

Universitätsbibliothek Karlsruhe

III E 261 (2)- Text

Redtenbacher, Ferdinand

Theorie und Bau der Turbinen

Mannheim

1860

Redtenbacher, L.

Theorie u. Bau
der
Turbinen

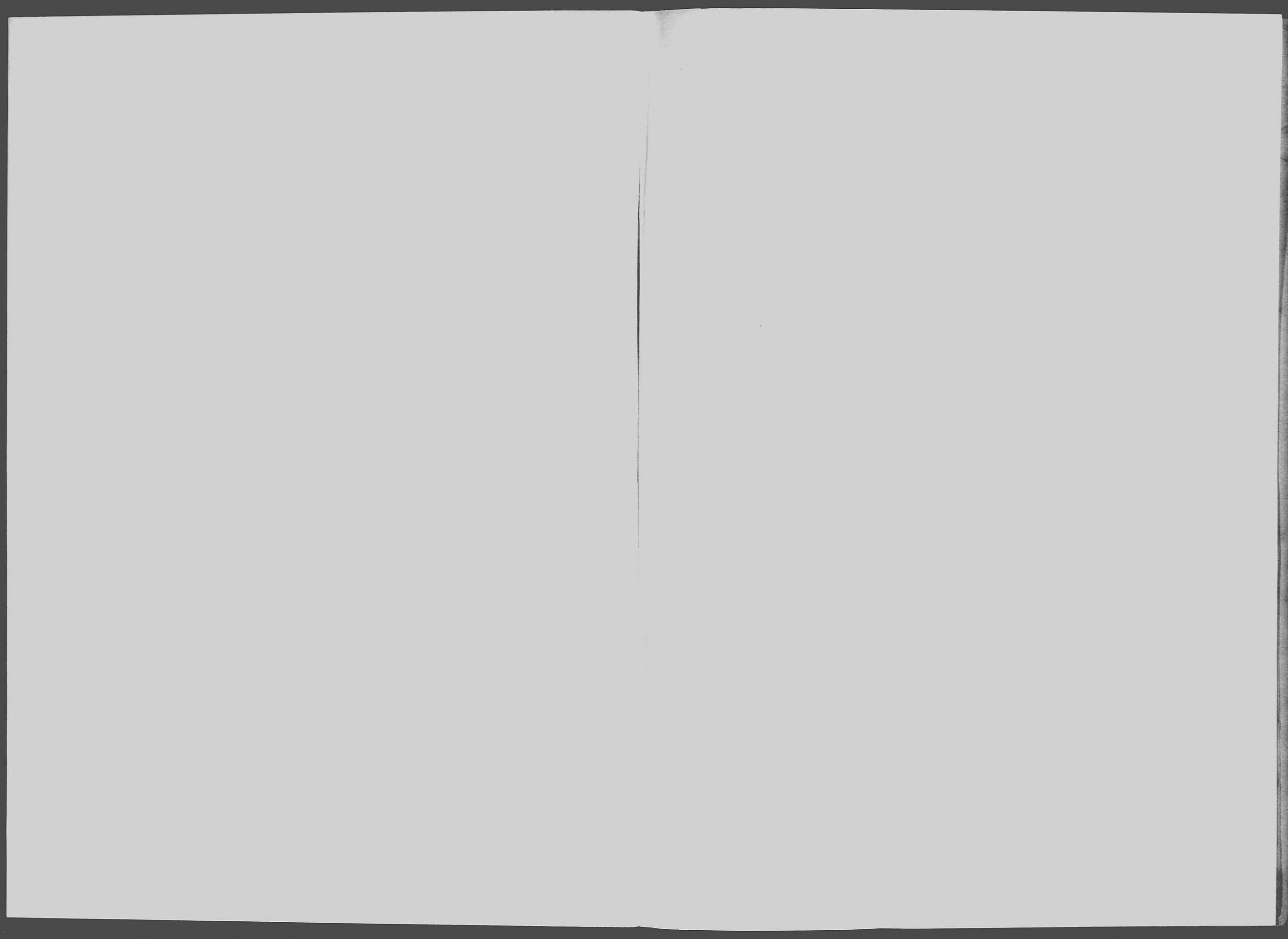
1860

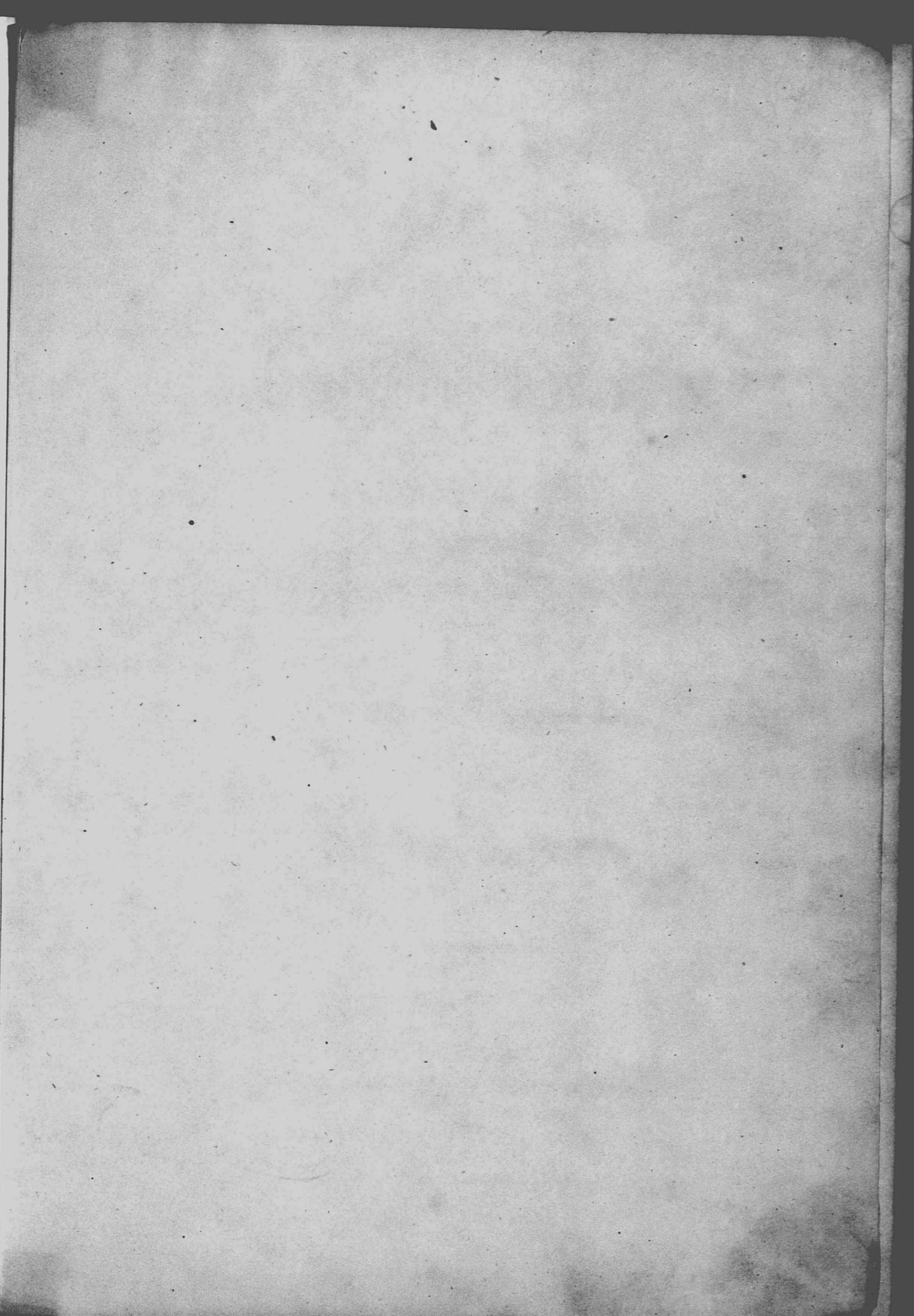
UB KARLSRUHE

III E

261 (2)

Text (2)





THEORIE UND BAU
DER
TURBINEN

VON

F. Redtenbacher,

Grossherzoglich Badischer Hofrath, Ritter des Zähringer Löwen- und des Norwegischen St. Olafsordens,
Direktor der Grossh. polytechnischen Schule und Professor des Maschinenbaues in Karlsruhe.

Zweite umgearbeitete und erweiterte Auflage.

Mit 13 kleinen und XXI. grossen Tafeln.

MANNHEIM.

Verlagsbuchhandlung von *Friedrich Bassermann.*

1860.



III E 261 - Text + bd (2)

Vorwort.

Das Turbinenwesen war zu der Zeit, als die erste Auflage des vorliegenden Werkes erschien, erst im Entstehen, hat aber nun im Wesentlichen seinen Abschluss erreicht. Damals kannte man nur einige Aufstellungsweisen der *Fourneyron'schen*, der *Schott'schen* und der *Jonval'schen* Turbinen. Gegenwärtig gibt es nicht nur die mannigfaltigsten Constructionsarten und Aufstellungsweisen von Turbinen, sondern man übersieht auch so zu sagen alle logischen Möglichkeiten von Turbinenanordnungen. Damals waren die Wasserräder nicht nur in den Gewerben, sondern auch in den Fabriken vorherrschend in Anwendung, gegenwärtig findet man in Fabriken, die durch Wasserkraft getrieben werden, nur selten ein Wasserrad, sondern fast ausnahmslos Turbinen aufgestellt.

Aber ohngeachtet dieser Entwicklung und Ausbreitung des Turbinenwesens hat sich die Theorie dieser Maschinen im Wesentlichen nicht geändert und konnte sich wohl auch nicht ändern, denn eine genauere Theorie würde nur dann aufgestellt werden können, wenn es gelänge, auf analytischem Wege die Bewegung und Wirkung jedes einzelnen Wasseratoms und die Wechselwirkung zwischen den Wasseratomen und den Kanalwänden, mit welchen sie in Berührung kommen, zu verfolgen. Dies ist aber bei dem gegenwärtigen Zustand der Hydrodynamik eine reine Unmöglichkeit.

Uebrigens würde eine ganz genaue Theorie der Turbinen die praktische Ausführung derselben doch nicht erheblich verbessern, denn es ist vorauszusehen, dass man den Bedingungen der absolut besten Constructionsweise doch nicht entsprechen könnte.

In theoretischer Hinsicht enthält also diese zweite grösstentheils umgearbeitete Auflage keine erheblichen Neuerungen. Dagegen ist diese zweite Auflage an Zeichnungen viel reicher als es die erste war. Sie ist mit kleinen und grossen Tafeln versehen. Die kleineren (mit arabischen Ziffern numerirten) Tafeln geben eine Uebersicht von den verschiedenartigsten möglichen Turbinenanordnungen. Viele derselben sind nichts als Ideen und theilweise Spielereien, es fehlen aber auch nicht die praktisch werthvollen Anordnungen, und diese treten gerade durch ihre Zusammenstellung mit den praktisch werthlosen Anordnungen deutlich hervor.

Die grösseren (mit römischen Ziffern numerirten) Tafeln enthalten constructive Durchführungen einer Reihe von charakteristischen Turbinenanordnungen und Tangentialrädern, und liefern ein ziemlich reiches Material für die Ausführung von Turbinen aller Art.

Die Zeichnungen zu den *Fourneyron'schen*, *Cadiat'schen* und *Schott'schen* Turbinen sind der ersten Auflage entnommen. Die Zeichnungen von den *Jonval'schen* Turbinen stellen Anordnungen dar, welche in den Maschinenfabriken zu Esslingen und zu Karlsruhe entworfen und ausgeführt wurden. Die Herren Direktoren dieser Fabriken hatten die Gefälligkeit, mir die Originalentwürfe zu diesen Turbinen zum Behufe dieser zweiten Auflage zu überlassen.

Nach der Aufnahme, die bisher meinen Arbeiten zu Theil geworden ist, darf ich wohl hoffen, dass man auch diese zweite Auflage meines Turbinenwerkes nicht verschmähen wird.

Karlsruhe im Mai 1860.

Der Verfasser.

INHALT.

	Seite
Vorwort	I
I.	
Geschichte und Beschreibung der älteren Turbinen	1
Das Löffelrad	2
Das Tonnenrad	2
Die Turbine von Burdin	2
Die Unterwasserturbine von Burdin	3
Die Danaide	3
Das Segner'sche Reactionsrad	4
Das Reactionsrad von Mannoury	4
Reactionsrad mit vielen Schaufeln	4
Das Euler'sche Reactionsrad	5
Neuere Turbinen.	
Die Vollturbine von Fourneyron, direkte Aufstellung	6
Fourneyron'sche Turbine mit äusserem Leitrad und innerem Turbinenrad	7
Fourneyron'sche Turbine, umgekehrte Aufstellung	8
Fourneyron'sche Turbine für grosse Gefälle	8
Liegende Fourneyron'sche Turbine	9
Die Turbine von Cadiat	9
Schott'sche Turbine	9
Schott'sche Doppel-Turbine	10
Jonval'sche Turbine für kleine Gefälle	11
Jonval'sche Turbine für grössere Gefälle	12
Jonval'sche Turbine, mittlere Aufstellung	12
Jonval'sche Turbine, umgekehrte Aufstellung	13
Jonval'sche Turbine mit Zapfen nach Fontaine	14

	Seite
Liegende Jonval'sche Turbine	14
Schrauben-Turbine	15
Liegende Jonval'sche Halb-Turbine	15
Jonval'sche Turbine mit Zapfenständer	15
Jonval'sche Zwilling's-Turbinen	16
Einrichtungen zur Regulirung des Wasserzuflusses	17
Fourneyron'sche Partial-Turbine mit umgekehrter Aufstellung	20
Fourneyron'sche Partial-Turbine, liegende Axe	20
Jonval'sche Partial-Turbine	21
Geschlossene Jonval'sche Partial-Turbine	21
Tangentialräder	22

II.

Theorie der Turbinen.

Theorie der Fourneyron'schen Turbine	23
Annäherungstheorie der Fourneyron'schen Turbine	26
Allgemeine und genaue Theorie der Fourneyron'schen Turbine	34
Theorie der Turbine von Cadiat	41
Theorie der Schott'schen Turbine	43
Zusammenstellung der Formeln zur Berechnung der Turbinen von Fourneyron, Cadiat und der Schott'schen Turbine	44
Abmessung von ausgeführten Turbinen	48
Berechnungen über ausgeführte Turbinen	49
Bestimmung der Abmessungen einer Fourneyron'schen Turbine	71
Bestimmung der Abmessungen einer Turbine nach Cadiat	79
Bestimmung der Abmessungen einer Schott'schen Turbine	81
Praktische Anleitung zur Verzeichnung von Turbinen:	
a. mit Leitschaufeln	83
b. ohne Leitschaufeln	88
c. Schott'sche Turbinen	90
Theorie der Jonval'schen Turbine	92
Bedingungen des absoluten Effektes	94
Regeln zur Berechnung von Jonval'schen Turbinen	97
Allgemeine Theorie der Jonval'schen Turbine	105
Theorie der Zwilling's-Turbinen	113
Partial-Turbinen	117
Theorie der Tangentialräder	118

III.

Anwendungen der Turbinen-Theorie.

Beschreibung und Berechnung einer Fourneyron'schen Niederdruck-Turbine	126
Beschreibung und Berechnung einer Fourneyron'schen Hochdruck-Turbine	135
Beschreibung und Berechnung einer Cadiat'schen Turbine	142
Beschreibung und Berechnung zweier Schott'schen Turbinen	147

	Seite
Construktionszeichnung einer Jonval'schen Turbine	156
Zapfenanordnungen	156
Jonval'sche Turbine der Maschinenfabrik in Esslingen	159
Jonval'sche Turbinen der Papierfabrik in Freiburg	160
Jonval'sche Turbinen, umgekehrte Aufstellung	162
Die Turbinen von Atzenbach	163
Die Turbinen von Ettlingen	166
Tangentialrad mit zwei Einläufen	168

IV.

Die Turbine als Wasserhebungsmaschine oder die Centrifugalpumpe 171

V.

Theorie der Ventilatoren mit krummen Schaufeln 175

GESCHICHTE UND BESCHREIBUNG

DER

ÄLTEREN TURBINEN.

Bei den Turbinen wie bei manchen andern technischen Gegenständen, ist es nicht möglich, einen streng wissenschaftlichen Begriff aufzustellen, durch welchen diese Maschinen von den gewöhnlichen Wasserrädern unterschieden und in allen Fällen scharf bestimmt werden.

Die Turbinen sind hydraulische Kraftmaschinen zur Aufsammlung der in den Wasserläufen und Wasserfällen enthaltenen Kraftleistungsfähigkeiten. Sie sind in der Regel radförmig; doch gibt es auch Anordnungen, die eine ganz andere Grundform haben. Sie bewegen sich in der Regel um vertikale Axen; doch gibt es auch solche, bei welchen die Axe eine horizontale oder schiefe Lage hat. Die Turbinen bewegen sich oftmals unter Wasser, doch gibt es auch solche, die ausserhalb des Wassers gestellt sind. Bei der Turbine wirkt das Wasser gewöhnlich gleichzeitig auf alle Schaufeln, aber es gibt auch Anordnungen, bei welchen das Wasser gleichzeitig nur auf einen Theil der Schaufeln einwirkt. Gewöhnlich drehen sich die Turbinen mit grosser Geschwindigkeit, doch gibt es auch langsam gehende. Gewöhnlich sind die Turbinenräder kleiner als die Wasserräder, aber es gibt auch Anordnungen von beträchtlicher Grösse.

Man sieht, ein charakteristischer Unterschied zwischen den Turbinen und den Wasserrädern ist nicht vorhanden, sondern sie gehen allmählig in einander über.

Obleich die Turbinen erst in neuerer Zeit eine grössere Bedeutung und allgemeinere Anwendung gefunden haben, so sind es doch Erfindungen einer längst vergangenen Zeit. Wenigstens hat es schon vor undenklichen Zeiten Wasserräder gegeben, die man Turbinen nennen muss. Allein diese ältern Turbinen beruhten auf keiner wissenschaftlichen Grundlage, und wurden stets sehr roh und in jeder Hinsicht unvollkommen ausgeführt, so dass ihre Leistungen jene der Wasserräder nie erreichten. Die Bedingungen, bei deren

Erfüllung die Kraftleistungen einer Turbine günstig sein können, hat erst in neuerer Zeit die Wissenschaft ausfindig gemacht, und die Schwierigkeiten, welche der Ausführung dieser Maschinen entgegenstehen, konnten auch erst in neuerer Zeit bewältigt werden, seitdem die Maschinenwerkstätten vollkommen eingerichtet sind, und die Durchführung aller Arbeitsprozesse zu einer so hohen Vollendung gediehen ist.

Es folgt nun die Beschreibung der älteren unvollkommenen Turbinen.

Das Löffelrad. Tafel 1, Fig. 1.

Dieses Rad hat eine vertikale Axe, seine Ebene ist mithin horizontal. Es ist mit löffelförmigen Flächen versehen, gegen welche das in einer Rinne oder in einer Röhre zugeleitete Wasser hinschlägt. Diese Räder, welche schon seit sehr langer Zeit im südlichen Frankreich gebraucht werden, geben nur einen sehr geringen Nutzeffekt von ungefähr 0.30 des absoluten Effektes der Wasserkraft. Würde man diese Anordnung mit guten Konstruktionsverhältnissen ausführen, so verwandelte sich dieselbe in eine *Jouval'sche* Partial-Turbine.

Das Tonnenrad. Tafel 1, Fig. 2 und 3.

Die Axe des Rades steht vertikal, dreht sich unten in einer Pfanne und wird oben durch ein Lager gehalten. Das Rad hat aussen eine cylindrische Wand, innen einen cylindrischen Kern, und ist in dem ringförmigen Raum zwischen der Umfassungswand und dem Kern mit acht krummflächigen Schaufeln versehen. Es befindet sich in einem gemauerten cylindrischen Schacht, und das Wasser wird oberhalb des Rades durch einen keilförmigen, gegen das Rad tangierend gerichteten Kanal a zugeleitet, unter dem Rade aber durch einen rechtwinklichen Kanal b abgeleitet. Indem das Wasser tangierend in den Schacht eintritt, geräth es oberhalb des Rades in dem Schacht in eine wirbelnde Bewegung, gelangt in einer gegen den Horizont schwach geneigten Richtung an die Schaufeln des Rades, übt daselbst einen Stoss aus, gleitet an den Schaufeln nieder und gelangt endlich in den Abflusskanal b. Von einer vortheilhaften Wirkung des Wassers kann selbstverständlich nicht die Rede sein, denn, ganz abgesehen von der rohen Ausführung dieser Räder, ist die Zuleitung des Wassers bis zum Eintritt in das Rad ganz unsicher und beinahe dem Zufalle überlassen. Indessen muss man doch zugeben, dass diesem Rade ein Gedanke zu Grunde liegt, der einer Ausbildung fähig ist, so dass auch diese Anordnung als Ausgangspunkt für die Konstruktion von guten Turbinen hätte dienen können.

Die Turbine von Burdin. Tafel 1, Fig. 4.

Dieses Rad hat am Umfange eine grössere Anzahl von krummen Kanälen a a a, die oben vertikal, unten beinahe horizontal gerichtet sind. Es ist mit einer vertikalen Axe versehen, die sich unten in einer Pfanne dreht, oben durch ein Lager gehalten wird. Das Wasser wird durch ein Rohr b mit rechtwinklichem Querschnitt zugeleitet und strömt durch mehrere am Boden des Kanals angebrachte Röhren c gegen das Rad hin. Auch diese Turbine ist sehr fehlerhaft angeordnet und roh ausgeführt. Es ist namentlich gefehlt, dass die Radkanäle nicht kontinuierlich auf einander folgen, aber der Grundgedanke ist doch sehr gut und einer Ausbildung wohl fähig.

Unterwasser-Turbine von Burdin. Tafel 1, Fig. 5 und 6.

Diese Turbine ist der Vorläufer von der Turbine des *Fourneyron* und unterscheidet sich von dieser letzteren nur durch fehlerhafte Detailformen, oder mit andern Worten, die *Fourneyron'sche* Turbine, von welcher später die Rede sein wird, ist die von ihren Fehlern befreite Unterwasser-Turbine von *Burdin*. Die Maschine ist mit zwei Rädern a und b versehen; das erstere a ist beweglich und mit einer vertikalen Axe c versehen, das letztere b ist unbeweglich und am Boden des Zuleitungskanals d angebracht. Das bewegliche Rad ist der Wirkung des Wassers ausgesetzt, das unbewegliche dient zur Zuleitung des Wassers. Das Turbinenrad hat die Form eines flachen Tellers. Auf dem ringförmigen Rand desselben sind mehrere schief gestellte ebene Flächen angebracht, und auf diesen ist oben eine ringförmige Decke befestigt. Der tellerförmige Körper des Rades ist mit der vertikalen Axe c verbunden, die sich unten in einer Pfanne dreht, oben durch ein Lager gehalten wird. Das Einlaufrad hat unten eine in der Mitte durchlochte Platte, an derselben ist ein Rohr e e befestigt, das sich bis über den Spiegel des Wassers im Zuflusskanal erhebt und daselbst an Balken befestigt wird. Die Axe c geht frei durch das Rohr, ohne es zu berühren. Am Boden des Zuleitungskanals d ist eine grosse runde Oeffnung, durch welche das Wasser niederfließt. Von dem Rand dieser Oeffnung an geht ein kurzer Cylinder herab, der mit einem horizontalen Ring f endigt. In dem Raum zwischen diesem Ring f und der Platte des Einlaufrades sind mehrere schief gestellte Wände b angebracht, längs welchen das Wasser aus dem innern Raum nach dem innern Umfang des Turbinenrades herausgleiten kann. Das Wasser fließt durch den Kanal bis an die grosse Oeffnung, sodann durch den Cylinder nieder, hierauf durch die Oeffnungen an den Wänden b hinaus, stösst oder drückt gegen die Flächen des Turbinenrades und treibt dieses in der Richtung des Pfeiles herum. Das Rad selbst kann ganz in Unterwasser eingetaucht sein. Wir werden in der Folge sehen, dass hier der Grundgedanke zur Turbine von *Fourneyron* klar vorliegt, und dass durch die wissenschaftliche Verfolgung dieses Grundgedankens die Turbine von *Fourneyron* mit Nothwendigkeit hervorgehen musste, wollen jedoch durch diese Aeusserung das Verdienst dieses Mannes nicht im Geringsten schmälern.

Die Danaide. Tafel 2, Fig. 1.

Diesen Namen hat eine Turbine von folgender Einrichtung erhalten. a ist ein cylindrisches Gefäss aus Blech. Oben ist dasselbe grösstentheils offen, am Boden ist eine grössere Oeffnung angebracht. Es ist mit einer vertikalen Axe b verbunden, die sich unten in einer Pfanne dreht, oben durch ein Lager gehalten wird. Mit dieser Axe ist im Innern des Gefässes a eine runde Platte c verbunden, und in dem Raum zwischen dieser Platte und dem Boden des Gefässes a sind acht ebene radial gestellte Flächen d d angebracht und mit c und a verbunden. Das Gefäss a, die Platte c, die Flächen d und die Axe b bilden also einen einzigen starren, um die Axe b drehbaren Körper. Das Wasser wird durch ein Rohr e zugeleitet, das zuerst in vertikalem Sinne in das Innere des Gefässes herabgebogen, dann aber durch eine zweite Krümmung eine horizontale Richtung erhält. Am Ende dieser so gebogenen Röhre ist eine Oeffnung angebracht, durch welche das Wasser nach einer Richtung ausströmt, die senkrecht ist auf den Radius, der von der Axe aus nach dieser Oeffnung gezogen werden kann. Das so ausströmende Wasser gelangt zunächst in den ringförmigen Raum ff zwischen der Gefässwand a und den Schaufeln d, wirbelt in diesem Raum herum, geräth hierauf zwischen die Schaufeln d, stösst gegen dieselben, und fällt endlich durch die Oeffnung g in den Abflusskanal h hinab.

Der Grundgedanke, auf welchem die Einrichtung dieser Turbine beruht, ist von keinem Werth, und ist einer Ausbildung nicht fähig.

Das Segner'sche Reactionsrad, Tafel 2, Fig. 2,

hat bekanntlich folgende Einrichtung: a ist eine hohle, unten mit einem Zapfen geschlossene, oben mit einem Becher b versehene Axe. Sie dreht sich unten in einer Pfanne, und wird oben durch ein Lager gehalten. Die Röhre a hat eine gefässförmige Erweiterung c, von welcher zwei, drei, vier oder noch mehr Röhren d zunächst nach radialer Richtung ausgehen, dann aber in horizontalem Sinn rechtwinklich umbiegen. Diese Röhrenenden sind offen. Wird oben durch ein Rohr e in den Becher b continuirlich Wasser geleitet, so dass der Becher stets gefüllt bleibt, so strömt unten das Wasser nach horizontaler Richtung aus den Oeffnungen der Arme d d d d aus und wird der ganze Apparat nach der Richtung des Pfeils herumgetrieben.

Das Reactionsrad von Mannoury, Tafel 2, Fig. 3.

Diese Anordnung beruht auf dem gleichen Grundgedanken, wie das Segner'sche Rad, und nur die Form des Ganzen ist verschieden. Das Rad ist ein S förmiger Kanal a, und ist mit einer vertikalen Axe verbunden, die jedoch unten keine Zapfen hat, sondern oben gleichsam aufgehängt ist. Es ist nämlich d eine in der Mitte für den Durchgang der Axe b durchbohrte, auf Balken liegende Platte, auf welcher Rollen oder Kugeln herumlaufen, und die Axe ist mit einer Platte c versehen und liegt auf diesen Rollen oder Kugeln. An der untern Fläche des Rades ist in der Mitte eine Oeffnung angebracht, an welche die Mündung des Wasserzuleitungsrohres e möglichst dicht anschliesst, ohne viel Reibung zu verursachen. Wenn nun Wasser von einem höher gelegenen Reservoir aus durch das Rohr e in das Innere des Radkörpers a geleitet wird, strömt es an den Mündungen der Kanäle aus und treibt das Rad nach der Richtung des Pfeiles mit der Axe b herum.

Diese Anordnung ist im Wesentlichen identisch mit der sogenannten Schott'schen Turbine, welche in neuerer Zeit vielfach angewendet wurde, nun aber wiederum aus der Mode gekommen ist. Carnot hat 1813 einen Bericht über die Wirkung dieser Turbine an die Akademie der Wissenschaften erstattet, aus welchem ich nachstehende Worte entnehme:

„L'idée d'employer en mecanique la réaction de l'eau comme moteur n'est point nouvelle. Daniel Bernoulli calcule l'effet de cette réaction dans son Hydrodynamique. M. M. Euler pere et fils s'en sont occupés à l'occasion d'une machine de ce genre, imaginé en 1750 par Segner de l'Académie de Berlin: Bossut a donné le calcul de cette machine dans son Hydrodynamique.“

Reactionsrad mit vielen Schaufeln, Tafel 2, Fig. 4 und 5.

Der Erfinder dieses Rades ist mir nicht bekannt. Das Rad ist innen hohl und leer und ist am Umfang mit einer grossen Anzahl von kurzen ebenen Flächen a a versehen, welche so gestellt sind, dass sie den Umfang unter einem spitzen Winkel schneiden. Die Axe b des Rades ist nach unten zu nicht fortgesetzt, und dreht sich oben in Ringlagern oder Rollen. Das Wasser wird von unten zugeleitet durch ein Rohr oder durch einen Kanal. Diese Turbine ist im Wesentlichen nichts anderes, als eine Cadial'sche Turbine mit umgekehrter Aufstellung.

Das Euler'sche Reactionsrad, Tafel 2, Fig. 6.

Obgleich Euler dem Maschinenwesen sehr fern stand, hat er sich doch für einzelne Fragen interessirt, und so kam seine Turbine zu Stande. Dieselbe besteht aus einem unbeweglichen ringförmigen Kanal a, welcher mit dem Zuflusskanal communicirt, und am Boden mit einer grösseren Anzahl von Röhren b versehen ist, die zuerst vertikal gerichtet sind, dann aber in horizontale Richtung übergehen. Der so eben beschriebene Theil der Maschine bildet den Apparat zur Einleitung des Wassers. Die Turbine selbst hat eine eigenthümliche konische Grundform. Oben ist ein Ringkanal c angebracht, von dessen Boden aus eine grössere Anzahl von Röhren d d in der Weise ausgehen, dass ihre Axen in einer konischen Fläche liegen. Die unteren Enden dieser Röhren sind jedoch horizontal so umgebogen, dass die Richtungen der Enden senkrecht stehen auf den Radien, die von der Axe aus nach den Ausmündungen gezogen werden können. Der Ringkanal c und die Röhren d werden durch zwei Armkreuze e und f mit der vertikalen Axe g der Maschine verbunden. Der Zweck des unbeweglichen Einlaufapparates ist, das Wasser ohne Stoss aus dem Zuflusskanal in die Röhren d zu bringen. Der Wille ist hier gewiss sehr gut, die That ist aber nicht eine glückliche zu nennen. Indessen können wir uns hier in eine Kritik dieser und der vorhergehenden Maschinen nicht einlassen.

Wir wenden uns nun zur Beschreibung einer grössern Anzahl von theils existirenden, theils bloß ausgedachten Turbinen neuerer Konstruktion. Sie stellen zusammen gleichsam alle logischen Möglichkeiten von Turbinenanordnungen vor. Eigentliche Erfindungen verdienen sie nicht genannt zu werden, denn es sind doch nicht mehr als die verschiedensten Modifikationen eines und desselben Grundgedankens, und derlei Modifikationen kann heut zu Tage fast jeder intelligente Mechaniker ausdenken. Wenigstens will ich mich nicht zu den Erfindern rechnen, obgleich ich eine grosse Zahl dieser Anordnungen selbst erdacht habe.

NEUERE TURBINEN.

Alle diese neueren Turbinen sind aus einer wissenschaftlichen Kritik der älteren Wasserräder und der im Vorhergehenden beschriebenen älteren Turbinen hervorgegangen. Die Wissenschaft hat schon längst den Satz aufgestellt, dass diese Wasserräder und Turbinen so angeordnet sein sollten, dass 1) das Wasser, ohne einen Stoss zu verursachen, in das Rad gelangen kann; 2) während seines Verweilens in dem Rade keinerlei Störungen in seiner Bewegung erleide; 3) ohne Geschwindigkeit das Rad verlasse. Die Theorie hat ferner erkannt, dass die rasche Bewegung der kleinen überschlächtigen Tyroler Wasserrädchen, wie die rasch laufenden südfranzösischen Löffelräder und ähnliche Anordnungen von grossem praktischen Werth sind, und dass es eben darauf ankomme, die drei oben ausgesprochenen Prinzipien auf derlei kleine, schnell laufende Wasserrädchen anzuwenden. Dies ist die leitende Idee, aus der alle neueren Turbinen hervorgegangen sind, und alle diese Turbinen sind keine neuen Erfindungen, sondern sind nur durch richtige Anwendungen der wissenschaftlichen Prinzipien entstanden, oder sie sind verbesserte Auflagen der im Vorhergehenden beschriebenen älteren Turbinen.

Wir wenden uns nun zur Beschreibung dieser Turbinen und zwar mit der Bemerkung, dass wir eine Turbine eine Voll-Turbine oder eine Partial-Turbine nennen wollen, je nachdem das Wasser gleichzeitig auf alle oder nur auf einen Theil der Schaufeln des Rades einwirkt.

Voll-Turbinen.

Die Voll-Turbine von Fourneyron, directe Aufstellung. Tafel 3, Fig. 1, 2.

Dem französischen Ingenieur *Fourneyron* gebührt das Verdienst, die erste auf den oben ausgesprochenen Prinzipien beruhende Turbine angegeben, und sogar mit sehr schöner und wohl ausgedachter Detailkonstruktion ausgestattet zu haben. Nachdem einmal dieser Schritt gethan war, unterlag es keiner besonderen Schwierigkeit, mannigfaltige Variationen von Turbinenkonstruktionen ausfindig zu machen. Diese Turbine hat folgende Einrichtung:

a ist der tellerförmige mit einer vertikalen Axe b verbundene Körper des Turbinenrades. Auf dem Rande dieses Tellers sind viele gekrümmte Blechschaufeln c c angebracht, die den inneren Umfang ungefähr unter einem rechten, den äusseren Umfang unter einem kleinen Winkel durchschneiden. Auf die obere Kante der Schaufeln ist eine ringförmige Krone d d gelegt und mit den Schaufeln verbunden. Die Axe dreht sich unten in einer ziemlich komplizierten, zum sorgfältigen Oelen eingerichteten Pfanne e, die durch einen Hebel f verstellbar ist, um das Rad mehr oder weniger heben zu können. g ist eine Stange, vermittelt welcher der Hebel von oben aus bewegt und gestellt werden kann. Der in der Regel aus Holz construirte Zufusskanal h endiget mit einer Querwand i, und am Boden desselben ist eine grössere runde Oeffnung angebracht, an welche sich der cylindrische Mantel k anschliesst. Im Innern des Turbinenrades befindet sich das

Einlaufrad, vermittelt welchem das Wasser aus dem Zufusskanal nach geeigneten Richtungen in das Turbinenrad geleitet wird. Dieses Einlaufrad hat folgende Konstruktion. l ist eine kreisrunde ebene Platte, die in der Mitte eine Oeffnung hat, und vermittelt einer Hülse mit einer Röhre m verbunden ist, welche oben an zwei Balken oder an einen Brückenbau gehängt wird. Auf der Platte l sind (wie aus Figur 2 am Deutlichsten zu ersehen ist) gekrümmte Blechfächer n n angebracht, die den äusseren Umfang der Platte unter einem kleinen Winkel schneiden und nach der Axe herein gekrümmt sind. Diese Leitschaufeln n haben also, wie man sieht, eine Krümmung, welche der Krümmung der Radschaufeln e entgegengesetzt ist. Das Leitschaufelrad hängt also vermittelt der Röhre m an der oberen Brücke, und der äussere Umfang des Leitschaufelrades ist von dem inneren Umfang des Turbinenrades nur durch einen sehr kleinen Zwischenraum getrennt. o o ist ein Blechcylinder, der an seinem obern Rande mit einer Lederdichtung (ähnlich wie ein Pumpenkolben) versehen ist, so dass dieser Cylinder o an dem Mantel k auf und ab verschiebbar ist und gleichsam eine Verlängerung des Mantels k bildet. Zum Behufe dieser Bewegung sind an dem Cylinder o drei oder vier Stangen angebracht, und diese werden durch einen in der Zeichnung nicht angedeuteten Mechanismus in die Höhe gezogen oder niedergesenkt. An der innern Fläche des Schützenmantels sind Holzstücke q q befestigt, die von einander um etwas mehr entfernt sind, als die Dicke der Leitschaufeln beträgt. Diese hölzernen Beilager dienen zur Leitung des Wassers in das Rad. Die äusseren vertikalen Kanten der Leitschaufeln n reichen ganz nahe bis an die innere Fläche des Schützenzylinders o o. In der Zeichnung ist der Schützen ganz aufgezogen dargestellt, indem der untere Rand desselben auf der Höhe der Krone d steht. Die Axe ist oben mit einem Transmissionsrad versehen und es ist selbstverständlich, dass ein Lagerstuhl vorhanden sein muss, um die Welle in ihrer richtigen Lage zu erhalten.

Das durch den Kanal h zufließende Wasser gelangt durch den Mantel k und den Schutzcylinder o in den Bereich der Leitschaufeln n n herab, wird von denselben in horizontalem Sinne nach dem äusseren Umfang der Leitschaufeln hinausgeleitet, schießt daselbst nach tangentialer Richtung in einzelnen Strahlen hinaus, gelangt in den Bereich der Radschaufeln c, will nach gerader Linie vermöge der Trägheit fortgehen, wird aber durch die Radschaufeln genöthigt, krummlinig fortzugehen, übt dadurch gegen diese Radschaufeln Pressungen aus und treibt das Rad nach der Richtung des Pfeiles herum. Zuletzt fällt es am äusseren Umfang des Rades heraus und zieht in den Abflusskanal r fort. Es hat das Ansehen, wie wenn das Wasser bei seinem Uebertritt aus dem Einlaufrad in das Turbinenrad gegen die Schaufeln des letztern stossen müsste, wir werden aber in der Folge sehen, dass diess nicht geschieht, sondern dass in geregeltem Gang des Rades die Richtung der relativen Bewegung des Wassers gegen den inneren Umfang des Turbinenrades genau mit der Anfangsrichtung der Radschaufeln zusammenfällt. Wer sich über die konstruktiven Details dieser Turbine belehren will, beliebe die auf Tafel I. konstruktiv dargestellte *Fourneyron'sche* Turbine anzusehen.

Fourneyron'sche Turbine mit äusserem Leitrad, innerem Turbinenrad.
Tafel 3, Fig. 3 und 4.

Auch bei dieser Turbine liegen die beiden Räder konzentrisch, aber das Leitrad umgibt hier das Turbinenrad. a ist das Ende des Zufusskanals. Am Boden desselben ist eine grosse runde Oeffnung, von deren Rande an ein cylindrischer Mantel b niederhängt. c ist eine Bodenplatte, die in der Mitte sich erhebt und durch einzelne Füsse d d mit dem unteren Rand des Mantels b zusammenhängt. e ein cylindrischer Schützen, welcher an dem unteren äusseren Rand des Mantels anschliesst und durch einen in der Zeichnung nicht angedeuteten Mechanismus auf und nieder bewegt werden kann. Wird dieser

Schützen ganz niedergelassen, so dass der untere Rand desselben auf dem äusseren Rand der Bodenplatte c aufsitzt; so bildet der Mantel b, der Schützen e und die Bodenplatte c einen Sack, aus welchem kein Wasser ausfliessen kann. Am oberen Ende des Mantels b läuft innen ein breiter Ring herum, und an der unteren Fläche desselben ist ein aus Holz gebildeter Körper angebracht, der als Uebergangsform dient. gg hh ist das Einlauf- oder Leitrad. Es besteht aus zwei ringförmigen Kronen und einer grösseren Anzahl von Leitschaufeln. Von dem inneren Rande der oberen Krone an geht eine konische Form h nach der Axe hin, und daselbst ist für den Durchgang der Axe eine Stopfbüchse angebracht. ii kk ist das Turbinenrad. Es besteht ebenfalls aus zwei ringförmigen Kronen, zwischen welchen eine grössere Anzahl krummer Radschaufeln ii enthalten ist. Der Körper kk des Rades hat die Form eines Konoides, und ist mittelst einer Hülse an die Axe l gekeilt. Zwischen dem äusseren Umfang des Turbinenrades und dem inneren Umfang des Leitrades, so wie auch zwischen der unteren Ebene der unteren Radkrone und der oberen Ebene des horizontalen Mantelringes sind Spielräume gelassen, so dass das Rad frei beweglich ist und mit keinem festen Körper in Berührung kommt. Die Axe hat unten einen Zapfen, der sich in einer Pfanne m dreht, die durch Arme getragen wird; oben wird die Axe durch ein Zapfenlager gehalten und ist daselbst mit einem Transmissionsrad versehen.

