer gemeinschaftlichen Scheidewand; statt dieser Öffnung kann jedoch auch eine kurzen anbringen sein. Wenn der eine von den anderen Gefäß sehr erweitert sei einen Zufluß und Abfluß, so daß ein gegenseitiger Ausgleich stattfindet.

Bezeichne in der ersten Gefäß der Wasser in der Höhe h' über der Öffnungsmitte der Communicationsöffnung, eine zweiten in der Höhe h'', die Differenz dieser beiden Höhen sei h; es fragt sich nun, binnen welcher Zeit wird diese anfängliche Niveaudifferenz übergehen in 0. sei $\mathcal{J}$ irgend ein Horizontalschnitt der ersten Gefäßes begrenzt mit $\mathcal{J}'$; ebenso sei $\mathcal{J}''$ ein gegebener Querschnitt der Höhe z'' über dem Mittelpunkt der Öffnungsmitte. Es sei ebenso irgend ein Horizontalschnitt der ersten Gefäßes in der Höhe z' über der Öffnungsmitte mit $\mathcal{J}'$ begrenzt und $\mathcal{J}''$ derjenige Querschnitt der zweiten Gefäßes in der Höhe z'' über der Öffnungsmitte. Ist nun dt ein Zeitelement, während dessen die Niveaudifferenz in irgend einem Augenblick $= z$ gesetzt, dann nach, wenn durch z eine Function der Zeit t ausgedrückt wird, so ist die Wassermenge $= \mu A\sqrt{2gz}\,dt$; diesen Zufluß kann man nun einerseits für ein unendlich kleines Zeitelement dt als Einfluß des Gefäßes $= \mu A\sqrt{2gz}\,dt$. Dieser Zufluß kann aber auch auf eine 2te Weise gefunden werden; wenn nämlich in diesem Augenblick der Höhe der Wasserspiegel über der Öffnungsmitte $= z'$ geworden ist, so wird ein nächst folgendes Zeitelement dt die Wassermenge, welche durch diesen Querschnitt fließt $= \mathcal{J}'\,dz'$ sein, also:

$$\mu A\sqrt{2gz'}\,dt = \mathcal{J}'\,dz'$$

Weil in Gl. $z' - z'' = z$, wo z' und z'' correspondierende Höhen sind, folgt: $dz' - dz'' = dz$. Anderseits kann diese z' und z'' der Wassermengen ausgedrückt werden, welche in einem Zeitelement überfließt; wie vorhin gefolgt ist diese Wassermenge $= \mathcal{J}''\,dz''$; es ist aber auch $= +\mathcal{J}''\,dz''$, also:

$$\mathcal{J}'\,dz' + \mathcal{J}''\,dz'' = 0.$$

Vermöge dieser neuen Gl. mit $\mathcal{J}''$ wird nämlich für z besseren, so folgt:

$$(\mathcal{J}' + \mathcal{J}'')\,dz' = \mathcal{J}''\,dz$$

$$\text{also} \quad \mathcal{J}'\,dz' = \frac{\mathcal{J}'\mathcal{J}''}{\mathcal{J}'+\mathcal{J}''}\,dz$$

$$\text{und Summe:} \quad \mu A\sqrt{2gz}\,dt = \frac{\mathcal{J}'\mathcal{J}''}{\mathcal{J}'+\mathcal{J}''}\,dz.$$

Wenn nun formell dt entwickelt, so ist nun, eine jedesmalige Zeit zu erhalten, wenn nämlich

z anfänglich $= h$ übergeht in 0, so integriere zu zwischen Grenzen links von $t=0$ bis $t=T$ und rechts von $z=0$ bis $z=h$, dann findet man:

$$T = \frac{1}{\mu A\sqrt{2g}}\int_0^h \frac{\mathcal{J}'+\mathcal{J}''}{\mathcal{J}'+\mathcal{J}''}\cdot\frac{dz}{\sqrt{z}}$$

