Universitätsbibliothek Karlsruhe

III E 205 - 1

Engesser, Friedrich

Sammlung von Sonderabdrucken

Gesammelte Abhandlüngen
über
Ingenieürwesen

1873-18[illegible]

UB KARLSRUHE
III E
205
1

Gesammelte Abhandlungen

über

Ingenieurwesen

Band I (1873–1889)

von

Fr. Engesser,

Baurat und Professor.

BIBLIOTHEK DER GR. BAD. TECHNISCHEN HOCHSCHULE · KARLSRUHE ·

(8 Taf.)

Inhalts-Verzeichnis:

III E 205

Weitere Abhandlungen sind enthalten im „Jahrbuch des Polytechnischen Vereins zu Karlsruhe 1869":

Veröffentlicht in der Deutschen Bauzeitung 1872. Concept.

Ueber Fachwerksträger doppelten symmetrischen Systems mit Verticalen.

BIBLIOTHEK DES POLYTECHNICUMS CARLSRUHE.

Hiezu: Fig 1 u. 2. (auf der letzten Seite)

In den folgenden Entwicklungen wird angenommen, die einzelnen Constructionstheile (Stäbe) seien in den Knotenpunkten durch Gelenke verbunden, so daß in denselben blos Längenspannungen auftreten können.

~~Die vorläufige Berechnung der Fachwerksträger findet gewöhnlich unter der Voraussetzung statt, die einzelnen Constructionstheile (Stäbe) seien an den Knotenpunkten durch Gelenke verbunden, so daß in denselben blos Längsspannungen auftreten können; und auf dieser Voraussetzung die Längsspannungen ermittelt bei der Berechnung der Querschnitte hat man dann noch auf die secundären Spannungen, die durch die feste Vernietung an den Knotenpunkten entstehen, zu achten, Im Folgenden werden letztere außer Acht gelassen, u. die Theorie unter Annahme von Gelenken an den Knotenpunkten entwickelt.~~

Zur Berechnung der Stabspannungen in einem Felde dienen zuerst die 3 statischen Gleichungen, welche ausdrücken, daß für einen Verticalschnitt die 4 Stabspannungen mit den äußeren Kräften sich im Gleichgewicht befinden. Es bleibt sonach eine Stabspannung unbestimmt, welche Unbestimmtheit man gewöhnlich dadurch zu heben sucht, daß man annimmt, die 2 Zugstreben theilen sich gleichmäßig in d. Belastung. ~~in der That~~ Die Berechnung wird dann vorgenommen, als bestehe der Träger aus 2 Einzelträgern ~~(Fig 2)~~ deren jeder die halbe Belastung zu tragen hat; die Spannungen in den Stäben ~~ergeben sich in~~ des wirklichen Trägers ergeben sich dann als Summe der Spannungen in ~~den~~ zusammenfallenden Stäbe der Einzelträger.

Diese Theilung des Trägers in 2 Einzelträger ist jedoch willkürlich u. entspricht nur dann annähernd der Wirklichkeit, wenn keine Verticalen vorhanden sind; sie führt bei gekrümmten Gurten sogar zu merklich unrichtigen Resultaten, besonders für die Kreuzstreben der ~~der~~ Auflager Endfelder.

Das einzige Mittel die 4te Bestimmungsgleichung zu erhalten liegt in d. Betrachtung der elastischen Deformationen des Trägers, wobei die Längen ~~Stäbe u.~~ u. Querschnitte der Stäbe von wesentlichem Einflusse sind.

Durch Aufstellung dieser elastischen Beziehungen erhält man eine Gleichung zwischen den Stablängen u. ihren elastischen Ausdehnungen od., da die Ausdehnungen Funktionen der Querschnitte u. Spannungen sind, eine Gleichung zwischen den Stablängen, den Querschnitten u. den Spannungen. Eliminirt man aus den 3 statischen Gleichungen u. dieser 4ten elastischen, so 3 Spannungen, so erhält man schließlich eine Spannung resp. einen Querschnitt als Funktion der übrigen Querschnitte. Letztere sind innerhalb der Bedingungen der gegebenen Gleichungen beliebig wählbar.