Wenn der Schützen aufgezogen ist, gelangt das Wasser aus dem Zufusskanal a durch die Kanäle des unbeweglichen Leitrades bis an den inneren Rand desselben, strömt daselbst nach einer beinahe tangentialen Richtung aus, gelangt in den Bereich der Radschaufeln ii, durchströmt dieses Rad, fällt innen aus demselben heraus, fliesst durch den Mantel b hinab, und strömt unten durch die cylindrische Oeffnung nach dem Abflusskanal n.

Diese Anordnung hat einige gute und einige nachtheilige Eigenschaften. Eine gute Eigenschaft ist es, dass die Räder so leicht zugänglich sind, und ohne Schwierigkeit ganz herausgenommen werden können. Eine nachtheilige Eigenschaft ist die beträchtliche Grösse, welche die Räder erhalten müssen, damit der innere Radquerschnitt, durch welchen das Wasser niederfliesst, gross genug ausfällt.

Fourneyron'sche Turbine, umgekehrte Aufstellung. Tafel 3, Fig. 5.

a ist das Ende des Rohres, durch welches das Wasser aus dem Zufusskanal zur Turbine herabgeleitet wird. Dieses Rohr a mündet in den Maschinencylinder b ein, auf welchen das Rohrstück c c geschraubt ist, das in der Mitte mit einem hohlen conoidisch geformten Körper versehen ist. Drei oder vier Arme e, die an d und c angegossen sind, halten denselben. Gegen d ist der Körper des Leitschaufelrades ff geschraubt. hh ist das Turbinenrad, ganz ähnlich konstruirt, wie früher beschrieben wurde. Die Axe hat unten einen Zapfen und dieser dreht sich in einer Pfanne, die von dem Körper d getragen wird. Oben ist die Axe durch ein Lager gehalten und mit einem Transmissionsrad versehen.

Turbinen dieser Art sind schon mehrmals ausgeführt worden. Für grössere Gefälle können sie wohl gebraucht werden, indessen in neuester Zeit sind sie nicht mehr in der Mode.

Fourneyron'sche Turbine für grosse Gefälle, direkte Aufstellung. Tafel 4, Fig. 1.

Diese Turbine unterscheidet sich von der zuerst beschriebenen im Wesentlichen nur durch die Wasserzuleitung. Diese geschieht hier in einem Röhrensystem. a ist der Zufusskanal, b eine Röhre, durch welche das Wasser aus dem Zufusskanal a nach dem Maschinencylinder c herabgeleitet wird. Dieser Cylinder ist oben geschlossen, unten offen,

enthält ein Rohr d, das oben an den Deckel befestigt ist, unten aber den Teller ee des Leitrades trägt.

Das Turbinenrad f, welches das Leitrad e umgibt, ist so gebildet wie früher beschrieben wurde. Die Axe g dreht sich unten in einer Pfanne, geht frei durch das Rohr d und wird oben durch ein in der Zeichnung nicht angegebenes Lager gehalten.

Turbinen dieser Art hat bereits *Fourneyron* selbst mehrere ausgeführt, so in St. Blasien auf den Höhen des Schwarzwaldes für ein Gefälle von 180 Meter. Die Geschwindigkeit derselben war 2300 Umdrehungen in einer Minute. Eine ähnlich gebaute Turbine war auch in Thüringen in Vorarlberg längere Zeit im Gang, ist aber nun durch ein Tangentialrad ersetzt. Das Gefälle betrug daselbst 76 Meter, die Geschwindigkeit 700 Umdrehungen in einer Minute.

Liegende Fourneyron'sche Turbine. Tafel 4, Fig. 2.

Man kann der Axe der Turbine auch eine horizontale Lage geben, wodurch die Ebene des Rades eine vertikale Lage erhält. Diese Aufstellung ist insofern zweckmässig, als der Cylindermantel c sehr sicher auf ein Steinfundament gelagert werden kann, und auch insofern als zuweilen eine horizontale Lage der Axe die Transmission vereinfacht. Für die Wirkung des Wassers auf das Rad ist es, wenigstens bei grossem Gefälle, ganz gleichgültig, welche Lage die Axe hat und ob die Räder oben oder unten angebracht werden, und es ist abgeschmackt, wenn auf derlei Variationen über das gleiche Grundthema Patente genommen und solche als neue Erfindungen bezeichnet werden. Man ist überhaupt in schlechter Gesellschaft, wenn man zu den technischen Erfindern gezählt wird. Ehrenhafte Ausnahmen sind selbstverständlich.

Die Turbine von Cadiat. Tafel 3, Fig. 6.

Diese Turbine ist eine Vereinfachung, aber zugleich Verschlechterung der *Fourneyron'schen* Turbine, die sich ergibt, wenn man bei letzterer sämtliche Leitschaufeln weglässt und die Radschaufeln so krümmt, dass sie nicht nur den äusseren, sondern auch den inneren Umfang des Turbinenrades unter sehr kleinen Winkeln schneiden. Bei dieser Lage und Krümmung der Radschaufeln fällt die Differenz zwischen dem äusseren und inneren Halbmesser des Rades klein aus. *Cadiat* hat noch eine zweite Verschlechterung angebracht, die darin besteht, dass er, wie Tafel 3 Fig. 6 zeigt, den Schützen a am äusseren Umfang des Rades angebracht hat. Es sind mehrere *Cadiat'sche* Turbinen ausgeführt worden, wurden aber später durch andere Konstruktionen ersetzt. Die auf Tafel 2 Fig. 4 dargestellte ältere Turbine, welche wir früher beschrieben haben, ist nichts anderes, als eine *Cadiat'sche* Turbine mit umgekehrter Aufstellung.

Schott'sche Turbine. Tafel 4, Fig. 3 und 4.

Diese Turbine ist dem Wesen nach das *Segner'sche* Rad oder die Turbine von *Manoury*, welche wir früher beschrieben haben. Auch kann man sie als eine Spezialisirung der *Fourneyron'schen* ansehen. Wenn man nämlich bei dieser letzteren die Leitschaufeln weglässt, und das Rad mit nur wenigen Radschaufeln versieht, endlich die umgekehrte Aufstellung anwendet, so entsteht diese *Schott'sche* Turbine. Diesen Namen hat sie in neuerer Zeit erhalten, weil sie in Schottland von einem Ingenieur Namens *Whitlaw* vielfach ausgeführt worden ist. Die oben dargestellte Turbine ist, was das Detail anbelangt, etwas anders eingerichtet, als die Turbine von *Whitlaw*. a ist das Zufussrohr, es mündet in den Maschinencylinder b, der auf ein Sockelgehäuse gestellt ist. Auf

diesem ist eine Röhre befestigt, die sich oben nach einer schirmförmigen Fläche *cc* erweitert. Das Rad hat drei Kanäle *ddd*, kehrt seine untere Oeffnung dem oberen Rande des Maschinencylinders zu, und daselbst ist eine Dichtung vorhanden, welche gegen Wasserverlust schützen soll, aber leider viele Reibung verursacht. Der Radkörper ist mit einer Axe *e* verbunden, die sich unten im Sockelgehäuse bei *f* in einer Pfanne dreht, oben durch ein Axenlager gehalten wird. Wenn der Grundsatz, auf welchem die *Fourneyron'sche* Turbine beruht, richtig ist, so kann diese *Schott'sche* Turbine unmöglich auf einem richtigen Grundsatz beruhen, denn sie entsteht ja, wie wir gesehen haben, nur durch Weglassung von wesentlichen Elementen der *Fourneyron'schen* Turbine. Die Praktiker haben lange für diese *Schott'sche* Turbine geschwärmt und ihre Einfachheit, Solidität und leichte Behandlung gerühmt. Allein das alles hat sich nicht bestätigt, die Turbine wird wenigstens auf dem Kontinent nicht mehr gebaut, und die Schwierigkeit der Herstellung einer sicher verschliessenden und doch wenig Reibung verursachenden Dichtung hat sich nur zu deutlich gezeigt.

Schott'sche Doppel-Turbine. Tafel 4, Fig. 5 und 6.

a ist der horizontal liegende Maschinencylinder, nach welchem das Wasser aus dem Zuflusskanal in Röhren herabgeleitet wird. Dieser Cylinder *a* hat zwei seitliche cylindrische Ansatzröhren *bb* und diese leiten das Wasser in die zwei Turbinenräder *cc*, die sich an einer Axe *d* befinden. Auf diese Weise heben sich die Wasserpressungen gegen die Radkörper auf, was die Konstruktion vereinfacht. Eine gewisse Lokalität hat mich einstens auf den Gedanken dieser Anordnung geführt. Von irgend einem praktischen Werth ist jedoch die Sache heut zu Tage nicht mehr.

Voll-Turbinen mit übereinander liegenden Rädern.

Bei den *Fourneyron'schen* Turbinen liegen die beiden Räder (das Turbinenrad und das Leitrad) concentrisch in einander. Diess hat zur Folge, dass das Wasser ziemlich verwickelte Bahnen durchlaufen muss, um aus dem Zuflusskanal bis in das Turbinenrad zu gelangen, und dass ferner die Konstruktion dieser Turbine verhältnissmässig kompliziert ausfällt. Auch ist wenigstens bei Anordnungen für kleinere Gefälle die Aufstellung und Beaufsichtigung schwierig und etwaige Reparaturarbeiten lassen sich nur nach einer vorausgegangenen lästigen Demontirung der Maschine vornehmen. Diese Erwägungen haben mich schon in der frühesten Zeit meiner Studien über die Turbine zu dem Gedanken geführt, dass es vortheilhafter wäre, die Räder übereinander zu legen und das Wasser nach vertikaler Richtung durchströmen zu lassen. Allein es gelang mir nicht, in diesem Falle einen zweckmässigen Schützen zur Regulirung des Wasserzuflusses ausfindig zu machen, und dies veranlasste mich damals, die Anordnung mit zwei übereinanderliegenden Rädern aufzugeben. Wahrscheinlich haben diesen Gedanken auch Andere erfasst, aber zu einem glücklichen Erfolg ist derselbe erst bei den Turbinen gediehen, die ich der Kürze wegen die *Jonval'sche* nennen will, weil die erste praktische Ausführung und spätere Verbreitung dieser Turbine mit *Jonval* beginnt. Die ersten praktisch günstigen Erfolge haben jedoch erst die Herren *Andrae Köchlin* in Mühlhausen erzielt. Die eigentliche Erfindung besteht bei diesen Turbinen nicht eigentlich darin, dass die Räder übereinander gestellt sind, sondern dass sie sich in einer je nach Umständen gekrümmten Röhre befinden, durch welche das Wasser aus dem Zuflusskanal in den Abflusskanal strömt. Indem das Wasser die in der Röhre befindlichen Räder durchströmt, gibt es die lebendige Kraft, die ihm vermöge des Gefälles zukommt, an das Turbinenrad ab und fliesst unten ohnmächtig ab. Diese Aufstellung der Räder in Verbindung mit der Uebereinanderstellung hat

dieser Maschine ihren hohen praktischen Werth verliehen. Wir lassen nun eine lange Reihe von derartigen Turbinen folgen, wodurch gleichsam alle logischen Möglichkeiten der Realisirung des gleichen Grundgedankens vor Augen gestellt werden. Dabei ist es uns vorläufig gar noch nicht um den praktischen Werth der Anordnungen zu thun; dieser wird sich später durch das wissenschaftliche Studium ergeben. Kurz, wir schicken eine Naturgeschichte der *Jonval'schen* Turbinen voraus.

Jonval'sche Turbine für kleine Gefälle. Tafel 5, Fig. 1 und 2.

a ist der Zuflusskanal, *b* der Abflusskanal. Vom Boden des ersteren an hängt ein Rohr *c* herab, das oben konisch, unten cylindrisch geformt ist. Es taucht bis zu einer gewissen Tiefe in das Unterwasser ein. In diesem Rohr (dem Turbinenmantel) befinden sich die beiden Räder. *d* ist das unbewegliche Einlaufrad. Der Körper desselben kann am deutlichsten an der in Fig. 3 im Durchschnitt dargestellten Turbine erkannt werden. Dieser Körper ist ein cylindrischer Ring mit einem konischen Deckel, der an der Spitze eine Oeffnung hat und für den dichten Durchgang der Turbinenaxe mit einer Stopfbüchse versehen ist. Von dieser Wand gehen die Leitschaufeln aus, deren Form man sich auf folgende Weise entstanden denken kann. Man verzeichne auf der äusseren cylindrischen Fläche des Radkörpers eine krumme Linie, welche den oberen Rand nahe unten in einem rechten Winkel, den unteren Rand dagegen unter einem kleinen spitzen Winkel schneidet, und denke sich nun, dass eine gerade Linie längs der geometrischen Axe des Cylinders so herab bewegt werde, dass sie in jeder Position diese Axe senkrecht durchschneidet und durch einen Punkt der auf dem Cylinder verzeichneten Kurve geht. Hierdurch entsteht eine Art Schraubenfläche und dies ist die Form einer Leitschaufel des Einlaufrades. Denkt man sich, dass das ganze System der Schraubenflächen aller Leitschaufeln durch eine Kegelfläche geschnitten werde, deren Form mit der inneren Fläche des oberen konischen Theiles des Mantels *c* übereinstimmt, so erhält man die äusseren Begrenzungen der Schaufeln. Dieses Einlaufrad ist einfach in den konischen Trichter des Mantels eingelegt, so dass die äusseren Umfangskanten der Schaufeln die innere Fläche des Trichters berühren. Eine weitere Befestigung des Einlaufrades ist nicht vorhanden und nicht erforderlich. Das Turbinenrad *e* ist ähnlich gebildet. Der Körper desselben ist, wie am deutlichsten Fig. 3 zeigt, ein cylindrischer Ring mit einem ebenen Boden, der in der Mitte mit einer Hülse zur Befestigung an die Turbinenaxe *g* versehen ist. Die Schaufelflächen sind ebenfalls nach Schraubenflächen geformt. Die äusseren Umfangskanten liegen jedoch in der Fläche eines Kreiscylinders, dessen Durchmesser etwas kleiner ist, als der innere Durchmesser des cylindrischen Theiles des Mantels *c*. Wie aus Fig. 1 zu ersehen ist, sind die Krümmungen der Schaufeln des Turbinenrades den Krümmungen der Schaufeln des Leitrades entgegengesetzt, und es hat das Ansehen, wie wenn das aus den Leitschaufelkanälen ausströmende Wasser gegen die Schaufeln des Turbinenrades stossen müsste; allein, wenn das Turbinenrad im richtigen Gang ist, stimmt die Richtung der relativen Bewegung des aus den Leitschaufelkanälen ausströmenden Wassers gegen das Rad mit der Richtung der Radschaufeln an der oberen Ebene des Rades überein, und so kommt es dann bei diesem regelmässigen Gang oder Trieb, dass der Eintritt des Wassers in das Turbinenrad ohne Stoss erfolgt. Die Axe *g* des Rades dreht sich unten in einer Pfanne *f*, die durch drei oder vier vom Cylindermantel ausgehende eiserne Arme getragen wird; oben wird die Axe durch ein Axenlager gehalten und ist mit einem Transmissionsrad versehen. Das Wasser strömt aus dem Zuflusskanal durch die Kanäle des unbeweglichen Leitrades, springt in das Turbinenrad über, durchströmt es mit seiner lebendigen Kraft, treibt es nach der Richtung des Pfeiles herum und fliesst dann ohnmächtig nieder wirbelnd in den Abflusskanal herab. Man

erkennt sogleich, dass die Aufstellung und Bedienung dieser Turbine viel einfacher ist, als die *Fourneyron'sche*, indem die beiden Räder leicht von oben herab eingesetzt und nach oben hinauf herausgenommen werden können.

Jonval'sche Turbine für grössere Gefälle. Tafel 5, Fig. 3.

Diese ganz im Durchschnitt dargestellte Turbine unterscheidet sich von der vorhergehenden nur durch zwei Dinge, 1. ist der cylindrische Theil des Mantels *c* viel länger und 2. sitzt der Mantel unten mit einzelnen rippenförmigen Füßen auf einer Grundplatte *i* auf, die eine konoidische Form hat. Auch ist am untern Rand des Mantels ein Ringschützen *h* angebracht, wodurch der Wasserzufluss regulirt oder auch ganz aufgehoben werden kann. Allein wir werden in der Folge bei der theoretischen Behandlung des Gegenstandes leider kennen lernen, dass dieser Schützen eigentlich nur zum gänzlichen Abstellen der Turbine gute Dienste leistet, zur Regulirung des Wasserzuflusses aber nicht gebraucht werden kann, denn wenn man z. B. den Schützen so weit niedersenkt, dass nur die Hälfte von derjenigen Wassermenge durchfließt, die bei ganz aufgezo- genem Schützen durchgeht, so wird das Güteverhältniss der Turbine, d. h. das Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt, den sie entwickelt, und dem absoluten Effekt der Wasserkraft, sehr klein. Vortheilhaft kann also die Wasserkraft nur bei ganz aufgezo- genem Schützen benützt werden. Bei einer guten Regulirung müsste dagegen das Güteverhältniss ein gleich grosses bleiben, ob man viel oder wenig Wasser auf die Turbine wirken lässt. Es ist leicht zu erkennen, dass die Anwendbarkeit dieser Turbine beschränkt ist. Es darf nämlich, theoretisch gesprochen, die Höhe der unteren Ebene des Turbinenrades über dem Wasserspiegel im Abflusskanal nicht mehr als 10 Meter, d. h. nicht mehr als die Höhe der Wassersäule betragen, welche durch den Druck der Atmosphäre getragen wird; ja in der Praxis kann diese Höhe nicht mehr als circa 8 Meter sein; denn wenn sie höher als 10 Meter und z. B. 12 Meter wird, bildet sich unter dem Rand ein leerer Raum von 2 Meter Höhe, durch welchen das Wasser aus dem Rad herabregnet, und diese Höhe von 2 Meter ist für die Wirkung des Wassers auf das Rad ganz verloren. Aber innerhalb dieser Grenzen leistet diese Aufstellung vortreffliche Dienste, indem die Räder am oberen Ende des Rohres angebracht werden können, also leicht zugänglich sind, leicht eingesetzt und wieder herausgezogen werden können, die Turbinenaxe leicht und kurz sein kann, die relative Lage der Räder gegen den Mantel vollkommen gesichert ist, kostspielige Fundamentirungen und Brückenbauten nicht notwendig sind u. s. w. Wenn es möglich wäre, einen ganz richtig wirkenden Regulirschützen anzubringen, würde diese Turbine wenig zu wünschen übrig lassen. Von den verschiedenen Regulirschützen wird später die Rede sein.

Jonval'sche Turbine. Mittlere Aufstellung. Tafel 5, Fig. 4.

Wenn das Gefälle grösser als 8 bis 10 Meter ist, kann diese mittlere Aufstellung gewählt werden. Zwei solche Turbinen, eine von 80, die andere von 120 Pferdekraft, betreiben eine grosse Spinnerei zu Atzenbach im Badischen Wiesenthal. Sie sind auf der grossen Tafel XVII. abgebildet, von *Trück* entworfen und in Esslingen ausgeführt. Der Theil der Maschine bis zur oberen Ebene des Einlaufrades ist identisch wie bei der vorhergehenden Turbine, Fig. 3; aber oberhalb des Einlaufrades erhebt sich ein mit einem Deckel geschlossener Cylinder *a*, nach welchem das Wasser aus dem Zuflusskanal *c* durch das Rohr *b* niederfließt. Das Rohr *b* sitzt unten auf einem Mauerwerk. Der Cylinder *a* muss noch durch eine in der Zeichnung nicht dargestellte Mauerplatte getragen und gehalten werden. Diese Aufstellung kann möglicher Weise für die grössten Gefälle

gebraucht werden, denn die Höhe des oberen Rohres ist nicht beschränkt, und es ist nur nothwendig, dass die Höhe des Turbinenrades über dem Spiegel des Unterwassers nicht mehr als circa 8 Meter betrage. Indessen, praktisch ist diese Aufstellung doch nicht, weil die Räder im Innern eingeschlossen, also schwer zugänglich sind. Will man sie heraus machen, und dann wiederum einsetzen, so muss der Deckel des Cylinders *a* los gemacht und abgehoben werden. Auch die Stopfbüchse am Deckel für den Durchgang der Axe ist fatal, weil für Wellen, die sich drehen, Stopfbüchsendichtungen nicht gut gemacht werden können. Ich habe schon in meinem ersten Werk über Turbinen eine ähnliche Aufstellung beschrieben, und nach dieser wurden die Atzenbacher Turbinen ausgeführt, und zwar gegen meinen Rath. Indessen die Ausführung gelang doch, die Turbinen sind heute noch im Gang, leisten gute Dienste, aber über Unbequemlichkeit der Behandlung beklagt man sich doch, und die Zapfen machen viele Schwierigkeiten, was theilweise von dieser Aufstellungsart herrührt.

Jonval'sche Turbine. Umgekehrte Aufstellung. Tafel 5, Fig. 5.

Diese Aufstellung habe ich im Jahr 1845 für die Lokalität *Atzenbach* ausgedacht und zur Ausführung vorgeschlagen. Der Fabrikant hatte aber nicht den Muth, meinen Vorschlag anzunehmen.

Einige Jahre später hat *Trück* eine solche Turbine für eine Fabrik bei Frankfurt am Main ausgeführt, die noch im Gange ist und gute Dienste leistet. Sie ist auf Tafel XVI. konstruktiv dargestellt und wird später im Detail beschrieben. Das Wasser wird aus dem Zuflusskanal *a* durch das Rohr *b* in den auf einem Fundament stehenden Maschinenzylinder *c* geleitet. Vor demselben ist eine Drehklappe *i* angebracht. Auf den oberen Rand des Cylinders *c* ist ein kurzer mit äusseren Flantschen versehener Cylinder *d* geschraubt, der im Innern einen konoidisch geformten Körper *e* enthält. Drei von der Cylinderwand ausgehende Arme halten diesen Körper, und auf denselben ist das Einlaufrad *g* gelegt und angeschraubt. Die Lage desselben ist jedoch die umgekehrte von derjenigen der früher beschriebenen Turbinen. Die Leitschaufeln sind nämlich hier gegen die obere Ebene des Leitrades schwach geneigt, bilden aber mit der untern Ebene beinahe einen rechten Winkel. Gegen den Körper *e* ist auch eine Pfanne befestigt, in welcher der untere Zapfen der Turbinenaxe läuft. *h* ist das Turbinenrad, ebenfalls in umgekehrter, d. h. in einer solchen Stellung, dass die Radschaufeln die untere Ebene des Rades unter einem grösseren, die obere Ebene des Rades dagegen unter einem kleinen Winkel schneiden. *f* ist eine an die Flantsche des Cylinders *d* geschraubte, unten konisch, oben cylindrisch geformte Umhüllung. Die innere Fläche des Kegels berührt die äusseren Umfangskanten der Leitschaufeln. Zwischen den Umfangskanten der Radschaufeln und der inneren cylindrischen Fläche des Mantels *f* ist jedoch ein kleiner Spielraum gelassen. Der Abflusskanal *k* umgibt von drei Seiten den Mantel *f*. Die Wirkung des Wassers auf die Turbine ist selbstverständlich, und ohne in eine theoretische Betrachtung einzugehen, ist zu errathen, dass auch bei dieser Aufstellung die Kraft des Wassers eben so nutzbar gemacht werden kann, wie bei den früher beschriebenen Turbinen. Theoretisch gesprochen kann diese Anordnung selbst für die höchsten Gefälle gebraucht werden; geht man aber auf die praktischen Verhältnisse ein, so erkennt man leicht, dass die Anwendbarkeit dieser Turbine beschränkt wird. Für kleine Gefälle und grosse Wassermassen ist doch die direkte Aufstellung Fig. 1 weit einfacher, ebenso auch für mittlere Gefälle. Fig. 3.

Für sehr hohe Gefälle und ganz kleine Wassermassen fällt diese Turbine wie alle Voll-Turbinen so klein aus, dass sie nun mehr noch eine Modellgrösse hat, und selbst bis zur Kleinheit einer Tabatiere zusammengeht, und dann werden die Krümmungs-

halbmesser der Schaufelkrümmung so klein, dass das Wasser bei seiner grossen Geschwindigkeit den so stark gekrümmten Schaufeln nicht mehr folgt, und dann wird die Geschwindigkeit dieser Turbine bei hohem Gefälle so gross, dass die Zapfen nicht mehr haltbar sind. Die Turbine bei Frankfurt hat nur einen Durchmesser von 0.3 Meter und macht in der Minute 720 Umdrehungen.

Jonval'sche Turbine mit einem Ueberwasser-Zapfen. Tafel 6, Fig. 1.

Diese Turbine unterscheidet sich von der auf Tafel 5, Figur 1 abgebildeten und überhaupt von den im Vorhergehenden beschriebenen Turbinen durch die Zapfenrichtung. Der Zapfen, um welchen sich die Turbine dreht, befindet sich nämlich ganz oberhalb des Wasserspiegels des Zuflusskanals.

a ist eine Art Pfannenstuhl, welcher eine unbewegliche vertikal aufgestellte Stange b trägt, die sich bis über den Wasserspiegel des Zuflusskanals erhebt und mit einem nach aufwärts gekehrten vertikalen Zapfen endigt. Das Turbinenrad c ist nicht mit einer Axe, sondern mit einem Rohre d d versehen, das unten und oben an der Stange anliegt, aber bei e durch ein Lager gehalten wird, sich über das Ende der Stange b erhebt und mit einer in dem hohlen Ende befindlichen nach abwärts gekehrten Pfanne oder Hut versehen ist, der über den Zapfen der Stange b gesetzt ist. Man kann auch die Sache umkehren, indem man die Stange oben mit einer nach aufwärts gekehrten Pfanne und das hohle Röhrende mit einem nach abwärts gekehrten cylindrischen Zapfen versieht, der sich in der Pfanne dreht. Derartige Zapfeinrichtungen sind auf Tafel XII. konstruktiv dargestellt und werden in der Folge eingehend besprochen. Vorläufig genügt es, dass wir den Grundgedanken dieser Aufstellung kennen gelernt haben. Sie ist von *Fontaine* erfunden und wird sehr oft angewendet. Die leichte Zugänglichkeit des Zapfens und der Umstand, dass er so direkt geölt werden kann, und mit dem Wasser, das oft scharfen Quarzsand enthält, nicht in Berührung kommt, das alles sind gute Eigenschaften dieser Einrichtung. Sie ist jedoch viel komplizirter als die im Vorhergehenden beschriebenen Anordnungen.

Liegende Jonval'sche Turbine. Tafel 6, Fig. 2.

Diese hier dargestellte Turbine hat Aehnlichkeit mit der in Tafel 5, Fig. 4, d. h. mit der Turbine von *Atzenbach*; nur der Unterschied besteht, dass hier die Turbinenaxe und der Turbineneylinder horizontale Lager haben. Das Zuflussrohr a ist abgekürzt gezeichnet, damit die Figur keine unnöthige Ausdehnung erhält. Die Turbinenaxe b geht durch zwei Stopfbüchsen d und c, müsste aber auch noch im Innern des Cylinders durch ein Lager in der Nähe des Rades gehalten werden. Am Abflussrohr ist unten eine Drehklappe statt eines Schützens angebracht. Eine Regulirung, bei welcher das Güteverhältniss stets gleich gross bleibe, ob man viel oder wenig Wasser auf die Turbine wirken liesse, kann natürlich durch diese Drehklappe eben so wenig hervorgebracht werden, als durch die früher beschriebenen Ringschützen.

Von praktischem Werth ist diese Anordnung nicht; ich selbst möchte sie zur Ausführung nicht empfehlen. Diese Anordnung, so wie so manche andere, die bereits beschrieben wurde und später beschrieben wird, habe ich nur für den konstruktiven Unterricht ausgedacht. Man will doch nicht immer die gleichen Aufgaben lösen lassen, und ist deshalb veranlasst, alle denkbaren Möglichkeiten hervorzubringen.

Jonval'sche Niederdruck-Turbine ohne Leitschaufeln. Tafel 6, Fig. 3.

Dies ist eine Vereinfachung, aber zugleich auch eine Verschlechterung der *Jonval'schen* Turbine, und verhält sich zu dieser wie die Turbine von *Cadiat* zu jener von *Fourneyron*. Sie ist von keinem praktischen Werth, weil der Nutzeffekt unmöglich günstig ausfallen kann. Das Rad a, der Körper b und das Rohr c bilden einen Körper, der mit der Axe d verbunden ist. Diese dreht sich unten in einer Pfanne e und wird oben durch ein Lager gehalten.

Schrauben-Turbine mit Fontain'schen Zapfen. Tafel 6, Fig. 4.

Wenn man sich die Aufgabe stellt, eine möglichst einfache Turbine anzuordnen, so wird man zu dem Gedanken geleitet, nicht nur die Leitschaufeln ganz wegzulassen, sondern auch noch möglichst wenige Radschaufeln anzuwenden. Dies führt zu der in Fig. 4 dargestellten Turbine, bei welcher zwei Schraubenflächen als Radschaufeln angebracht sind. Die Modellsammlung der Schule besitzt ein Modell von einer solchen Turbine. Es wurde im Jahre 1846 angefertigt, aber auch andere Konstrukteure sind auf den gleichen Gedanken gekommen. Dass hier, wie Fig. 4 zeigt, ein *Fontain'scher* Ueberwasser-Zapfen angebracht ist, gehört selbstverständlich nicht zur Charakteristik dieser Turbine, die übrigens von keinem praktischen Werth ist, denn der Nutzeffekt kann wohl nicht mehr als 40 bis 45 Prozent betragen, und die Anfertigungskosten werden kaum geringer sein, als bei einer Turbine mit einer grössern Anzahl von Leitschaufeln und Radschaufeln.

Liegende Jonval'sche Halb-Turbine. Tafel 6, Fig. 5.

Hier liegt die Axe horizontal, etwas über dem Wasserspiegel eines Wasserlaufes ohne Gefälle; das Rad a hat ringsum Schaufeln. Der Einlauf wird durch ein mit Schaufeln b versehenes halbes Rad gebildet. Es dürfte schwer halten, eine noch unpraktischere Anordnung, als diese ist, auszudenken.

Jonval'sche Turbine mit Zapfenständer. Tafel 6, Fig. 6.

Diese Turbine unterscheidet sich von der in Tafel 5, Fig. 1 abgebildeten nur allein durch die Art und Weise, wie die Axe getragen wird. Es ist nämlich hier auf den Boden des Abflusskanals ein Zapfenständer gesetzt, welcher die Pfanne trägt, in der sich der Axenzapfen dreht. Wenn sich das Ständerfundament etwas einseitig senkt, oder wenn sich die gewöhnlich aus Balken bestehende Brücke, welche den Wasserkasten trägt, verzieht oder wirft, wird die richtige Uebereinanderlagerung der beiden Räder gestört, was bei der in Tafel 5, Fig. 1 dargestellten Anordnung, bei welcher der Pfannenträger mit dem Turbinenmantel direkt verbunden ist, nicht eintreten kann. Die Anordnung Tafel 5, Fig. 1 verdient daher den Vorzug.

Jonval'sche Zwillingen-Turbinen. Tafel 7, Fig. 1.

Es folgt nun die Beschreibung von fünf Turbinen, die ich *Jonval'sche Zwillingen-Turbinen* nennen will. Es ist aber mit diesen Anordnungen nicht sehr ernst gemeint; es sind nur Variationen über einen Gedanken, der wohl prinzipiell tadellos ist, dessen Realisirung jedoch zu grossen Komplikationen führt.

Die *Jonval'schen* Voll-Turbinen erhalten ungemein kleine Dimensionen und übermässige Geschwindigkeiten, wenn das Gefälle gross und die Wassermenge klein ist.

Dies hat mich auf den Gedanken geführt, dass man in solchen Fällen zwei Turbinen in der Weise in Verbindung bringen könnte, dass jede derselben die Hälfte des Gefälles benutzt, wodurch der Durchmesser der Turbine im Verhältniss 1:1.2 vergrössert und die Anzahl der Umdrehungen im Verhältniss 1:0.596 vermindert wird. Vom theoretischen Standpunkt aus ist also gegen diesen Gedanken nichts einzuwenden, wohl aber vom praktischen. Ich bin also weit davon entfernt, diese Zwillings-turbinen für die Ausführung zu empfehlen, glaube aber doch, dass es von einigem Interesse sein dürfte, diesen Gedanken kennen zu lernen.

Erste Zwillings-Turbine. Tafel 7, Fig. 1.

Fig. 1 ist eine Zwillings-Turbine in einfachster Form. Die beiden Turbinen befinden sich in dem gleichen, grösstentheils cylindrischen, theilweise aber konischen vertikalen Rohre a a, durch welches das Wasser aus dem Zuflusskanal b nach dem Abflusskanal niederfließt, und jede derselben bewegt sich im Beharrungszustand so, wie wenn nur die Hälfte des Gefälles auf sie einwirkte. Die Tiefe der oberen Turbine unter dem Wasserspiegel im Zuflusskanal ist innerhalb gewisser Grenzen willkürlich, ebenso auch die Höhe der unteren Turbine über dem Spiegel des Wassers im Abflusskanal. Es ist vorauszusehen, dass die untere Turbine nicht so gut wirken wird, als die obere, denn das Wasser verlässt die obere Turbine in einem verwirbelten Zustande, und kommt in diesem Zustand in die untere Turbine. Ein misslicher Umstand ist die lange Axe und der starke Druck des unteren Zapfens gegen die Pfanne.

Wir werden in der Folge die Theorie dieser Turbine entwickeln, woraus sich dann die Bedingungen ihrer Konstruktion ergeben werden.

Zweite Zwillings-Turbine. Tafel 7, Fig. 2.

Diese unterscheidet sich von der vorhergehenden durch die Kommunikation der beiden Turbinen und durch den Ort, wo das erste Transmissionsrad angebracht ist. Das Wasser gelangt aus dem Zuflusskanal in die obere Turbine, sammelt sich in dem Cylinder b, und fließt durch die beiden seitlichen Röhren c c nach dem Cylinder d der zweiten Turbine nieder. Hat es auch diese durchströmt, so gelangt es durch den Cylinder e und durch den unteren Ringschützen in den Abflusskanal i. Die beiden Turbinen sind durch eine gemeinschaftliche Axe verbunden, die sich unter der unteren Turbine in einer Pfanne bewegt, bei h und g durch Stopfbüchsen geht und in dem Raum zwischen c d e b mit einem Transmissionsrad versehen ist. Die obere Turbine treibt also herab, die untere Turbine hinauf. Auch bei dieser Anordnung sind die Positionen der beiden Turbinen innerhalb gewisser Grenzen willkürlich und jede derselben bewegt sich im Beharrungszustand so, wie wenn auf dieselbe die ganze Wassermenge aber mit halbem Gefälle einwirkt. Wenn man nicht bloß zwei, sondern n Turbinen an eine und dieselbe Axe anbringt, würde jede derselben so wirken, wie wenn die ganze Wassermenge und der nte Theil des totalen Gefälles thätig wäre.

Dritte Zwillings-Turbine. Tafel 7, Fig. 3.

Hier sind zwei Hochdruckturbinen übereinander gebaut und durch eine gemeinschaftliche Axe verbunden. Das Wasser gelangt aus dem Zuflusskanal a in die obere Turbine, sammelt sich dann im Behälter b und fließt von diesem aus durch zwei Röhren c c in das obere offene Becken d nieder. Von da aus durchströmt es die untere Turbine und das Rohr e und gelangt zuletzt in den Abflusskanal g. Die gemeinschaftliche Turbinenaxe

dreht sich unterhalb der unteren Turbine mit einem Zapfen in einer Pfanne, geht bei f durch eine Stopfbüchse, und ist in dem Raum zwischen b c d mit einem Transmissionsrad versehen.

Vierte Zwillings-Turbine. Tafel 7, Fig. 4.

Bei dieser Anordnung befinden sich die beiden Turbinen neben einander auf gleicher Höhe, haben aber entgegengesetzte Lagen. Das Wasser gelangt aus dem Zuflusskanal a durch das Rohr b unter die Turbine c mit umgekehrter Aufstellung (das Einlaufrad unter dem Turbinenrad), durchströmt diese Turbine nach aufwärts, sammelt sich in dem offenen Becken d, fließt dann in die zweite direkt aufgestellte (Leitrad oberhalb des Turbinenrades) Turbine e, und gelangt endlich durch das Rohr f in den Abflusskanal. Die Turbinen haben *Fontain'sche* Ueberwasser-Zapfen, und stehen oben durch zwei Stirnräder k und l in Verbindung. Durch die Axe m wird die vereinte Kraft der Turbinen fortgeleitet. Diese Aufstellung ist sehr komplizirt und zur Ausführung nicht zu empfehlen. Es ist auch nur eine konstruktive Schulaufgabe. Für den konstruktiven Unterricht an der Schule führe ich ein Aufgabenbuch, zeichne in dasselbe in leichten Skizzen allerlei Gedanken, die sich gelegentlich darbieten, und lasse dann diese Skizzen durch die Schüler konstruktiv durchführen. Viele von diesen Turbinen, welche ich hier beschreibe, sind Auszüge aus diesem Skizzenbuche.

Fünfte Zwillings-Turbine. Tafel 7, Fig. 5.

Bei den vorhergehenden Zwillings-Turbinen wirkt auf jede einzelne derselben die ganze Wassermenge mit halbem Gefälle; bei dieser fünften Turbine dagegen ist es umgekehrt, indem auf jedes Rad die halbe Wassermenge mit ganzem Gefälle wirkt. Das Wasser gelangt aus dem Zuflusskanal a durch das Rohr b in den liegenden Maschinen-cylinder c, theilt sich daselbst in zwei Ströme, von denen der eine die Turbine d, der andere die Turbine e durchfließt, und diese Ströme setzen dann durch f und g und durch die Röhren h und i ihren Weg nach dem Abflusskanal k fort. Beide Turbinen haben eine gemeinschaftliche liegende Axe, die durch mehrere Lager gehalten werden muss. Links geht diese Axe durch eine Stopfbüchse, und die Transmissionsräder m bringen endlich die Kraft in die aufrechte Axe n. Auch diese Turbine ist ein konstruktives Übungsexempel und wird wohl schwerlich jemals zur Ausführung kommen.

Regulirung des Wasserzuflusses.

Diese Voll-Turbinen, welche wir im Vorhergehenden beschrieben haben, geben bei reichlichem und konstantem Wasserzufluss recht gute Effekte. Aber so wie der Wasserzufluss zur vollständigen Füllung der Turbine nicht mehr ausreicht, wird man gezwungen, an einer oder an mehreren Stellen die Querschnitte der Oeffnungen, welche das Wasser durchströmt, zu verkleinern, und dadurch entstehen in der Regel entweder Unregelmässigkeiten, Störungen oder Hemmungen in der Bewegung des Wassers, oder fehlerhafte Querschnittsverhältnisse, wodurch, wie die Theorie und die Erfahrung beweiset, das Güteverhältniss dieser Turbine beträchtlich abnimmt. Es ist dies eine sehr fatale schwache Seite der Turbinen, von welcher die Wasserräder ganz frei sind, denn diese geben in der Regel (und insbesondere die oberflächigen Räder) bessere Effekte bei

schwachem als bei reichem Wasserzuffluss. Man hat schon mancherlei Einrichtungen zur Regulirung des Wasserzufflusses ausgedacht und in Anwendung gebracht, aber noch keine hat den Anforderungen ganz entsprochen. Diese Vorrichtungen sollen nun beschrieben werden.

Erste Regulirung. Tafel 8, Fig. 1 zeigt eine *Fourneyron'sche* Turbine mit denjenigen Einrichtungen, welche der Erfinder selbst angewendet hat, um zu bewirken, dass die Turbine mit viel und mit wenig Wasser ungefähr gleich günstige Effekte gibt. Das Turbinenrad ist durch zwei Zwischenkronen *aa* und *bb* in drei Abtheilungen getheilt. Der Schützen *c* mit den Beilagen ist bereits früher bei der Beschreibung von Tafel 3, Fig. 1 erklärt worden. Ist die Wassermenge, welche man auf das Rad wirken lassen kann oder wirken lassen will, gerade so gross, dass sie durchfliesst, wenn man den Schützen so weit aufzieht, dass sein unterer Rand bis an die erste, zweite oder dritte Krone reicht, so füllt das Wasser die Radkanäle, welche es durchströmt, vollkommen aus, das Wasser wird dann durch die Kanalwände sicher geleitet und bringt unter solchen Umständen eine günstige Wirkung hervor. Wenn aber die Wassermenge, welche man auf das Rad wirken lassen will, kann oder soll, von einer solchen Grösse ist, dass der Rand des Schützens zwischen zwei Kronen zu stehen kommt, so füllt das Wasser die Kanäle des Rades nicht vollständig aus, wird nicht sicher geleitet, sprüht nur durch das Rad, und die Wirkung fällt dann in dem Maasse ungünstig aus, als die Summe der Höhen der Radkanäle, welche vom Wasser durchströmt werden, grösser ist, als die Höhe der Schützenöffnung. Es ist also eine unvollkommene Regulirung, weil das Güteverhältniss periodisch veränderlich ist.