Soll T berechnet werden können, müssen $\mathcal{J}'$ in $\mathcal{J}''$ als Functionen von z ausgedrückt werden. Alsdann kann T die Gleichung:

$$z' - z'' = z \quad \text{und} \quad \int_{h'}^{z'}\mathcal{J}'\,dz' + \int_{h''}^{z''}\mathcal{J}''\,dz'' = 0.$$

mit denen z' in z'' durch z und h' in h'' ausgedrückt werden können. Die Integration obiger Gl. wird aber gewöhnlich so umständlich sein, daß man sich mit einer Reihenentwicklung begnügen muß; wenn nun T Querschnitte unserer sind, wie bei Ausflußmündungen, kann man $\mathcal{J}'\mathcal{J}''$ folgendermaßen $\frac{\mathcal{J}'\mathcal{J}''}{\mathcal{J}'+\mathcal{J}''}$ zusammensetzen und erhalten:

$$T = \frac{2}{\mu A\sqrt{2g}}\,\frac{\mathcal{J}'\mathcal{J}''}{\mathcal{J}'+\mathcal{J}''}\sqrt{h} = \frac{1}{\mu A}\,\frac{\mathcal{J}'\mathcal{J}''}{\mathcal{J}'+\mathcal{J}''}\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Dieser Ausdruck unterscheidet sich von T formel für Ausflußzeit T Horizontalen Querschnitten nur dadurch, daß an Stelle T verschiedenen Querschnittsverhältnisse für T halb harmonische Mittel T verschiedenen Querschnitte haben. Soll T harmonische Mittel mehrerer Größen verschiedene nämlich T Größe, deren reciproker Werth = T arithmetischen Mittel aus T reciproken Werthen aller einzelnen Größen ist, also z. B.:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{a_n}\right).$$

Für also T harmonische Mittel aus 2 Größen a_1 und a_2 folgendermaßen zu bestimmen:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{a_1+a_2}{a_1 a_2} \quad \text{also} \quad a = 2\,\frac{a_1 a_2}{a_1+a_2}.$$

Will man T Zeit t berechnet werden, müssen wir T anfängliche Niveaudifferenz h_0 übergeht in h, so ist nun $t = t_0 - T$ zu setzen also:

$$t = \frac{1}{\mu A}\,\frac{\mathcal{J}'\mathcal{J}''}{\mathcal{J}'+\mathcal{J}''}\left(\sqrt{\frac{2h_0}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}}\right).$$

Diese Formel ist unmittelbar T nur $\mathcal{J}$ brauchbar zu gebrauchen in Anwendung bei T folgenden und früheren von Ausflußmündungen, für die können keine weiteren gezogen werden, wenn die Öffnungen eine bezüglich Öffnung gegeben ist mit 2 Numern.

nämlich 1) wenn T obere Ausflußnummer gegen T Oberwasser abgeschlossen ist und T untere gegen T Unterwasser, dann kann diese Formel zur Berechnung T Zeit, binnen welcher T Niveaudifferenz in beiden Numern $= 0$ ist.

2) wenn T untere Nummer gegen T obere abgeschlossen ist, sich aber T Wasser sich selbst T Unterwasserspiegel ändert, wie T Öffnungen die untere gegen werden, so handelt es sich um T Berechnung T Zeit, in welcher sich T Wasserstand in T unteren Nummer bis zum Unterwasserstand ändert ist; dasselbe ist aber constant, so ist $T = \infty$ gesetzt werden dann wird demnach ist: $T = \frac{\mathcal{J}'}{\mu A}\sqrt{\frac{2h}{g}}$

3) wenn T 1. Fall sein, also T Zeit berechnet werden soll, binnen welcher T obere Ausflußnummer, wenn sie gegen T untere abgeschlossen ist, bis bis zum Oberwasserspiegel fallen wird; zu T Grund ist wenn $T = \infty$ zu setzen ist es wird dann:

$$T = \frac{\mathcal{J}^0}{\mu A}\sqrt{\frac{2h}{g}}, \text{ wo bei also } \mathcal{J}^0 \text{ wenn Mittel aus } \mathcal{J}' \text{ und } \mathcal{J}''$$

ist dann noch ein vorkommt vorkommen, wo sie eine Größe, die T Wasser abfließt, dem einen ganz gewissen Zufluß hat, T aber nicht bestimmt $= T$ Abfluß der T Mündung ist, so sie sei eine Größe gegeben, welche einen constanten Wasserzufluß hat und zum Theile T Wasserstand Q mit $\mathcal{J}$ Querschnitt T Gefäßes $= h_0$ stand einen Öffnung Wasser mit T Gefäße ab. Ursprung sei T Wasserstand in Gefäß $= h_0$