Die vollständig genaue Aufstellung der elastischen Beziehungen ist äußerst complizirt u. weitläufig; sie wird vereinfacht, wenn man ~~vorerst~~ die Annahme macht, die Deformationen der Verticalen ~~Ständer~~ seien gegenüber denjenigen der übrigen Stäbe zu vernachlässigen, eine Annahme, die sehr mit der Wirklichkeit übereinstimmt, da die ~~Ständer~~ Verticalen mit ~~Rücksicht auf Steifigkeit~~ meistens viel zu stark ~~construirt~~ sind für die in ihnen wirkend Kraft construirt sind.

Jedenfalls erhält man aber auf diesem Wege eine 2te Grenze für d. Stabspannungen, wenn man die Werthe der gewöhnlichen Berechnungsmethode als 1te Grenze betrachtet; ~~in Folge~~ denn das einemal ist der Querschnitt d. Verticalen ~~α~~ unendlich groß, das andermal = 0 angenommen.

Die wirklich auftretenden Spannungen werden je nach der Stärke der Verticalen zwischen sich mehr der einen od. andern Grenze nähern. Ganz sicher geht man jedenfalls, wenn man d. Querschnitte jeweils für den größern der beiden Grenzwerthe construirt.

Um nun die obengenannten Gleichungen aufzustellen sei als Trägerform ein sogenannter abgestumpfter Parallelträger vorausgesetzt (Fig 1);

für ein beliebiges Feld seien: (Fig 2)

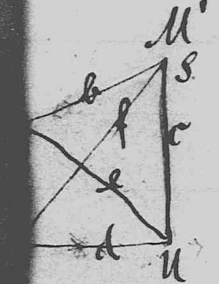


Fig 2

a b c d e f die Stablängen

A B C D E F d. entsprechenden Spannungen

α β γ δ ε φ " " " Querschnitte

M u. M' die bei U u. S wirkenden äußern Kraftmomente

die statischen Bedingungen ergeben:

$M + B\frac{d}{b}a + E\frac{d}{e}.a = 0$ - - - - 1.

$M - Da - F\frac{d}{f}a = 0$ - - - - 2.

$M' - Dc - E\frac{d}{e}.c = 0$ - - - - 3.

wobei Zugspannungen positiv, Druckspannungen negativ gedacht sind.

Aus 1, 2, 3 folgt durch Umformung:

$E = \left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{e}{d} + F\frac{e}{f}$ - - - 1'

$D = \frac{M}{a} - F\frac{d}{f}$ - - - - 2'

$B = -\frac{M'b}{dc} - F\frac{b}{f}$ - - - 3'

Um die elastische Bedingungsgleichung zu entwickeln sind ~~zuerst~~ die geometrischen Verhältnisse vor ~~der~~ u. nach der Deformation aufzustellen:

$$\cancel{e^2 = a^2 + d^2}$$

Vor der Deformation ist $e^2 = a^2 + d^2$ . . . .

Nach " " " $(e+\Delta e)^2 = (a+\Delta a)^2 + (d+\Delta d)^2 + 2\Delta\alpha(d+\Delta d)(a+\Delta a)$

wo $\Delta\alpha$ die Änderung des Winkels R S U

~~Die~~ Hiebei sind die Ausdehnungen positiv die Zusammendrückungen negativ ~~negativ~~ gesetzt

~~Aus 1 u. 2 folgt~~ durch Subtraktion folgt u. nach Vernachlässigung kleiner Größen höherer Ordnung folgt:

$$e\Delta e = d\Delta d + d a \Delta\alpha \quad . . . . \quad \mathrm{I}$$

u. auf ähnliche Weise erhält man

$$f\Delta f = d\Delta d + d c \Delta\gamma \quad . . . \quad \mathrm{II}$$

wo $\Delta\gamma$ die Änderung des Winkels S U S

Vor der Deformation war $b^2 = d^2 + (c-a)^2$

nach " " ist $(b+\Delta b)^2 = (d+\Delta d + c\Delta\gamma + a\Delta\alpha)^2 + (c-a)^2$

durch Subtraktion u. Vernachlässigung kleiner Größen höherer Ordnung folgt:

$$b\Delta b = d(\Delta d + c\Delta\gamma + a\Delta\alpha) \quad . . . \quad \mathrm{III}$$