Zweite Regulirung für eine Fourneyron'sche Turbine. Tafel 8, Fig. 2 und 3. Hier geschieht die Regulirung am innern Umfang des Einlaufrades. Die Schaufeln dieses Rades sind nicht bis an die Axe herein fortgesetzt und der Cylindermantel *aa* erhebt sich von dem innern Rand des Einlaufrades an. An diesem Rand sind mehrere Schieber *bb* angebracht, von denen jeder durch ein besonderes Stängelchen in die Höhe gezogen werden kann. Auf diese Weise kann man freilich innerhalb gewisser Grenzen jede beliebige Wassermenge in das Rad leiten, allein wenn nur einzelne von diesen Schiebern aufgezogen werden, strömt das Wasser nur in einzelnen von einander getrennten Strahlen in das Rad, dieses ist dann nicht erfüllt, das Wasser fliesst nicht als eine zusammenhängende Masse, sondern zersplittert und sprüht durch das Rad. Dass unter solchen Umständen eine günstige Wirkung nicht erzielt werden kann, ist wohl selbstverständlich.

Dritte Regulirung. Jonval-Turbine. Tafel 8, Fig. 4. Hier sind an der oberen Ebene des Einlaufrades Klappen aus Blech oder Gussplatten angebracht. Sie drehen sich im Gewerbe. Für jede solche Klappe ist ein Stängelchen *e* mit einem Griff vorhanden, und die Klappe ist mittelst eines Drahtes *b* oder dünnen Stängelchens an das Zugstängelchen *e* gehängt. Auch diese Regulirung ist sehr unvollkommen, weil jedesmal, wenn nur einzelne Klappen geöffnet sind, auch nur einzelne Kanäle des Leitrades gefüllt werden und das Wasser den Kanal des Turbinenrades nicht vollständig ausfüllt. Dass der Ringschützen *cc* nur zum Anlassen und Abstellen der Maschine gute Dienste leistet, zur eigentlichen Regulirung des Wasserzufflusses aber nicht gebraucht werden kann, ist bereits Seite 12 erklärt oder ausgesprochen worden, und wird in der Folge nachgewiesen werden.

Vierte Regulirung. Jonval-Turbine. Tafel 8, Fig. 5. Hier ist das Einlaufrad und das Turbinenrad durch eine cylindrische Wand in zwei Abtheilungen *c c d d* und *a a b b* getheilt, so dass

jedes dieser Räder aus zwei concentrisch ineinander liegenden Ringen besteht. Diese cylindrische Scheidewand wird so angebracht, dass die grösste Wassermenge durch die Turbine fliesst, wenn man die Kanäle unbedeckt lässt, dass dagegen die kleinste Wassermenge durchgeht, wenn man die Kanäle *cc* des Einlaufrades durch einen Metallring deckt, und ungefähr eine mittlere Wassermenge, wenn man den innern Ring *dd* durch einen ähnlichen zweiten Ring deckt. Der Zustand der Turbine kann also nur bei diesen drei bestimmten Wassermengen günstig sein.

Fünfte Regulirung. Jonval-Turbine. Tafel 8, Fig. 6. Auch hier sind die Räder durch cylindrische Wände getheilt, und die innere Abtheilung des Einlaufrades kann durch Klappen geschlossen werden. Die Gewerbe, um welche sich die Klappen drehen, befinden sich am äusseren Umfang des Einlaufrades, und jede Klappe ist mit einem besonderen Zugstängelchen versehen. Auch diese Regulirung ist sehr unvollkommen.

Sechste Regulirung mit einem oberen Ringschützen. Tafel 8, Fig. 7. Auch hier sind in den Rädern Scheidewände angebracht. Die Scheidewand *aa* des Turbinenrades ist einfach cylindrisch, die Scheidewand *bb* des Einlaufrades ist unten cylindrisch, oben dagegen gegen die Axe hereingebogen. An den innern Rand schliesst ein ringförmiger Schützen *cc* an, der durch Zugstangen auf und ab bewegt werden kann. Der Körper des Einlaufrades ist unten cylindrisch, oben dagegen konoidisch und mit einer ebenen Platte geschlossen. In der Mitte ist eine Stopfbüchse für den Durchgang der Axe angebracht. Ist der Schützen *cc* ganz aufgezogen, so kann das Wasser durch beide Abtheilungen des Einlaufrades eindringen. Wird aber der Schützen *cc* nach und nach oder ganz niedergelassen, so erhält die eine Abtheilung nur theilweise oder gar kein Wasser. Begreiflicher Weise ist auch diese Regulirung eine unvollkommene, denn wenn die eine Abtheilung vom Wasser nur theilweise erfüllt wird, zersplittert es sich, sprüht durch die Räder, und kann so unmöglich vortheilhaft wirken.

Siebente Regulirung mit Leder. Tafel 8, Fig. 8. Das Einlaufrad ist hier nicht ringsum mit Kanälen versehen, sondern an zwei diametral gegenüber liegenden Stellen sind die oberen Oeffnungen der Kanäle durch Platten geschlossen. An jede dieser zwei Platten ist ein breiter Lederring befestigt, der eine solche Länge hat, dass er die Hälfte der oben offenen Kanäle des Einlaufrades überdecken kann. Die Enden dieser Lederringe sind an dem Umfange zweier Kegel *aa* so befestigt, dass wenn diese Kegel nach der einen oder nach der entgegengesetzten Richtung herumgerollt werden, die Lederringe aufgewickelt oder abgewickelt werden. Dadurch kann eine grössere oder kleinere Anzahl der Einlaufkanäle gedeckt oder geöffnet werden.

Achte Regulirung mit veränderlichen Ausströmungsöffnungen. Tafel 8, Fig. 9. Wir werden in der Folge sehen, dass eine Turbine nur dann günstigen Effekt geben kann, wenn die Ausströmungsöffnungen am Einlaufrad und am Turbinenrad in einem gewissen konstanten Verhältniss stehen. Der Effekt wird also noch gleich günstig bleiben, wenn man sowohl die einen als auch die andern Ausströmungsöffnungen in solcher Weise veränderlich macht, dass dieses Verhältniss konstant bleibt. Auf diesem Grundsatz beruht die in Fig. 9 angedeutete Regulirung. Die Schaufeln des Einlaufrades und des Turbinenrades sind oben schneidig, unten dagegen ziemlich dick. An der untern Ebene des Einlaufrades ist eine Drehscheibe angebracht, die ringsum mit Oeffnungen von einer solchen Form versehen ist, dass dieselben genau die Fortsetzungen der Kanalfächen bilden, wenn die Scheibe so gestellt wird, wie Fig. 9 zeigt. Wird dagegen diese Drehscheibe gegen das Einlaufrad etwas gedreht, so werden die Ausströmungsöffnungen des Einlaufrades verengt.

Eine ganz ähnlich konstruirte Drehscheibe ist auch am Turbinenrad angebracht und dreht sich mit demselben, kann aber gegen dasselbe etwas verstellt werden, so dass auch die Ausströmungsöffnungen des Turbinenrades innerhalb gewisser Grenzen stetig verkleinert werden können. Bringt man einen in der Zeichnung nicht angedeuteten Mechanismus an, durch welchen die beiden Drehscheiben gleichzeitig und um gleich viel gegen die beiden Räder verstellt werden können, so erhält man eine Regulirung, bei welcher das Verhältniss der Ausströmungsöffnungen an den beiden Rädern nahe konstant bleibt. Ich habe eine solche Regulirung schon im Jahr 1846 bei einem Turbinenmodell in grösserem Maassstabe angebracht. Die Herren *Andrae Köchlin* in Mühlhausen haben für diese Regulirung Patente genommen, gewiss ohne von der Existenz meines Modelles etwas zu wissen. Dem Prinzip nach ist diess sicherlich eine ganz richtige Regulirung, allein eine ganz tadellose Realisirung derselben ist doch nicht vorhanden, denn wenn die Drehscheiben so gestellt werden, dass die Ausströmungsöffnungen theilweise maskirt werden, bilden die Oeffnungen der Drehscheiben nicht mehr ganz stetige Fortsetzungen der Räderkanäle, sondern es kommen Ecken und leere Stellen vor.

Partial-Turbinen.

Partial-Turbinen wollen wir solche Turbinen nennen, bei welchen das Wasser gleichzeitig nur auf einen Theil der Radschaufeln wirken kann. Sie unterscheiden sich von den Voll-Turbinen durch die Konstruktion des Einlaufes, der so gebildet ist, dass er das Wasser nicht überall, sondern nur an einzelnen Stellen in das Rad eintreten lässt. Diese Partial-Turbinen erhalten bei gleicher Wassermenge viel grössere Dimensionen und machen desshalb viel weniger Umdrehungen als Voll-Turbinen, sind demnach für die Benützung von kleinen Wassermengen und grossen Gefällen geeignet. Nur ist leider die Effektleistung der Partial-Turbinen nicht so günstig als jene der Voll-Turbinen.

Fourneyron'sche Partial-Turbine mit umgekehrter Aufstellung. Tafel 9, Fig. 1 und 2.

Diese Turbine ist im Allgemeinen ganz ähnlich eingerichtet, wie die früher beschriebene Turbine Tafel 3, Fig. 5, aber der Einlauf hat hier, wie aus dem Grundriss ersehen werden kann, nur vier Kanäle *a a*, deren Ausmündungen durch einen Schützen mehr oder weniger maskirt oder auch ganz verschlossen werden können. Dieser Schützen besteht aus zwei diametral gegenüberstehenden Wandstücken, die aber durch eine Traverse verbunden sind. Die Traverse dreht sich um die Pfannenbüchse des Turbinenzapfens, und die Drehung wird durch einen kurzen verzahnten Bogen bewirkt, in dessen Zähne die Zähne eines Getriebes eingreifen. Ist zur Ausführung nicht zu empfehlen, komplizirt, kostspielig, schlechter Effekt.

Fourneyron'sche Partial-Turbine, liegende Axe. Tafel 9, Fig. 3 und 4.

Die Axe des Rades ist horizontal und dreht sich in zwei Axenlagern. Die Ebene des Rades ist vertikal. Es ist mit Schaufeln versehen, wie eine gewöhnliche *Fourneyron'sche* Turbine. Das Wasser wird in einem Rohr zugeleitet, dessen Axe unmittelbar vor der Turbine parallel ist mit der Axe des Turbinenrades, aber dieser letzteren Axe aus-

weicht. Unmittelbar am Rade ist das Rohr gekrümmt, wird sein Querschnitt allmählig klein und geht die Form desselben in ein Rechteck über. Am Ende des Rohres hat die Axe desselben eine solche Richtung, dass eine an dieselbe gezogene Tangente in die mittlere Ebene des Rades fällt und den innern Umfang des Turbinenrades unter einem kleinen Winkel schneidet. Vor dem Rade ist in der Zuleitungsröhre eine Abstelldrehklappe angebracht. Eine solche Turbine wurde in Esslingen für eine Lokalität am Rhein ausgeführt. Die Leistungen werden wohl nicht glänzend sein.

Jonval'sche Partial-Turbine. Tafel 9, Fig. 5, 6, 7.

Diese Anwendung stimmt mit der auf Tafel 1, Fig. 4 dargestellten und Seite 2 beschriebenen Turbine von *Burdin* überein. Das Wasser gelangt aus dem Zufussrohr *a* in die Kammer *b*, von deren Boden an ein mit mehreren Leitflächen versehener Einlauf *c* bis an die obere Fläche des Turbinenrades *d* herabreicht. Die Kammer enthält einen Schieber *e*, der mit einer Verzahnung versehen ist, und vermittelt eines Getriebes so verstellt werden kann, dass die Oeffnungen des Einlaufes mehr oder weniger oder gänzlich gedeckt werden können. Wenn man will, kann man diese Anordnung auch umkehren, so dass der Einlauf unter das Turbinenrad zu liegen kommt und das Wasser von der Kammer aus das Einlaufrad und das Turbinenrad aufwärts durchströmt. Diese umgekehrte Aufstellung ist einfacher auszuführen und gewährt den Vortheil, dass das Rad ohne Schwierigkeit eingesetzt und ausgehoben werden kann. Es sind bereits mehrere solche Turbinen ausgeführt worden für Lokalitäten mit Geldmangel und Wasserreichtum. Bei ganz richtigen Konstruktionsverhältnissen wird man vielleicht ebenso gute Effektverhältnisse erzielen können, als überhaupt mit Partialturbinen möglich ist.

Geschlossene Jonval'sche Partial-Turbine. Tafel 9, Fig. 8, 9 und 10.

Das Wasser gelangt durch das Zufussrohr *a* in die cylindrische Kammer, in deren Boden zwei diametral gegenüber befindliche Oeffnungen angebracht sind. An einen der radialen Ränder dieser beiden Oeffnungen ist eine unbewegliche Leitfläche *c* angebracht, an welche sich zwei konzentrische Wände *dd* anschliessen. *ee* sind zwei mit Leitflächen versehene Schieber. Die Kanten der Leitflächen berühren die Wände *dd*. *ffg* ist ein Armwerk, das sich um die Röhre *hh* dreht. Die Enden der Arme *ff* fassen die Schieber *ee*. Der Arm *g* ist am Ende mit einem verzahnten Bogen versehen. *h* ist ein Getriebe, dessen Zähne in den Bogen eingreifen. Die Axe des Getriebes geht durch den oberen Deckel der Kammer *b* und wird ausserhalb derselben durch ein Räderwerk bewegt. Eine Drehung des Armes *g* vermittelt dieser Räderwerke hat zur Folge, dass die Schieber *ee* gleichzeitig gegen die Leitflächen *c* hin oder von denselben weg bewegt werden, wodurch der Einlauftrichter im erstern Falle verengt, im letztern erweitert wird. Das Turbinenrad *k* befindet sich in einer Kammer *l*, die mit einer seitlichen Ausflussöffnung *m* versehen ist. Um die Komplikation der Konstruktion möglichst zu erhöhen, ist auch noch ein *Fontain'scher* Axenzapfen angewendet. Ich möchte diese Anordnung zur Ausführung nicht empfehlen. Es ist eine französische Erfindung.

Tangential-Räder.

Die sogenannten Tangentialräder sind im Wesentlichen *Fourneyron'sche* Partial-Turbinen mit äusserem Wassereintritt. Dieselben haben in neuerer Zeit eine ziemlich grosse Verbreitung gefunden, werden von dem Etablissement der Herren *Escher, Wyss* und *Comp.* in Zürich in sehr grosser Vollkommenheit angefertigt und die Konstrukteure garantiren einen Nutzeffekt von 65 bis 70 Prozent. In dem grossen Etablissement für Spinnerei und Weberei zu Ettlingen, in der Nähe von Karlsruhe, sind drei Tangentialräder von wahrhaft meisterhafter Ausführung im Gange. Auch diese Räder wurden von dem oben genannten Atelier geliefert.

Tafel 10, Fig. 1 ist ein Tangentialrad, bei welchem das Wasser aussen eintritt und am inneren Umfang des Rades austritt. Die Schaufeln begegnen dem äusseren Umfang unter einem rechten Winkel, dem inneren Umfang unter einem kleinen spitzen Winkel.

Tafel 10, Fig. 2 ist ein Tangentialrad, bei welchem das Wasser am äusseren Umfang sowohl ein- als austritt. Das Wasser, nachdem es eingetreten ist, schwingt bis an den inneren Umfang des Rades hinein, verliert aber durch die radial auswärts wirkende Centrifugalkraft seine Geschwindigkeit, so dass es den inneren Radumfang ohne relative Geschwindigkeit gegen die Schaufeln erreicht. Hierauf aber wird es durch die Centrifugalkraft herausgetrieben und fällt am äusseren Umfang aus dem Rade.

Tafel 10, Fig. 3 ist abermals ein Tangentialrad, bei welchem das Wasser am äusseren Umfang sowohl eintritt, als auch austritt. Die Radschaufeln begegnen hier dem inneren wie dem äusseren Radumfang unter einem kleinen Winkel, was zur Folge hat, dass auch dasjenige Wasser, das etwa innen austritt, doch nicht ganz unvortheilhaft austritt, während bei der vorhergehenden Anordnung am inneren Umfang ein sehr unvortheilhafter Austritt stattfindet.

Tafel 10, Fig. 4 und 5 ist ein Tangentialrad, im Grundriss und Aufriss dargestellt. Das Wasser gelangt durch das Zufussrohr *a* in den Einlauf *b*, wo zwei Schieber *c c* angebracht sind, die durch Schrauben und Räder vorgeschoben oder zurückgezogen werden können, wodurch der Wassereintritt regulirt werden kann. Das Wasser tritt am äusseren Umfang des Rades ein und fällt grösstentheils am inneren, theilweise aber auch am äusseren Umfang heraus. Die Schaufeln begegnen den beiden Umfängen unter kleinen Winkeln, was zur Folge hat, dass der Wasseraustritt nirgends ganz ungünstig erfolgen kann.

Tafel 10, Fig. 6 und 7 endlich ist ein System von zwei gekuppelten Tangentialrädern, von denen jedes mit zwei Einläufen versehen ist. Die Einläufe *a a₁* erhalten ihr Wasser aus dem Rohre *A*, die Einläufe *b b₁* aus der Röhre *B*.

THEORIE DER TURBINEN.**A. Fourneyron'sche Turbine.**

In dem ersten Abschnitt haben wir die Turbinen überhaupt nur äusserlich beschrieben, ohne in die dynamischen Vorgänge tiefer einzudringen. Wir haben dadurch eine äussere Anschauung von den mannigfaltigen Anordnungen gewonnen, und gelegentlich durch Zwischenbemerkungen die praktischen Vortheile und Nachteile, welche den einzelnen Anordnungen zukommen, angedeutet. Wir wenden uns nun zur Theorie dieser Maschinen, um diejenigen Bedingungen kennen zu lernen, welche erfüllt sein müssen, damit diese Kraftaufsammlungsapparate ihrer Bestimmung gut zu entsprechen im Stande sind, und beginnen mit der Theorie der *Fourneyron'schen* Turbine.

Um jedoch die folgenden analytischen Untersuchungen ohne Unterbrechung verfolgen zu können und die Uebersicht über die Rechnungen durch Zwischenbetrachtungen nicht stören zu müssen, wollen wir zunächst die Bewegung und Wirkungsart so weit kennen zu lernen suchen, als es ohne Rechnung möglich ist.

Der erste Punkt, welcher zu erklären von Wichtigkeit ist, betrifft den Einfluss des Rades und dessen Geschwindigkeit auf die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitschaufeln ausströmt.

Wenn bei einer Turbine das Rad ganz beseitigt wird, strömt das Wasser zwischen den Leitkurven mit einer Geschwindigkeit aus, die sehr nahe der Endgeschwindigkeit gleich kömmt, welche ein durch die Gefällshöhe im luftleeren Raum freifallender Körper erlangt. Diese Geschwindigkeiten würden vollkommen übereinstimmen, wenn keine Störungen durch Reibungen und andere Nebenumstände stattfänden. Ganz anders verhält sich aber die Sache, wenn das Rad den Leitkurven-Apparat umgibt, und sich um denselben schnell herumbewegt; denn in diesem Falle strömt das Wasser, je nach Umständen, langsamer, schneller oder eben so geschwind aus den Leitkurven aus, als wenn das Rad nicht vorhanden ist. Wenn die äusseren Oeffnungen am Rade sehr eng sind, im Vergleich mit den Oeffnungen des Leitkurven-Apparates, und wenn ferner das Rad nur eine mässige Geschwindigkeit hat, so ist klar, dass das Wasser nur mit kleiner Geschwindigkeit aus den Leitkurvenkanälen ausströmen kann. Denn sind z. B. die äusseren Oeffnungen des Rades zehnmal kleiner als jene der Leitkurvenkanäle, so wird das Wasser bei ersteren ungefähr zehnmal schneller ausströmen, als bei letzteren. Dreht sich aber das Rad nicht schnell, so ist die Ausflussgeschwindigkeit am äusseren Umfang des Rades nicht viel von derjenigen verschieden, die der Druckhöhe entspricht; die Geschwindigkeit, mit welcher also unter den angenommenen Verhältnissen der Oeffnungen der Kanäle das Wasser aus den Leitkurvenkanälen ausströmt, ist daher ungefähr zehnmal kleiner, als sie sein würde, wenn das Rad nicht vorhanden wäre.

Sind dagegen die äusseren Oeffnungen der Radkanäle gleich oder grösser als jene der Leitkurvenkanäle, und dreht sich das Rad sehr schnell um seine Axe, so wirkt das Rad dem Ausströmen des Wassers aus den Leitkurvenkanälen nicht nur nicht entgegen, sondern es begünstigt sogar durch die Centrifugalkraft, die aus der schnellen drehenden Bewegung entsteht, das Ausströmen, und es kann unter diesen Umständen sogar der Fall eintreten, dass das Wasser mit grösserer Geschwindigkeit austritt, als wenn das Rad nicht vorhanden wäre.

Hieraus geht hervor, dass die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus den Leitkurvenkanälen nicht nur von dem Gefälle, sondern auch von der Konstruktion und Geschwindigkeit des Rades abhängt. Dieses schnellere oder langsamere Ausströmen des Wassers kann aber nur dadurch hervorgebracht werden, dass der wechselseitige Druck zwischen den Wassertheilchen, in der Richtung ihrer Bewegung, in der ringförmigen Spalte am inneren Umfang des Rades mit der Konstruktion und Geschwindigkeit desselben veränderlich ist. Ist dieser Druck gleich dem Druck der Atmosphäre, so strömt das Wasser so aus, als wäre das Rad nicht vorhanden. Ist dieser Druck grösser oder kleiner als der atmosphärische, so strömt das Wasser im ersteren Falle langsamer, im letzteren Falle schneller aus, als wenn das Rad nicht vorhanden ist.

Aus diesen Erläuterungen geht hervor, dass man von einer Theorie über die Turbine nur dann mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate erwarten darf, wenn dieselbe die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus den Leitkurvenkanälen, so wie auch den zwischen den Wassertheilchen am inneren Umfang des Rades herrschenden Druck aus der Natur der Sache für alle möglichen Fälle bestimmen lehrt. Man würde sich sehr irren, wenn man glaubte, die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit bestimmen zu können, indem man die der Druckhöhe entsprechende Geschwindigkeit mit einem gewissen Korrekptions-Koeffizienten multiplizieren würde, denn dieser Koeffizient ist je nach der Konstruktionsart und dem Bewegungszustand des Rades zu sehr veränderlich.

Bei *Fourneyron'schen* Turbinen ist derselbe 0.6 bis 1.2. Bei den *Cadiat'schen* Turbinen nur 0.1 bis 0.5. Bei den *Schott'schen* Turbinen meistens noch kleiner. Da von der Ausflussgeschwindigkeit des Wassers die Höhe des Rades abhängt, so ist es insbesondere von grosser Wichtigkeit, sie für alle Umstände im voraus richtig berechnen zu können, denn wenn das Rad zu niedrig gemacht wird, kann es nicht so viel Wasser durchfliessen lassen, als zur Hervorbringung eines gewissen Nutzeffektes nothwendig ist.

Ist das Rad zu hoch, so wird der Schützen nur zum Theil aufgezogen werden müssen, um die nothwendige Quantität Wasser in das Rad eintreten zu lassen, und dann füllt das Wasser die Radkanäle nicht aus und schlägt unregelmässig an den Wänden hin und her, wodurch der Effekt bedeutend geschwächt wird.

Bei dem Uebertritt des Wassers aus dem Leitkurven-Apparat in das Rad treten im Allgemeinen plötzliche Aenderungen in der Geschwindigkeit des Wassers ein, wie aus folgenden Betrachtungen erhellt. Man denke sich die wahre Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitkurvenkanälen austritt, in zwei Geschwindigkeiten zerlegt, von denen die eine mit der Richtung der Tangente, und die andere mit der Normale an das erste Element der Radkurve zusammenfällt. Nennen wir die erstere dieser Seitengeschwindigkeiten t , die letztere n . Die Geschwindigkeit n kann nun gleich grösser oder kleiner sein als diejenige ist, mit welcher der Anfangspunkt der Radkurve nach der Richtung der Normale zurückweicht. Im ersteren Falle übt das Wasser gegen die Radkurven keinen Stoss aus, sondern strebt nur mit der Geschwindigkeit t nach der Richtung der Tangente an das erste Element der Radkurve in die Radkanäle einzutreten. Im zweiten Falle stösst das Wasser gegen die Radkurven, und im dritten Falle schlagen die Radkurven gegen die eintretenden Wasserstrahlen. Auch die Geschwindigkeit t kann unter gewissen Umständen beim Eintritt des Wassers in das Rad einen nach-

theiligen Stoss verursachen, denn wenn z. B. die Radkanäle aussen viel enger sind als innen, und wenn der Schützen nur zum Theil aufgezogen ist, muss die Geschwindigkeit t grösser ausfallen, als jene, die das Wasser am Anfange der Radkanäle besitzt, das Wasser wird daher mit einer Geschwindigkeit t gegen das am Anfange der Radkanäle fliessende Wasser stossen. Alle diese Stösse bringen Unregelmässigkeiten in der Bewegung des Wassers hervor und vermindern den Nutzeffekt des Rades. Wenn daher eine Theorie auf Turbinen von jeder Konstruktionsart und für jede Geschwindigkeit des Rades anwendbar sein soll, so muss dieselbe den Einfluss dieser Störungen in Rechnung bringen. Die Bewegung des Wassers durch das Rad kann regelmässig oder unregelmässig erfolgen. Das letztere wird immer eintreten, wenn das Wasser die Radkanäle nicht ganz ausfüllt. Wenn die Summe der Querschnitte aller Radkanäle am äusseren Umfang des Rades viel grösser ist, als die Summe der Querschnitte aller Kanäle des Leitkurvenapparates (was bei der *Fourneyron'schen* Turbine immer der Fall ist, wenn der Schützen nur wenig aufgezogen ist) so wird das Wasser die Radkanäle nicht ausfüllen, daher unregelmässig durch das Rad sprühen und keine gute Wirkung hervorbringen können.

Eine zuverlässige Theorie der Turbine kann natürlich nur unter der Voraussetzung einer regelmässigen Bewegung des Wassers durch das Rad entwickelt werden; es wird daher bei der folgenden Untersuchung angenommen werden: dass das Wasser die Radkanäle ganz ausfülle, und die unter dieser Voraussetzung gewonnenen Resultate können daher nur dann mit der Erfahrung übereinstimmende Werthe geben, wenn das Wasser eine zusammenhängende Masse bildet.

Betrachten wir nun die Bewegung des Wassers durch das Rad.

Durch den Druck, welcher am inneren Umfang des Rades zwischen den Wassertheilchen nach der Richtung ihrer Bewegung herrscht, wird das Wasser durch das Rad hinausgepresst, dagegen wirkt der am äusseren Umfang des Rades vorhandene Druck der Bewegung des Wassers entgegen. Wenn sich das Rad über dem Spiegel des Unterwassers befindet, reduziert sich dieser äussere Druck auf den Druck der Atmosphäre. Wenn das Rad im Unterwasser eingetaucht ist, kommt zu dem atmosphärischen Druck noch der hydrostatische Druck, welcher der Tauchung des Rades entspricht, hinzu. Nennen wir der Kürze wegen den Druck am inneren Umfang des Rades i und den Druck am äusseren Umfang a .

Ist $i = a$, so wird das Wasser blos durch die Centrifugalkraft während seiner Bewegung durch das Rad beschleunigt.

Ist $i > a$, so wird die Bewegung des Wassers theils durch die Centrifugalkraft theils durch die Differenz $i - a$ der inneren und äusseren Pressungen beschleunigt. Ist endlich $i < a$, so wird die Bewegung des Wassers durch die Centrifugalkraft beschleunigt und durch die Differenz zwischen den äusseren und inneren Pressungen verzögert.

Diese inneren und äusseren Pressungen i und a sind für den Nutzeffekt, welchen eine Turbine entwickelt, weder vortheilhaft noch nachtheilig. Ist z. B. i bedeutend grösser als der atmosphärische Druck, so strömt zwar das Wasser langsam in das Rad ein, d. h. es besitzt bei seinem Eintritt in das Rad keine grosse Wirkungsfähigkeit, diese letztere wird aber während der Bewegung durch das Rad durch den inneren Druck i erhöht. Ist i bedeutend kleiner als der atmosphärische Druck, so strömt das Wasser zwar schnell in das Rad ein, es besitzt also bei seinem Eintritt eine Wirkungsfähigkeit, die sogar grösser sein kann, als jene, welche der Druckhöhe entspricht, sie wird aber während der Bewegung des Wassers durch das Rad fortwährend durch die Differenz zwischen der äusseren und inneren Pressung geschwächt.

Ist endlich $i = a$, so wird das Wasser durch die inneren und äusseren Pressungen während seines Durchganges durch das Rad weder beschleunigt noch verzögert, sondern

nur (in so ferne das Wasser die Radkanäle ausfüllt) an die Wände der Radkurven angepresst, woraus zwei gleiche einander entgegengesetzt wirkende, sich mithin aufhebende, Pressungen entstehen.

Die Nutzwirkung entsteht aus der Differenz zwischen den Pressungen, die das Wasser gegen die concaven und gegen die convexen Flächen der Radkurven ausübt, während es durch das Rad strömt. Diese Pressungen entstehen: 1) aus der lebendigen Kraft, die das Wasser nach seinem Eintritt in das Rad besitzt; 2) aus den Pressungen, die am inneren und äusseren Umfang des Rades vorhanden sind; 3) aus der Centrifugalkraft. Vermöge der lebendigen Kraft, die das Wasser nach seinem Eintritt in das Rad besitzt, übt es nur gegen die concaven Seiten der Radkurven Pressungen aus. Durch die Pressungen am äusseren und inneren Umfange des Rades wird das Wasser sowohl gegen die concaven als auch gegen die convexen Seiten der Radkurven ange-drückt. Ist $i = a$, so fällt der Druck gegen beide Wände eines jeden Radkanals gleich gross aus.

Ist $i > a$, so wird das Wasser beschleunigt, und der Druck auf die concave Fläche fällt grösser aus, als jener gegen die convexen Flächen der Radkurven.

Ist $i < a$, so wird das Wasser verzögert, und es tritt in Bezug auf die Pressungen das Gegentheil ein.

Durch die drehende Bewegung des Rades drücken die convexen Seiten der Radkurven gegen das in den Kanälen fliessende Wasser, und dadurch entsteht eine nachtheilige Reaction auf das Rad. Diese nachtheilige Wirkung auf das Rad wird aber wiederum ganz oder zum Theil aufgehoben, indem durch den Druck der convexen Flächen der Radkurven gegen das Wasser das letztere beschleunigt wird, was zur Folge hat, dass es mit erhöhter Kraft gegen die concaven Seiten der Radkurven wirkt.

Die Centrifugalkraft, welche aus der Wirkung des Rades auf das Wasser entspringt, kann natürlich keine Nutzwirkung hervorbringen; weil im günstigsten Falle der daraus gegen die concaven Flächen der Radkurven entstehende Druck nun eben so gross sein kann, als der Druck der Radkurven gegen das Wasser, d. h. unter den günstigsten Umständen sind die aus der Bewegung des Rades entstehenden Pressungen gegen die concaven und convexen Seiten der Radkurven gleich gross.

Nach den allgemeinen Grundsätzen der Mechanik wird der Nutzeffekt der Turbine am grössten, wenn 1) das Wasser ohne Stoss in das Rad eintritt; 2) ohne Störung das Rad durchströmet, und 3) ohne Geschwindigkeit das Rad verlässt. Könnten diese Bedingungen vollkommen realisiert werden, so wäre der Nutzeffekt genau gleich dem absoluten Effekt der Wasserkraft, d. h. gleich dem Produkte aus der Wassermenge in den Vertikalabstand der Wasserspiegel des oberen und unteren Kanales.

Es wird sich in der Folge zeigen, dass es bei der *Cadiat'schen* und *Schott'schen* Turbine selbst theoretisch unmöglich ist, jenen Bedingungen zu genügen, dass es ferner bei der *Fourneyron'schen* Turbine zwar theoretisch, nicht aber praktisch möglich ist, den Anforderungen zu entsprechen.

Annäherungs-Theorie der Fourneyron'schen Turbine.

Keine Aufgabe, die sich auf eine Wirklichkeit bezieht, kann mit absoluter Genauigkeit gelöst werden, man muss sich jederzeit mit Annäherungen begnügen und es kann nur die Frage sein, welchen Genauigkeitsgrad man zu erreichen anstreben will. Die geringeren Genauigkeitsgrade werden durch empirische Regeln gewonnen. Höhere Grade werden erreicht, indem man sich auf feste Grundsätze stützt, aber alle das Wesen der Sache nicht treffenden störenden Einwirkungen unberücksichtigt lässt. Der höchste Grad

kann erreicht werden, wenn es gelingt, nicht nur die das Wesen der Sache betreffenden Einwirkungen, sondern auch alle in der Wirklichkeit vorhandenen störenden Einflüsse zu berücksichtigen. Wir wollen nun zunächst die Aufgabe stellen, die Bedingungen ausfindig zu machen, bei deren Erfüllung eine Turbine die besten Effektleistungen hervorzubringen vermöchte, wenn alle die Bewegung und Wirkung des Wassers störenden Nebeneinflüsse nicht vorhanden wären, oder beseitigt werden könnten.

Wir setzen voraus:

1. Die Turbine befinde sich in einem Beharrungszustand der Bewegung, wobei sich ihr Zustand mit der Zeit in keinerlei Weise ändert.
2. Das Wasser gelange ohne alle Störung aus dem Zufusskanal bis an die Mündungen des Einlaufrades, trete dann ohne Stoss in das Rad ein und durchströme seine Kanäle in so regelmässiger Weise, dass alle Wassertheilchen identische Bewegungen machen.
3. Das Wasser fülle die Kanäle des Leitrades wie des Turbinenrades vollkommen aus, so dass ein unregelmässiges Hin- und Herschlagen desselben zwischen den Wänden der Kanäle nicht statt finden kann.
4. Es finde an den Wandungen, längs welchen das Wasser hinfliesst, keine Reibung statt.
5. Die Radkurven und Leitkurven seien so schwach gekrümmt, dass das Wasser denselben folgen kann.
6. Die Anzahl der Leitkurven und Radkurven sei so gross, dass eine vollständig sichere Leitung aller einzelnen Wassertheilchen statt finden kann.
7. Die Leitschaufeln und Radschaufeln seien unendlich dünn, so dass sich das Wasser an den Kanten nicht stossen kann.
8. Der Schützen sei bis zur Höhe des Rades aufgezogen.

Diese Voraussetzungen haben eine zweifache Bedeutung. Sie vereinfachen die Lösung der vorliegenden Aufgabe, oder noch mehr, sie schieben die eigentlichen Schwierigkeiten, welche sich der Lösung entgegenstellen, bei Seite. Dann aber sprechen sie in ganz bestimmter Weise einige von den Bedingungen aus, welche schlechterdings erfüllt werden müssen, wenn eine vortheilhafte Kraftaufsammlung statt finden soll, und geben in allerdings etwas unbestimmter Weise die Mittel an, wodurch man diesen Bedingungen entsprechen kann. In rein wissenschaftlicher Hinsicht ist es allerdings wünschenswerth, wenn die Theorie einer Maschine auch auf ganz fehlerhafte Anordnungen anwendbar ist; in praktischer Hinsicht darf man sich aber glücklich schätzen, wenn eine Theorie diejenigen Wahrheiten entwickelt, welche ohne Rechnung nicht erkannt werden können. Wir werden in der Folge versuchen, eine allgemeine und genaue Theorie der Turbinen aufzustellen, sind aber nicht der Meinung, dass damit in praktischer Hinsicht erhebliche Vortheile erzielt werden können, denn mancherlei Vorgänge, die bei der Bewegung und Wirkung des Wassers vorkommen, sind in dem Grade komplizirt, dass sie die grösste analytische Virtuosität nicht verfolgen kann, und wenn es auch möglich wäre, alle Vorgänge haarscharf analytisch auszudrücken, so würde dies dennoch für die Praxis von keinem erheblichen Werth sein, weil es doch nicht gelänge, die Mittel ausfindig zu machen und in Anwendung zu bringen, durch welche alle nachtheiligen Störungen gehoben werden könnten.

Für die in der folgenden Rechnung erscheinenden Grössen wählen wir die nachstehenden Bezeichnungen, Tafel 12, Fig. 3 und 4 und Tafel 13, Fig. 1 und 2.

- i die Anzahl der Leitkurven;
- h die Höhe der Schützenöffnung oder die Höhe der Leitkurvenkanäle, wenn der Schützen bis zu einem gewissen Punkt aufgezogen ist;
- s der kleinste Abstand zweier unmittelbar auf einander folgenden Leitkurven. Dieser

- Abstand wird gefunden, wenn man Taf. 12, Fig. 3 von dem Endpunkte c einer Leitkurve auf die unmittelbar folgende Leitkurve einen Perpendikel c f fällt. Die Länge c f dieses Perpendikels ist = s;
- $\Omega = i s \delta$ die Summe der Querschnitte aller Oeffnungen am Leitkurvenapparat;
- α der Winkel, den die mittlere Richtung, nach welcher das Wasser aus den Leitkurvenkanälen austritt, mit dem inneren Umfang des Rades bildet. Um diesen Winkel zu finden, ziehe man in den Punkten c und f Fig. 3 Tangenten an die Leitkurven, halbire den Winkel f m c, ziehe in dem Punkte k, in welchem die Halbierungslinie den inneren Umfang des Rades schneidet, eine Tangente k l, so ist $\angle k m = \alpha$;
- U die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitkurvenkanälen austritt;
- R_2 der innere
 R_1 der äussere } Halbmesser des Rades;
- β der Winkel, unter welchem die Radkurven den inneren Umfang des Rades schneiden. Dieser Winkel wird gefunden, indem man in dem Durchschnittspunkt n Taf. 12, Fig. 3 einer Radkurve mit dem innern Umfang des Rades an diesen Umfang und an die Radkurven Tangenten zieht;
- γ der Winkel, den die mittlere Richtung, nach welcher das Wasser aus dem Rade strömt, mit dem äusseren Umfang des Rades bildet. Dieser Winkel wird gefunden, indem man von dem Endpunkt w einer Radkurve auf die nächstfolgende den Perpendikel w x fällt, in den Punkten w und x an die Radkurven Tangenten zieht, den Winkel w y x halbirt und in dem Durchschnittspunkt der Halbierungslinie an den äusseren Umfang des Rades eine Tangente zieht;
- $s_1 = w x$ der senkrechte Abstand zweier Radkurven am äusseren Umfang des Rades;
- s_2 der senkrechte Abstand zweier unmittelbar auf einander folgenden Radkurven am inneren Umfang des Rades;
- δ_1 die Höhe der Radkanäle,
- i_1 die Anzahl der Radkurven;
- $\Omega_2 = i_1 s_2 \delta_1$ die Summe der Querschnitte der Radkanäle am inneren Umfang des Rades;
- $\Omega_1 = i_1 s_1 \delta_1$ die Summe der Querschnitte der Radkanäle am äusseren Umfang des Rades;
- k der Kontraktionskoeffizient für den Austritt des Wassers aus dem Leitkurvenapparat;
- k_1 der Kontraktionskoeffizient für den Austritt des Wassers aus dem Rade;
- v_2, v_1 die absoluten Geschwindigkeiten des inneren und äusseren Radumfanges;
- u_2, u_1 die relativen Geschwindigkeiten des Wassers gegen die Radkurven, beim Eintritt und Austritt;
- w die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Rade tritt;
- \mathcal{A} der Druck der Atmosphäre auf einen Quadratmeter;
- \mathcal{Q} der Druck auf einen Quadratmeter bezogen, mit welchem sich die Wassertheilchen in der kreisförmigen Spalte am inneren Umfang des Rades nach der Richtung ihrer Bewegung pressen;
- Q die Wassermenge in Kubik-Metern, welche in jeder Sekunde auf die Turbine wirkt;
- $\rho = 1000$ Kilogramm das Gewicht von einem Kubik-Meter Wasser;
- $g = 9.809^m$ die Endgeschwindigkeit nach der ersten Sekunde beim freien Fall der Körper;
- E_n der Nutzeffekt des Rades in Kilgm.;
- H das Gefälle. Wenn das Rad im Unterwasser nicht eintaucht, muss unter dem Gefälle die vertikale Höhe des Wasserspiegels im Zuleitungskanal über der Ebene verstanden werden, in welcher die Mittelpunkte der Oeffnungen der Radkanäle liegen. Ist hin-

gegen das Rad im Unterwasser eingetaucht, so ist das Gefälle der Vertikalabstand der Wasserspiegel im obern und untern Kanal;

h die Tiefe der Tauchung des Rades, worunter wir die Tiefe der Ebene, in welcher die Mittelpunkte der Oeffnungen der Radkanäle liegen, unter dem Wasserspiegel im Abflusskanal verstehen wollen. Taf. 13, Fig. 1.

Nach diesen Vorbereitungen wenden wir uns nun zur Entwicklung der Theorie.