und es fragt sich, in welcher Zeit wird sich diese anfängliche Höhe h_0 ändern in h. Je nachdem einem Augenblick für z die Höhe h Wasserspiegel im Gefäß über d. Schwerpunkt d. Mündung oder über d. Unterwasserspiegel. Wenn diese Höhe z eine Geschwindigkeit $v = \mu A \sqrt{2gz}$ würde mit der flüssigkeit d. Wasserteilchen V in d. Gefäß übereinstimmt, so würde d. Wasserverlust $= \mu A \sqrt{2gz} - V$ sein; ein ungleicher Wasserspiegel-Ausfallwinkel würde einen Zuschuß entsprechen. Wenn diese Annahmen auf Schätzung hin eintreffen, so können wir sagen, es bleibe dieser Zustand während einer Zeitelementes dt erhalten, dann erhalten wir als Wasserverlust in dieser Zeitelement: $(\mu A \sqrt{2gz} - V) dt$. Ist nun δ d. Flächeninhalt d. Querschnitts d. Gefäßes in d. Höhe z, μ d. ausfließenden Wasserteilchen auf sie $= + \delta dz$, also:

$$(\mu A \sqrt{2gz} - V) dt = + \delta dz.$$

Jedenfalls muss dt, μ muß sein d. Flächeninhalt d. Querschnitts d. Gefäßes in d. Höhe z, μ d. ausfließenden Wasserteilchen auf sie $= + \delta dz$, also:

$$(\mu A \sqrt{2gz} - V) dt = + \delta dz.$$

Jedenfalls muss dt, μ muß sein d. Zeit t zu erhalten, daraus erhalten sich z von h_0 bis h; setzt daher h anstatt z und integriere von h_0 bis h; dann erhalten wir d. Ausdruck mit $-$ Zeichen in $+$ verwandelt, also:

$$t = \int_h^{h_0} \frac{\delta dz}{\mu A \sqrt{2gz} - V} = \frac{\delta}{\mu A \sqrt{2g}} \int_h^{h_0} \frac{\delta dz}{\sqrt{z} - \sqrt{k}}$$

wenn $\sqrt{k} = \frac{V}{\mu A \sqrt{2g}}$ ist, also $k = \frac{1}{2g} \left(\frac{V}{\mu A}\right)^2$.

Schließlich ist d. Gefäß-Höhe, welche d. mittleren Geschw. entspricht, wenigstens nahezu V durch d. Querschnitt μA fließenden Wassers; es also keine Annahme.

Ist δ constant, so ist:

$$t = \frac{\delta^2}{\mu A} \sqrt{\frac{2}{g}} \int_h^{h_0} \frac{\frac{1}{2} dz}{\sqrt{z} - \sqrt{k}}$$

Nun ist:

$$\frac{\frac{1}{2} dz}{\sqrt{z} - \sqrt{k}} = \frac{\frac{1}{2} dz}{\sqrt{z}} + \sqrt{k} \frac{\frac{1}{2} dz \sqrt{z}}{\sqrt{z} - \sqrt{k}} = d\sqrt{z} + \sqrt{k}\, d[l(\sqrt{z} - \sqrt{k})]$$

also:

$$t = \frac{\delta^2}{\mu A} \sqrt{\frac{2}{g}} \left\{ \sqrt{h_0} - \sqrt{h} + \sqrt{k}\, l\left(\frac{\sqrt{h_0} - \sqrt{k}}{\sqrt{h} - \sqrt{k}}\right) \right\}.$$

Wenn $h = k$, so würde $t = \infty$ sein d. h.: es würde sich d. Höhe d. Wasserspiegels entsprechend d. Größe k. diese Annahme kann mit steigendem od. mit sinkendem Wasserspiegel festgestellt werden, je nach dem Grade erreicht wird, d. h. nach welcher sich d. ganze Zustand d. Wassers einer genommenen Lage. Nehmen wir $V = 0$, so würde kommen wir wieder auf eine bekannte Formel kommen, hier ist nur Schätzung d. Fall, denn für $V = 0$ ist auch $k = 0$, also d. ganze Logk gleich $= 0$.

190271053