Da wir voraussetzen, dass das Wasser die Kanäle des Einlaufrades und des Turbinenrades ganz ausfüllt, so sind $\Omega, \Omega_2, \Omega_1$ gleich den Querschnitten der Wasserkörper, und man hat daher:

$$Q = \Omega U k = \Omega_2 u_2 = \Omega_1 u_1 k_1 \dots \dots \dots (1)$$

Da wir die Reibungswiderstände und Störungen, die in der Bewegung des Wassers vorkommen, ganz vernachlässigen, erfolgt der Austritt des Wassers aus dem Einlaufrad wie aus einer unter Wasser befindlichen Oeffnung, deren Mittelpunkt in einer Tiefe $\frac{\mathcal{A}}{1000} + H + h$ unter dem oberen und in einer Tiefe $\frac{q}{1000}$ unter dem unteren Wasserspiegel sich befindet; man hat daher:

$$U = \sqrt{2g \left[\frac{\mathcal{A}}{1000} + H + h - \frac{D}{1000} \right]}$$

oder

$$\frac{U^2}{2g} = \frac{(\mathcal{A} - D)}{1000} + H + h \dots \dots \dots (2)$$

Nennen wir v die relative Geschwindigkeit eines aus dem Einlaufrad austretenden Wassertheilchens gegen den inneren Umfang des Turbinenrades und n den Winkel dieser relativen Geschwindigkeit gegen den inneren Radumfang, so hat man zur Bestimmung dieser zwei Grössen folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{v}{U} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{v_2}{U} &= \frac{\sin [\pi - (\alpha + \beta)]}{\sin n} = \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin n} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Auch ist:

$$v^2 = v_2^2 + U^2 - U v_2 \cos \alpha$$

Da wir nun verlangen, dass der Uebertritt des Wassers aus dem Einlaufrad in das Turbinenrad ohne Stoss erfolgen soll, so muss die relative Richtung des Wassers gegen das Rad mit der Richtung der Radschaufeln übereinstimmen, muss also $n = \beta$ sein und muss ferner die relative Geschwindigkeit v des austretenden Wassers gleich sein der relativen Geschwindigkeit u_2 des Wassers gegen die Radkurven. Wir erhalten also die Bedingungen, bei deren Erfüllung der Uebertritt des Wassers ohne Stoss erfolgt, wenn wir in den Ausdrücken (3) $v = u_2$ und $n = \beta$ setzen.

Diese Bedingungen sind also (siehe Tafel 13, Fig. 2, $\overline{AB} = U, \overline{AC} = v_2, \overline{AD} = u_2$):

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_2}{U} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{v_2}{U} &= \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta} \\ u_2^2 &= v_2^2 + U^2 - 2 v_2 U \cos \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Eigentlich sind es nur zwei Bedingungsgleichungen, denn die letztere der Gleichungen (4) ist eine Folge der beiden ersteren.

Nun müssen wir die relative Geschwindigkeit u_1 des Wassers gegen die Schaufeln am äusseren Umfang des Rades bestimmen, und hierzu bedienen wir uns eines Lehrsatzes aus der dynamischen Theorie der relativen Bewegung (Prinzipien der Mechanik, Seite 129), welche lautet: Wenn ein Punkt gezwungen ist, einem Kanal zu folgen, welcher sich um eine vertikale Axe dreht so erfolgt die relative Bewegung des Punktes gegen den Kanal gerade so, wie wenn der Kanal keine Bewegung hätte, und auf den Punkt nebst den wirklich vorhandenen Kräften auch noch nach radialer Richtung auswärts eine Kraft einwirkte, die gleich ist der sogenannten Centrifugalkraft.

Nennen wir q das Gewicht eines Wasseratoms, ω die Winkelgeschwindigkeit der Turbine, x die Entfernung des Wasseratoms von der Turbinenaxe in einem bestimmten Moment der Zeit, während welcher das Atom durch das Rad geht, so ist (Prinzipien der Mechanik, Seite 122):

$$\frac{q}{g} \omega^2 x$$

die Centrifugalkraft.

Die Arbeit, welche dieselbe entwickelt, während das Wasseratom von dem inneren Umfang des Rades bis an den äusseren gelangt, ist:

$$\int_{R_2}^{R_1} \frac{q}{g} \omega^2 x \, dx = \frac{q \omega^2}{2g} (R_1^2 - R_2^2) = \frac{q}{2g} (v_1^2 - v_2^2) \dots (5)$$

denn es ist $v_1 = R_1 \omega$, $v_2 = R_2 \omega$. Da diese Rechnung für jedes das Rad durchströmende Wassertheilchen gilt, so haben wir in dem letzten Ausdruck nur $1000 Q$ statt q zu setzen, um die Arbeit zu erhalten, welche die Centrifugalkraft auf die in jeder Sekunde durch das Rad strömende Wassermasse Q ausübt. Diese Arbeit ist demnach:

$$1000 \frac{Q}{2g} (v_1^2 - v_2^2) \dots (6)$$

Am inneren Umfang des Rades herrscht eine Pressung Ω , am äusseren Umfang wirkt ein Druck $\mathfrak{A} + 1000 h$. Das Wasser wird demnach durch die Differenz dieser Pressungen herausgetrieben und wird dabei gleichzeitig durch die Centrifugalkraft beschleunigt, wir haben daher zu setzen:

$$\frac{1000 Q}{2g} (u_1^2 - u_2^2) = 1000 Q \left[\frac{\Omega}{1000} - \frac{\mathfrak{A}}{1000} - h \right] + 1000 \frac{Q}{2g} (v_1^2 - v_2^2)$$

oder wenn man mit Q dividirt

$$u_1^2 - u_2^2 = 2g \left[\frac{\Omega}{1000} - \frac{\mathfrak{A}}{1000} - h \right] + (v_1^2 - v_2^2) \dots (7)$$

Es ist aber nicht zu vergessen, dass wir bei dieser Rechnung die Reibung des Wassers an den Kanalwänden und die mancherlei Verluste an lebendiger Kraft, die durch unregelmässige Durcheinander-Bewegungen der Wasseratome entstehen, vernachlässigt haben.

Die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad verlässt, ist die Resultirende aus der relativen Geschwindigkeit u_1 des Wassers gegen die äusseren Enden

der Radschaufeln und aus der absoluten Umfangsgeschwindigkeit v_1 des Rades; man hat daher (Tafel 13, Fig. 2, $\overline{A_1 D_1} = u_1$, $\overline{A_1 C_1} = v_1$, $\overline{A_1 B_1} = w$):

$$w^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2 u_1 v_1 \cos \gamma \dots (8)$$

Für die vortheilhafteste Wirkung des Wassers auf das Rad muss w verschwinden, was nur dann der Fall ist, wenn man hat:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= v_1 \\ \gamma &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

Durch die Gesammtheit der gewonnenen Resultate werden die Bedingungen, bei deren Erfüllung eine vortheilhafte Wirkung des Wassers statt finden kann, analytisch ausgedrückt. Wir wollen diese Bedingungsgleichungen für die weitere analytische Umformung zusammenstellen, und jeder die Nummer beisetzen, welche dieselbe bei der Herleitung erhalten hat.

a. Die Bedingungen, dass das Wasser alle Kanäle ausfüllt, sind:

$$Q = \Omega U k = \Omega_2 u_2 = \Omega_1 u_1 k_1 \dots (1)$$

b. Der Austritt des Wassers aus dem Leitapparat gibt:

$$U^2 = 2g \left[\frac{\mathfrak{A} - \Omega}{1000} + H + h \right] \dots (2)$$

c. Die Bedingungen, bei deren Erfüllung der Uebertritt des Wassers aus dem Einlauf- in das Turbinenrad ohne Stoss erfolgt, sind:

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_2}{U} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{v_2}{U} &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \\ u_2^2 &= v_2^2 + U^2 - 2 v_2 U \cos \alpha \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

d. die Bewegung des Wassers durch das Rad unter dem Einfluss der Centrifugalkraft und dem Einfluss der an den Radumfängen herrschenden Pressungen, wird durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$u_1^2 - u_2^2 = 2g \left[\frac{\Omega}{1000} - \frac{\mathfrak{A}}{1000} - h \right] + (v_1^2 - v_2^2) \dots (7)$$

e. Damit der Austritt des Wassers aus dem Rad ohne Geschwindigkeit erfolgt, muss sein:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= v_1 \\ \gamma &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

Diese Gleichungen sprechen noch nicht; wir müssen sie weiter analytisch verarbeiten.

Durch Addition der Gleichungen (2) und (7) folgt:

$$U^2 + u_1^2 - u_2^2 = 2 g H + v_1^2 - v_2^2$$

Berücksichtigt man die erste der Gleichungen (9) und führt für u_2^2 den Werth ein, den die dritte der Gleichungen 4 darbietet, so findet man:

$$0 = 2 g H - 2 v_2 U \cos \alpha$$

Setzt man für v_2 den Werth, der aus der zweiten der Gleichungen (4) folgt und sucht hierauf U, so findet man:

$$U = \sqrt{g H \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)}} \dots \dots \dots (10)$$

Führt man diesen Werth in die erste und zweite der Gleichungen (4) ein, so folgt:

$$v_2 = \sqrt{g H \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \alpha \sin \beta}} \dots \dots \dots (11)$$

$$u_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \sqrt{g H \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)}} \dots \dots \dots (12)$$

Aus (2) und (10) folgt durch Elimination von U

$$\frac{\Omega}{1000} = \frac{A}{1000} + h + H \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)} \right) \dots \dots \dots (13)$$

Statt der Gleichungen (1) kann man schreiben:

$$Q = \Omega U k$$
$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = \frac{U}{u_1} = \frac{U}{v_1} = \frac{U}{v_2} \frac{R_2}{R_1}$$
$$\frac{\Omega_2}{\Omega k} = \frac{U}{u_2}$$

oder wenn man für $\frac{U}{v_2}$ und $\frac{U}{u_2}$ die Werthe setzt, welche aus (4) folgen:

$$Q = \Omega U k$$
$$\left. \begin{aligned} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} &= \frac{R_2}{R_1} \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \\ \frac{\Omega_2}{\Omega k} &= \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

Diese 7 Gleichungen enthalten 16 verschiedene Grössen; es bleiben also 9 derselben unbestimmt. Nun sind $g A h k k_1 Q H$ gegebene Grössen, daher bleiben nur noch 2 unbestimmt, und für diese ist es am angemessensten, α und β zu wählen.

Wenn also die Grössen $g A h k k_1 Q H$ gegeben sind und die Winkel α und β passend angenommen werden, so kann man vermittelst der Gleichungen (10) bis (14) diejenigen Werthe von $U v_2 u_2 \Omega \Omega_1 \Omega_2$ berechnen, welche dem absoluten Maximum

des Effektes entsprechen würde, wenn keine Reibungen und auch keine Störungen in der Bewegung des Wassers vorkämen.

Die Winkel α und β sind nur innerhalb gewisser Grenzen willkürlich; sie müssen nämlich so gewählt werden, dass die Ausdrücke 10 bis 14 positive und endliche reelle Werthe geben. Dies ist der Fall, wenn $\alpha < 90$ und $\alpha + \beta < 180$ angenommen wird.

Würde $\alpha > 90$ und $\alpha + \beta > 180$ genommen, so können zwar die Werthe von $U v_2 u_2$ reell ausfallen, aber die zweite der Gleichungen 14 gibt dann für Ω_1 einen negativen Werth.

Wird $\alpha < 90$ ($\alpha + \beta > 180$) genommen, so wird v_2 und U imaginär und Ω_1 negativ

Wird endlich $\alpha > 90$ $\alpha + \beta < 180$ genommen, so wird v_2 und U imaginär und Ω_1 wird positiv unendlich.

Die verschiedenen Anordnungen, welche man erhält, wenn den Winkeln α und β innerhalb der Grenzen $\alpha < 90$, $\alpha + \beta < 180$ alle möglichen Werthe ertheilt werden, lassen sich in drei Klassen eintheilen.

Die erste Klasse umfasst alle diejenigen Anordnungen, für welche

$$2 \alpha + \beta < 180$$

ist. In diesem Falle wird:

$$U < \sqrt{2 g H}$$
$$\Omega > A + 1000 h$$

denn es ist:

$$\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)} = 2 \frac{\sin \beta}{\sin (2 \alpha + \beta) + \sin \beta} < 2$$

Bei dieser Klasse von Turbinen strömt also das Wasser aus den Leitschanfeln mit einer Geschwindigkeit aus, die kleiner ist, als diejenige, welche der Gefällshöhe entspricht, und die wechselseitige Pressung der Wassertheilchen am innern Umfang des Rades fällt grösser aus, als der atmosphärische Druck.

Zur zweiten Klasse gehören diejenigen Turbinen, für welche $2 \alpha + \beta = 180$ ist. Dann wird wegen

$$\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)} = 2 \frac{\sin \beta}{\sin (2 \alpha + \beta) + \sin \beta} = 2$$
$$U = \sqrt{2 g H}$$
$$\Omega = A + 1000 h$$

Bei dieser Klasse strömt demnach das Wasser mit einer Geschwindigkeit aus, die gleich ist derjenigen, welche dem Gefälle entspricht.

Die dritte Klasse ist endlich diejenige, für welche $2 \alpha + \beta > 180$ ist. Dann wird wegen

$$\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)} = 2 \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + 2 \beta) + \sin \beta} > 2$$
$$U > \sqrt{2 g H}$$
$$\Omega < A + 1000 h$$

Das Wasser strömt also in diesem Falle mit einer Geschwindigkeit aus, die grösser ist, als jene, welche dem Gefälle entspricht.

Wir werden in der Folge zeigen, dass nur die Turbinen der ersten Klasse praktisch gute Effekte zu geben vermögen, weil nur bei diesen gewissen Nebenbedingungen, die in unserer unvollkommenen Theorie nicht vorkommen, entsprochen werden kann.

Vom theoretischen Standpunkt aus können wir die Turbine von *Cadiat* und die *Schott'sche* Turbine als *Fourneyron'sche* Turbinen ohne Leitschaufeln ansehen, bei welchen das Wasser nach radialer Richtung ausströmt, also der Winkel $\alpha = 90^\circ$ ist. Allein für diesen Werth von α geben einige der Ausdrücke 10 bis 14 unendliche Werthe, woraus hervorgeht, dass diese beiden Turbinen den Bedingungen des absoluten **Effekt-Maximums** nicht zu entsprechen vermögen, also schon vom theoretischen Standpunkt aus unvollkommene Anordnungen genannt werden müssen.

Die später folgende allgemeine Theorie der *Fourneyron'schen* Turbine wird uns belehren, welche Bedingungen erfüllt werden müssen, damit die Turbine von *Cadiat* und die *Schott'sche* Turbine wenigstens erträgliche Effektleistungen hervorzubringen vermögen.

Wir werden in der Folge die aufgefundenen Bedingungsgleichungen 10 bis 14 zur Aufstellung von Regeln benützen, mittelst welchen die Dimensionen von neu zu erbauenden Turbinen berechnet werden können. Vorerst wollen wir aber die genauere Theorie der Turbine entwickeln.

Allgemeine und genaue Theorie der Fourneyron'schen Turbine.

Diese allgemeinere und genauere Theorie, welche wir nun entwickeln wollen, unterscheidet sich von der im Vorhergehenden behandelten in mehreren Dingen. Wir nehmen abermals an, dass das Wasser die Kanäle vollkommen ausfülle, suchen jedoch alle durch Reibungen, durch plötzliche Geschwindigkeitsänderungen und durch sonstige Störungen entstehenden Verluste in Rechnung zu bringen. Dann aber wollen wir zu bestimmen suchen, wie bei einer Turbine von beliebigen Abmessungen, und bei beliebiger jedoch gleichförmiger Drehung des Rades die Bewegung des Wassers durch die ganze Maschine erfolgt, und wie gross der Nutzeffekt ausfällt.

Die früher gewählten Bezeichnungen werden beibehalten, einige neue werden wir im Verlauf der Untersuchung hinzufügen.

Die Bedingung, dass das Wasser den Querschnitt der Kanäle ausfüllt, ist auch hier wie früher:

$$Q = \Omega U K = \Omega_2 u_2 = \Omega_1 u_1 k_1 \dots \dots \dots (1)$$

Wenn das Wasser die Kanäle nicht ausfüllt, ist diese Gleichung nur dann richtig, wenn man für Ω , Ω_2 , Ω_1 die Querschnitte der Wasserkörper setzt, nicht aber die Querschnitte der Kanäle.

Auf seinem Weg bis an den Umfang des Leitapparates erleidet das Wasser durch Reibungen, Ablenkungen, plötzliche Geschwindigkeitsänderungen mancherlei kleine Störungen. Es sei ζ der hierdurch entstehende Gefällverlust, dann haben wir für den Austritt des Wassers aus dem Einlauf folgende Gleichung:

$$\frac{U^2}{2g} = \frac{A}{1000} + H + h - \zeta - \frac{\Omega}{1000} \dots \dots \dots (2)$$

Zerlegt man die Geschwindigkeit U in eine radiale und in eine tangential, so ist erstere $U \sin \alpha$, letztere $U \cos \alpha$. Zerlegt man die Geschwindigkeit u_2 nach radialer und nach tangentialer Richtung, so ist erstere $u_2 \sin \beta$, letztere $u_2 \cos \beta$. Das Quadrat der relativen Geschwindigkeit des Wassers unmittelbar vor seinem Eintritt ist demnach:

$$(U \sin \alpha - u_2 \sin \beta)^2 + [U \cos \alpha - (v_2 - u_2 \cos \beta)]^2$$

und da nach dem Prinzip von *Carnot**) die lebendige Kraft, welche dieser relativen Geschwindigkeit entspricht, durch den stossweisen Uebertritt verloren geht, so entsteht ein Verlust J an lebendiger Kraft, die durch folgenden Ausdruck bestimmt wird:

$$J = \frac{1000 Q}{2g} \left\{ (U \sin \alpha - u_2 \sin \beta)^2 + [U \cos \alpha - (v_2 - u_2 \cos \beta)]^2 \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Nun ist aber wegen der Beziehungen (1)

$$U = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} u_1, \quad u_2 = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} u_1$$

Setzt man diese Ausdrücke in (3) und nennt zur Abkürzung

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha - \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta &= n \\ \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta &= m \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

so erhält man:

$$J = \frac{1000 Q}{2g} \left[(m u_1 - v_2)^2 + n^2 u_1^2 \right] \dots \dots \dots (5)$$

Wenn wir alle fördernden und störenden Einflüsse so genau als möglich berücksichtigen, erhalten wir zur Bestimmung der relativen Geschwindigkeit u_1 folgende Gleichung:

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_1^2}{2g} &= \frac{1}{2g} \left[U^2 + v_2^2 - 2U v_2 \cos \alpha \right] - \frac{1}{2g} \left[(m u_1 - v_2)^2 + n^2 u_1^2 \right] + \\ &+ \frac{\Omega}{1000} - \left(\frac{A}{1000} + h \right) + \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} \right) - \lambda \frac{f}{\Omega_1} u_1^2 - \mu u_1^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots (6)$$

Dabei haben die einzelnen Glieder folgende Bedeutung. Das Glied $U^2 + v_2^2 - 2U v_2 \cos \alpha$ ist das Quadrat der relativen Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser unmittelbar vor seinem Eintritt in das Rad gegen den innern Radumfang hinströmt.

Das Glied $(m u_1 - v_2)^2 + n^2 u_1^2$ drückt den Verlust aus, der durch den stossweisen Eintritt des Wassers in das Rad entsteht.

Das Glied $\frac{\Omega}{1000}$ drückt den Einfluss der am inneren Umfang des Rades herrschenden Pressung aus. Das Glied $-\left(\frac{A}{1000} + h\right)$ bestimmt den Einfluss, der am äusseren Umfang des Rades herrschenden Pressung.

Das Glied $\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$ bestimmt den Einfluss der Centrifugalkraft (Siehe Seite 30).

Durch das Glied $-\lambda \frac{f}{\Omega_1} u_1^2$ kann annähernd der Einfluss der Reibung des Wassers an den Kanalwänden ausgedrückt werden. Dabei ist $\lambda = 0.00035$ eine Constante, f die Summe der inneren Flächen sämtlicher Radkanäle, Ω_1 die Summe der Querschnitte sämtlicher Radkanäle am äusseren Umfang des Rades. Dieser Ausdruck ist nicht ganz genau, denn die Widerstandshöhe, welche der Reibung entspricht, wird strenger

*) Prinzipien der Mechanik, 2. Auflage, Seite 164.

genommen durch ein Binom von der Form $\alpha u + \beta u^2$ ausgedrückt, allein weil bei Turbinen die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Radkanäle eine beträchtliche ist, so ist der Betrag von αu gegen βu^2 sehr klein, kann also αu gegen βu^2 vernachlässigt werden. Sodann ändert sich die Geschwindigkeit des Wassers gegen die Schaufel, müsste also streng genommen der Einfluss der Reibung mit Rücksicht auf diese Veränderlichkeit berechnet werden; da aber durch u_1 nicht sehr viel von u_2 verschieden ist, so begeht man keinen merklichen Fehler, wenn man die Reibung so berechnet, wie wenn das Wasser mit einer unveränderlichen Geschwindigkeit u_1 durch das Rad flosse.

Durch das Glied $-\mu u_1^2$ können wir annähernd den Einfluss ausdrücken, der durch zufällige Unregelmässigkeit in der Bewegung des Wassers ausgeübt wird. Dabei ist μ eine allerdings nicht scharf bestimmbare constante Grösse, die je nach Umständen schätzungsweise in Rechnung zu bringen ist.

Zur Bestimmung der absoluten Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad verlässt, haben wir die Gleichung:

$$w^2 = u_1^2 + v_2^2 - 2 u_1 v_2 \cos \gamma \dots \dots \dots (7)$$

Endlich erhalten wir für den Nutzeffekt des Rades nachstehenden Werth:

$$\left. \begin{aligned} E_n &= 1000 Q H - 1000 Q \zeta - \frac{1000 Q}{2g} [(m u_1 - v_2)^2 + n^2 u_1^2] \\ &\quad - \frac{1000 Q}{2g} (u_1^2 + v_2^2 - 2 u_1 v_2 \cos \gamma) \\ &\quad - 1000 Q \lambda \frac{f}{\Omega_1} u_1^2 \\ &\quad - 1000 Q \mu u_1^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

Die Bedeutung der einzelnen Glieder dieser Gleichung wird man leicht verstehen, wenn man die Erklärungen beachtet, durch welche die Gleichung (6) erläutert wurde.

Nun handelt es sich um die analytische Verarbeitung der Gleichungen (1) bis (8).

Durch Addition von (2) und (6) findet man:

$$\frac{U^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} = \frac{1}{2g} (U^2 - v_2^2 - 2 U v_2 \cos \alpha) + H - \zeta + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} - \frac{1}{2g} [(m u_1 - v_2)^2 + n^2 u_1^2] - \lambda \frac{f}{\Omega_1} u_1^2 - \mu u_1^2$$

Durch weitere Entwicklung und Reduktion findet man leicht:

$$u_1^2 [1 - m^2 - n^2] + 2 v_2 [U \cos \alpha - m u_1] - 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu \right) u_1^2 = 2g (H - \zeta) + v_1^2 - v_2^2 \quad (9)$$

Allein wegen der Ausdrücke (1) und (4) ist:

$$\begin{aligned} U \cos \alpha &= u_1 \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha \\ U \cos \alpha - m u_1 &= u_1 \left[\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha - m \right] = - \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta u_1 \end{aligned}$$

Hierdurch wird die Gleichung (9):

$$u_1^2 \left[1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu \right) \right] - 2 \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta v_2 u_1 = 2g (H - \zeta) + v_1^2 - v_2^2 \quad (10)$$

und hieraus folgt: wenn man u_1 sucht:

$$u_1 = \frac{\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta v_2 + \sqrt{v_1^2 - v_2^2 + 2g (H - \zeta)}}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu \right)} + \frac{\frac{\Omega_1^2 k_1^2}{\Omega_2^2} \cos^2 \beta v_2^2}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu \right)} \quad (11)$$

und nun findet man ferner wegen $U = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} u_1$

$$u = \frac{\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta v_2 + \sqrt{v_1^2 - v_2^2 + 2g (H - \zeta)}}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu \right)} + \frac{\frac{\Omega_1^2 k_1^2}{\Omega_2^2} \cos^2 \beta v_2^2}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu \right)} \quad (12)$$

Die Gleichung (8) für den Effekt kann geschrieben werden, wie folgt:

$$E_n = 1000 Q [H - \zeta] - \frac{1000 Q}{2g} [(m u_1 - v_2)^2 + n^2 u_1^2 + u_1^2 + v_2^2 - 2 u_1 v_2 \cos \gamma + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu \right) u_1^2]$$

oder wenn man entwickelt:

$$E_n = 1000 Q [H - \zeta] - \frac{1000 Q}{2g} \left\{ u_1^2 \left[1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu \right) \right] + v_2^2 + v_1^2 - 2 u_1 (m v_2 + v_1 \cos \gamma) \right\}$$

Mit Berücksichtigung von (10) wird dieser Ausdruck:

$$E_n = 1000 Q [H - \zeta] - \frac{1000 Q}{2g} \left\{ 2g (H - \zeta) + v_1^2 - v_2^2 + 2 \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta v_2 u_1 + v_1^2 + v_2^2 - 2 u_1 (m v_2 + v_1 \cos \gamma) \right\}$$

und durch weitere Reduktionen:

$$E_n = -1000 \frac{Q}{2g} v_2^2 \left\{ 1 + \left[\left(\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta - m \right) \frac{v_2}{v_1} - \cos \gamma \right] \frac{u_1}{v_1} \right\}$$

Allein vermöge der zweiten der Gleichungen (4) ist:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta - m = - \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha$$

und hierdurch wird der Ausdruck für E_n

$$\frac{E_n}{1000 Q H} = \frac{v_2^2}{g H} \left\{ \left(\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \frac{R_2}{R_1} \cos \alpha + \cos \gamma \right) \frac{u_1}{v_1} - 1 \right\} \dots \dots \dots (13)$$

wobei noch bemerkt werden muss, dass für $\frac{v_2}{v_1} \frac{R_2}{R_1}$ gesetzt wurde.

Setzt man in (13) $\frac{u_1}{v_1}$ den Werth, der aus 11 folgt und berücksichtigt abermals, dass

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{R_2}{R_1}$ ist, so findet man:

$$\frac{E_n}{1000 Q H} = \frac{v_1^2}{g H} \left\{ \frac{\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \frac{R_2}{R_1} \cos \alpha + \cos \gamma}{1 - m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + u \right)} \left[\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \frac{R_2}{R_1} \cos \beta + \sqrt{1 - \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 + \frac{2g(H-\zeta)}{v_1^2}} \right] + \frac{\Omega_1^2 k_1^2 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \cos^2 \beta}{\Omega_2^2} \right\} - 1 \quad (14)$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$\left. \begin{aligned} 1 - \frac{\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \cos \gamma}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + u \right)} \frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta &= A \\ \frac{\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \cos \gamma}{\sqrt{1 - m^2 - n^2 - 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + u \right)}} &= B \\ 1 - \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 - \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta \right)^2}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + u \right)} &= C \\ \frac{\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta}{1 - m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + u \right)} &= D \\ \frac{v_1^2}{2gH} &= x \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

so können die Gleichungen (11), (12) und (14) geschrieben werden, wie folgt:

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_1}{v_1} &= D - \sqrt{\frac{C + \frac{1}{x} \left(1 - \frac{\zeta}{H} \right)}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + u \right)}} \\ \frac{U}{\sqrt{2gH}} &= \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \left\{ D \sqrt{x} - \sqrt{\frac{Cx + 1 - \frac{\zeta}{H}}{1 - m^2 - n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + u \right)}} \right\} \\ \frac{E_n}{1000 Q H} &= -2Ax - 2B \sqrt{\left(1 - \frac{\zeta}{H} \right) x} + Cx^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Durch diese Gleichungen mit Berücksichtigung der Ausdrücke (14) und (15) kann zunächst berechnet werden, wie das Wasser durch die Turbine strömt und welchen Effekt es entwickelt, wenn im Beharrungszustand eine gewisse Umfangsgeschwindigkeit v_1

vorhanden ist. Diese Gleichungen dienen also zunächst zur Beurtheilung einer bestehenden oder entworfenen Turbine, deren sämtliche Abmessungen bekannt sind.

Aus der zweiten der Gleichungen (16) erkennt man den Einfluss der Abmessungen des Rades und seiner Geschwindigkeit auf die Austrittsgeschwindigkeit U . So wie die Geschwindigkeit des Rades zunimmt, wächst x und mithin auch U . Wenn die Höhe der Schützenöffnung geändert wird, ändert sich auch die Austrittsgeschwindigkeit. Bei der Fourneyron'schen Turbine ändert sich mit der Höhe der Schützenöffnung der Werth von Ω_2 ; Ω_2 und Ω_1 blieben hingegen ungeändert. Wird der Schützen mehr aufgezo-gen, so wächst auch Ω , die Werthe von m und n nehmen ab, und C und D werden etwas grösser, allein nicht in dem Maasse als Ω zunimmt. Wird die Höhe der Schützenöffnung vermindert, so nimmt Ω ab, m und n werden grösser, C und D kleiner, aber wiederum nicht in dem Maasse als Ω kleiner geworden ist. Die Ausflussgeschwindigkeit U wächst also bei dieser Turbine, wenn die Höhe der Schützenöffnung kleiner gemacht wird und nimmt ab, wenn der Schützen mehr aufgezo-gen wird.

Bei der Cadiat'schen und Schott'schen Turbine sind die Vorrichtungen zur Regulirung der Wassermenge, welche man auf das Rad wirken lassen will, am äusseren Umfange angebracht. Bei diesen Turbinen sind also die Werthe von Ω und Ω_2 constant, und Ω_1 wird grösser oder kleiner gemacht, je nachdem man mehr oder weniger Wasser auf das Rad wirken lassen will. Bei diesen Turbinen ändert sich m und n in dem Sinne und Maasse als sich Ω ändert, C und D dagegen im entgegengesetzten Sinne, und in geringerem Maasse. Die zweite der Gleichungen (16) zeigt daher, dass bei dieser Turbine die Aenderungen von U und die Aenderung von Ω_1 in demselben Sinne erfolgen.

Da alle in dieser Gleichung erscheinenden Grössen nur Verhältnisszahlen sind, so geht daraus hervor, dass das Verhältniss $\frac{U}{\sqrt{2gH}}$ nicht von den absoluten Dimensionen der Maschine, sondern nur von den Verhältnissen derselben abhängt. Bei zwei geometrisch ähnlich konstruirten Maschinen ist daher das Verhältniss $\frac{U}{\sqrt{2gH}}$ gleich gross.

Aus der letzteren der Gleichungen (16) folgt, dass der Effekt nicht nur für $x = 0$ (wenn das Rad ruht), sondern auch für einen zweiten endlichen Werth von x verschwindet. Nennt man diesen speziellen Werth von x x_0 , so hat man zur Bestimmung desselben

$$-2A + 2B \sqrt{\left(1 - \frac{\zeta}{H} \right) \frac{1}{x_0}} + C = 0$$

Hieraus folgt:

$$x_0 = \frac{1 - \frac{\zeta}{H}}{\left(\frac{A}{B} \right)^2 - C} \quad (17)$$

Es ist klar, dass dieser Werth von x derjenigen Geschwindigkeit entspricht, welche das Rad annimmt, wenn es, ohne irgend einen Widerstand zu überwinden, der Einwirkung des Wassers ausgesetzt wird. Numerische Rechnungen werden in der Folge zeigen, dass diese Geschwindigkeit noch doppelt so gross ist, als diejenige, bei welcher das Maximum der Effektleistung eintritt.

Da es nun zwei Geschwindigkeiten gibt, bei welchen der Effekt verschwindet, und innerhalb dieser Grenzen stetige Aenderungen des Effektes vorkommen, so muss es nothwendigerweise eine gewisse Geschwindigkeit geben, bei welcher eine Turbine von bestimmten Abmessungen das Maximum des Effektes liefert.

Wir wollen diese Geschwindigkeit und alles was damit zusammenhängt zu bestimmen suchen.

Die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Turbine ist diejenige, für welche der Werth des Differenzialquotienten $\frac{d}{dx} \left(\frac{E_n}{1000 Q H} \right)$ verschwindet.

Aus der dritten der Gleichungen (16) folgt:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{E_n}{1000 Q H} \right) = -2A + 2B \frac{1 - \frac{\zeta}{H} + 2Cx}{2 \sqrt{\left(1 - \frac{\zeta}{H}\right)x + Cx^2}}$$

Setzt man diesen Ausdruck gleich Null, und bezeichnet mit $(x)_{max}$, die Wurzel dieser Gleichung, so findet man:

$$(x)_{max} = \frac{1 - \frac{\zeta}{H}}{2C} \left[-1 + \sqrt{1 - \left(\frac{B}{A}\right)^2} \right] \dots \dots \dots (18)$$

Bezeichnet man durch $\left(\frac{E_n}{1000 Q H}\right)_{max}$, $(v_1)_{max}$, $(U)_{max}$, diejenigen Werthe von $\frac{E_n}{1000 Q H}$, v_1 , U , welche für $x =$ gleich $(x)_{max}$, hervortreten, so erhält man zunächst aus der dritten der Gleichungen (16), wenn man für x die Werthe (18) substituirt:

$$\left(\frac{E_n}{1000 Q H}\right)_{max} = \frac{A}{C} \left(1 - \frac{\zeta}{H}\right)^2 - \sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A}\right)^2} \dots \dots \dots (19)$$

und dann wird ferner

$$(v_1)_{max} = \sqrt{(x)_{max}} \cdot \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (20)$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}}\right)_{max} = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \left[D \sqrt{(x)_{max}} + \sqrt{\frac{1 - \frac{\zeta}{H} + C(x)_{max}}{1 - m^2 + n^2 - 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + a\right)}} \right] \dots \dots (21)$$

Diese Resultate könnten benutzt werden, um die Bedingungen ausfindig zu machen, bei deren Erfüllung der Nutzeffekt einer Fourneyron'schen Turbine gleich würde dem absoluten Effekt 1000 Q H der Wasserkraft. Allein da diese Bedingungen bereits früher (Seite 26 bis 32) direkt aufgesucht wurden, und ihre Herleitung aus den Gleichungen (8) bis (21) ziemlich weitläufige Rechnungen verursacht, so wollen wir diese Herleitung unterlassen.

Wie die bis hierher gewonnenen Resultate benutzt werden können, theils zur Prüfung von bestehenden oder entworfenen, theils zur Berechnung von neu zu erbauenden Turbinen, wird in der Folge gezeigt werden.

Theorie der Turbine von Cadiat.

Wir haben die Einrichtung dieser Turbine bereits früher Seite 9 beschrieben und wissen, dass sie sich von einer Fourneyron'schen im Wesentlichen nur dadurch unterscheidet, dass sie keine Leitschaufeln hat. Das Wasser strömt deshalb bei der Turbine von Cadiat nach radialer Richtung aus dem Zuleitungscylinder nach dem inneren Umfang des Rades hin. Ganz genau ist das so eben Gesagte nicht; das Wasser bildet schon in seiner Bewegung durch den Maschinencylinder grössere und kleinere Wirbel, und wenn die Turbine mit keinem Teller versehen ist, wird das Wasser durch die Reibung an dem sich drehenden Turbinenkörper von der radialen Richtung abgelenkt. Allein all diese Vorgänge lassen sich ja doch nicht in Rechnung bringen, und man wird sich von der Wahrheit nicht weit entfernen, wenn man bei der Turbine von Cadiat eine radiale Einströmung des Wassers in das Rad in Rechnung bringt, mithin für alle Wassertheilchen $\alpha = 90^\circ$ setzt. Unter dieser Voraussetzung geben die Gleichungen (10) und (11) Seite 32:

$$v_2 = \infty \quad U = \infty$$

was darauf hindeutet, dass eine Turbine ohne Leitschaufeln den Bedingungen des absolut besten Effektes nicht entsprechen kann, dass also die Turbine von Cadiat eine selbst in theoretischer Hinsicht unvollkommene Anordnung genannt werden muss, und dieses theoretische Urtheil hat auch die Erfahrung bestätigt; denn diese Turbinen haben der Praxis nicht entsprochen und werden heut zu Tage nicht mehr ausgeführt. Da es nicht möglich ist, der Bedingung wegen der vortheilhaftesten Geschwindigkeit zu entsprechen, so wollen wir wenigstens suchen, die Stösse, welche bei dem Eintritt in das Rad entstehen können, zu beseitigen.

Die Gleichung (5), Seite 35, bestimmt den Verlust, der durch den stossweisen Eintritt des Wassers in das Rad entstehen kann. Dieser Verlust verschwindet, wenn ist:

$$\left. \begin{aligned} m u_1 - v_2 &= 0 \\ n &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

Diese Bedingungen erhalten mit Berücksichtigung der Ausdrücke (4), Seite 35, wenn man $\alpha = 90^\circ$ setzt, folgende Form:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta &= \frac{v_2}{u_1} = \frac{v_2}{v_1} \frac{v_1}{u_1} \\ \frac{\Omega_2 k_1}{\Omega k} - \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Da bei diesen Turbinen der Bedingung $u_1 = v_1$ nicht entsprochen werden kann, so müssen wir uns gefallen lassen, für $\frac{u_1}{v_1}$ einen von der Einheit abweichenden Werth in Rechnung zu bringen. Setzen wir daher:

$$\frac{u_1}{v_1} = p \dots \dots \dots (3)$$

und berücksichtigen, dass $\frac{v_2}{v_1} = \frac{R_2}{R_1}$ ist, so werden die Ausdrücke (2):

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{p}$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} - \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0$$

und hieraus folgt:

$$\left. \begin{aligned} \Omega_2 &= \Omega k \sin \beta \\ \Omega_1 k_1 &= \Omega k \frac{1}{p} \frac{R_2}{R_1} \tan \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

welche Gleichungen die Querschnitte der Radkanäle am inneren und äusseren Umfang des Rades bestimmen.

Vernachlässigt man die zufälligen Störungen in der Zuleitung im Rade und die Reibung des Wassers an den Radschaufeln, setzt demnach $\zeta = \lambda = \mu = 0$, so gibt die Gleichung (9), Seite 36, für $\alpha = 90^\circ$ und für $m u_1 - v_2 = 0, n = 0$:

$$u_1^2 = v_1^2 + 2 g H$$

oder wegen (3)

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 g H}{p^2 - 1}} \dots \dots \dots (5)$$

Zur Berechnung von U hat man:

$$U = u_1 \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = p v_1 \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = p v_1 \frac{1}{p} \frac{R_2}{R_1} \tan \beta = v_1 \frac{R_2}{R_1} \tan \beta$$

demnach wegen (5):

$$U = \frac{R_2}{R_1} \tan \beta \sqrt{\frac{2 g H}{p^2 - 1}} \dots \dots \dots (6)$$

Aus der Gleichung (8), Seite 36 folgt, wenn man in derselben $\zeta = \lambda = \mu = 0$ und $m u_1 - v_2 = 0, n = 0$ setzt:

$$\frac{E_n}{1000 Q H} = 1 - \frac{v_1^2}{2 g H} (1 + p^2 - 2 p \cos \gamma)$$

und wenn man für v_1 seinen Werth aus (5) einführt:

$$\frac{E_n}{1000 Q H} = 2 \frac{p \cos \gamma - 1}{p^2 - 1} \dots \dots \dots (7)$$

Da γ sehr klein ist, so darf man $\cos \gamma = 1$ setzen, dann wird:

$$\frac{E_n}{1000 Q H} = \frac{2}{p + 1} \dots \dots \dots (8)$$

Nimmt man $p = 1.5$, so wird $\frac{E_n}{1000 Q H} = 0.8$, was allerdings noch ganz günstig ist, allein es wäre zu gewagt, auf ein derartiges Rechnungsergebnis zu bauen, indem dabei so viele störende Einflüsse vernachlässigt wurden.

Vorausgesetzt, dass der Schützen bis zur Höhe des Rades aufgezogen wird, hat man mit ziemlicher Genauigkeit:

$$\Omega = 2 R_2 \pi \delta \quad \Omega_1 = i_1 s_1 \delta \quad \Omega_2 = 2 R_1 \pi \sin \beta$$

Durch Einführung dieser drei Werthe in die Gleichungen (4) wird die erste derselben identisch erfüllt und folgt aus der zweiten:

$$s_1 = \frac{2 R_2 \pi}{i_1} \frac{k}{k_1} \frac{1}{p} \frac{R_2}{R_1} \tan \beta \dots \dots \dots (9)$$

Wir werden in der Folge die für die Turbine von *Cadiat* gewonnenen Resultate weiter benutzen.

Theorie der Schott'schen Turbine.

Die *Schott'sche* Turbine kann in theoretischer Hinsicht als eine *Fourneyron'sche* Turbine angesehen werden, die keine Leitschaufeln und nur wenige Radkanäle hat.

Die Winkel, unter welchen die einzelnen Wasserfäden, aus denen man sich das in einen Radkanal fließende Wasser bestehend denken kann, den inneren Umfang des Rades durchschneiden, haben zwar alle Werthe von 0 bis 180°, allein die Axe des Kanales und die Mehrzahl jener Wasserfäden schneiden doch den inneren Umfang genau oder nahe unter einem rechten Winkel; wir müssen daher für diese Turbine nicht nur α , sondern auch β gleich 90° setzen. Hieraus geht hervor, dass bei dieser Turbine den Bedingungen des absolut besten Effektes noch weniger entsprochen werden kann, als bei der vorhergehenden, und in der That erhält man in diesem Fall aus der Gleichung (10) bis (14) Seite 32 für $\alpha = \beta = 90^\circ$ zwei Bedingungen:

$$\gamma = 0 \text{ und } \Omega_2 = k \Omega$$

die annähernd realisirbaren und zwei andere:

$$v_2 = \infty, \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{0} = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k}$$

die nicht verwirklicht werden können.

Für die relativ beste Einrichtung einer *Schott'schen* Turbine erhalten wir für

$$\alpha = \beta = 90^\circ \quad \gamma = 0 \quad \Omega_2 = k \Omega, \quad \zeta = \lambda = \mu = 0$$

aus (15), Seite 38 und (18), (19), (20), Seite 40, folgende Resultate:

$$m = 0, n = 0, A = 1, B = 1, C = 1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2, D = 0$$

$$(x)_{\max r} = \frac{1}{2} \frac{R_1^2}{R_2 (R_1 + R_2)} \dots \dots \dots (1)$$

oder weil $x = \frac{v_1^2}{2gH}$ ist:

$$\frac{v_1}{\sqrt{2gH}} = \frac{\frac{R_1}{R_2}}{\sqrt{2 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}} \dots \dots \dots (2)$$

ferner aus (19) und (21), Seite 40:

$$\left(\frac{E_n}{1000 Q H}\right)_{\max r} = \frac{1}{1 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{U}{\sqrt{2gH}} = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)} \dots \dots \dots (4)$$

Die Gleichung (3) zeigt, dass es vortheilhaft ist, den äusseren Halbmesser im Verhältniss zum inneren sehr gross anzunehmen, was auch sehr erklärlich ist, denn wenn $\frac{R_1}{R_2}$ gross ist, fällt die innere Umfangsgeschwindigkeit v_2 klein aus, kann daher das Wasser leichter in das Rad übertreten. Auch die Erfahrung hat dieses Ergebniss der Rechnung bestätigt. Die Empiriker haben lange herumgetastet, um ein geschicktes Verhältniss $\frac{R_1}{R_2}$ ausfindig zu machen, und haben schliesslich gefunden, dass dasselbe einen grossen Werth haben solle. Nehmen wir beispielsweise an, $\frac{R_1}{R_2} = 3$, so geben die zuletzt aufgestellten Formeln:

$$\frac{v_1}{\sqrt{2gH}} = 1.05 \quad \frac{E_n}{1000 Q H} = 0.75$$

Dieser Werth von $\frac{E_n}{1000 Q H}$ scheint nun allerdings günstig zu sein, allein man muss bedenken, dass diese ganze Theorie nur als eine rohe Annäherung an die Wahrheit anzusehen ist, und dass bei derselben gar manche störende Verhältnisse ausser Acht gelassen werden mussten, dass daher in der Wirklichkeit nicht so günstige Resultate erzielt werden können, als diese Rechnung gibt.

Vergleichung der theoretischen Resultate mit den Abmessungen und Erfahrungen über ausgeführte Turbinen.

Bekanntlich haben Morin und andere Ingenieure Versuche mit Turbinen angestellt, welche von Fourneyron erbaut worden sind. Die Resultate dieser Versuche sind zwar für eine schärfere Prüfung unserer Theorie nicht ganz geeignet, indem die Abmessungen theilweise nicht genau angegeben wurden, aber dessen ungeachtet treten die Abweichungen und Uebereinstimmungen zwischen unserer Theorie und den Erfahrungsthatfachen ziemlich sprechend hervor.

Um für alle folgenden Berechnungen das unbequeme Aufsuchen der Formeln zu beseitigen, ist von denselben die folgende Zusammenstellung gemacht. Ueber die Bedeutung der verschiedenen Zeichen gibt die Zusammenstellung Seite 28 Aufschluss.

Zusammenstellung der Formeln zur Berechnung der Turbinen von Fourneyron, Cadiat und der Schott'schen Turbine.

A. Formeln zu allgemeinen Berechnungen über Fourneyron'sche Turbinen.

Seite		Nr.
35	$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha - \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = n$	4
35	$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = m$	4

Seite	Formel	Nr.
-------	--------	-----

38	$A = 1 - \frac{\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \alpha + \cos \gamma}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu\right)} \frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_2}{\Omega_2} \cos \beta$	15
----	---	----

38	$B = \frac{\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \cos \gamma}{\sqrt{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu\right)}}$	15
----	---	----

38	$C = 1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta\right)^2}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu\right)}$	15
----	---	----

38	$D = \frac{\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \frac{R_2}{R_1} \cos \beta}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu\right)}$	15
----	---	----

38	$x = \frac{v_1^2}{2gH}$	15
----	-------------------------	----

38	$\frac{u_1}{v_1} = D + \sqrt{\frac{C + \frac{1}{x} \left(1 - \frac{\zeta}{H}\right)}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu\right)}}$	16
----	--	----

38	$\frac{U}{\sqrt{2gH}} = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \left\{ D \sqrt{x} + \sqrt{\frac{C x + 1 - \frac{\zeta}{H}}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu\right)}} \right\}$	16
----	--	----

38	$Q = \Omega U k$	16
----	------------------	----

38	$\frac{E_n}{1000 Q H} = -2 A x + 2 B \sqrt{\left(1 - \frac{\zeta}{H}\right) x + C x^2}$	16
----	---	----

39	$x_0 = \frac{1 - \frac{\zeta}{H}}{\left(\frac{A}{B}\right)^2 - C}$	17
----	--	----

Dieser Werth von x_0 entspricht derjenigen Geschwindigkeit, mit welcher sich eine Fourneyron'sche Turbine bewegt, wenn sie keinen Widerstand überwindet.

B. Formeln, welche sich auf die vorteilhafteste Geschwindigkeit einer Fourneyron'schen Turbine beziehen.

Seite	Formeln	Nr.
40	$(x)_{\max r} = \frac{1 - \frac{\xi}{H}}{2C} \left\{ -1 + \sqrt{1 - \left(\frac{B}{A}\right)^2 C} \right\}$	18
40	$\left(\frac{E_n}{1000QH}\right)_{\max r} = \frac{A}{C} \left(1 - \frac{\xi}{H}\right) \left\{ 1 - \sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A}\right)^2} \right\}$	19
40	$(v_1)_{\max r} = \sqrt{2gH} \sqrt{(x)_{\max r}}$	20
	$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}}\right)_{\max r} = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \left[D \sqrt{(x)_{\max r}} + \sqrt{\frac{1 - \frac{\xi}{H} + C(x)_{\max r}}{1 + m^2 + n^2 + 2g \left(\lambda \frac{f}{\Omega_1} + \mu\right)}} \right]$	21

C. Formeln, welche sich auf das absolute Maximum einer Fourneyron'schen Turbine beziehen.

31	$\gamma = 0$	9
31	$d = d_1$	9
32	$v_2 = \sqrt{gH} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \sin \beta}$	11
32	$U = \sqrt{gH} \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}$	10
32	$\frac{D}{1000} = \frac{H}{1000} + h + H \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}\right)$	13
32	$s_1 = s \frac{k}{k_1} \frac{i}{i_1} \frac{R_2}{R_1} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$	14

D. Formeln für die Turbine von Cadiat.

41	$\frac{u_1}{v_1} = p$	3
42	$v_1 = \sqrt{\frac{2gH}{p^2 - 1}}$	5
42	$U = \frac{R_2}{R_1} \tan \beta \sqrt{\frac{2gH}{p^2 - 1}}$	6

Seite	Formeln	Nr.
43	$s_1 = \frac{2 R_2 \pi \delta k}{i_1 \delta_1 k_1} \frac{1}{p} \frac{R_2}{R_1} \tan \beta$	9
43	$\frac{E_n}{1000QH} = 2 \frac{p \cos \gamma - 1}{p^2 - 1}$	7

E. Formeln für Schott'sche Turbinen.

43	$(x)_{\max r} = \frac{1}{2} \frac{1}{\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$	1
43	$\left(\frac{v_1}{\sqrt{2gH}}\right)_{\max r} = \frac{\frac{R_1}{R_2}}{\sqrt{2 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}}$	2
43	$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}}\right)_{\max r} = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}$	4
43	$\left(\frac{E_n}{1000QH}\right)_{\max r} = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$	3

Es folgen nun ferner zwei Tabellen über die Dimensionen von ausgeführten Turbinen.

Nr.	Ort der Aufstellung.	Name des Constructeurs.	Q Kbh. Met.	H in Meter	Ea in Meter	R ₁	R ₂	R ₃	α	β	γ	i	i ₁	n	n ₁	n ₂	d ₁	N	Bemerkungen.
1	Stöben in der Schweiz	Locher & Wüger.	0.92	1	12	9*	0.938	1.128	12°	135	10	45	72	0.018	0.030	0.025	0.350	20	* Messung.
2	Längenau "	Locher & Wüger.	1.02	5.5	120	84*	0.906	1.125	12°	135	10	45	72	0.021	0.06	0.021	0.18	50	* Messung.
3	Turinigen in Tyrol.	Escher & Comp.	0.128	7.6	127	84*	0.298	0.378	13°	90	10	36	36	0.005	0.037	0.005	0.04	700	* Messung.
4	St. Blasien.	Fourneyron.	0.034	10.8	47	?	0.098	0.155	15°	90	10	36	36	0.0021	0.0148	0.0021	0.015	2300	* Schätzung.
5	Augsburg.	"	2.00	1.25	33	25*	0.78	1.08	23°	90	20	24	36	0.082	0.13	0.044	0.2		
6	St. Maur.	"	0.75	3.45	38	30*	0.083	0.862	10	90	20	24	30	0.03	0.11	0.055	0.10	60	** Höhe von jeder der 3 Abtheilungen. * Schätzung.
7	Erlangen bei Karlsruhe.	"		3.78															** Höhe von jeder der 3 Abtheilungen. * nicht zuverlässig.
8	Neapel.	"	1.1*	3	44	30**	0.681	0.936	33°	90	20	30	30	0.078	0.135	0.072	0.116	48	* Nach der Messung von Morin, wenn der Schütz ganz aufgezogen ist.
9	Mühlbach.	"	0.661	8.1	71	50*	0.5	0.787	32°	90	15	24	36	0.048	0.09	0.025	0.15	115	* Nach der Messung von Morin, wenn der Schütz ganz aufgezogen ist. * Wahrscheinlich.
10	Augsburg.	"	2.68	3.92	129	?	0.715	1.045	?	90	15	24	36	?	0.114	0.029	0.438	55	* Höhe der inneren Abtheilung und ganze Höhe des Rados.
11	Lahrach.	"	0.907	1.52	18.3	?	0.405	0.655	35	90	24	24	32	0.012	0.030	0.033	0.08*	55	* Wenn der Schütz ganz aufgezogen ist. ** Schätzung.
12	Lahrach.	"	0.497	1.62	10.7	?	0.40	0.555	32	90	28	24	32	0.03	0.075	0.03	0.16	?	
13	Erlangen bei Karlsruhe.	Candl.	0.3*	3	12	0**	0.192	0.248	30	20	12°	12	12	0.03	0.015	0.13	240	* Wenn das Gefälle 1.5m beträgt. ** Nach einer Schätzung.	
14	Seydlitz.	"	3.23*	0.8	0.4	40**	1.5	1.65	90	25	10	30	30	0.09	0.07	0.5	20		

Über die Abmessungen ausgeführter Turbinen.

Tabelle I.

Tabelle II. Angabe über einige Schott'sche Turbinen.

Nr.	Ort der Aufstellung.	H	Q	R ₁	Ω ₁	N	E _a	E _n
1	Greenwich . .	9.14	0.614	1.13	0.0492	90	75	59
2	Greenwich . .	3.05	0.614	1.90	0.0824	33	25	18
3	Hawood . . .	9.14	0.222	0.92	0.0116	120	27	20
4	Wales	12.2	0.071	1.00	0.0046	120	11.5	8.0
5	Wales	15.2	0.019	1.06	0.0036	125	3.82	2.5
6	Yorkshire . .	3.05	0.142	0.875	0.0228	70	5.7	4
7	Yorkshire . .	4.88	0.188	0.875	0.0194	85	12.3	9
8	Killway . . .	11.28	0.849	1.75	0.0194	60	126	95

Die Werthe von Ω₁ sind nicht ganz zuverlässig, da die äusseren Oeffnungen der Radkanäle, je nach der Stellung der regulirenden Klappe, grösser oder kleiner sind. Wenden wir nun die erhaltenen Resultate auf diese Turbinen an.

Berechnungen über die Turbine von Mühlbach.

Mit dieser hat bekanntlich Morin Versuche angestellt, deren Ergebnisse in den „Experiences sur les roues hydrauliques a axe vertical appellées Turbines par Arthur Morin“ enthalten sind. Es ist zu bedauern, dass die Dimensionen dieser Maschine nicht vollständig angegeben sind, insbesondere fehlt ein Datum, nämlich die Summe der äusseren Querschnitte der Radkanäle. Ich sah mich daher gezwungen, um von den Tabellen über die Versuchungsergebnisse einen Gebrauch machen zu können, für diese Summe eine Annahme zu machen, wobei die Verhältnisse, welche Fourneyron bei andern Rädern beobachtet hat, berücksichtigt wurden. Wenden wir zuerst unsere Gleichungen auf die Versuchsreihe Nr. 34 bis 48. Pag. 36 und 46 des genannten Werkes an, welche sich auf den Fall beziehen, dass der Schütz auf 0.15^m aufgezogen ist.

Für δ = 0.15 und mit Berücksichtigung der Abmessungen, welche in der Tabelle über die Turbinen enthalten sind, findet man, wenn von k = k₁ gesetzt wird, aus 4

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 1.800 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 1.604$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} = 0.354 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.354$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.817 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0$$

$$m = 1.604 \quad m^2 + n^2 + 1 = 3.787 \quad \lambda = 0$$

$$n = 0.4632 \quad \sqrt{m^2 + n^2 + 1} = 1.946 \quad \mu = 0$$

Ferner folgt aus den Gleichungen (15) mit Berücksichtigung der so eben gefundenen Resultate:

$$A = 1.000, \quad B = 1.060, \quad C = 0.510, \quad D = 0, \quad \sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A}\right)^2} = 0.653$$

Aus den Gleichungen (15) findet man ferner:

$$\frac{E_n}{\rho Q H} = -2x + 2.12 \sqrt{x + 0.51 x^2}$$

$$\frac{U}{\sqrt{2 g H}} = 0.925 \sqrt{1 + 0.51 x}$$

und wegen (17):

$$x_0 = 2.04$$

Aus den Gleichungen (18) bis (21) ergibt sich endlich:

$$(x)_{\max r} = 0.51$$

$$\left(\frac{E_n}{\rho Q H}\right)_{\max r} = 0.68$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2 g H}}\right)_{\max r} = 1.036$$

Um die numerischen Werthe, welchen diese Formeln geben, mit den Messungsergebnissen vergleichen zu können, ist es nothwendig, den den beobachteten Umdrehungen entsprechenden Werth von x zu berechnen, und dazu dient folgende Formel

$$x = \left(\frac{v_1}{\sqrt{2 g H}}\right)^2 = \left(\frac{2 R_1 \pi \mathcal{R}}{60 \sqrt{2 g H}}\right)^2 = \left(\frac{0.10479 \mathcal{R}}{\sqrt{2 g H}}\right)^2$$

in welcher \mathcal{R} die Anzahl der Umdrehungen bedeutet, welche die Turbine in 1' machte. Die nachstehende Tabelle enthält die berechneten und beobachteten Grössen.

Tabelle III.

Nr. des Versuches.	Gefälle H	\mathcal{R} Umdrehung in 1'.	x nach Formel 15.	$\frac{E_n}{\rho Q H}$ nach		$\frac{U}{\sqrt{2 g H}}$ nach		Bemerkungen.
				d. Formel 16.	Morin pag. 36.	d. Formel 16.	Morin pag. 46.	
34	3.164	99.5	1.744	0.359	0.105	1.248	1.022	
36	3.150	90	1.440	0.467	0.305	1.217	0.960	
38	3.110	78.5	1.303	0.514	0.453	1.194	0.957	
40	3.070	69	0.866	0.636	0.591	1.110	0.917	
42	0.035	58.25*	0.618	0.675	0.696	1.061	0.883	* Max. des Effektes nach der Beobachtung.
44	3.085	48	0.418	0.673	0.685	1.027	0.859	
46	3.380	45	0.335	0.665	0.662	1.000	0.872	
48	3.400	38.5	0.239	0.618	0.651	0.979	0.801	

Wenn die Höhe der Schützenöffnung 0.2^m beträgt, also $\delta = 0.2$ ist, geben die allgemeinen Gleichungen folgenden Werth:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.613 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.354 \quad m = 0.259$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 1.203 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0 \quad n = 1.203$$

$$1 + m^2 + n^2 = 2.515, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.585$$

$$A = 1, \quad B = 1.124, \quad C = 0.51, \quad D = 0, \quad \sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A}\right)^2} = 0.592$$

$$\frac{E_n}{\rho Q H} = -2x + 2.248 \sqrt{x + 0.51 x^2}$$

$$\frac{U}{\sqrt{2 g H}} = 0.8517 \sqrt{1 + 0.51 x}$$

$$x_0 = 3.900$$

$$(x)_{\max r} = 0.675$$

$$\left(\frac{E_n}{\rho Q H}\right)_{\max r} = 0.799$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2 g H}}\right)_{\max r} = 0.986$$

Diese Formeln auf die Versuche Nr. 54 bis Nr. 77, Morin pag. 36 und 46 angewendet, so erhält man folgende Tabelle:

Tabelle IV.

Nr. des Versuches.	Gefäll H.	Umdrehungen per 1'	x	$\frac{E_n}{\rho Q H}$ nach		$\frac{U}{\sqrt{2 g H}}$ nach		Bemerkungen.
				d. Formel 16.	Morin pag. 36.	d. Formel 16.	Morin pag. 46.	
54	3.170	90.4	1.442	0.669	0.357	1.121	0.809	
57	3.240	80.0	0.854	0.781	0.496	1.020	0.768	
60	3.305	67.6	0.773	0.786	0.632	1.012	0.765	
63	3.335	58.0	0.563	0.786	0.702	0.966	0.742	
66	3.321	44.0	0.325	0.733	0.712	0.919	0.720	
69	3.560	91	1.297	0.702	0.485	1.100	0.805	
72	3.250	72	0.892	0.775	0.670	1.027	0.796	
75	3.343	57.2	0.547	0.785	0.603	0.963	0.702	
77	4.398	49.4	0.402	0.761	0.785	0.934	0.733	

Berechnen wir endlich noch die Versuche Nr. 78 bis 84, Morin, bei welchen die Höhe der Schützenöffnung 0.27 betrug. Für diesen Fall findet man

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.454 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 0.891 \quad m = 0.100$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.354 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0 \quad n = 0.891$$

$$m^2 + n^2 + 1 = 1.804, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.343$$

$$A = 1, \quad B = 1.164, \quad C = 0.510, \quad D = 0, \quad \sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A}\right)^2} = 0.556$$

$$\frac{E_n}{\rho Q H} = -2x + 2.328 \sqrt{x + 0.51x^2}$$

$$\frac{U}{\sqrt{2gH}} = \frac{\sqrt{1 + 0.51x}}{1.3431}$$

$$\left(\frac{E_n}{\rho Q H}\right)_{\max r} = 0.870$$

$$(x)_{\max r} = 0.782 \quad v_2 = 0.619 \sqrt{2gH}$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}}\right)_{\max r} = 0.880$$

Vermittelt dieser Formeln und den Versuchsergebnissen ist folgende Tabelle gebildet worden.

Tabelle V.

Nr. des Versuches.	Gefälle H.	Anzahl der Umdrehungen per 1'	x	$\frac{E_n}{\rho Q H}$ nach		$\frac{U}{\sqrt{2gH}}$ nach		Bemerkungen.
				d. Formel 16.	Morin pag. 38.	d. Formel 16.	Morin pag. 47.	
78	2.29	90.6	2.004	0.676	0.609	1.059	0.782	
79	3.07	87.0	1.377	0.809	0.670	0.970	0.773	
80	3.17	84.6	1.263	0.828	0.721	0.954	0.737	
81	3.18	77.25	1.048	0.856	0.785	0.918	0.757	
82	3.31	69	0.795	0.870	0.760	0.882	0.691	
83	3.47	66.1	0.704	0.869	0.707	0.867	0.730	
84	3.39	61.5	0.624	0.863	0.793	0.854	0.712	

Durch Vergleichung der Resultate, welche die Tabellen III., IV., V. enthalten, wird man finden, dass die berechneten Zahlenwerthe denselben Gang befolgen, wie die Messungsergebnisse, und es sprechen sich darin folgende Gesetze aus:

1. Das Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt des Rades und dem absoluten Effekt der Wasserkraft ist bei einer bestimmten Höhe der Schützenöffnung mit der Geschwindigkeit des Rades veränderlich, und erreicht bei einer gewissen Geschwindigkeit ein Maximum.
2. Die Geschwindigkeit des Rades kann sich ohne merklichen Nachtheil für den Effekt bedeutend von derjenigen entfernen, bei welcher das Rad die grösste Wirkung entwickelt.
3. Unter sonst gleichen Umständen wächst das Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt und dem absoluten Effekt mit der Höhe der Schützenöffnung.
4. Das Verhältniss zwischen der Austrittsgeschwindigkeit U und der Geschwindigkeit $\sqrt{2gH}$ nimmt bei einer bestimmten Höhe der Schützenöffnung zu, wenn die Geschwindigkeit des Rades grösser wird.
5. Bei gleich grossen Geschwindigkeiten des Rades, aber verschiedenen Höhen der Schützenöffnung, nimmt jenes Verhältniss ab, wenn die Höhe der Schützenöffnung zunimmt, oder mit andern Worten: wenn der Schützen mehr aufgezogen wird, strömt das Wasser langsamer aus den Leitkurvenkanälen aus.

Vergleicht man die zusammengehörigen Zahlenwerthe der Beobachtungs- und der Rechnungsergebnisse, so zeigt sich, dass die letzteren allerdings von den ersteren abweichen. Die Differenzen in dem zusammengehörigen Werthe von $\frac{E_n}{\rho Q H}$ sind bei den Geschwindigkeiten, welche von der vorteilhaftesten weit entfernt liegen am grössten; in der Nähe dieser letzteren aber sind die Unterschiede sehr gering, wie aus folgender Zusammenstellung am deutlichsten zu ersehen ist.

Höhe der Schützenöffnung.	Vorteilhafteste Geschwindigkeit.		Maximum des Effektes.	
	Rechnung.	Beobachtung.	Rechnung.	Beobachtung.
0.15 ^m	50	58	0.680	0.696
0.20	56	49	0.799	0.785
0.25	66	61.5	0.872	0.793

Die Differenzen in den Werthen von $\frac{U}{\sqrt{2gH}}$ sind im Allgemeinen grösser, als man

bei einer guten Theorie gestatten darf, und es ist nur die Frage, wo die Ursache zu suchen ist? Diese liegt entweder 1) in den Grundsätzen, auf welchen die Theorie beruht, oder 2) in den unzuverlässigen Daten, welche der Rechnung zu Grunde gelegt wurden, oder 3) in der Bestimmung der Wasserquantitäten. Ueber die beiden ersteren Punkte ist hier nichts zu sagen, als dass ich mich bemüht habe, das Beste zu bieten. Was aber den letzten Punkt betrifft, so bin ich der Meinung, dass Morin die Wasserquantitäten zu klein bestimmt hat, weil dieselben nach Formeln berechnet wurden, deren praktische Coefficienten aus Versuchen in ganz kleinem Maassstabe entnommen worden sind. Bei den Versuchen von Poncelet und Lebros über die Wasserquantitäten, welche bei Ueberfällen abfliessen, wurde ein Ueberfall von 0.2^m Breite angewendet, und bei den Versuchen mit der Turbine von Mühlbach betrug die Breite des Ueberfalls 5^m. Ob nun die praktischen Regeln, die für die ersteren Dimensionen passen, auch auf die 25 mal grössere angewendet werden dürfen, muss erst noch durch neue Versuche in grossem Maassstabe entschieden werden.

Dass die Wasserquantitäten zu klein bestimmt sind, scheint auch durch die in der That zu grosse Uebereinstimmung des berechneten, und durch Beobachtung gefundenen, Verhältnisses $\frac{E_n}{\rho Q H}$ bestätigt zu werden, denn wahrscheinlich betragen die Effektver-

luste, welche aus den in der Theorie vernachlässigten Reibungen und Störungen entstehen, 0.10 von dem absoluten Effekt der Wasserkraft, demnach mehr, als die Differenz zwischen den berechneten und beobachteten günstigsten Werthen von $\frac{E_n}{\rho Q H}$.

Berechnungen über die Turbine in Siebnen.

Wenden wir nun die Theorie auf die Versuche an, welche ich mit der Turbine in Siebnen in der Schweiz zu dem Behufe angestellt habe, um die Theorie zu prüfen. Die Anzahl der Versuche, welche bei verschiedenen Höhen der Schützenöffnung und bei verschiedener Geschwindigkeit gemacht wurden, ist 91. Die Bestimmungen des Nutzeffektes vermittelt eines gut eingerichteten Freins machten durchaus keine Schwierigkeit. Die Wasserquantitäten wurden mit einem Ueberfall und mit einem Woltmann'schen Flügel ausgemittelt. Letzteres Instrument wurde deshalb mitbenützt, weil die Seitenmauern des Abzugskanals, in welchem der Ueberfall angebracht war, etwas Wasser entweichen liessen, dessen Menge sich nicht zuverlässig schätzen liess. Um die Resultate beider Messungen, die mit möglichster Sorgfalt vorgenommen wurden, in Uebereinstimmung zu bringen, sah ich mich genöthiget, zur Berechnung der Wassermenge nach den Messungen am Ueberfall die Formel

$$Q = 0.451 L h \sqrt{2 g h}$$

anzuwenden, in welcher L die Breite des Ueberfalls und h die Höhe des Wasserstandes in einiger Entfernung von dem Ueberfall über der horizontalen Kante des letzteren bedeutet.

Bei der von Morin zur Berechnung der Wasserquantitäten angewendeten Formel ist der constante Coefficient 0.41, nach obiger Formel fallen demnach die Wassermengen um 0.1 grösser aus, als nach letzterer.

Wir wollen nun für Schützenöffnungen von 0.1^m, 0.2^m, 0.245^m Höhe und für verschiedene Geschwindigkeiten des Rades die Werthe von $\frac{E_n}{1000 Q H}$ und von Q berechnen, und mit den durch Beobachtung gefundenen Resulten vergleichen. Da bei diesen drei Schützenöffnungen das Wasser nur in die untere Abtheilung des Rades eintritt, so ist in allen drei Fällen $\delta_1 = 0.254$, d. h. gleich die Höhe der unteren Abtheilung zu nehmen.

Zur Berechnung der Reihe von Versuchen, welche mit einer Schützenöffnung von 0.1^m Höhe und bei einem constanten Gefälle von 1.20^m angestellt wurden, ist also $\delta = 0.1$, $\delta_1 = 0.254$, $H = 1.20$ zu setzen und dann findet man:

$$\Omega_1 = 0.457, \quad \Omega_2 = 1.081, \quad \Omega = 0.081$$

$$\frac{\Omega_2 k_1}{\Omega_1} = 0.423, \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 5.644$$

$$n = 0.874 \quad m = 5.221$$

$$1 + m^2 + n^2 = 28.02, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 5.294$$

$$A = 1.049, \quad B = 1.056, \quad C = 0.312, \quad D = -0.009$$

$$\frac{E}{\rho Q H} = -2.099 x + 2.113 \sqrt{x + 0.312 x^2}$$

$$Q = 0.457 \times 4.85 [-0.00885 \sqrt{x} + 0.188 \sqrt{1 + 0.312 x}]$$

Zur Berechnung von x aus den beobachteten Umdrehungen der Turbine hat man die Gleichung:

$$x = \frac{(2.5 x + 3)^2}{2.5 x} = 0.00722 x^2$$

Die folgende Tabelle enthält die zusammengehörigen Rechnungs- und Messungs-Resultate.

Tabelle VI.

N beobachtet.	x	$\frac{E_n}{\rho Q H}$		Q Kubik-Meter		Bemerkungen.
		nach der Formel.	nach dem Versuch.	nach der Formel.	nach dem Versuch.	
25.4	0.424	0.561	0.506	0.436	0.414	
27.4	0.345	0.622*	0.416	0.429	0.414	* Maximum des Effektes nach der Formel.
18.6	0.249	0.570	0.454	0.425	0.411	
17.5	0.163	0.531	0.464*	0.421	0.414	* Maximum des Effektes nach dem Versuch.
12.5	0.113	0.455	0.431	0.419	0.414	
8.4	0.051	0.364	0.335	0.417	0.418	
6.4	0.029	0.301	0.138	0.416	0.418	

Bei der zweiten Reihe von Versuchen war $\delta = 0.20$, $H = 1.035$, $\delta_1 = 0.254$ und für diese Daten erhält man folgende Resultate:

$$n = 0.702, \quad m = 0.457, \quad \Omega = 1.081$$

$$\frac{\Omega_2 k_1}{\Omega_1} = 1.422, \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 0.423$$

$$n = 0.2875, \quad m = 2.461$$

$$n^2 + m^2 + 1 = 7.129, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 2.670$$

$$A = 1.115, \quad B = 1.232, \quad C = 0.318, \quad D = -0.035$$

$$\frac{E_n}{\rho Q H} = -2.229 x + 2.463 \sqrt{x + 0.318 x^2}$$

$$Q = 2.082 [-0.0343 \sqrt{x} + 0.3746 \sqrt{1 + 0.318 x}]$$

$$x = 0.00645 x^2$$

Die folgende Tabelle enthält die correspondirenden Rechnungs- und Beobachtungs-Resultate.

Tabelle VII.

R	x	$\frac{E_n}{\rho Q H}$		Q Kubik-Meter.		Bemerkungen.
		nach der Formel.	nach dem Versuch.	nach der Formel.	nach dem Versuch.	
35.3	0.803	0.683	0.307	0.806	0.735	
31.6	0.644	0.734	0.512	0.794	0.715	
25.7	0.426	0.763*	0.608	0.777	0.709	* Maximum des Effektes nach der Formel.
21.1	0.287	0.738	0.646*	0.769	0.733	* Maximum des Effektes nach dem Versuch.
15.8	0.161	0.654	0.610	0.763	0.728	
12.3	0.098	0.564	0.562	0.762	0.729	

Bei einer dritten Reihe von Versuchen war:

$$d = 0.245 \quad d_1 = 0.254 \quad H = 0.960^m$$

für diese Daten findet man:

$$\Omega = 0.1984, \quad \Omega_1 = 0.4572, \quad \Omega_2 = 1.0808$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 2.304, \quad \frac{\Omega_2 k_1}{\Omega_2} = 0.423,$$

$$n = 0.1799 \quad m = 1.954$$

$$1 + m^2 + n^2 = 4.8521 \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 2.203$$

$$A = 1.1463, \quad B = 1.2972, \quad C = 0.3342, \quad D = -0.0512$$

$$\frac{E_n}{\rho Q H} = -2.2927 x + 2.594 \sqrt{x + 0.3342 x^2}$$

$$Q = 1.9843 \left(-0.0512 \sqrt{x} + \sqrt{\frac{1 + 0.3342 x}{4.8521}} \right)$$

$$x = 0.0007409 R^2$$

Die folgende Tabelle enthält die correspondirenden Resultate der Rechnung und der Beobachtung.

Tabelle VIII.

R	x	$\frac{E_n}{\rho Q H}$		Q Kubik-Meter		Bemerkungen.
		nach der Formel.	nach der Beobacht.	nach der Formel.	nach dem Versuch.	
33.5	0.831	0.768	0.379	0.927	0.859	
31	0.712	0.803	0.455	0.922	0.868	
29.3	0.636	0.820	0.457	0.915	0.823	
25	0.463	0.835*	0.559	0.901	0.802	* Maximum des Effektes nach der Formel.
22.4	0.372	0.825	0.626	0.896	0.812	
20.6	0.314	0.808	0.640*	0.891	0.813	* Maximum des Effektes nach dem Versuch.
18.6	0.256	0.780	0.639	0.887	0.807	
14.8	0.162	0.700	0.612	0.884	0.799	
12.9	0.123	0.646	0.578	0.884	0.799	
9.8	0.071	0.536	0.497	0.884	0.813	

Durch Vergleichung dieser Tabellen zeigt sich wiederum, wie bei den Versuchen mit der Turbine von Mühlbach, dass die Resultate der Rechnung einen übereinstimmenden Gang befolgen mit jenen der Beobachtung.

Die Rechnungsergebnisse sind etwas zu gross; die Wasserquantitäten stimmen ziemlich gut. Die correspondirenden Werthe der Verhältnisse $\frac{E_n}{1000 Q H}$ zeigen sich in der Tabelle VI.

nur sehr klein, in der Tabelle VII. etwas grösser, in der Tabelle VIII. ziemlich grosse Differenzen. Die Ursache hievon ist gewiss in dem Bau des Rades zu suchen. Die Radkurve ist nämlich (wie aus dem Werthe von β erkannt werden kann) an ihrem Anfange sehr stark gekrümmt, und bildet daselbst einen Sack, in welchen das Wasser hineinstösst, weil es bei einer so rapiden Krümmung der Kurve nicht folgen kann. Nun wurden aber bei der Entwicklung der Theorie schwach gekrümmte Radkurven vorausgesetzt, weil bei starken Krümmungen von einer regelmässigen Bewegung des Wassers nicht die Rede sein kann; es ist also klar, dass die Rechnungsergebnisse hinsichtlich des Effektes günstiger ausfallen mussten, als die Messungsergebnisse.

Die berechnete vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades ist ebenfalls zu gross und zwar gleich 0.8 von der wirklichen.

Von den andern in der Tabelle I. angegebenen Turbinen besitze ich zwar genaue Zeichnungen, aber keine oder nur sehr unvollständige Versuchsergebnisse. Umfassendere Vergleichungen der Theorie mit der Wirklichkeit können wir daher nicht anstellen. Wir müssen uns daher begnügen, die Vergleichungen innerhalb der Grenzen zu machen, welche durch die vorliegenden Angaben bestimmt sind.

Berechnen wir für die verschiedenen Turbinen die vortheilhafteste Geschwindigkeit und das entsprechende relative Maximum des Effektes, und vergleichen wir diese Rechnungsergebnisse, mit den in der Tabelle angegebenen wirklichen Geschwindigkeiten und Nutzeffekten.

Berechnungen über die Turbine in St. Blasien.

Bei der Turbine in St. Blasien ist, wenn der Schützengang ganz aufgezogen angenommen wird:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 1 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} = 1419$$

$$n = 0.1169 \quad m = 0.9659$$

$$A = 1, \quad B = 1.203, \quad C = 0.6003$$

$$\left(\frac{E_n}{\rho Q H} \right)_{\max r} = 0.801$$

$$(x)_{\max r} = 0.777$$

$$(N)_{\max r} = 2570$$

Die wirkliche Geschwindigkeit der Turbine ist aber 2300 Umdrehungen, demnach 0.81 von der berechneten, und der bedeutende Unterschied in diesen Resultaten ist wohl vorzüglich dem Umstande zuzuschreiben, dass in der Rechnung der Widerstand der ungefähr 250^m langen Röhrenleitung nicht in Anschlag gebracht worden ist. Nach Versuchen, welche vermittelt einer Quecksilbersäule angestellt worden sind, soll jenem Widerstand eine Wassersäule von 8^m Höhe entsprechen. Bringen wir das wirksame Gefäll 100^m statt 108^m in Rechnung, so erhalten wir

$$N = 2470$$

und nun ist die wirkliche Geschwindigkeit 0.9 von der berechneten.

Berechnung über die Turbine in Thüringen.

Mit der Turbine in Thüringen habe ich einige Versuche angestellt, die aber nicht vollständig und auch nicht zuverlässig gemacht werden konnten, weil die Freinrolle zu klein war. Diese wurde nämlich für die Voraussetzung construirt, dass die Versuche an der Turbinenaxe selbst angestellt werden könnten; dies wäre aber nur möglich gewesen, wenn man einen grossen Theil der Maschine demontirt hätte; es blieb daher nichts anders übrig, als die Freinrolle auf der dritten Transmissionswelle zu befestigen, die dreimal weniger Umdrehungen macht, als die Turbinenaxe, und für diese langsam gehende Welle war die Rolle zu klein, indem die Bremsbacken zu fest angezogen werden mussten, was unregelmässig stossende und vibrirende Bewegungen veranlasste. Als die Versuche angestellt wurden, war auch nicht hinreichend Betriebswasser vorhanden, um den Schützen ganz aufziehen zu können. Die grösste Höhe der Schützenöffnung betrug $\frac{2}{3}$ von der Höhe des Rades, dabei war die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades 700 Umdrehungen per 1' und der Nutzeffekt betrug mit Einschluss der Widerstände, welche die drei Wellen und die vier Räder verursachten, die sich zwischen dem Turbinenrade und der Versuchsrolle befanden, 84 Pferdekraft.

Für $\delta_1 = 0.04$, $\delta = \frac{2}{3} \cdot 0.04 = 0.0266$ und mit Berücksichtigung der constanten Dimensionen dieser Turbine findet man:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 1.5 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.3892$$

$$\frac{\Omega_1}{\Omega_2} = 0.1419 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 0.448$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.1419 \quad m = 0.2463$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0 \quad n = 1.488$$

$$1 + m^2 + n^2 = 3.1557, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.777$$

$$A = 1, \quad B = 1.0668, \quad C = 0.6003, \quad D = 0, \quad \sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A} \right)^2} = 0.563$$

$$x_{\max r} = 0.6465, \quad (N)_{\max r} = 783, \quad \left(\frac{E_n}{\rho Q H} \right) = 0.727$$

$$v_2 = 0.506 \sqrt{2gH}$$

Nach dem Versuch ist aber: $N = 700$, $\frac{E_n}{\rho Q H} = 0.661$, die wirklichen Grössen sind demnach 0.9 von den berechneten. Wenn man den Verlust an Gefäll berücksichtigte, welchen bei dieser Turbine die 150^m lange Zuleitungsröhre verursacht, so würden die Differenzen zwischen den Resultaten der Rechnung und der Beobachtung sehr gering ausfallen.

Macht man die Rechnung für die Voraussetzung, dass der Schützen ganz aufgezogen werden kann, so findet man:

$$(x)_{\max r} = 0.777$$

$$\left(\frac{E_n}{\rho Q H} \right)_{\max r} = 0.801$$

$$(N)_{\max r} = 897$$

$$(v_2)_{\max r} = 0.579 \sqrt{2gH}$$

Dagegen findet man, wenn angenommen wird, der Schützen sei bis zur halben Höhe des Rades aufgezogen

$$(x)_{\max r} = 0.484$$

$$\left(\frac{E_n}{\rho Q H} \right)_{\max r} = 0.612$$

$$(N)_{\max r} = 709$$

$$(v_2)_{\max r} = 0.458 \sqrt{2gH}$$

Berechnung der Turbine Nr. 5, Tabelle I.

Machen wir nun die Berechnungen über die Turbine Nr. 5, Tabelle I. Mit dieser Turbine sind leider keine Versuche angestellt worden, was sehr zu bedauern ist, denn nach den Mittheilungen zu schliessen, welche mir der Eigenthümer dieser Maschine gemacht hat, gehört dieselbe zu den besten, welche Fourneyron gebaut hat; und in der That sind bei dieser Turbine die Verhältnisse der Dimensionen vollkommen den Bedingungen entsprechend, welche wir für das absolute Maximum des Effectes aufgefunden haben.

Nehmen wir an, die Höhe der Schützenöffnung sei $= 0.29^m$ = der Summe der Höhen der untern und mittleren Abtheilung des Rades, dann haben wir zu setzen:

$$\delta = \delta_1 = 0.29^m$$

Da bei dieser Maschine die Contraction der aus den Leitkurven und Radkurvenkanälen austretenden Wasserstrahlen ziemlich merklich aber gleich gross ist, so dürfen wir $k = k_1 = 0.9$ nehmen. Unsere allgemeinen Gleichungen geben dann:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.3220 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.3220$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 0.7377 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0.0000$$

$$n = 0.0174, \quad m = 0.7377$$

$$1 + m^2 + n^2 = 1.5454 \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.892$$

$$A = 1.000, \quad B = 1.1850, \quad C = 0.4787, \quad D = 0$$

$$(x)_{\max r} = 0.779$$

$$v_2 = 0.631 \sqrt{2gH}$$

$$(\mathcal{R})_{\max r} = 38.2$$

$$\left(\frac{E_n}{\rho Q H} \right) = 0.892$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}} \right)_{\max r} = 0.7594$$

$$Q = 1.930^{mc}$$

Hieraus ersieht man also, dass bei dieser Maschine die Dimensionen sehr genau mit denjenigen übereinstimmen müssen, welche unsere Theorie für das absolute Maximum des Effektes vorschreibt, indem die Turbine, abgesehen von den Nebenverlusten, einen Nutzeffekt verspricht, welcher 0.89 vom absoluten Effekt der Wasserkraft beträgt.

Berechnungen über die Turbine in Ettlingen (Nr. 7, Tabelle I.)

Nehmen wir an, der Schützen sei bis zur Zwischenkrone, mit welcher das Rad versehen ist, aufgezogen: Dann ist zu setzen: $\delta = \delta_1 = 0.16^m$ und man erhält:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 0.923 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 0.7725$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 0.48 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.48$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.5027 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0$$

$$n = 0.0227, \quad m = 2.7725$$

$$1 + m^2 + n^2 = 1.5973, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.2636$$

$$A = 1, \quad B = 1.1875, \quad C = 0.4224, \quad D = 0$$

$$\sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A} \right)^2} = 0.6359$$

$$(x)_{\max r} = 0.6774$$

$$(v_1)_{\max r} = 0.823 \sqrt{2gH}$$

$$(v_2)_{\max r} = 0.625 \sqrt{2gH}$$

$$(\mathcal{R})_{\max r} = 67$$

$$\left(\frac{E}{\rho Q H} \right)_{\max r} = 0.861$$

$$\frac{U}{\sqrt{2gH}} = 0.828$$

$$Q = 2.367 \text{ Kubik-Meter.}$$

Die wirkliche Geschwindigkeit der Turbine ist Maximum 48 Umdrehungen in 1'.
Wenn der Schützen nur auf 0.48^m Höhe aufgezogen ist, findet man, wenn $k = k_1 = 1$ gesetzt wird:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 1.0054 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.48$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 1.5450 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0$$

$$n = 0.5254, \quad m = 1.5450$$

$$1 + m^2 + n^2 = 3.663 \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.9139$$

$$A = 1, \quad B = 1.0908, \quad C = 0.4224, \quad D = 0$$

$$(x)_{\max r} = 0.4820$$

$$(v_1)_{\max r} = 0.6942 \sqrt{2gH}$$

$$(v_2)_{\max r} = 0.5276 \sqrt{2gH}$$

$$(\mathcal{R})_{\max r} = 56$$

$$\left(\frac{E_n}{\rho Q H} \right)_{\max r} = 0.697$$

$$(U)_{\max r} = 1.058$$

$$Q = U \Omega = 1.980^{mc}$$

Berechnungen über die grössere Turbine in Lörrach (Tabelle I., Nr. 11).

Unter der Voraussetzung $\delta = \delta_1 = 0.16^m$ und $k = k_1 = 0.9$, findet man:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 1.0476 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.6008 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.33$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} = 0.33 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 0.8572 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0$$

$$n = 0.2708 \quad m = 0.8572$$

$$1 + m^2 + n^2 = 1.8078, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.3445$$

$$A = 1, \quad B = 1.1325, \quad C = 0.4959, \quad D = 0$$

$$(x)_{\max r} = 0.6736$$

$$(v_1)_{\max r} = 0.821 \sqrt{2gH}$$

$$(v_2)_{\max r} = 0.553 \sqrt{2gH}$$

$$\mathfrak{N}_{\max r} = 65.4$$

$$\left(\frac{E}{\rho H Q}\right)_{\max r} = 0.80$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}}\right)_{\max r} = 0.8999$$

$$U = 4.922 \quad Q = 0.7935 m^3$$

Nach den Angaben über diese Turbine ist die wirkliche Geschwindigkeit des Rades 55 Umdrehungen in 1 Minute, und die Wassermenge, welche auf das Rad wirkt, 0.97 in 1". Die berechnete vorteilhafteste Geschwindigkeit ist also etwas grösser als jene, mit welcher sich das Rad wirklich bewegt, und das Rad ist nach der Rechnung für die angegebene Wassermenge etwas zu klein.

Berechnungen über die kleinere Turbine in Lörrach (Tabelle I., Nr. 12).

Nehmen wir an: $\delta = \delta_1 = 0.114$, $k = k_1 = 0.9$, dann finden wir:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 1.333, \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.7064 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.36$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} = 0.36, \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 1.1308 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0$$

$$n = 0.3464, \quad m = 1.1308$$

$$1 + m^2 + n^2 = 2.3987, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.5487$$

$$A = 1, \quad B = 1.0967, \quad C = 0.4816, \quad D = 0$$

$$(x)_{\max r} = 0.5516$$

$$(v_1)_{\max r} = 0.7427 \sqrt{2gH}$$

$$(v_2)_{\max r} = 0.535 \sqrt{2gH}$$

$$\mathfrak{N}_{\max r} = 72$$

$$\left(\frac{E}{\rho Q H}\right)_{\max r} = 0.73$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}}\right)_{\max r} = 0.9683$$

$$Q = 0.4483 \text{ Kubik-Meter.}$$

Die wirkliche Anzahl der Umdrehungen des Rades ist mir nicht bekannt. Die Wassermenge, welche nach der Rechnung auf das Rad wirken kann, wenn der Schützen ganz aufgezogen wird, ist etwas kleiner, als die in den Angaben enthaltene. Der Effekt dieses Rades erscheint minder günstig, als bei den vorhergehenden Maschinen.

Berechnungen über die Turbine von Cadiat (Tabelle I., Nr. 13).

Nehmen wir an, der Schützen sei ganz aufgezogen, dann ist: $\delta = \delta_1 = 0.13$. Da der untere Rand des Zuleitungscylinders eine scharfe Kante hat, so müssen wir $k = 0.7$ setzen. Für k_1 kann man hier den Werth 0.9 annehmen. Unter diesen Voraussetzungen folgt aus den allgemeinen Resultaten, die für Turbinen jeder Art gelten:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 0.1918 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.1918 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.1539$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} = 0.45 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 0 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0.4228$$

$$m = 0.4228, \quad n = 0.0479$$

$$1 + m^2 + n^2 = 1.18105, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.0867$$

$$A = 0.7291, \quad B = 0.9, \quad C = 0.4917, \quad D = 0.27708$$

$$(x)_{\max r} = 1.016$$

$$(v_1)_{\max r} = 1.008 \sqrt{2gH}$$

$$(v_2)_{\max r} = 0.78 \sqrt{2gH}$$

$$\mathfrak{N}_{\max r} = 295$$

$$\left(\frac{E_n}{\rho Q H}\right)_{\max r} = 0.74$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}}\right)_{\max r} = 0.2693$$

$$Q = 2 E_3 \pi \delta k U = 0.227 \text{ Kubik-Meter.}$$

Nach diesen Resultaten wäre der Nutzeffekt der Turbine 6.7 Pferdekraft; allein die Turbine treibt eine Maschine für continuirliches Papier, welche nur eine Kraft von 3 Pferden bedarf, der Schützen ist daher in der Wirklichkeit ungefähr nur bis zur halben Höhe des Rades aufgezogen. Machen wir also auch die Berechnung für den Fall: $\delta = 0.13$ $\delta_1 = 0.06$. Dann müssen wir aber $k = k_1 = 0.7$ setzen, weil am Schützenrade eine starke Kontraktion statt findet. Für diese Annahmen findet man:

$$\frac{k_1 \Omega_1}{\Omega k} = 0.0688 \quad \frac{k_1 \Omega_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.0688 \quad \frac{k_1 \Omega_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.0552$$

$$\frac{k_1 \Omega_1}{\Omega_2} = 0.1615 \quad \frac{k_1 \Omega_1}{k \Omega} \cos \alpha = 0 \quad \frac{k_1 \Omega_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0.1418$$

$$n = 0.0136, \quad m = 0.1418$$

$$m^2 + n^2 + 1 = 1.02018, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.010$$

$$A = 0.8948, \quad B = 0.9684, \quad C = 0.4127, \quad D = 0.1075$$

$$(x)_{\max r} = 0.483$$

$$(v_1)_{\max r} = 0.688 \sqrt{2gH}$$

$$(v_2)_{\max r} = 0.5325 \sqrt{2gH}$$

$$(N)_{\max r} = 203$$

$$\left(\frac{E_n}{1000QH}\right)_{\max r} = 0.609$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}}\right)_{\max r} = 1.001$$

$$Q = 0.0846, \quad E_n = 102 \text{ Kill. Meter.}$$

Da sich bei dieser Höhe der Schützenöffnung nur ungefähr 1.5 Pferdekraft Nutzeffekt ergeben haben, die Maschine aber gewiss 3 Pferdekraft entwickelt, so muss der Schützen doch höher aufgezogen sein, als wir bei dieser Rechnung angenommen haben, was auch durch den Umstand bestätigt wird, dass die Anzahl der Umdrehungen bedeutend kleiner ausgefallen ist, als sie in der Wirklichkeit ist. Wir wollen daher noch die Annahme machen: $\delta_1 = 0.09$, $k = k_1 = 0.7$, dann findet man:

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} = 0.10337 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha = 0.10337 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.08366$$

$$\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} = 0.2423 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 0 \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0.22739$$

$$n = 0.0197, \quad m = 0.22739$$

$$1 + m^2 + n^2 = 1.05209, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.0257$$

$$A = 0.83638, \quad B = 0.9536, \quad C = 0.4304, \quad D = 0.1672$$

$$(x)_{\max r} = 0.588$$

$$(v_1)_{\max r} = 0.766 \sqrt{2gH}$$

$$(v_2)_{\max r} = 0.5629 \sqrt{2gH}$$

$$(N)_{\max r} = 216$$

$$\left(\frac{U}{\sqrt{2gH}}\right)_{\max r} = 0.1259$$

$$(U)_{\max r} = 0.9656$$

$$Q = \Omega U k = 0.1059 \frac{E_n}{\rho Q H} = 0.655 \quad E_n = 207 \text{ Kill. Meter}$$

oder nahe 3 Pferdekraft.

Der Effekt und die Geschwindigkeit ist noch etwas zu klein, was aber wahrscheinlich dem Umstande zuzuschreiben ist, dass der Kontraktions-Coeffizient k_1 etwas zu klein angenommen wurde.

Aus diesen Rechnungen geht hervor, dass der Turbine von *Cadiat*, bei Constructionsverhältnissen, die von den Bedingungen des absoluten Maximums des Effektes abweichen, eine ganz bestimmte vortheilhafteste Geschwindigkeit entspricht, welche von jener der Turbine von *Fourneyron* nicht viel verschieden ist. Ferner sieht man, dass die Austrittsgeschwindigkeit U des Wassers sehr klein, und mit der Höhe der Schützenöffnung veränderlich ist, denn wir haben gefunden:

$$\text{für } \delta_1 = 0.06, \quad 0.09, \quad 0.13$$

$$\frac{U}{\sqrt{2gH}} = 0.100, \quad 0.1259, \quad 0.1693$$

Endlich geht aus dieser Rechnung hervor, dass der Nutzeffekt bei kleinen Schützenöffnungen merklich kleiner ausfällt, als bei grossen.

$$\text{Für } \delta_1 = 0.06, \quad 0.09, \quad 0.13 \text{ ist}$$

$$\frac{E_n}{\rho Q H} = 0.609, \quad 0.653, \quad 0.740$$

Es ist daher bei dem Bau einer Turbine dieser Art sehr wesentlich, die Höhe des Rades richtig zu bestimmen.

Berechnungen über die Turbine von *Cadiat* (Tabelle I, Nr. 14.)

Nach den Daten, welche die Publication industrielle par Armangaud Tom. II, pag. 401 enthalten, ist bei dieser Turbine sowohl das Gefäll, als auch die Wassermenge sehr veränderlich. Ersteres variirt von 0.8 bis 1.5^m. Auf pag. 408 ist angegeben, dass

auf die Turbine bei 20 Umdrehungen in 1^m, und bei einem Gefäll von 1.5^m, 3.230 Kubik-Meter Wasser wirken; wie gross aber dabei die Höhe der Schützenöffnung ist, ist nicht gesagt; höchst wahrscheinlich ist aber die Höhe des Rades so bestimmt, dass dasselbe bei dem kleinsten der vorkommenden Gefällshöhen noch im Stande ist, einen Effekt von 45 Pferdekraft zu entwickeln. Versuche sind mit der Turbine nicht angestellt worden, und dieser letztere Effekt ist nur als eine Schätzung anzusehen. Unter diesen Umständen wird es am zweckmässigsten sein, über die Maschine zweierlei Berechnungen zu machen; nämlich eine Berechnung für die Annahme, dass bei dem kleinsten Gefälle von 0.8^m der Schützen ganz aufgezo-gen sei, und eine zweite für ein Gefäll von 1.5^m und eine Schützenöffnung, deren Höhe 0.6 von der Höhe des Rades beträgt:

Setzen wir also:

$$H = 1.5, \quad \delta = \frac{1}{3}, \quad k = k_1 = 0.8$$

so erhalten wir:

$$\begin{aligned} \Omega &= 4.723, \quad \Omega_1 = 0.7, \quad \Omega_2 = 1.35 \\ \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha &= 0.14821, \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta = 0.1753 \\ \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha &= 0, \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0.3759 \\ n &= 0.02708, \quad m = 0.37594 \\ 1 + m^2 + n^2 &= 1.14206, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.0685 \\ A &= 0.7053, \quad B = 0.9217, \quad C = 0.2829, \quad D = 0.2993 \\ (x)_{\max r} &= 0.6907 \\ (v_1)_{\max r} &= 0.831 \sqrt{2 g H} \\ (v_2)_{\max r} &= 0.755 \sqrt{2 g H} \\ (N)_{\max r} &= 25.8 \\ \left(\frac{U}{\sqrt{2 g H}} \right)_{\max r} &= 0.1878 \\ U &= 1.018, \quad Q = k \Omega U = 3.846, \quad \frac{E_n}{\rho Q H} = 0.704 \end{aligned}$$

Diese Rechnungsergebnisse sind gegen die ungefähren Angaben sowohl hinsichtlich N als auch hinsichtlich Q etwas zu gross.

Setzen wir nun ferner:

so finden wir:

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_1 = 0.5, \quad H = 0.8, \quad k_1 = 1 \\ \Omega &= 4.723, \quad \Omega_1 = 1.05, \quad \Omega_2 = 1.35 \\ \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha &= 0.2779, \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta &= 0.3286, \quad \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta = 0.6974 \\ n &= 0.0507, \quad m = 0.6974 \\ 1 + m^2 + n^2 &= 1.5121, \quad \sqrt{1 + m^2 + n^2} = 1.2297 \\ A &= 0.5835, \quad B = 0.8008, \quad C = 0.4394, \quad D = 0.4193 \\ (x)_{\max r} &= 1.600 \\ (v_1)_{\max r} &= 1.265 \sqrt{2 g H} \\ (v_2)_{\max r} &= 1.149 \sqrt{2 g H} \\ (N)_{\max r} &= 28.8 \\ \left(\frac{E_n}{\rho Q H} \right) &= 0.776 \\ \left(\frac{U}{\sqrt{2 g H}} \right)_{\max r} &= 0.4423 \\ U &= 1.751, \quad Q = \Omega k U = 6.61 \end{aligned}$$

Obleich nun das Gefäll fast nur halb so gross ist, als im vorhergehenden Falle, so ist doch die Geschwindigkeit grösser, was in dem Umstande begründet ist, dass bei höherer Schützenöffnung der Effekt günstiger und die vorteilhafteste Geschwindigkeit grösser ausfällt. Das Rad ist aber sicher zu hoch gebaut, indem es bei dem kleinsten der vorkommenden Gefälle, wenn der Schützen ganz aufgezo-gen wird, zweimal so viel Wasser durchlässt, als angegeben worden ist.

Leider fehlen über die berechneten Turbinen ganz zuverlässige und vollständige Daten, welche nothwendig wären, um mit aller Bestimmtheit den Grad der Uebereinstimmung der Rechnung mit der Wirklichkeit angeben zu können. Jedenfalls glaube ich aber sagen zu dürfen, dass die Theorie nicht nur im Allgemeinen mit den beobachteten Erscheinungen in Uebereinstimmung sei, sondern auch, dass die Differenzen zwischen den Rechnungen und den Messungen so klein sind, als man es nur erwarten kann, wenn man berücksichtigt, wie viel kleine Nebenhindernisse und Störungen nicht berücksichtigt wurden.

Da wir uns zur Bestimmung der zweckmässigsten Abmessungen einer zu erbauenden Turbine, nach dem System von *Fourneyron*, und zur Ausmittlung ihrer vorteilhaftesten Geschwindigkeit der Formeln 9 bis 14, S. 46 bedienen müssen, so ist es nothwendig, die Rechnungsergebnisse, welche diese Formeln geben, mit denjenigen zu vergleichen, welche aus den Messungen gefunden werden.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate zu einer Vergleichung zwischen den wirklichen, und den nach der Formel:

$$v_2 = \sqrt{g H \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta \cos \alpha}}$$

berechneten Werthen von v_2 .

Tabelle IX.

Ort der Aufstellung der Turbine.	v ₂		Verhältnisse der beiden Werthe von v ₂ .	Bemerkungen.
	wirklich.	berechnet.		
Siebnen	1·964	3·119	0·628	
Thüringen	17·44	26	0·671	
St. Blasien	23·55	32·5	0·724	
Mühlbach	4·82	5·86	0·839	
Lörrach	2·68	3·86	0·696	
Langenau	5·03	7·31	0·687	
		Mittel	0·717	

Zur Berechnung der Geschwindigkeit, mit welcher sich die wirklich bestehenden Turbinen bewegen, wenn sie den grössten Effekt entwickeln, können wir demnach setzen:

$$v_2 = 0.707 \sqrt{g H \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta \cos \alpha}}$$

wenn $\beta = 90^\circ$ ist, erhält man aus dieser Formel

$$v_2 = 0.707 \sqrt{g H} = 0.5 \sqrt{2 g H}$$

man kann demnach annehmen, dass bei den von Fourneyron construirten Turbinen die Geschwindigkeit am innern Umfang des Rades halb so gross ist, als die Geschwindigkeit $\sqrt{2gH}$, welche der Höhe des Gefälls entspricht.

Der bedeutende Unterschied zwischen den in der Tabelle IX. angegebenen wirklichen und berechneten Werthen von v₂ ist nicht einer Ungenauigkeit der Theorie, sondern einer Unvollkommenheit in der Konstruktion der berechneten Turbinen zuzuschreiben; denn die wirklichen und die nach den strengen allgemeinen Formeln berechneten Geschwindigkeiten stimmen sehr nahe überein, woraus zu schliessen ist, dass jene Unterschiede so gross ausgefallen sind, weil bei diesen Turbinen die Verhältnisse in den Dimensionen von denjenigen etwas verschieden sind, welche für das absolute Maximum des Effektes aufgefunden wurden.

Für die Differenzen, welche sich in der Tabelle IX. zwischen der berechneten und wirklichen Geschwindigkeit v₂ zeigen, gibt es noch einen nicht unwichtigen Erklärungsgrund. Es ist nämlich für die Praxis ganz zweckmässig, wenn sich eine Turbine etwas langsamer bewegt, als sie sich für den vollkommensten Zustand bewegen müsste; denn man muss bedenken, dass eine Turbine bei kleineren Wassermengen jederzeit minder vortheilhaft arbeitet, als bei grossen, es ist daher ganz zweckmässig, die Geschwindigkeit, welche in der Regel nicht viel variiren darf, so zu wählen, dass das Rad bei kleineren Wassermengen hinsichtlich der Geschwindigkeit die beste Wirkung hervorbringt. Diese Geschwindigkeit ist aber kleiner als jene, welche dem absoluten Maximum des Effektes entspricht, weil dieser voraussetzt, dass der Schützen ganz aufgezogen sei, was bei kleinen Wassermengen nicht der Fall ist.

Für die praktische Bestimmung der zweckmässigsten Geschwindigkeit einer bereits bestehenden Turbine bietet unsere Theorie ein Verfahren dar, welches sich durch leichte Anwendbarkeit auszeichnet. Es ist nämlich, wie sogleich bewiesen werden soll, die vor-

theilhafteste Geschwindigkeit einer Turbine halb so gross, als diejenige, mit welcher sie sich bei ganz aufgezogenem Schützen bewegt, wenn sie gar keine Widerstände zu überwinden hat, also ganz leer läuft. Lässt man also eine aufgestellte Turbine bei aufgezo- genem Schützen leer laufen, zählt die Anzahl der Umdrehungen, welche sie in diesem Zustande in 1' macht, und dividirt diese Zahl mit 2, so hat man sehr nahe die vortheilhafteste Geschwindigkeit.

Um die Richtigkeit dieser Regel zu beweisen, dienen uns die früher berechneten Werthe von $(x)_{max}$, und die Werthe von x₀, welche aus der Formel 17, S. 45 hervorgehen. Bezeichnen wir durch (N₀) die Anzahl der Umdrehungen der leer laufenden Turbine, so ist:

$$(N)_{max} : N_0 = \sqrt{x_{max}} : \sqrt{x_0}$$

Hieraus folgt:

$$\frac{N_0}{(N)_{max}} = \sqrt{\frac{x_0}{(x)_{max}}}$$

Nachfolgende Tabelle enthält die Werthe von x₀, (x)_{max}, und von $\sqrt{\frac{x_0}{(x)_{max}}} = \frac{N_0}{(N)_{max}}$

Tabelle X.

Nr.	Aufstellungsort der Turbine.	x ₀	x _m	$\frac{N_0}{(N)_{max}}$
1	Mühlbach	2·87	0·732	1·94
2	Siebnen	1·78	0·463	2·01
3	St. Blasien	3·26	0·777	2·04
4	Thüringen	2·97	0·647	2·14
5	Augsburg	2·74	0·779	1·88
6	Ettlingen	2·38	0·677	1·87
7	Lörrach	2·59	0·674	1·95
8	Lörrach	2·32	0·552	2·05
9	Ettlingen	3·25	1·016	1·80
10	Sargmine	3·59	1·600	1·50

Mittel aus den 8 ersten Resultaten 1·98

Bei dem Mittel sind die 2 letzteren Resultate nicht aufgenommen worden, weil sich diese auf Turbinen ohne Leitschaufeln beziehen. Da sich nun als mittlerer Werth von $\frac{N_0}{(N)_{max}}$ sehr nahe 2 ergeben hat, so ist hiedurch die angegebene Regel zur praktischen Bestimmung der vortheilhaftesten Geschwindigkeit für Turbinen mit Leitschaufeln begründet.

Nach den beiden letztern Resultaten der Tabelle X. zu schliessen, ist die Geschwindigkeit einer leer laufenden Turbine ohne Leitschaufeln etwas weniger, als das Zweifache der vortheilhaftesten Geschwindigkeit.

Vergleichen wir nun den wirklichen Werth von U mit denjenigen Werthen von U , welche dem absoluten Maximum des Effektes entsprechen, und die durch die Formel 10, S. 46 bestimmt werden.

Bei den von *Fourneyron* erbauten Turbinen ist $\beta = 90^\circ$ und α nahe $= 30^\circ$. Für diese Werthe von α und β gibt die Gleichung (10).

$$U = 0.816 \sqrt{2gH}$$

Dieser Werth von U scheint mit den wahren Werthen so nahe übereinzustimmen, dass es unnöthig ist, die Formel 10, S. 46 mit einem Korrektions-Coeffizienten zu versehen, wir werden sie demnach später in ihrer theoretischen Reinheit anwenden dürfen.

Von vorzüglicher Wichtigkeit für die Praxis ist die Formel 14, S. 46; wir wollen sie daher auf die Turbine der Tabelle I. anwenden. Die nachstehende Tabelle enthält die wirklichen und die vermittelt 14 berechneten Werthe von s_1 bei verschiedenen von jenen Turbinen.

Tabelle XI.

Nr. der Turbine.	Ort der Aufstellung.	Werthe von s_1		Bemerkungen.
		wirklich.	berechnet.	
3	Thüringen	0.00508	0.00331	
4	St. Blasien	0.0021	0.00137	
5	Augsburg	0.044	0.0431	
7	Ettlingen	0.072	0.067	
8	Neapel	0.025	0.022	
11	Lörrach	0.033	0.027	
12	Lörrach	0.03	0.019	

Im Allgemeinen sind die wirklichen Werthe von s_1 grösser als die berechneten; bei Nr. 5 stimmen die Resultate sehr nahe überein. Bei Nr. 4 und 12 sind die Differenzen am grössten, bei Nr. 5, 7, 8 am kleinsten. Nun gehören aber die Turbinen 4 und 12 zu den ältern, dagegen 5, 7, 8 zu den neueren Turbinen, welche *Fourneyron* erbaut hat; die letzteren stimmen daher hinsichtlich der Werthe von s_1 besser mit unserer Theorie überein, als erstere, und es geht hieraus hervor, dass *Fourneyron* auf empirischem Wege verfahren allmählig zu Verhältnissen geführt worden ist, wie sie unsere Theorie für den vortheilhaftesten Effekt verlangt.

In der Wahl des Winkels γ ist *Fourneyron* gewöhnlich ziemlich weit von der theoretischen Regel abgewichen. Mindestens ist dieser Winkel 24° , bei der Turbine Nr. 12 sogar 28° , wodurch der Nutzeffekt dieser Turbine ungefähr um 20 % geschwächt wird. Wahrscheinlich war bei dieser Turbine der Winkel γ ursprünglich kleiner, und wurde erst später so gross gemacht, als sich vielleicht, um mehr Wasser auf die Turbine wirken lassen zu können, die Nothwendigkeit zeigte, die äussere Weite der Radkanäle grösser zu machen. Ähnliche Veränderungen scheint *Fourneyron* öfter vorgenommen zu haben, um passendere Querschnitte für die äusseren Ausflussöffnungen zu erhalten, und

dies bestätigt die Richtigkeit des schon mehrmals ausgesprochenen Grundsatzes, dass bei einer Turbine die Querschnitte der Kanäle in einem ganz bestimmten Verhältnisse zu einander stehen müssen.

Diese Vergleichen der aufgestellten Bedingungen des absoluten Maximums des Effektes mit den Konstruktionsverhältnissen der von *Fourneyron* erbauten Turbinen, und mit den wirklichen Geschwindigkeiten derselben, lassen keinen Zweifel übrig, dass diese Bedingungsgleichungen eine richtige Grundlage für die Bestimmung der wesentlichsten Konstruktionsverhältnisse der Turbine bilden, wir werden uns daher derselben in der Folge bei der Aufstellung der Regeln für die praktische Konstruktion der Räder mit Sicherheit bedienen dürfen.

Bestimmung der wesentlichsten Abmessungen einer zu erbauenden Turbine.

A. Turbine mit Leitkurven.

Die Bedingungen des absoluten Maximums des Effektes, welche bei der Aufstellung von Regeln für die Bestimmung der wesentlichen Abmessungen von Turbinen sorgfältig berücksichtigt werden müssen, lassen sehr viele Grössenverhältnisse ganz unbestimmt, woraus man berechtigt ist zu schliessen, dass diese nach der nun geprüften Theorie der willkürlichen Grössen keinen wesentlichen Einfluss auf den Effekt haben können. Berücksichtigt man aber die Voraussetzungen, welche vor der Entwicklung der Theorie gemacht wurden, so wie auch die Abmessungen von den bereits bestehenden Turbinen, so ergeben sich für die Bestimmung aller Dimensionen ganz zuverlässige Regeln.

Die wesentlichsten Grössen, welche bei der Konstruktion einer Turbine bekannt sein müssen, sind:

- Der innere Halbmesser des Rades.
- Das Verhältniss zwischen dem inneren und äusseren Halbmesser des Rades.
- Die Winkel α β γ , welche sich nach den Winkeln richten, unter welchen die Radkurven und Leitkurven die Radumfänge durchschneiden.
- Die Anzahl der Radkurven und die Anzahl der Leitkurven.
- Die äussere Weite der Radkanäle.
- Die Höhe des Rades.
- Die Krümmungen der Radkurven und der Leitkurven.
- Die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades.

Wir müssen uns nun mit der Aufstellung von naturgemässen Regeln für die Bestimmung dieser Grössen beschäftigen.

Bestimmung des inneren Halbmessers des Rades.

Nach dem innern Halbmesser des Rades richtet sich der Querschnitt des Cylinders, durch welchen das Wasser zu den Leitschaufeln niederströmt. Wenn der Querschnitt dieses Cylinders zu klein gemacht wird, muss das Wasser mit grosser Geschwindigkeit gegen den Teller, an dessen Umfang die Leitkurven angebracht sind, niederströmen, und dann horizontal gegen die Leitkurven hingelenkt werden. Hiedurch entstehen aber sehr leicht sehr nachtheilige Störungen in der Bewegung des Wassers. Würde der

Querschnitt jenes Cylinders sogar kleiner gemacht, als die Summe Ω der Austrittsöffnungen aus dem Leitkurvenapparat, so würde das Wasser nicht einmal als eine ungetheilte Masse niederfliessen, sondern in einzelnen getrennten Parthieen niederstürzen und durch den Stoss gegen die Tellerfläche den grössten Theil seiner Wirkungsfähigkeit verlieren. Hieraus geht hervor, dass nur dann ein regelmässiges Niederfliessen des Wassers zu den Leitkurvenkanälen eintreten kann, wenn der Halbmesser des Rades nicht zu klein gemacht wird im Verhältniss zu der Wassermenge, welche auf die Turbine wirken soll. Es ist aber auch leicht einzusehen, dass man zu ganz unpassenden Verhältnissen der Maschine geführt würde, wenn man den innern Halbmesser des Rades gar zu gross machte. Das Rad würde nämlich in diesem Falle sehr niedrig werden, und die Anzahl der Leitkurven und Radkurven sehr gross. Aus diesen Erwägungen geht also hervor, dass der innere Halbmesser des Rades eine der Wassermenge angemessene Grösse erhalten muss.

Berücksichtigt man nur allein die Bewegung des Wassers bis zu seinem Eintritt in die Leitkurvenkanäle, so scheint es eine naturgemässe Annahme zu sein, den inneren Horizontalquerschnitt $R_2^2 \pi$ des Rades der Wassermenge Q proportional zu machen, in welchem Falle das Wasser bei allen Turbinen mit constanter Geschwindigkeit niederströmen würde.

Berücksichtigt man nur allein die Konstruktionsverhältnisse des Leitkurvenapparates, so könnte man, wie *Fourneyron* in seiner ersten Abhandlung über die Turbine gethan hat, den Grundsatz aufstellen, dass zwischen den Querschnitten $R^2 \pi$ und Ω ein bestimmtes constantes Verhältniss beobachtet werden müsste.

Versucht man diese Grundsätze bei sehr verschiedenen Gefällen in Anwendung zu bringen, so überzeugt man sich leicht, dass keiner von beiden zu einer allgemein anwendbaren Regel führt, dass jedoch der erstere dem letzteren weit vorzuziehen ist, indem dieser bei höheren Gefällen zu ganz unbrauchbaren Dimensionen für das Rad führt; und in der That, *Fourneyron* musste bei der Turbine von St. Blasien seinen vor dem Bau dieser Maschine aufgestellten Grundsatz verlassen, weil er durch denselben zu einem Rade von der Grösse einer Tabatiere geführt worden wäre. Dass aber der erstere höchst einfache Grundsatz, nach welchem $\frac{Q}{R_2^2 \pi}$ einen constanten Werth erhält, mit den wirklichen Abmessungen von Turbinen in Uebereinstimmung ist, wird durch folgende Tabelle bewiesen.

Ort der Aufstellung Nr. der Turbine.	$\frac{Q}{R_2^2 \pi}$
4. St. Blasien	0.88
3. Thüringen	1.40
9. Mühlbach	0.77
6. St. Maur	1.40
7. Ettlingen	1.32
8. Neapel	1.18
5. Augsburg	0.92
11. Lörrach	1.01
Mittel	1.11

Die Differenzen in den Werthen von $\frac{Q}{R_2^2 \pi}$ sind hier gewiss von der Art, dass man sie theils den unzuverlässigen Angaben über die Wassermenge, theils dem Mangel einer festen Regel, die bei der Bestimmung von R_2 hätten leiten sollen, zuschreiben kann.

Bedienen wir uns des mittlern Werthes der Tabelle, so erhalten wir:

$$\frac{Q}{R_2^2 \pi} = 1.11$$

und hieraus folgt:

$$R_2 = 0.538 \sqrt{Q} \dots \dots \dots (1)$$

Diese Regel empfiehlt sich insbesondere durch den Umstand, dass die Konstruktionsverhältnisse der Turbine, so wie auch die Grösse des Gefälles gar nicht bekannt sein müssen, um den inneren Halbmesser der Turbine zu bestimmen. Nach dieser Regel erhalten demnach alle Turbinen, die für gleich grosse Wasserquantitäten zu construiren sind, gleich grosse innere Halbmesser.

Man könnte, um für das Rad passende Verhältnisse zu erhalten, von dem Grundsatz ausgehen, dass $\frac{R_2}{\delta}$ und $\frac{\delta}{s}$ constante Verhältnisse sein sollten, wodurch man zur Bestimmung von R_2 zu folgender Formel geführt wird:

$$R_2 = 0.72 \sqrt{\frac{Q}{U \sin \alpha}} \dots \dots \dots (2)$$

in welcher der Coefficient 0.72 empirisch bestimmt worden ist. Diese Formel gibt aber für hohe Gefälle zu kleine Dimensionen, wenn man nicht den Winkel α sehr klein annimmt, was nach den folgenden Erläuterungen nicht geschehen soll. Da aber überhaupt die Turbine von *Fourneyron* für ganz grosse Gefälle nicht passend ist, sondern nur für mittlere und kleinere Gefälle, für welche U und α nicht viel veränderlich sind, so kann man für die Praxis $\sqrt{U \sin \alpha}$ nahe als eine constante Grösse ansehen, und dann stimmt die letzte Formel mit (1) überein, woraus hervorgeht, dass durch die Regel (1), sowohl für eine gute Zuleitung des Wassers, als auch für passende Konstruktionsverhältnisse des Zuleitungsapparates gesorgt ist.

Ueber die Wahl der Winkel α und β .

Es ist schon früher erläutert worden, dass diese Winkel innerhalb gewisser Grenzen willkürlich gewählt werden können. Diese Grenzen, welche nach der Theorie sehr weit von einander entfernt liegen, rücken hinsichtlich α sehr nahe an einander, wenn man kleine, aber nicht unwesentliche Nebenrückichten beachtet. Wird nämlich α sehr klein angenommen, so entstehen daraus zwei wesentliche Nachteile. 1) Wird dadurch der schädliche Raum verhältnissmässig sehr gross, 2) werden dann die Leitkurvenkanäle sehr eng im Vergleich mit der Dicke der Leitkurven. Nimmt man α ziemlich gross, z. B. 45° an, so werden die Leitkurvenkanäle nach aussen zu divergirend, wodurch wiederum die schädlichen Räume gross ausfallen, und die Höhe des Rades wird so niedrig, dass man gezwungen wäre, sehr viele Leitkurven anzuwenden, um für die Querschnittsdimension der Kanäle zweckmässige Abmessungen zu erhalten. Versucht man für verschiedene Annahmen die Konstruktion zu verzeichnen, so überzeugt man sich bald, dass nur dann gute Verhältnisse zu Stande kommen, wenn der Winkel, unter welchem eine Leitkurve den inneren Umfang des Schützens schneidet, nahe 25° beträgt, in welchem Falle die mittlere Richtung, nach welcher das Wasser aus den Leitkurven austritt, ungefähr einen Winkel $\alpha = 30^\circ$ mit dem innern Umfang des Rades bildet. Zu dieser Regel ist auch *Fourneyron* allmählig geführt worden, wie seine in neuerer Zeit erbauten Turbinen beweisen.

Der Winkel β ist $= 90^\circ$ zu nehmen, wenn man sich an die Regel halten will, welche *Fourneyron* bei allen seinen Turbinen bis jetzt beobachtet hat. Ich bin jedoch

der Ansicht, dass es zweckmässiger ist, β kleiner als 90° , und z. B. nur 60° zu nehmen, weil man in diesem Falle, mit einer mässig breiten Radkrone, Radkurven von schwacher Krümmung erhält.

$$\text{Das Verhältniss } \frac{R_1}{R_2}$$

richtet sich theils nach dem Winkel β , theils nach dem inneren Halbmesser R_2 . Da die Radkurven den äusseren Umfang des Rades unter einem kleinen Winkel schneiden, so bestimmt β ungefähr den Winkel, um welchen die Wassertheilchen während ihres Durchganges durch das Rad in der Richtung ihrer Bewegung abgelenkt werden. Ist β klein, so ist die Ablenkung unbedeutend, ist β gross, so ist es auch die Ablenkung. Da aber, um alle Unregelmässigkeiten in der Bewegung des Wassers zu vermeiden, die Ablenkung nur allmählig geschehen darf, so wird eine um so längere Radkurve nothwendig sein, je grösser β ist, und da sich überdies die Radkurven um so mehr von dem inneren Umfang des Rades entfernen, je grösser β wird, so ist klar, dass die Breite $R_1 - R_2$ der Radkrone und mithin auch das Verhältniss $\frac{R_1}{R_2}$ mit β gleichzeitig wachsend angenommen werden muss.

Es ist ferner auch leicht einzusehen, dass das Verhältniss $\frac{R_1}{R_2}$ bei einem grossen Rade kleiner angenommen werden darf, als bei einem kleinen Rade, weil es sich überhaupt nur darum handelt, die Krümmung der Radkurve nicht zu stark zu machen. Da sich aus der Natur der Sache wohl kaum ein strenger, scharf ausgesprochener Grundsatz für die Bestimmung von $\frac{R_1}{R_2}$ angeben lässt, so ist es am zweckmässigsten, eine empirische Regel anzugeben, welche mit den Dimensionen von ausgeführten Turbinen möglichst nahe übereinstimmt, was bei folgender Formel ziemlich nahe der Fall ist:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + 0.0045 \frac{\beta}{\sqrt{R_2}} \dots \dots \dots (3)$$

wobei β in Graden und R_2 in Metres auszudrücken ist. Diese Formel gibt zwar für $\beta = 90^\circ$ und für kleine Werthe von R_2 einen zu grossen Werth für $\frac{R_1}{R_2}$, allein da es überhaupt nicht zweckmässig ist, kleine Turbinen mit Leitschaufeln zu bauen, so genügt die Formel (3) für die praktisch zweckmässigen Fälle.

Für $\beta = 90^\circ$ wird:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0.405}{\sqrt{R_2}} \dots \dots \dots (4)$$

Für $\beta = 60^\circ$ wird

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0.27}{\sqrt{R_2}} \dots \dots \dots (5)$$

Bei den von Fourneyron construirten Turbinen ist gewöhnlich $\frac{R_1}{R_2} = 1.38$ bis 1.5

Anzahl der Leitkurven.

Je mehr Leitkurven vorhanden sind, desto sicherer wird das Wasser durch die Kanäle geleitet, desto öfter wiederholt sich aber auch die Störung, welche die Kanten jeder Kurve in der Bewegung des Wassers verursachen, woraus hervorgeht, dass die Anzahl der Leitkurven innerhalb gewisser Grenzen gehalten werden muss. Die Leitungsfähigkeit eines Leitkurvenkanales richtet sich theils nach dem Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ zwischen der grössten Höhe der Schützenöffnung und der äusseren Weite der Kanäle, theils nach der absoluten Grösse von s . Je grösser das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ und je kleiner gleichzeitig der absolute Werth von s ist, desto sicherer vermag ein Kanal das Wasser zu leiten. Wenn s einen gewissen Werth überschreitet, so kann der Kanal das Wasser nicht mehr leiten, wie auch das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ sein mag; das Wasser folgt dann nur den concaven Seiten der Leitkurven, und verlässt die convexen Seiten, füllt also den Kanal nicht mehr ganz aus, und der mittlere Winkel α , nach welchem das Wasser austritt, fällt grösser aus, als in dem Falle, wenn die Kanäle ganz gefüllt durchströmt werden. Unter solchen Umständen müssen nothwendig sehr nachtheilige Unregelmässigkeiten in der Zuleitung des Wassers entstehen, die bei einer guten Construction der Maschine nicht zulässig sind.

Damit nun der Werth von s nie zu gross ausfällt, muss nothwendig das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ für grosse Räder grösser genommen werden, als für kleine; und dies ist um so viel mehr richtig, als bei grossen Rädern meistens eine oder mehrere Zwischenkronen angebracht werden, und man also dafür sorgen muss, dass das Verhältniss zwischen den kleinern Höhen der Schützenöffnungen und der Weite s der Zuleitungskanäle nicht zu klein ausfällt.

Diese Ansicht wird zwar durch die Dimensionen der Turbinen Tabelle I. nicht bestätigt, aber auch nicht widerlegt, weil sich bei diesen Rädern hinsichtlich des Verhältnisses $\frac{\delta_1}{s}$ keine bestimmte Regel ausspricht. Es scheint, Fourneyron hat es sich zur Regel gemacht, 24 bis 30 Leitkurven und 30 bis 36 Radkuren zu nehmen, und in jedem einzelnen Falle nach dem praktischen Gefühle die passende Zahl innerhalb dieser Grenzen auszuwählen. Bei der Mehrzahl seiner Turbinen liegt das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ zwischen 3 und 4.5. Mit Berücksichtigung der oben entwickelten Grundsätze und der Dimensionen der Turbinen Tabelle I. ist folgende empirische Formel entstanden:

$$\frac{\delta_1}{s} = 2(1 + R_2) \dots \dots \dots (6)$$

Es liesse sich nun allerdings berechnen, wie gross die Anzahl der Leitkurven genommen werden müsste, damit die Verhältnisse der Querschnitts-Dimensionen der Kanäle mit (6) genau übereinstimmen, allein die Formel fällt so complizirt aus, dass es zweckmässiger ist, zu diesem Endzwecke ein empirisches Verfahren zu befolgen, welches darin bestehen kann, dass man vorläufig 24 bis 30 Radkurven annimmt, den Leitkurvenapparat vollständig verzeichnet, und dann nachsieht, ob das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ mit jenem übereinstimmt, welches die Formel (6) angibt. Zeigt sich keine solche

Leberanstimmung, so ist es dann eine leichte Sache, die Anzahl der Schaufeln so weit zu vermehren oder zu vermindern, dass der Regel (66) Genüge geleistet wird; eine scharfe Leberanstimmung ist übrigens durchaus nicht notwendig, und man darf sich schon erlauben, um eine für die Theilung bequeme Zahl zu erhalten, einige Schaufeln mehr oder weniger zu machen.

Anzahl der Radkurven.

Was von der Leitungsfähigkeit der Leitkurvenkanäle im Allgemeinen gesagt worden ist, gilt auch von den Kanälen des Rades. Da wir bei der Konstruktion des Rades den abgemessenen Fall im Auge haben, dass der Winkel β innerhalb gewisser Grenzen beliebig angenommen werden kann, so müssen wir bei der Aufstellung einer Regel für die Bestimmung der Anzahl der Radkurven den Einfluss von β berücksichtigen. Da sich die äussere Weite s_2 der Radkanäle mit β in gleichem Sinne ändert, und unter sonst gleichen Umständen der Werth von $\frac{d_1}{s_2}$ zunimmt, wenn β abnimmt, und umgekehrt, so ist klar, dass die Anzahl der Radkurven, welche erforderlich ist, um passende Verhältnisse für die Querschnittsdimensionen der Kanäle zu erhalten, für kleinere Werthe von β ebenfalls kleiner sein kann, als für grössere Werthe dieses Winkels. Um sowohl den Einfluss von β , als auch den Grundsatz zu berücksichtigen, dass bei grösseren Rädern, unter sonst gleichen Umständen, etwas mehr Radkurven genommen werden sollten, als bei kleineren, scheint es zweckmässig zu sein, den Werth von i , durch folgende empirische Formel zu bestimmen:

$$i = 12 i \sin \beta \dots \dots \dots (7)$$

Krümmung der Leitkurven.

Die Krümmung der Leitkurven muss so gewählt werden, dass die Kanäle nach aussen zu eine schwache Convergenz erhalten. In der Regel erreicht man dies, wenn man die Leitkurven nach dem Bogen eines Kreises krümmt, dessen Halbmesser ungefähr gleich $\frac{1}{2} R_2$ ist. Bei grossen Turbinen, bei welchen die Kanäle immer günstiger ausfallen, als bei kleinen, kann man auch mit Vortheil statt eines Kreisbogens eine stätige Linie wählen, deren Krümmung von innen nach aussen zu allmählig abnimmt; bei kleinen Turbinen geht dies aber aus dem Grunde nicht an, weil bei diesen die äusserste Krümmung der Leitkurven schon so stark ist, dass sie nicht noch mehr verstärkt werden darf.

Krümmung der Radkurven.

Die krumme Linie, welche Fourneyron in seiner Abhandlung über die Turbinen für die Konstruktion der Radkurven angibt, steht mit der Natur des Gegenstandes in gar keinem Zusammenhange, sondern ist überhaupt eine gewisse stätige krumme Linie, welche den äusseren und inneren Umfang des Rades unter gewissen Winkeln schneidet. Es mag sein, dass Fourneyron bei einer oder bei mehreren seiner ersten Turbinen die Radkurven nach dieser Linie gekrümmt hat; gewiss ist es aber, dass er bei allen später erbauten Maschinen die Radkurven aus zwei oder drei Kreisbögen zusammengesetzt hat. Die krumme Linie, welche Professor Weisbach vorgeschlagen hat, ist schon aus dem Grunde unbrauchbar, weil bei derselben am Anfange sehr starke Krümmungen vorkommen, denen das Wasser nicht folgen würde. Uebrigens beruht auch die Theorie

dieser Kurve auf Voraussetzungen, welche bei guter Konstruktion von Turbinen nicht zulässig sind. Die Gleichungen, welche Herr Professor Weisbach für die Konstruktion der Radkurve angibt, sind sehr komplizirt. Bezeichnet man durch ρ den Krümmungshalbmesser dieser Kurve, welcher einem Punkt entspricht, der sich in einer Entfernung x von der Axe des Rades befindet; so findet man:

$$\rho = x^2 \frac{\sqrt{x^4 - R_2^2 \sin^2 \beta}}{x^4 + R_2^2 \sin^2 \beta}$$

und für den Fall, wenn $\beta = 90$ ist:

$$\rho = x^2 \frac{\sqrt{x^4 - r^4}}{x^4 + r^4}$$

Vermittelt dieses Ausdrucks, den ich bereits im Jahr 1836 aufgefunden habe, lässt sich jene Kurve sehr leicht genau aus Kreisbögen zusammensetzen; da wir sie aber überhaupt verwerfen, so haben diese Formeln keinen praktischen Werth.

In den aufgestellten theoretischen Formeln ist keine Spur von einer bestimmten Gestalt der Leit- und Radkurven vorhanden, und kann auch keine vorhanden sein, weil wir eine regelmässige Bewegung des Wassers vorausgesetzt haben, in welchem Fall die Geschwindigkeitsänderungen von der Gestalt der Kurven nicht abhängen. Allein wir dürfen daraus nicht schliessen, dass die Gestalt der Kurven ganz gleichgültig wäre, sondern wir müssen den Grundsatz aufstellen, dass die besten Kurven diejenigen sind, bei welchen die Störungen in der Bewegung der Wassertheilchen möglichst klein ausfallen. Leider ist es heut zu Tage nicht möglich, darauf eine exakte analytische Theorie zu gründen, weil man die Bewegung der einzelnen Wassertheilchen und ihre Wechselwirkungen durch Rechnung nicht verfolgen kann, es bleibt daher nichts anderes übrig, als sich mit dem Gefühl zu helfen, und ein empirisches Verfahren einzuschlagen.

Die folgende Regel empfiehlt sich durch Einfachheit und scheint der Natur der Sache angemessen zu sein.

Ist der Winkel β kleiner als 90° und z. B. 60° , so kann man für die ganze Radkure einen einzigen Kreisbogen annehmen, dessen Halbmesser so gewählt werden muss, dass der äussere Umfang des Rades durch die Radkurve unter einem sehr kleinen Winkel geschnitten wird. Ist der Winkel $= 90^\circ$, so setze man die Radkurve aus zwei Kreisbögen zusammen, von denen der äussere mit einem zweimal so grossen Halbmesser zu beschreiben ist, als der innere. Die Entfernung des Punktes, in welchem die Kreisbögen tangirend zusammentreffen, von dem Mittelpunkt des Rades ist $1\frac{1}{3} R_2$ zu nehmen.

Äussere Weite der Radkanäle.

Diese wichtige Dimension wird vermittelt der Gleichung 14, Seite 46 berechnet, und lässt sich auf folgende Art sehr genau in die Zeichnung des Rades auftragen. Man verzeichnet zuerst zwei unmittelbar aufeinander folgende Radkurven (Tafel 12) und setzt eine derselben bis zum Durchschnitt mit der andern fort. Hierauf zieht man in einem Abstände $u v = s_1$ zu $r q n$ einen concentrischen Kreisbogen, welcher die nächstfolgende durch w gehende Radkurve in w durchschneidet. Dieser Punkt w ist der Endpunkt der Radkurve. Macht man hierauf alle Radkurven eben so lang, so erhalten alle Kanäle aussen die verlangte Weite s_1 .

Höhe des Rades.

Durch sämtliche Regeln, welche bis hierher aufgestellt worden sind, wird der Horizontaldurchschnitt des Rades bestimmt, ist dieser verzeichnet, so kennt man alle Horizontal-Abmessungen des Rades. Um nun die Höhe des Rades zu bestimmen, muss das grösste Wasserquantum Q bekannt sein, welches man bei ganz aufgezo- genem Schützen auf das Rad wirken lassen will; dann erhält man zur Bestimmung der Höhe δ_1 des Rades oder der höchsten Schützenöffnung folgende Gleichung:

$$\delta_1 = \frac{Q}{t s k U} \dots \dots \dots (8)$$

s und i erhält man aus der Zeichnung, k muss nach der Form des Leitkurvenkanals passend gewählt werden (in der Regel darf $k = 0.9$ bis 1.0 gesetzt werden), und zur Bestimmung von U dient die Gleichung 10, Seite 46.

Ist die Wassermenge veränderlich, aber im Allgemeinen bedeutend, so muss man das Rad mit einer oder mit zwei Zwischenkronen versehen, deren Entfernung nun wiederum, nach den verschiedenen Wasserquantitäten, die auf das Rad wirken sollen, bestimmt werden muss. Nennt man: A_1, A_2, \dots die Entfernungen der einzelnen Kronen von der untern Hauptkrone; und q_1, q_2, \dots die Wasserquantitäten, die auf das Rad wirken sollen, wenn die Höhe der Schützenöffnung A_1, A_2, \dots ist, so hat man:

$$\frac{Q}{\delta_1} = \frac{q_1}{A_1} = \frac{q_2}{A_2} = \frac{q_3}{A_3}$$

demnach:

$$A_1 = \delta_1 \frac{q}{Q} \quad A_2 = \delta_1 \frac{q_1}{Q} \quad A_3 = \delta_1 \frac{q_2}{Q}$$

Da die Herstellung einer Zwischenkrone sehr viele Arbeit und Kosten verursacht, so wird man deren nie mehr als zwei anbringen, in welchem Falle also das Rad drei übereinander liegende Kanalsysteme erhält. Auch wird man nur in dem Falle zwei Zwischenkronen wählen, wenn sehr veränderliche und bedeutend grosse Wasserquantitäten zu verschiedener Zeit auf das Rad wirken sollen, oder wenn einige Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, dass man in Folge der Zeit eine bedeutend grössere Betriebskraft nothwendig haben werde, als zur Zeit der Aufstellung der Maschine.

Vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades.

Für die Anlage der Transmission ist es nothwendig, die Geschwindigkeit zu kennen, mit welcher sich die Turbine in ihrem Beharrungszustand der Bewegung bewegen muss, um einen guten Effekt zu entwickeln. Hierzu dienen die Gleichungen Seite 68. Hat man vermittelst der einen oder der andern v_2 berechnet, so erhält man die entsprechende Anzahl Umdrehungen des Rades durch folgende Formel:

$$N = 9.548 \frac{v_2}{R_2} = 9.548 \frac{v_1}{R_1} \dots \dots \dots (9)$$

Hiermit sind also die wichtigsten Elemente für die Konstruktion einer Turbine nach dem System von *Fourneyron* bekannt.

B. Turbinen ohne Leitkurven.

Der innere Halbmesser des Rades.

Was früher über die Bestimmung des innern Halbmessers einer Turbine nach *Fourneyron* im Allgemeinen gesagt worden ist, findet auch hier seine Anwendung; wir können daher die dort aufgestellte Gleichung 2, Seite 73 benutzen, um für die Turbine ohne Leitschaufeln einen zweckmässigen innern Halbmesser ausfindig zu machen.

Bezeichnen wir für einen Augenblick durch $(R_2)_f$ und $(R_2)_c$ die inneren Halbmesser, welche nach der Formel (2) zwei Turbinen für gleiche Gefälle und gleiche Wassermengen erhalten, wenn die erstere mit Leitkurven versehen wird, die letztere aber nicht; ferner durch U_f und U_c die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers bei beiden Turbinen, so ist:

$$(R_2)_f : (R_2)_c = 0.72 \sqrt{\frac{Q}{U_f \sin \alpha}} : 0.72 \sqrt{\frac{Q}{U_c}}$$

oder:

$$(R_2)_f : (R_2)_c = \frac{1}{\sqrt{U_f \sin \alpha}} : \frac{1}{\sqrt{U_c}} = \sqrt{U_c} : \sqrt{U_f \sin \alpha}$$

Bei der Turbine mit Leitkurven ist aber in der Regel: $U_f = 0.8 \sqrt{2gH}$, $\sin \alpha = 0.5$; dagegen bei der Turbine ohne Leitschaufeln: U_c ungefähr gleich $0.25 \sqrt{2gH}$. Für diese Werthe wird obige Proportion:

$$(R_2)_f : (R_2)_c = \sqrt{0.25 \sqrt{2gH}} : \sqrt{0.8 \times 0.5 \sqrt{2gH}} = \sqrt{0.25} : \sqrt{0.40}$$

Hieraus folgt:

$$(R_2)_c = (R_2)_f \sqrt{\frac{40}{25}} = 1.26 (R_2)_f$$

Nehmen wir nun für $(R_2)_f$ den Werth, welchen die Gleichung 1, Seite 73 darbietet, so finden wir: für Turbinen ohne Leitkurven

$$R_2 = 0.677 \sqrt{Q} \dots \dots \dots (10)$$

Der innere Halbmesser einer Turbine ohne Leitkurven ist demnach grösser, als bei einer Turbine mit Leitkurven.

Das Verhältniss $\frac{R_1}{R_2}$ zwischen dem äussern und innern Halbmesser des Rades.

Die Formel 3, S. 74 gibt für Turbinen ohne Leitkurven, bei welchen in der Regel $\beta = 25^\circ$ ist, für $\frac{R_1}{R_2}$ zu kleine Werthe, es ist daher nothwendig, hier eine besondere Regel zur Bestimmung dieses Verhältnisses aufzustellen. Es ist leicht einzusehen, dass die Breite $R_1 - R_2$ der Radkrone bei grossen und kleinen Rädern nicht sehr stark variiren darf; daher muss das Verhältniss $\frac{R_1}{R_2}$ bei kleinen Rädern grösser genommen werden, als bei grossen Rädern. Dies zeigen auch die Dimensionen der Turbinen (13)

und (14) Tabelle I., S. 48, denn bei der kleinen Turbine von Ettlingen ist $\frac{R_1}{R_2} = 1.25$ und bei dem grossen Rade von Sargemine ist $\frac{R_1}{R_2} = 1.1$. Legt man diese Verhältnisse zu Grunde, so ergibt sich folgende empirische Formel:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1.28 - 0.10 R_2 \dots \dots \dots (11)$$

Höhe des Rades.

Für die Bestimmung dieser Dimension hat man die Formel

$$\delta_1 = \frac{Q}{2 R_2 \pi U} \dots \dots \dots (12)$$

Um aber U zu bestimmen, muss man die Gleichungen 3, 5, 6, Seite 47 berücksichtigen, und muss sich über den Werth von ρ entscheiden. Cadiat sagt, dass seine Turbinen den besten Effekt entwickeln, wenn die Geschwindigkeit am äusseren Umfange des Rades $0.6 \sqrt{2 g H}$ ist. Für diesen Werth von v_1 wird aber wegen (5) $\rho = 1.9$ und die Gleichung 7, S. 47 gibt dann: $\frac{E_n}{\rho Q H} = 0.66$. Da dies Resultat nicht sehr günstig ist, so wird es zweckmässiger sein, wenn wir die Dimensionen der Maschine so bestimmen, dass die vortheilhafteste Geschwindigkeit etwas grösser ausfällt, weil dann $\frac{E_n}{\rho Q H}$ günstiger ausfällt.

Nehmen wir demnach an:

$$v_1 = 0.7 \sqrt{2 g H}$$

so wird wegen 5, Seite 46:

$$\rho = 1.74$$

und die Gleichung 6, Seite 46 gibt dann:

$$U = 0.7 \frac{R_2}{R_1} \tan \beta \sqrt{2 g H}$$

Führt man diesen Werth von U in dem vorhergehenden Ausdruck für δ_1 ein, so ergibt sich:

$$\delta_1 = \frac{Q}{1.4 \pi R_2 \frac{R_2}{R_1} \tan \beta \sqrt{2 g H}} \dots \dots \dots (13)$$

Anzahl der Radkurven.

Aus der Gleichung 9, Seite 47 folgt:

$$i_1 = \frac{Q}{\delta_1^2 \left(\frac{s_1}{\delta_1}\right) v_1 \rho k_1} \dots \dots \dots (14)$$

Setzt man, um passende Verhältnisse für die Querschnittsdimensionen der Kanäle zu erhalten, $\frac{\delta_1}{s_1} = 4$, substituirt für v_1 und ρ obigen Werth, und nimmt $k_1 = 0.9$, so erhält man:

$$i_1 = 3.65 \frac{Q}{\delta_1^2 \sqrt{2 g H}} \dots \dots \dots (15)$$

Da sich in der Regel für i_1 keine ganze Zahl ergeben wird, so nimmt man für die Anzahl der Leitkurven diejenige ganze Zahl, welche für die Theilung des Rades bequemer ist, und dem berechneten Werth von i_1 am nächsten kommt. Dies hat aber nun zur Folge, dass der Werth von s_1 besonders berechnet werden muss.

Äussere Weite der Radkanäle.

Zur Bestimmung dieser Dimension folgt aus 9, Seite 47:

$$s_1 = \frac{Q}{i_1 \delta_1 v_1 \rho k_1} \dots \dots \dots (16)$$

In diese Gleichung muss man setzen: für i_1 die wirkliche Anzahl der Radkurven, und nicht den aus der Formel (15) berechneten Werth, ferner:

$$v_1 = 0.7 \sqrt{2 g H}, \rho = 1.74, k_1 = 0.9$$

Anzahl der Umdrehungen des Rades.

Da wir $v_1 = 0.7 \sqrt{2 g H}$ annehmen, so ergibt sich für die Anzahl der Umdrehungen des Rades per 1'

$$n = 9.548 \frac{v_1}{R_1} = 6.68 \frac{\sqrt{2 g H}}{R_1} \dots \dots \dots (17)$$

Hiermit sind alle wesentlichen Dimensionen einer Turbine ohne Leitkurven bestimmt.

C. Die Schottische Turbine.

Die Gleichungen Seite 47 führen uns mit Berücksichtigung der Angaben, Tabelle II., Seite 49, über ausgeführte Turbinen zu brauchbaren praktischen Regeln für die Abmessungen dieser Anordnung.

Die Gesetze, welche durch die Gleichungen Seite 47 ausgesprochen sind, stimmen mit den Erfahrungen der Tabelle II., Seite 49 überein. Da nämlich $\frac{R_2}{R_1}$ nicht stark veränderlich ist, so folgt unter dieser Voraussetzung aus jenen Gleichungen:

$$\frac{v_1}{\sqrt{2 g H}} = \text{Constante.}$$

$$\frac{u_1}{\sqrt{2gH}} = \text{Constante.}$$

und da $Q = u_1 \Omega_1$ ist, so ergibt sich auch

$$\frac{\Omega_1}{\sqrt{2gH}} = \text{Constante.}$$

Die Resultate der genannten Tabelle geben in der That für diese Verhältnisse sehr nahe constante Werthe, und man erhält nun mit einer praktisch genügenden Genauigkeit folgende Formeln:

$$\Omega_1 = 1.1 \frac{Q}{\sqrt{2gH}} \dots \dots \dots (18)$$

$$v_1 = 0.818 \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (19)$$

$$R_1 = 7.81 \frac{\sqrt{2gH}}{R_2} \dots \dots \dots (20)$$

Der innere Halbmesser R_2 des Rades,

der die Grösse der Oeffnung bestimmt, durch welche das Wasser in das Rad eintritt, hängt vorzugsweise von der Wassermenge ab, die auf das Rad wirken soll. Nimmt man diese Oeffnung zu klein an, so wird die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in das Rad zu gross, und es entstehen dann leicht Störungen und Stösse, die vermieden werden sollen. Nimmt man jenen Halbmesser zu gross an, so werden die Verhältnisse der Hauptdimensionen des Rades ganz unpassend; es wird nämlich die Höhe des Rades zu niedrig und der äussere Halbmesser desselben zu gross, weil $\frac{R_1}{R_2}$ nicht kleiner als 4 oder 3 genommen werden soll. Man erhält in allen praktischen Fällen für R_2 einen passenden Werth, wenn man von der Voraussetzung ausgeht, dass bei allen diesen Turbinen das Wasser durch den Querschnitt des Kreises vom Halbmesser R_2 mit einer Geschwindigkeit von 2^m sich bewegen soll. Aus dieser Annahme folgt:

$$R_2 = 0.4 \sqrt{Q} \dots \dots \dots (21)$$

Der äussere Halbmesser R_1

kann bei dreiarmigen Turbinen, die für grössere Wassermassen gehören, viermal, und für zweiarmige Turbinen, die bei kleinen Wassermengen zweckmässig anwendbar sind, dreimal so gross genommen werden, als R_2 . Man hat demnach folgende Regel:

$$R_1 = 4 R_2 \text{ für 2armige Turbinen,}$$
$$R_1 = 3 R_2 \text{ für 3armige Turbinen.}$$

Die Krümmung der Kanäle.

Die Gestalt der Kanäle ist zwar der Hauptsache nach gleichgiltig, wenn nur der Winkel β (für welchen hier der Winkel zu nehmen ist, unter welchem die Axe eines

Radkanals den inneren Umfang des Rades schneidet) nicht zu gross ausfällt, weil sonst die concave Wand eines jeden Radkanals gegen das eintretende Wasser schlägt. Bei den Turbinen, welche in Schottland ausgeführt worden sind, ist die Axe des Kanales nach einer gewöhnlichen Spirallinie gekrümmt, bei welcher die Radienvektoren proportional mit dem Polarwinkel wachsen. Diese Kurve ist leicht zu construiren und gibt den Kanälen passende Krümmungen. Da sie mit der Natur der Sache in keinem wesentlichen Zusammenhang steht, so kann man keine wissenschaftliche Regel für die zweckmässigste Länge des Spiralbogens angeben. Nach mehreren angestellten Versuchen glaube ich, dass bei dreiarmigen Turbinen eine halbe, bei zweiarmigen Turbinen zwei Drittheile einer Umwindung angenommen werden darf. Bei der später folgenden praktischen Anleitung zur Verzeichnung der Turbinen überhaupt werden auch die Regeln für die Verzeichnung der spiralförmigen Radkanäle angegeben.

Die Höhe δ , der Radkanäle.

Damit in der Bewegung des Wassers keine plötzliche Geschwindigkeitsänderung eintreten kann, muss der Querschnitt der ringförmigen Oeffnung, durch welche es nach radialer Richtung gegen die Radkanäle hinströmt, eben so gross gemacht werden, als der Querschnitt der Ausmündungsöffnung des Zuleitungsrohres, denn diese Querschnitte folgen fast unmittelbar aufeinander. Man hat daher die Bedingung:

$$2 R_2 \pi \delta = R_1^2 \pi$$

woraus folgt:

$$\delta = \frac{1}{2} R_2 \dots \dots \dots (22)$$

Da es für die Einfachheit der Ausführung zweckmässig ist, wenn die Radkanäle überall gleich hoch gemacht werden, so ist durch diesen Werth von δ zugleich die Höhe der Kanäle bestimmt.

Äussere Weite der Kanäle.

Zur Bestimmung dieser Dimension hat man:

$$s_1 = \frac{\Omega_1}{i_1 \delta} \dots \dots \dots (23)$$

Hiermit sind alle wesentlichen Dimensionen der Maschine bestimmt.

Praktische Anleitung zur Verzeichnung von Turbinen mit Leitkurven.

Tafel 12 des Textes.

Man bestimme zuerst die Wassermenge, welche in jeder Sekunde auf das Rad wirken soll, wenn dieses Datum nicht unmittelbar gegeben sein sollte. Nennt man N den Nutzeffekt, in Pferdekraften à 75 Killogramm-Meter ausgedrückt, welchen die Turbine entwickeln soll, und nimmt man an, dass derselbe 0.75 von dem absoluten Effekt der Wasserkraft betrage, so hat man zur Bestimmung der Wassermenge Q in Kubik-Metern ausgedrückt folgende Formel:

$$Q = 0.107 \frac{N}{H} \dots \dots \dots (1)$$

Nun berechne man den innern Halbmesser R_2 des Rades vermittelst der Formel

$$R_2 = 0.538 \sqrt{Q} \dots \dots \dots (2)$$

und verzeichne mit demselben den inneren Umfang Fig. 3, Tafel 12 des Rades. Da bei der Turbine von *Fourneyron* kein merklicher Wasserverlust am innern Umfange des Rades zu befürchten ist, so könnte man zwar den Zwischenraum zwischen dem innern Umfang des Rades und dem äusseren Umfang des Schützens ziemlich gross annehmen, allein es ist sowohl wegen der Leitung des Wassers, und auch um die schädlichen Räume möglichst zu vermindern, gut, diesen Zwischenraum so wie auch die Dicke des Schützenscyllinders möglichst klein zu machen. Bei kleinen Turbinen können diese Theile abgedreht werden, und dann kann man die Spalte 0.001^m bis 0.002^m annehmen, bei grossen Turbinen muss man sie aber doch wenigstens 0.005^m machen. Wird der Schützensmantel von Gusseisen gemacht, so muss er für kleine Turbinen wenigstens 0.01^m, für grössere 0.015^m Dicke erhalten; der obere Theil dieses Cylinders, welcher sich bei der tiefsten Stellung desselben über dem Rade befindet, kann aber, um dem Ganzen mehr Steifheit zu geben, dicker gemacht werden. Hat man die Kreise verzeichnet, welche den Durchschnitt des Schützens darstellen, so muss man den Winkel angeben, unter welchem die Leitkurven den innern Kreis des Schützens schneiden sollen. Dieser Winkel in Graden ausgedrückt ist:

$$\angle bcd = 25^\circ - H^\circ$$

Für grössere Gefälle ist es nämlich gut, diesen Winkel kleiner zu nehmen, als für kleinere Gefälle, damit die Höhe des Rades eine passende Grösse erhält. Bei der Turbine Fig. 3 ist $\angle bcd = 15^\circ$.

Nun nehme man provisorisch bei kleineren Turbinen 24, bei grösseren Turbinen 30 Leitkurven an, theile den inneren Umfang des Schützens in eben so viele gleiche Theile, construire an einem dieser Theilungspunkte, z. B. c, den Winkel $\angle bcd$, errichte auf cb in c ein Perpendikel ce , trage auf dasselbe eine Länge $= \frac{1}{2} R_2$ auf, und beschreibe mit derselben aus e als Mittelpunkt einen durch c gehenden Kreisbogen gegen den Mittelpunkt des Rades hin, welcher somit die concave Seite der durch c gehenden Leitkurve ist. Um auch die convexe Seite derselben zu verzeichnen, trage man die Blechdicke (welche nur 0.003^m bis 0.004^m betragen soll) auf und beschreibe aus e einen concentrischen Kreis. Um die übrigen Leitkurven zu verzeichnen, bestimme man die Mittelpunkte derselben, indem man durch e aus O als Mittelpunkt einen Kreis beschreibt, und in denselben mit einer Cirkelöffnung $= \frac{1}{2} R_2$ aus den einzelnen Theilungspunkten im innern Umkreise des Schützens einschneidet. Was nun weiter zu thun ist um die Verzeichnung der Leitkurven zu vollenden, bedarf keiner weitem Erklärung. Bei der Turbine Fig. 3 ist die halbe Anzahl der Leitkurven bis an die Röhre, und die andere halbe Anzahl bis auf eine Entfernung $\frac{2}{3} R_2$ von O festgesetzt. *Fourneyron* wählt in der neueren Zeit stets diese Anordnung, welche den Vortheil gewährt, dass wenigstens die ganz hereingehenden Kurven sehr sorgfältig befestigt werden können. Ist nun der Leitkurvenapparat verzeichnet, so bestimme man die Grössen s und α , was auf folgende Weise geschieht.

Man verbinde den Punkt c mit dem Mittelpunkt e_1 der durch c gehenden Leitkurve, und messe mit aller Genauigkeit den Abstand $ce_1 = s$. Ferner ziehe man durch die Punkte c und f an die durch c und e_1 gehenden Kurven Tangenten, verlängere dieselben bis zu ihrem Durchschnitt in m , halbire den Winkel $\angle fmc$ durch die Linie mkh und ziehe an den inneren Umfang des Rades in dem Punkte k , wo derselbe von der Halbirungslinie mh geschnitten wird, eine Tangente, so ist: $\angle lkg = \alpha$. Um diesen Winkel in

Graden ausgedrückt zu erhalten, kann man sich eines Transporteurs bedienen. Die so gemessenen Werthe von s und α bemerke man sich vorläufig. Um die Höhe der Schützenöffnung zu bestimmen, welche der Wassermenge Q entspricht, und die mit der Höhe des Rades übereinstimmt, muss man noch den Winkel β angeben. *Fourneyron* hat bei den von ihm erbauten Turbinen jederzeit $\beta = 90^\circ$ genommen. Ich bin jedoch der Meinung, dass es zweckmässiger ist, β kleiner als 90° , und z. B. wie es bei der Turbine Fig. 3 der Fall ist, 60° zu nehmen, weil man dann die Radkronen nicht so breit zu machen braucht, als wenn $\beta = 90^\circ$ genommen wird, um schwach gekrümmte Radkurven zu erhalten. Hat man sich über die Wahl von β entschieden, so berechne man die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers durch folgende Formel:

Für irgend einen Werth von β ist:

$$U = \sqrt{gH \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}} \dots \dots \dots (3)$$

wenn $\beta = 90^\circ$ genommen wird, ist:

$$U = \frac{\sqrt{gH}}{\cos \alpha} \dots \dots \dots (4)$$

und dann hat man zur Bestimmung von δ die Gleichung

$$\delta = \frac{Q}{i s k U} \dots \dots \dots (5)$$

in welcher für i die provisorisch angenommene Anzahl Leitkurven, für s die Entfernung cf , in Metern ausgedrückt, für Q die Wassermenge, welche per 1" auf das Rad wirken soll, in Kubik-Metern, für U der unmittelbar vorher gefundene Werth, endlich für k , 1 oder 0.9 zu setzen ist, je nachdem der Winkel α sich mehr dem Werthe 25° oder mehr dem Werthe 15° nähert. Ist δ berechnet, so sehe man nach, wie oftmals s in δ enthalten ist, d. h. wie gross der Werth von $\frac{\delta}{s}$ ist. Ist dieses Verhältniss $= 2(1 + R_2)$ oder nicht viel davon verschieden, so kann die angenommene Anzahl Leitkurven, so wie überhaupt die ganze Verzeichnung des Apparates beibehalten werden, was in der Regel der Fall sein wird. Ist die Differenz zwischen den Werthen von $\frac{\delta}{s}$ und von $2(1 + R_2)$ grösser als 0.5, so ist es besser, die provisorisch angenommene Anzahl i Kurven und den daraus durch Verzeichnung aufgefundenen Werth von s nicht beizubehalten. Um dann in diesem Falle die richtige Anzahl Leitkurven zu erhalten, berechne man den Werth des Ausdruckes: $i \frac{2(1 + R_2)}{(\frac{\delta}{s})}$ und nehme die nächste ganze, für die Theilung

bequeme Zahl. Mit dieser richtigen Anzahl wiederhole man die Konstruktion des Leitkurvensystems von neuem.

Die Anzahl der Radkurven findet man durch Multiplikation der richtigen Anzahl Leitkurven mit: $1.2 \sin \beta$. Zur Berechnung des Verhältnisses $\frac{R_1}{R_2}$ zwischen dem äusseren und inneren Halbmesser des Rades dient die Formel:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0.0045 \beta}{\sqrt{R_2}} \dots \dots \dots (6)$$

wobei der Winkel β in Graden ausgedrückt zu nehmen ist.

Für $\beta = 90^\circ$ ist die Anzahl der Radkurven gleich 1.2mal der Anzahl der Leitkurven und

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0.405}{\sqrt{R_2}}$$

Für $\beta = 60^\circ$ ist die Anzahl der Radkurven gleich der Anzahl der Leitkurven und

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0.27}{\sqrt{R_2}}$$

Um den Werth von R_1 zu erhalten, muss man diese Verhältnisszahl mit R_2 multiplizieren.

Da nun die Grössen $i, i_1, s, \frac{R_1}{R_2}, \alpha, \beta$ gekannt sind, so kann man nun auch die äussere Weite s_1 der Radkanäle vermittelst der Formel:

$$s_1 = s \frac{k}{k_1} \frac{i}{i_1} \frac{R_2}{R_1} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \dots \dots \dots (7)$$

berechnen, wobei zu setzen ist:

$$\begin{aligned} k &= 0.9, \text{ wenn } \alpha \text{ kleiner als } 24^\circ \\ k &= 1.0, \text{ wenn } \alpha \text{ kleiner als } 24^\circ \\ k_1 &= 0.9. \end{aligned}$$

Nun verzeichne man das Rad, wobei folgendes Verfahren zu empfehlen ist.

Man verzeichne mit R_1 den äusseren Umfang des Rades, theile den inneren Umfang desselben in i_1 gleiche Theile, construire in einem beliebigen Theilungspunkt n den Winkel β und errichte in n auf on eine senkrechte np , so liegt in dieser der Mittelpunkt des Kreises für die innere Krümmung der durch n gehenden Radkurve. Wenn $\beta = 60^\circ$ ist, so kann die Radkurve aus einem einzigen Kreisbogen gebildet werden, dessen Halbmesser so zu wählen ist, dass der unbestimmt fortgesetzte Kreisbogen den äusseren Umfang des Rades unter einem sehr kleinen Winkel schneidet.

Wenn $\beta = 90^\circ$ ist, muss man, um für die Radkanäle passende Formen zu erhalten, jede Radkurve wenigstens aus zwei Kreisbögen zusammensetzen. In Fig. 3 ist jede Radkurve aus zwei Kreisbögen nq und qr zusammengesetzt.

Der Krümmungshalbmesser np und qt für die Bögen nq und qr kann nicht jederzeit so gross gewählt werden, wie sie in den Zeichnungen angegeben sind; diese Angaben sind nur als ungefähre Werthe anzusehen, vermittelst welchen man durch folgendes empirisches Verfahren sehr leicht zu passenden Krümmungen für die Radkurven geführt wird.

Man versuche zuerst, wenn $\beta = 90^\circ$ genommen wurde, mit $pn = 0.36 R_2, tq = 0.5 R_2$ und wenn $\beta = 60^\circ$ genommen wurde, mit $pn = 0.45 R_2, tq = 0.59 R_2$ eine Radkurve zu verzeichnen, welche man aussen in's Unbestimmte fortsetzt. Schneidet nun der in's Unbestimmte verlängerte Bogen qr den mit R_1 beschriebenen äusseren Umfang des Rades unter einem sehr kleinen Winkel, so ist die verzeichnete Kurve beizubehalten. Schneidet qr den äusseren Umfang unter einem Winkel, der gleich oder grösser als 15° ist, so muss man die Konstruktion der Kurve mit etwas kleineren Krümmungshalbmessern versuchen. Wird der äussere Umfang des Rades von dem Bogen qr berührt oder gar nicht ge-

troffen, so muss man die Konstruktion der Kurve mit Krümmungshalbmessern versuchen, die etwas grösser sind als die in den Zeichnungen angegebenen Werthe von np und qt . Durch dieses Tatonnement, welches allerdings nicht ein wissenschaftliches Verfahren genannt werden kann, gelangt man aber doch praktisch am einfachsten zum Ziele, denn eine scharfe mathematische Formel zur Bestimmung von np und qt würde sehr weitläufig werden.

Hat man nun nach einigen Versuchen die Krümmungsmittelpunkte p und t und die Krümmungshalbmesser np und qt so gewählt, dass der Bogen qr den äusseren Umfang des Rades unter einem kleinen Winkel schneidet, so verzeichne man zwei unmittelbar aufeinander folgende Radkurven mit Angabe ihrer Dicke, welche bei kleinen Turbinen 0.004^m , bei grösseren 0.005^m bis 0.006^m genommen werden kann, und verlängere vorläufig eine derselben bis zum Durchschnitt mit der andern. Hierauf mache man uv gleich dem berechneten Werth von s_1 und beschreibe durch u einen zur Kurve v concentrischen Kreisbogen uw , so bestimmt der Durchschnittspunkt w desselben mit der Radkurve den Endpunkt derselben, und mithin auch die richtige äussere Weite des Randkanals. Streng genommen, muss der Punkt w auch in dem Umfang des mit R_1 beschriebenen Kreises liegen, es ist jedoch von gar keinem merklichen Nachtheil, wenn dies nicht ganz scharf eintrifft; denn man kann ja nicht grundsätzlich streng sagen, welches der eigentliche Werth von R_1 ist. Ist nun eine Radkurve fertig gezeichnet, so werden alle übrigen ganz identisch mit der ersten gemacht. Zu diesem Behufe zieht man durch p, t und q , aus O als Mittelpunkt, Hilfskreise, schneidet mit einer Cirkelöffnung $= np$ aus allen Theilungspunkten des innern Radumfangs in den durch p gehenden, und mit einer Cirkelöffnung $= nt$ aus denselben Theilungspunkten in den durch t gehenden Hilfskreis ein, so sind diese Einschnittspunkte die Krümmungsmittelpunkte für alle Radkurven. Die Endpunkte der Radkurven kann man entweder nach dem Verfahren bestimmen, welches bei wx angewendet wurde (und diess ist am genauesten) oder man kann auch, wenn alle Kurven mit grösster Genauigkeit verzeichnet wurden, mit der Entfernung nr aus allen Theilungspunkten des innern Radumfangs die Längen der Kurven abschneiden.

Um endlich noch den Winkel γ zu bestimmen (welcher nur dann genauer bekannt sein muss, wenn man die vollständige Berechnung des Rades nach den allgemeinen Gleichungen machen will) ziehe man durch x und w Tangenten an die Radkurve, halbiere durch $y z$ den Winkel $w y x$, den diese Tangenten bilden, und ziehe durch z eine auf $O z$ senkrechte Linie $z s$, so ist

$$\angle y z s = \gamma$$

Zur Bestimmung der Höhe δ_1 des Rades hat man die Formel:

$$\delta_1 = \frac{Q}{i s k U} \dots \dots \dots (8)$$

Zur Bestimmung der vortheilhaftesten Anzahl \mathfrak{N} der Umdrehungen des Rades per 1' hat man:

$$\mathfrak{N} = 6.75 \frac{\sqrt{g H \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta \cos \alpha}}}{R_2} \dots \dots \dots (9)$$

Wenn $\beta = 90^\circ$ erhält man:

$$\mathfrak{N} = 4.7 \frac{\sqrt{2 g H}}{R_2} \dots \dots \dots (10)$$

Zur Bestimmung des Durchmessers d der Turbinenaxe in Centimetern hat man

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{\mathfrak{N}}} \dots \dots \dots (11)$$

wobei N den Nutzeffekt des Rades in Pferdekraften à 75 Kill. Met. ausgedrückt bedeutet, und \mathfrak{N} die so eben berechnete Anzahl Umdrehungen des Rades per 1'.

Für die Bestimmung der Dimension aller Theile, welche zum Aufzug und zur Transmission dienen, gebe ich hier keine Regeln an, weil dieser Gegenstand in einer besondern Monographie behandelt werden wird.

Wenn man sich mit einem geringeren, aber doch für die Praxis genügenden Grad von Genauigkeit begnügen will, kann man das Turbinenrad nach folgendem einfachen Verfahren berechnen und verzeichnen.

Man berechne die Wassermenge Q , welche per 1" auf das Rad wirken muss, damit es den zum Betriebe nothwendigen Effekt hervorbringen kann, mittelst der Formel:

$$Q = 0.107 \frac{N}{H} \dots \dots \dots (12)$$

Hierauf berechne man den inneren Halbmesser R_2 des Rades mittelst der Formel:

$$R_2 = 0.538 \sqrt{Q} \dots \dots \dots (13)$$

Ist R_2 gleich oder kleiner als 0.5^m , so verzeichne man den Horizontaldurchschnitt des Rades geometrisch ähnlich dem Rade Tafel VI. Atlas.

Ist R_2 grösser als 0.5 , so verzeichne man den Horizontaldurchschnitt des Rades ähnlich dem Rade Tafel III. Atlas.

Um die Höhe δ_1 des Rades zu bestimmen, berechne man zuerst den Werth von U mittelst der Formel:

$$U = 0.8 \sqrt{2 g H}$$

und dann erhält man:

$$\delta_1 = \frac{Q}{i s U}$$

Die zwecknässigste Anzahl \mathfrak{N} der Umdrehungen des Rades per 1" ist:

$$\mathfrak{N} = 4.7 \frac{\sqrt{2 g H}}{R_2}$$

Praktische Anleitung zur Verzeichnung von Turbinen ohne Leitkurven.

Wenn die Wassermenge, welche auf die Turbine wirken soll, nicht unmittelbar angegeben ist, so muss dieselbe aus dem Gefälle und dem Nutzeffekt, welchen das Rad entwickeln soll, berechnet werden. Hierzu dient folgende Formel:

$$Q = 0.125 \frac{N}{H}$$

wobei N den Nutzeffekt in Pferdekraften à 75 Kill. Met. bedeutet, den die Turbine entwickeln soll. Nun berechne man den innern Halbmesser R_2 der Turbine mittelst der Formel:

$$R_2 = 0.677 \sqrt{Q}$$

und verzeichne mit demselben den innern Umfang des Rades.

Um die übrigen Dimensionen des Rads zu bestimmen, muss man den Winkel β annehmen. Es ist zweckmässig, denselben = 25° zu nehmen. Für diese Annahme ist:

$$R_1 = (1.28 - 0.10 R_2) R_2$$

mit diesem Halbmesser verzeichne man den (theoretischen) äussern Umfang des Rades. Nun bestimme man die Höhe des Rades, indem man zuerst die Austrittsgeschwindigkeit mittelst der Formel:

$$U = 0.7 \frac{R_2}{R_1} \tan \beta \sqrt{2 g H}$$

berechnet, und den Werth, welcher sich hieraus ergibt, in:

$$\delta_1 = \frac{Q}{2 R_2 \pi U}$$

substituirt. Unter der Voraussetzung, dass man die Höhe der Radkanäle viermal so gross macht, als ihre äussere Weite s_1 , findet man die Anzahl der Radkurven durch folgende Formel:

$$i_1 = 3.65 \frac{Q}{\delta_1^2 \sqrt{2 g H}}$$

In der Regel wird aber das Resultat dieser Formel keine ganze Zahl sein; man nehme daher für die Anzahl der Radkurven diejenige ganze Zahl, welche für die Theilung des Rades bequem ist und dem aus der letzten Formel erhaltenen numerischen Resultate am nächsten liegt. Dann ist aber die äussere Weite der Radkanäle nicht mehr gleich $\frac{1}{4} \delta_1$ zu nehmen, sondern man findet die wahre äussere Weite, wenn man $\frac{1}{4} \delta_1$ mit dem numerischen Resultat, welches die letzte Formel geliefert hat, multipliziert und mit der wirklich angenommenen Anzahl Radkurven dividirt.

Die Verzeichnung des Rades geschieht nun wie folgt. Man theile den inneren Umfang des Rades in so viele gleiche Theile, als die Anzahl der Radkurven beträgt, verbinde einen beliebigen Theilungspunkt a mit dem Mittelpunkt des Rades und verzeichne den Winkel $O a c = \beta = 25^\circ$. Hierauf beschreibe man die durch a gehende Radkurve $a b$, und zwar mit einem einzigen Kreisbogen, dessen Mittelpunkt c in der Linie $a c$ so gewählt werden muss, dass die Radkurve den äusseren Umfang des Rades unter einem sehr kleinen Winkel (von ungefähr 10°) schneidet. In der Zeichnung bei

welcher $\frac{R_1}{R_2} = 1.2$ ist, beträgt der Krümmungshalbmesser der Radkurve $0.8 R_2$; so wie

sich aber das Verhältniss $\frac{R_1}{R_2}$ ändert, verändert sich auch der Krümmungshalbmesser; es ist aber sehr leicht, durch ein paar Versuche den passenden Krümmungshalbmesser aufzufinden. Hat man die Seite $a b$ der Radkurve verzeichnet, so verzeichnet man auch die andere (wobei man die Blechdicke für kleinere Räder 0.004^m , für grössere 0.005^m , für

ganz grosse 0.006^m annimmt), so wie auch die durch die übrigen Theilungspunkte gehenden Radkurven, wobei man berücksichtigen wird, dass die Krümmungsmittelpunkte aller Radkurven in dem durch c gehenden Kreis liegen. Damit nun der Kanal die richtige, bereits berechnete äussere Weite s_1 erhalte, trage man dieselbe bei d e auf, und ziehe durch e einen zu $a_1 b_1$ concentrischen Kreisbogen, bis die Kurve a b in dem Punkte b geschnitten wird, so ist b der Endpunkt der Schaufel a b. Die Länge der übrigen Schaufeln wird bestimmt, indem man mit einer Zirkelöffnung gleich a b aus den einzelnen Theilungspunkten die entsprechenden Radkurven abschneidet.

Die Anzahl der Umdrehungen des Rades per 1' ist:

$$n = 6.68 \frac{\sqrt{2 g H}}{R_1}$$

Praktische Anleitung zur Verzeichnung Schott'scher Turbinen.

Tafel 11.

Diese Turbinen sind nur für kleinere Wasserquantitäten (von höchstens 0.6 Kub. Met. per 1^u) und für grössere Gefälle (von wenigstens 4^m Höhe) mit Vortheil anwendbar. Ist die Wassermenge, welche per 1^u auf das Rad wirken soll, nicht unmittelbar gegeben, sondern kennt man den Nutzeffekt, in Pferdekraften à 75 Kill. Met. ausgedrückt, welchen die Turbine entwickeln soll, so berechne man zuerst die für den verlangten Effekt nothwendige Wassermenge, vermittelt folgender Formel:

$$Q = 0.125 \frac{N}{H} \text{ in Kubik-Metern.}$$

Hierauf berechne man die Summe Ω_1 der Austrittsöffnungen aller Radkanäle vermittelt der Formel

$$\Omega_1 = 1.1 \frac{Q}{\sqrt{2 g H}}$$

Nach diesen Werthe von Ω_1 ist zu entscheiden, ob man das Rad mit 2 oder 3 Armen versehen soll. Fallen die Oeffnungen nicht gross aus, wenn man 2 Arme annimmt, so ist diese Annahme der Einfachheit der Konstruktion wegen beizubehalten, im entgegengesetzten Fall nehme man 3 Arme an.

Zur Bestimmung des inneren Halbmessers hat man

$$R_1 = 0.4 \sqrt{Q}$$

Zur Bestimmung von R_2 hat man:

$$\begin{aligned} R_1 &= 4 R_2 \text{ für 2armige Turbinen,} \\ R_1 &= 3 R_2 \text{ „ 3armige „} \end{aligned}$$

Die Höhe der Radkanäle ist $\delta = \delta_1 = \frac{1}{2} R_2$.

Für die äussere Weite s_1 der Radkanäle hat man:

$$s_1 = \frac{1}{2} \frac{\Omega_1}{\delta_1} \text{ für 2armige Turbinen}$$

$$s_1 = \frac{1}{3} \frac{\Omega_1}{\delta_1} \text{ für 3armige Turbinen.}$$

Die zweckmässige Anzahl Umdrehungen des Rades per 1^m ist.

$$n = 7.81 \frac{\sqrt{2 g H}}{R_1}$$

Ein Kanal eines zweiarmigen Rades kann auf folgende Art verzeichnet werden. Tafel 11. Fig. 2.

Man verzeichne, von dem Mittelpunkt o des Rades ausgehend, $\frac{2}{3}$ Theile einer Umwindung einer gewöhnlichen Spirallinie o m z. Zu diesem Behufe theile man den Bogen y t z, welcher einem Centriwinkel von 240° entspricht in eine beliebige Anzahl, z. B. in 16 gleiche Theile, und ziehe von den Theilungspunkten Radien nach dem Mittelpunkte. Hierauf theile man den Halbmesser o z = R_1 in eben so viel gleiche Theile, und ziehe durch diese Theilungspunkte von o aus als Mittelpunkt concentrische Kreise bis zum Durchschnitt mit den entsprechenden Radien. Es ist z. B. t der 10. Theilungspunkt auf dem Kreise und n der 10. Theilungspunkt auf der Linie o z. Der Durchschnittspunkt m von dem durch t gehenden Radius mit dem durch n gezogenen Kreis ist ein Punkt der Spirale, welche die Axe des Kanals darstellt. Um nun die normale Weite q r des Kanals an irgend einer Stelle zu bestimmen, mache man: $\overline{cz} = \overline{zd} = \frac{1}{2} s_1$ gleich der Hälfte der berechneten äusseren Weite des Radkanals, zeichne das Trapez a b c d, in welchem die Seite a b = $2 R_2$ ein Durchmesser des inneren Radumfangs ist, errichte in dem Theilungspunkte n der Linie o z den Perpendikel n p, so ist dieses die halbe Weite, welche der Radkanal bei m erhalten muss, die demnach von m nach r und von m nach q aufgetragen werden muss. Die übrigen Punkte von den Wänden eines Kanals werden auf ähnliche Weise gefunden.

Das Verfahren für die Verzeichnung eines Kanals eines dreiarmigen Rades ist dem vorhergehenden ganz analog; die Axe o m z des Kanals ist aber hier nur eine halbe Umwindung der Spirallinie, und für die innere Seite a b des Trapez a b c d ist nicht der Durchmesser $2 R_2$, sondern die Seite a, b, des dem Kreise vom Halbmesser R_2 eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks zu nehmen.

Diese Regeln zur Berechnung der Hauptdimensionen der Turbinen, in Verbindung mit den nun folgenden Beschreibungen und Erläuterungen über die auf den Tafeln I. bis X. dargestellten fünf Turbinen dürften wohl eine hinreichend sichere Anleitung für den praktischen Bau dieser Maschine gewähren.

Theorie der Jonval'schen Turbine.

Vorbereitungen.

Eine ganz genaue Theorie auch dieser Turbine würde erfordern, dass man im Stande wäre, den Bewegungen und Wechselwirkungen aller einzelnen Wassertheilchen durch analytische Rechnungen zu folgen, was leider nicht möglich ist. Wir sind daher auch hier genöthigt, von gewissen Voraussetzungen auszugehen, durch welche die Durchführung der Rechnungen möglich wird, die aber zugleich die Bedeutung haben, dass sie Bedingungen aussprechen, bei deren Erfüllung eine regelmässige und vortheilhafte Bewegung des Wassers statt finden kann.

Diese Voraussetzungen sind folgende:

1. Die Turbine befinde sich in einem Beharrungszustand der Bewegung, wobei sich der Bewegungszustand des Wassers und des Rades mit der Zeit nicht ändert, ein gleichförmiger Wasserzfluss vorhanden ist, und ein constanter Widerstand der Axe der Turbine entgegen wirkt.

2. Das Wasser gelange ohne irgend eine Störung aus dem Zuflusskanal durch den Maschinenmantel und durch das Einlaufrad bis an die Mündungen dieses Rades.

3. Das Einlaufrad wie das Turbinenrad habe jedes so viele stätig und mässig gekrümmte Radflächen, dass in der Bewegung der Wassertheilchen merkliche Störungen nicht eintreten können.

4. Die Flächen des Einlaufrades und des Turbinenrades seien so gebildet, dass sie durch jede durch die Radaxe gelegte Ebene nach einer auf die Axe senkrecht stehenden geraden Linie geschnitten werden. Diese Flächen entstehen demnach, indem eine gerade Linie, welche die Axe stets senkrecht durchschneidet, längs dieser Axe herabgleitet und dabei nach einem gewissen Gesetz sich wendet.

5. Wir setzen ferner voraus, dass jedes Wasseratom während seiner Bewegung durch das Turbinenrad in der Fläche des Kreiscylinders verbleibe, dessen Halbmesser gleich ist der Entfernung des Punktes, wo das Theilchen in das Rad eingetreten ist, von der Axe.

6. Das Wasser fülle die Kanäle der beiden Räder vollkommen aus, so dass ein unregelmässiges Hin- und Herschlagen oder Versprühen des Wassers nicht statt finden kann.

Alle diese Voraussetzungen sind in der Wirklichkeit nur annähernd erfüllt, insbesondere ist die fünfte immer nur für die Wassertheilchen streng richtig, welche am äusseren Umfang des Rades in dasselbe eintreten, denn die Wassertheilchen, welche in das Rad in einem Punkt eintreten, dessen Entfernung von der Radaxe kleiner ist, als der äussere Halbmesser des Rades, werden während ihrer Bewegung durch das Rad nicht ganz sicher geleitet, entfernen sich nach und nach von der Axe und verlassen das

Rad in einem Punkt, dessen Entfernung von der Axe grösser ist, als die Entfernung des Eintrittspunktes. Vermöge dieses Vorganges sollte man vermuthen, dass durch die Wechselwirkung der Wassertheilchen bei der Jonval'schen Turbine grössere Störungen entstehen müssten, als bei der Fourneyron'schen Turbine, allein es ist nicht zu übersehen, dass andernfalls die Bewegung des Wassers bis zum Austrittspunkt aus dem Leitrade bei der Fourneyron'schen Turbine complizirter ist, als bei der Jonval'schen Turbine, und somit scheinen die Vortheile und Nachtheile in der Weise ausgeglichen, dass beide Anordnungen im Ganzen gleich günstige Effektleistungen hervorbringen.

Der folgenden Berechnung legen wir eine Turbine mit mittlerer Aufstellung Taf. 5, Fig. 4 zu Grund, und nehmen an, dass im Zuflussrohr so wie auch unten im Abflussrohr Klappen oder Schieber angebracht sind, wodurch die Zuströmung wie die Abströmung regulirt werden kann. Für die Rechnung wählen wir folgende Bezeichnungen:

O der Querschnitt des Zuleitungsrohres;

ω Querschnitt der Oeffnung zwischen der Klappe und der Wand des Zuleitungsrohres;

R_1 der äussere Halbmesser des Rades;

R_2 der innere Halbmesser des Rades;

$R = \frac{1}{2} (R_1 + R_2)$ der mittlere Halbmesser des Rades;

α der Winkel, den die mittlere Richtung, nach welcher das Wasser die Leitkanäle verlässt, mit der unteren Ebene des Leitkurvenrades bildet;

β der Winkel, den eine durch die obere Kante einer Radfläche gelegte tangirende Ebene mit der oberen Ebene des Rades bildet;

γ der Winkel, den die Richtung, nach welcher das Wasser das Rad verlässt mit der unteren Ebene des Rades bildet;

i Anzahl der Leitkurven;

s die normale Entfernung zweier Leitkurven, gemessen in einer Entfernung R von der Axe;

Ω die Summe der Querschnitte aller Ausflussöffnungen am Leitrade;

l Anzahl der Radkurven;

s_2 die obere Weite eines Radkanales, gemessen in einer Entfernung R von der Axe;

s_1 die untere Weite eines Radkanales, gemessen in einer Entfernung R von der Axe;

Ω_2 die Summe der oberen Querschnitte aller Radkanäle;

Ω_1 die Summe der unteren Querschnitte aller Radkanäle;

O_1 der Querschnitt des Abflussrohres unter dem Turbinenrade;

ω_1 der Querschnitt der unteren Ausflussöffnung, durch welche das Wasser in den Abflusskanal gelangt;

x, k, α_1, α_2 die Contraktionscoefficienten, welche den Oeffnungen $\omega, \Omega, \Omega_1, \omega_1$ entsprechen;

v_1 die äussere

v_2 die innere

$v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ die mittlere

Geschwindigkeit des Rades in den Entfernungen R_1, R_2 ,

$\frac{1}{2} (R_1 + R_2)$ von der Axe;

U die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitkanälen tritt;

u_2, u_1 die relativen Geschwindigkeiten des Wassers gegen die Radschaufeln an der oberen und an der unteren Ebene des Rades;

w die absolute Geschwindigkeit des Wassers im Abflussrohr unmittelbar unter dem Rade;

C c C_1, c_1 die Geschwindigkeit des Wassers in den Querschnitten O ω, O_1, ω_1 ;

\mathcal{A} Druck der Atmosphäre auf einen Quadrat-Meter;

\mathcal{Q} Druck auf einen Quadrat-Meter zwischen den Wassertheilchen in der Ebene zwischen dem Leitrade und dem Turbinenrade;

- Q, Druck auf einen Quadrat-Meter zwischen den Wassertheilchen unmittelbar unter dem Turbinenrade;
- Q₁ Druck auf einen Quadrat-Meter zwischen den Wassertheilchen, unmittelbar hinter der obern Einlassklappe;
- ε Metalldicke der Leitfläche;
- ε₁ Metalldicke der Radfläche;
- ρ = 1000 Gewicht von einem Kubik-Meter Wasser;
- g = 9·808 Beschleunigung durch die Schwere;
- E_n Nutzeffekt des Rades in Kilogrammen;
- H das totale Gefälle;
- h Höhe des Mittelpunktes der Einlassklappe über dem Spiegel des Unterwassers;
- h₂ Höhe der unteren Ebene des Rades über dem Spiegel des Unterwassers;
- h₁ Tiefe des Mittelpunktes der unteren Ausflussöffnung ω₁ unter dem Spiegel des Unterwassers;
- z Höhe des Turbinenrades.

Diese Bezeichnungen vorausgesetzt wenden wir uns nun zur Entwicklung der Theorie, und wollen zunächst diejenigen Bedingungen aufsuchen, welche dem absoluten Maximum des Effektes entsprechen würden, wenn Reibungen und Störungen in der Bewegung des Wassers nicht stattfänden.

Bedingungen des absoluten Maximums.

Wenn wir die verschiedenen Reibungen des Wassers an den Röhrenwänden und an den Leitflächen und Radflächen vernachlässigen, ferner die Störungen, welche in der Bewegung des Wassers an den Einengungen, so wie beim Uebertritt aus dem Leitrad in das Turbinenrad unberücksichtigt lassen, also eine ideal vollkommene Anwendung voraussetzen, erhalten wir für die Bewegung und Wirkung des Wassers folgende Beziehungen.

Die untere Ebene des Einlaufrades befindet sich in einer Tiefe H - h - z unter dem Wasserspiegel im Zuflusskanal, und in der Ebene zwischen dem Einlaufrad und dem Turbinenrad herrscht eine Pressung, die einer Wassersäule von der Höhe $\frac{Q}{\rho}$ entspricht. Wenn also Reibungen und Störungen vernachlässigt werden, hat man für die Ausflussgeschwindigkeit U aus dem Turbinenrad folgende Gleichung:

$$\frac{U^2}{2g} = H - h_2 - z + \frac{Q}{\rho} - \frac{Q_1}{\rho} \dots \dots \dots (1)$$

Die Bedingungen, dass das Wasser ohne Stoss aus dem Leitrad in das Turbinenrad übertritt, sind: Tafel 13. Fig. 4.

$$\left. \begin{aligned} \frac{v}{U} &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \\ \frac{u_1}{U} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Auch besteht zwischen diesen Geschwindigkeiten und Winkeln noch folgende Beziehung:

$$u_2 = v^2 + U^2 - 2vU \cos \alpha \dots \dots \dots (3)$$

welche auch aus den Gleichungen (2) folgt, wenn man β eliminirt.

Die oberhalb und unterhalb dem Rade herrschenden Pressungen sind als Wassersäulen ausgedrückt $\frac{Q}{\rho}$, $\frac{Q_1}{\rho}$. Da wir die Reibung des Wassers an den Wänden der Radkanäle vernachlässigen, ferner die wechselseitige Störung der Wassertheilchen nicht in Rechnung bringen, und zugleich voraussetzen, dass jedes Wassertheilchen während seiner Bewegung durch das Rad seine Entfernung von der Axe nicht ändert, so erhalten wir zur Bestimmung der relativen Geschwindigkeit u₁ folgende Gleichung:

$$\frac{u_1^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{Q}{\rho} - \frac{Q_1}{\rho} + z \dots \dots \dots (4)$$

Die absolute Geschwindigkeit w, mit welcher das Wasser aus dem Rade hervorkommt, ist:

$$w^2 = u_1^2 + v^2 - 2u_1v \cos \gamma \dots \dots \dots (5)$$

Da diese Geschwindigkeit für die vorteilhafteste Effektleistung verschwinden soll, so muss sein:

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= 0 \\ u_1 &= v \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

weil wir annehmen, dass das Wasser ohne die geringste Störung von dem Rad weg durch den unteren Cylinder und durch die untere Ausflussöffnung in den Abflusskanal gelange, so besteht die Beziehung:

$$\frac{Q_1}{\rho} + h_2 = \frac{Q}{\rho} \dots \dots \dots (7)$$

Da der Druck Q₁ nie negativ werden kann, so darf h₂ nie grösser als $\frac{Q}{\rho}$ sein, d. h. wenn die Wassermasse unter dem Rad nicht abreißen soll, muss die Höhe der unteren Ebene des Rades über dem unteren Wasserspiegel kleiner sein, als die Höhe der Wassersäule, welche dem Druck der Atmosphäre entspricht.

Hiermit sind nun alle Gleichungen, welche das absolute Maximum des Nutzeffektes charakterisiren, aufgestellt, und wir haben dieselben nun weiter analytisch zu verarbeiten.

Durch Addition der Gleichungen (1), (4) und (7) folgt:

$$\frac{U^2}{2g} = H + \frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} \dots \dots \dots (8)$$

Setzt man für u₂ seinen Werth aus (3) und berücksichtigt, dass u₁ = v sein soll, so findet man:

$$\frac{U^2}{2g} = H + \frac{v^2}{2g} + \frac{U^2}{2g} - \frac{2vU}{2g} \cos \alpha - \frac{v^2}{2g}$$

oder:

$$0 = H - \frac{2vU}{2g} \cos \alpha$$

und wenn man aus der ersten der Gleichungen (2) den Werth von v einführt, erhält man eine Gleichung, aus welcher folgt:

$$U = \sqrt{g H \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)}} \dots \dots \dots (9)$$

Führt man diesen Werth von U in die Gleichungen (2) ein, so folgt ferner:

$$v = \sqrt{g H \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \alpha \sin \beta}} \dots \dots \dots (10)$$

$$u_2 = \sqrt{g H \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)}} \dots \dots \dots (11)$$

Setzt man den Werth (9) in die Gleichung (1), so folgt aus derselben:

$$\frac{\Omega}{\rho} = H \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)} \right) - h_2 - z + \frac{\eta}{\rho} \dots \dots \dots (12)$$

Die Bedingungen, welche ausdrücken, dass das Wasser die Kanäle erfüllt, sind:

$$Q = \Omega U k = \Omega_2 u_2 = \Omega_1 u_1 k_1 \dots \dots \dots (13)$$

Hieraus folgt:

$$\Omega = \frac{Q}{u k}$$

$$\Omega_2 = \Omega k \frac{U}{u_2}$$

$$\Omega_1 = \Omega \frac{k}{k_1} \frac{U}{u_1}$$

und mit Berücksichtigung von (2) und (6).

$$\Omega = \frac{Q}{u k}$$

$$\Omega_2 = \Omega k \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \dots \dots \dots (14)$$

$$\Omega_1 = \Omega \frac{k}{k_1} \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

Diese Ergebnisse unserer Theorie werden wir in der Folge zur Aufstellung von Regeln zur Berechnung der Dimensionen von neu zu erbauenden Turbinen benutzen; vorerst aber ist es nothwendig, die richtigen Werthe von Ω , Ω_2 und Ω_1 zu bestimmen.

Bestimmung der effektiven Werthe von Ω , Ω_2 , Ω_1 .

Die Gleichungen (13) sind nur dann richtig, wenn man für Ω , Ω_1 , Ω_2 die effektiven, d. h. diejenigen Querschnitte in Rechnung bringt, durch welche das Wasser wirklich strömen kann. Um diese effektiven Werthe von Ω , Ω_1 , Ω_2 zu finden, muss man die bei Jonval'schen Turbinen nicht unbedeutende Dicke der Leit- und Radschaufeln in Rechnung bringen.

Es ist $\frac{2 R \pi}{i}$ eine Schaufeltheilung des Leitrades, gemessen an der Peripherie des mittleren Kreises vom Halbmesser R. Betrachtet man das untere Ende jeder Leitschaufel als eine gegen die untere Ebene des Rades unter einem Winkel α geneigte schiefe Ebene, so ist die mittlere normale Weite eines Kanales des Leitrades $\frac{2 R \pi}{i} \sin \alpha - \epsilon$ und da die radiale Dimension eines Kanales gleich $R_1 - R_2$ ist, so ist der Querschnitt eines Kanals $(R_1 - R_2) \left(\frac{2 R \pi}{i} \sin \alpha - \epsilon \right)$ und die Summe der Querschnitte aller Kanäle $i (R_1 - R_2) \left(\frac{2 R \pi}{i} \sin \alpha - \epsilon \right)$. Dieses ist aber nicht der effektive Werth von Ω , denn die Radschaufeln versperren durch ihre Dicke theilweise diese Ausströmungsöffnung. Jede Radschaufel versperrt nämlich durch ihre Dicke ϵ_1 und radiale Dimension $R_1 - R_2$ die normale Ausströmungsöffnung um $\epsilon_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} (R_1 - R_2)$ und alle i_1 Radschaufeln um $i_1 \epsilon_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} (R_1 - R_2)$. Der effektive Werth von Ω ist demnach:

$$\Omega = i (R_1 - R_2) \left(\frac{2 R \pi}{i} \sin \alpha - \epsilon \right) - i_1 \epsilon_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} (R_1 - R_2)$$

Berücksichtigt man, dass $R = \frac{1}{2} (R_1 + R_2)$ ist, so kann dieser Werth von Ω geschrieben werden, wie folgt:

$$\Omega = R^2 \left[1 - \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \right] \pi \sin \alpha \left(1 - \frac{i}{2 \pi \sin \alpha} \frac{\epsilon}{R} - \frac{i_1}{2 \pi \sin \beta} \frac{\epsilon_1}{R} \right) \dots \dots \dots (15)$$

Der effektive Werth von Ω_1 ist dagegen:

$$\Omega_1 = i_1 s_1 (R_1 - R_2) \dots \dots \dots (16)$$

Führt man diese Werthe von Ω und Ω_1 in die 3te der Gleichungen (14) ein und sucht den Werth von s_1 , so findet man ohne Schwierigkeit:

$$s_1 = R \left[\frac{2 \pi \sin \alpha}{i} - \left(\frac{i}{i_1} \frac{\epsilon}{R} + \frac{\epsilon_1 \sin \alpha}{R \sin \beta} \right) \right] \frac{k}{k_1} \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \dots \dots \dots (17)$$

Diese Ergebnisse, in Verbindung mit Erfahrungsthatfachen und einigen Gefühlsurtheilen, wollen wir nun zur Aufstellung von Regeln für die Berechnung der wesentlichsten Dimensionen von neu zu konstruirenden Turbinen benutzen.

Regeln zur Berechnung der Dimensionen von neu zu erbauenden Jonval'schen Turbinen.

Wenn eine Turbine angeordnet werden soll, müssen von den drei Grössen: 1. Gefälle H, 2. Wassermenge Q, 3. Nutzeffekt der Turbine, zwei derselben bekannt sein. Ueber diese drei Grössen ist Manches zu bemerken, was von praktischer Wichtigkeit ist.

Das Gefälle. Die praktische Zweckmässigkeit einer Turbinenanlage richtet sich wesentlich nach der Grösse des Gefälles. Ist das Gefälle sehr klein, so fällt die zum Betriebe eines Werkes erforderliche Wassermenge gross aus, wird die Kanalanlage sehr gross und erhält die Turbine sehr grosse Dimensionen und einen langsamen Gang, wodurch schwerfällige und kostspielige Transmissionen bedingt werden. Ist das Gefälle sehr gross, so fällt die Wassermenge klein aus, was die Zuleitung desselben erleichtert, allein alle andern Verhältnisse werden dann ungünstig. Das Rad wird sehr klein, die Schaufeln werden stark gekrümmt, die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser die Räder durchströmt, wird so gross, dass es durch die stark gekrümmten Schaufeln nicht mehr sicher geleitet werden kann, daher die Kanäle in aufgelöstem zerrissenen Zustand durchsprüht, demnach nur eine schwache Wirkung hervorbringen kann. Dazu kommt noch, dass die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades übermässig gross ausfällt, was zur Folge hat, dass eine haltbare Zapfeinrichtung kaum gefunden werden kann, und dass mehrere übermässig rasch laufende Transmissionsräder nothwendig sind, um die in der Regel doch mässige Geschwindigkeit der Arbeitsmaschine zu erreichen. Man sieht hieraus, dass eine praktisch zweckmässige Turbinenanlage weder bei einem sehr kleinen, noch bei einem sehr grossen Gefälle, sondern nur bei einem mässigen Gefälle zu Stande gebracht werden kann. Muss das Werk an einem bestimmten Ort erbaut werden, so muss man sich freilich gefallen lassen, das Gefälle so zu nehmen, wie es an diesem Ort beschaffen ist; hat man aber zwischen mehreren Lokalitäten zu wählen, so wird man derjenigen den Vorzug geben, welche in keiner Hinsicht zu einer Extravaganz Veranlassung gibt. Um in dieser Hinsicht einen Haltpunkt zu gewinnen, habe ich zur Bestimmung der praktisch zweckmässigen Gefälle eine empirische Regel aufzustellen gesucht, und habe gefunden, dass eine Turbinenanlage, welche einen Nutzeffekt von N_n Pferdekraften entwickeln soll, in jeder Hinsicht zweckmässig ausfällt, wenn das Gefälle H annähernd folgender Gleichung entspricht.

$$H = 1 + \frac{N_n}{10} \dots \dots \dots (1)$$

Diese Gleichung gibt:

Für $N_n =$	4	10	20	40	60	80	Pferde
$H =$	1.4	2.0	3.0	5.0	7.0	9.0	Meter.

Es ist selbstverständlich, dass man sich nicht ängstlich an diese Regel zu halten hat, und dass sie nur in dem Falle zu beachten ist, wenn man zwischen mehreren Lokalitäten zu wählen hat.

Das Güteverhältniss $\frac{N_n}{N_a}$. Wenn es möglich wäre, den sämtlichen Voraussetzungen, auf welchen die frühere Rechnung basirt war, so wie auch den durch die Rechnung selbst aufgefundenen Bedingungen des absolut besten Effektes zu entsprechen, müsste der Nutzeffekt einer Turbine gleich werden dem absoluten Effekt der Wasserkraft. Allein dies ist niemals und ist insbesondere bei extravaganten Gefällen nie möglich, denn die Störungen könnten nur dann vermieden werden, wenn jedes Wasseratom in einem besonderen Kanalsystem durch die Maschine geführt werden könnte, und zwar ohne Reibung an den Kanalfächen. Der Nutzeffekt fällt daher stets kleiner aus, als der absolute Effekt, und es ist ganz unmöglich, das Verhältniss dieser Effekte mit voller Genauigkeit zu bestimmen, weil die mancherlei zufälligen Störungen nicht in Rechnung gebracht werden können. Zwar werden wir in der Folge eine genauere Berechnung dieses Effektverhältnisses aufstellen; ganz verlässlich wird aber auch diese Berechnung

nicht sein. Für die Bestimmung der Dimensionen einer Turbine ist es genug, dieses Verhältniss annähernd zu kennen und in Rechnung zu bringen, und hierzu dienen die Messungen, welche mit gut ausgeführten Jonval'schen Turbinen vorgenommen wurden. Nach diesen Messungen darf man annehmen, dass eine gut ausgeführte Turbine wenigstens 65 Prozent und im günstigsten Fall 75 Prozent von dem absoluten Effekt der Wasserkraft nutzbringend macht. In den meisten Fällen darf man 70 Prozent in Rechnung bringen. Darf man also setzen:

$$\frac{N_n}{N_a} = 0.7 \dots \dots \dots (2)$$

Die Wassermenge Q. Setzen wir in die Formel (2) für N_n seinen Werth $\frac{1000 Q H}{75}$, so findet man aus derselben:

$$Q = \frac{75 N_n}{700 H} = 0.107 \frac{N_n}{H} \dots \dots \dots (3)$$

Nun kommt es darauf an, ob der Wasserlauf zu allen Zeiten eine Wassermenge liefert, die so gross ist, als diejenige, welche die Formel (3) verlangt. Dies erfordert vielfältige Wassermessungen zu verschiedenen Jahreszeiten und bei verschiedenen Witterungszuständen. Auch wird es gut sein, darnach zu forschen, ob der Wasserlauf sein Wasser vorzugsweise nur durch Regen oder durch Quellen gewinnt. Ergeben derartige Studien, dass zu allen Zeiten und bei allen Witterungszuständen die Wassermenge des Wasserlaufes so gross ist, als die Formel (3) verlangt, so sind die Umstände für die Anlage eines Turbinenbaues sehr günstig, und man hat dann weiter nichts zu thun, als die Dimensionen der Turbine so zu berechnen, dass sie im gefüllten Zustand die berechnete Wassermenge sicher durchlaufen lassen kann. Bei so günstigen Umständen kann jedoch noch die Frage entstehen, ob die Wassermenge Q für eine einzige Turbine nicht zu gross ist, oder aber es wegen der Beschaffenheit der zu betreibenden Maschine nicht angemessen ist, die ganze Wassermasse auf zwei oder mehrere Turbinen von gleicher oder ungleicher Grösse wirken zu lassen. Diese Fragen sind aber jederzeit aus der Natur der Verhältnisse leicht zu entscheiden, wenn einmal entschieden ist, dass die Wassermenge des Wasserlaufes zu allen Zeiten und bei allen Witterungsverhältnissen für den Gesamtbetrieb des herzustellenden Werkes genügt.

Allein so günstig sind die Verhältnisse nur selten. In den meisten Fällen ist die Wassermenge eines Wasserlaufes sehr veränderlich und ist die Wassermenge bei anhaltend trockener Witterung zum Gesamtbetrieb des zu errichtenden Werkes nicht hinreichend, so dass noch Dampfmaschinen aufgestellt werden müssen, welche die Differenz der zum Betrieb erforderlichen Kraft und der veränderlichen Kraft des Wasserlaufes zu liefern haben. In solchen Fällen muss man entweder zwei oder mehrere Turbinen herstellen und in der Weise einzurichten suchen, dass, so weit es erreichbar ist, eine oder mehrere von den Turbinen durch die vorhandene Wassermasse gefüllt werden können. Variirt z. B. der Wasserzufluss von 1 Kubik-Meter bis 2.5 Kubik-Meter, so wird es angemessen, zwei Turbinen aufzustellen, eine kleinere für 1 Kubik-Meter und eine grössere für 1.5 Kubik-Meter, so dass die erstere beim kleinsten, die zweite beim mittleren und beide zusammen beim grössten Wasserzufluss arbeiten. Oder man kann, wenn die Wassermenge nicht stark veränderlich ist, eine einzige Turbine anlegen und mit Vorrichtungen versehen, wie sie Seite 17 beschrieben worden sind, wodurch wenigstens annähernd ein gefüllter Zustand der Turbine erhalten werden kann. Ist die Wassermenge nicht gross, aber beträchtlich veränderlich, so kann man mit Voll-Turbinen nicht mehr ausreichen und

wird dann gezwungen, Partial-Turbinen oder Tangentialräder in Anwendung zu bringen. Aber bevor man sich zu dieser Wahl entschliesst, wird man immer gut thun, dahin zu streben, den Zweck durch Voll-Turbinen zu erreichen, weil diese doch bessere Leistungen hervorzubringen im Stande sind, als Partial-Turbinen oder Tangentialräder. Ganz sichere Regeln lassen sich über die Anlage von Turbinen für veränderliche Wasserläufe nicht aufstellen, man muss in solchen Fällen verschiedene Annahmen versuchen und diejenige wählen, welche am besten oder einfachsten zum Ziele zu führen verspricht. Wir nehmen bei Aufstellung der folgenden Regeln an, es sei durch sorgfältige Ueberlegungen die Wassermenge bestimmt, welche auf eine bestimmte Turbine wirken soll, und wollen nun die Dimensionen der Maschine für diese Wassermenge zu bestimmen suchen.

Wahl der Winkel α und β . Die Winkel α und β , aber insbesondere der letztere, können innerhalb gewisser Grenzen willkürlich gemacht werden. Der Winkel α muss freilich immer klein, z. B. 16° , 20° bis 24° , genommen werden, weil es sonst nicht möglich ist, bei einem kleinen Werth von γ (welcher Winkel eigentlich = Null sein soll) das geeignete Verhältniss der Querschnitte Ω und Ω_1 hervor zu bringen. Ist die Wassermenge klein und das Gefälle gross, so ist es angemessen, α klein, also etwa 16° , zu nehmen, weil dadurch die Turbine verhältnissmässig gross und die Anzahl ihrer Umdrehungen per 1 Minute nicht zu gross ausfällt. Bei mittleren Umständen, wenn nämlich sowohl das Gefälle als die Wassermenge innerhalb gewisser Grenzen liegt, darf man $\alpha = 24^\circ$ setzen.

Der Winkel β wird gewöhnlich 60 bis 66° angenommen, weil bei dieser Annahme die Schaufeln nicht zu gekrümmt ausfallen, und das Wasser bei seinem Durchgang durch das Rad nicht zu stark abgelenkt zu werden braucht. Nimmt man $\alpha = 24$ und $\beta = 66^\circ$, so wird $\alpha + \beta = 90^\circ$, und dann werden mehrere von den zur Berechnung der Dimensionen dienenden Formeln sehr einfach.

Wahl der Coefficienten k und k_1 . Wenn die Bewegung des Wassers durch den Einlauf und durch das Turbinenrad ganz ohne Störung erfolgt, dürfte man jeden dieser Coefficienten k und k_1 gleich Eins setzen, denn eine merkliche Contraction findet bei dem Austritt des Wassers aus den Rädern nicht statt. Gewöhnlich wird der untere Theil jeder Fläche des Einlaufrades gerade gemacht, so dass am Einlaufrade gar keine Contraction stattfindet, und dann darf man $k = 1$ setzen. Dagegen ist es angemessen, $k_1 = 0.9$ zu nehmen, theils weil die Kanäle des Turbinenrades nach unten zu etwas convergent gehalten werden, und in der Bewegung des Wassers durch das Turbinenrad stets Störungen stattfinden, die das Wasservolumen zu vergrössern streben.

Geschwindigkeit U . Für die Geschwindigkeit U , mit welcher das Wasser das Einlaufrad verlässt, haben wir Seite 96 die Formel (9), nämlich:

$$U = \sqrt{g H \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)}} \dots \dots \dots (4)$$

ausgestellt, und die Vergleichung derselben mit der Erfahrung hat gezeigt, dass dieselbe einer Correction nicht bedarf; wir können uns daher dieser rein theoretischen Formel zur Berechnung von U bedienen. Für den besonderen Fall, dass $\alpha + \beta = 90^\circ$ genommen wird, ist $\sin (\alpha + \beta) = 1$, $\sin \beta = \cos \alpha$ und dann wird:

$$U = \sqrt{g H} = 0.707 \sqrt{2 g H} \dots \dots \dots (5)$$

Das Verhältniss $\frac{R_2}{R_1}$. Die Bedingungen des vortheilhaftesten Effectes lassen dieses Verhältniss zwischen dem inneren und dem äusseren Halbmesser des Rades unbestimmt; wir haben es also nur so zu bestimmen, dass dadurch den Voraussetzungen, auf welchen die Theorie beruht, genau oder annähernd entsprochen wird, und dass überhaupt keine unpassenden Constructionsverhältnisse entstehen. Wenn weder Q noch H ungewöhnliche Werthe haben, kann man jederzeit angemessene Constructionsverhältnisse erzielen, wenn man $\frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{3}$ nimmt. Ist dagegen die Wassermenge sehr gross und das Gefälle sehr klein (z. B. nur 1 Meter), so ist es angemessener, $\frac{R_2}{R_1}$ etwas kleiner, und z. B. $\frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{5} = 0.6$, zu nehmen, in welchem Falle das Rad etwas kleiner und die Anzahl seiner Umdrehungen in der Minute etwas grösser ausfällt. Ist endlich das Gefälle sehr gross und die Wassermenge sehr klein, so ist ein grösseres Verhältniss, z. B. $\frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{7}$ oder $\frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{4}$, angemessen. Denn wenn H gross und Q klein ist, muss man Alles aufbieten, was dazu beitragen kann, den Turbinenhalbmesser zu vergrössern und die Anzahl der Umdrehungen zu mässigen, und dies ist, wie man sich leicht vorstellen wird, der Fall, wenn $\frac{R_2}{R_1}$ gross genommen wird.

Anzahl der Leitschaufeln i . Durch die Flächen des Einlaufrades soll jedes Wassertheilchen aus dem Zuflussrohr oder Zuflusskanal bis an die Mündung des Leitrades so geleitet werden, dass es die Bewegung jedes andern Wassertheilchens nicht unregelmässig stört und selbst von den andern Wassertheilchen nicht gestört wird, und alle Wassertheilchen sollen nach ganz bestimmten Richtungen aus den Mündungen der Leitkanäle hervortreten.

Eine solche Leitung aller Wassertheilchen kann durch eine endliche Anzahl von Leitschaufeln nie vollkommen geschehen. Die Bahnen der einzelnen Wassertheilchen sind Linien von doppelter Krümmung, denn die Kanäle sind um den inneren cylindrischen Körper des Rades herumgekrümmt und senken sich vertikal herab. Auch können diese Bahnen der einzelnen Wassertheilchen, auch abgesehen von allen Unregelmässigkeiten der Bewegungen, schon wegen der Seite 92 angegebenen Bildungsweise der Radflächen nicht übereinstimmen. Es ist selbstverständlich, dass derlei Leitflächen eine Leitung wie wir sie wünschen nicht hervorzubringen vermögen. Am sichersten werden diejenigen Wassertheilchen geleitet, welche an den Concavitäten der Leitflächen niedergleiten; minder genau die von diesen Flächen entfernter fliessenden Wassermassen. Auch die Horizontalleitung der Wassertheilchen ist nicht für alle gleich gut, denn diese Leitung geschieht nur allein durch die äussere gewöhnlich konisch gestaltete Umhüllungsfläche des Einlaufrades; in horizontalem Sinn werden also die von der Axe des Rades entfernteren Wassertheilchen genauer geleitet, als die der Axe näheren. Würden wir bloss die Leitung zu beachten haben, so wäre eine unendlich grosse Anzahl von Leitflächen, oder wären eigentlich zahllos viele Kanäle, jeder mit ungemein kleinem, vielleicht quadratischem Querschnitt am besten, allein man muss auch die Reibung des Wassers an den Kanalwänden berücksichtigen, und dann erkennt man, dass zwar eine sehr grosse, aber doch nicht übermässig grosse Anzahl von Kanälen die beste Wirkung hervorbringen werden. In der Wirklichkeit werden in der Regel 16 bis 20 Leitflächen angenommen. Zuweilen nicht einmal so viel. Die aus dem Atelier von *Andrae Köchlin* in Mühlhausen hervor-