Aus I, II, III ~~folgt~~ erhält man nach Elimination von $\Delta\alpha$ u. $\Delta\gamma$

$$e\Delta e + f\Delta f = b\Delta b + d\Delta d \quad . . . \quad 4$$

Nun ist $\mathfrak{E} = E\cdot\frac{\Delta e}{e}\cdot\varepsilon$, $\mathfrak{F} = E\cdot\frac{\Delta f}{f}\cdot\varphi$ etc. wo E = Elasticitätsmodul wodurch 4) folgende Gestalt erhält:

$$\mathfrak{E}\frac{e^2}{\varepsilon} + \mathfrak{F}\frac{f^2}{\varphi} = \mathfrak{B}\frac{b^2}{\beta} + \mathfrak{D}\frac{d^2}{\delta} \quad . . . . \quad 4'$$

$\varphi \quad \varepsilon \quad \beta \quad \delta$

Setzt man jetzt die Werthe von $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{B}$ aus 1' 2' 3' in 4' ein so erhält man:

$$\mathfrak{F}\frac{f^2}{\varphi} + \left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{e}{d}\cdot\frac{e^2}{\varepsilon} + \mathfrak{F}\frac{e}{f}\frac{e^2}{\varepsilon}$$

$$= -\frac{M' b}{c d}\frac{b^2}{\beta} - \mathfrak{F}\frac{b}{f}\frac{b^2}{\beta} + \frac{M}{a}\frac{d^2}{\delta} - \mathfrak{F}\frac{d}{f}\frac{d^2}{\delta} \quad . . . \quad 5$$

oder

$$\frac{\mathfrak{F}}{f}\left(\frac{f^3}{\varphi} + \frac{e^3}{\varepsilon} + \frac{b^3}{\beta} + \frac{d^3}{\delta}\right) = -\frac{M' b^3}{c d \beta} + \frac{M}{a}\frac{d^2}{\delta} - \left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{e^3}{d\varepsilon} \quad . . \quad 6$$

Statt $\mathfrak{F}$ lässt sich setzen $\varphi\cdot\sigma'$ wo σ' die spezifische Spannung im Stab f, wodurch die Gleichung 6 folgende Gestalt erhält:

$$\frac{\varphi\sigma'}{f}\left(\frac{f^3}{\varphi} + \frac{e^3}{\varepsilon} + \frac{b^3}{\beta} + \frac{d^3}{\delta}\right) = -\frac{M' b^3}{c d \beta} + \frac{M}{a}\frac{d^2}{\delta} - \left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{e^3}{d\varepsilon} \quad . . \quad 7$$

auf ähnliche Weise erhält man, wenn man statt $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{F}$ eliminirt:

$$\frac{\varepsilon\sigma''}{e}\left(\frac{f^3}{\varphi} + \frac{e^3}{\varepsilon} + \frac{b^3}{\beta} + \frac{d^3}{\delta}\right) = \frac{M' d^2}{c\delta} - \frac{M b^3}{a d \beta} + \left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{f^3}{d\varphi} \quad 8$$

Aus 7 u. 8 lassen sich ~~für gewählte bestimmt σ' u. σ''~~ φ u. ε als Funktion von $\varepsilon, \beta, \delta$ resp. von φ, β, δ bestimmen.

Für β u. δ sind nun passende Annahmen zu machen. Am besten bestimmt man d. Gurtquerschnitte in der Mitte aus dem Maximalmoment u. lässt dann d. Querschnitte stetig nach den Auflagern hin abnehmen.

δ sind dann in jedem Falle bekannt.

ε u. φ sind gegenseitig so anzunehmen, dass sie gleichzeitig 7 u. 8 erfüllen ohne dass σ' u. σ'' ein zulässiges Maß überschreiten.

Hiebei kann im Allgemeinen σ' nicht σ'' werden, d. h. also der eine Stab wird nur unvollständig ausgenützt; um dies auf einfache Weise zu zeigen ~~u.~~ soll sollen mit Hülfe kleinen Vernachlässigungen die Gleichungen 4', 6, 7 umgestaltet werden.

In Gleichung 4' lässt sich ohne großen Fehler $\mathfrak{B}\frac{b^2}{\beta} + \mathfrak{D}\frac{d^2}{\delta} = 0$ setzen, da beide Glieder nahezu gleich groß u. von entgegengesetztem Vorzeichen.

D. Gleich. 4' wird dann:

$$\mathfrak{E}\frac{e^2}{\varepsilon} + \mathfrak{F}\frac{f^2}{\varphi} = 0 \qquad 9$$

In Verbindung mit 1' vereinfacht erhält man:

$$-\mathfrak{F}\frac{f^2\varepsilon}{\varphi e^2} = \left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{e}{d} + \mathfrak{F}\frac{e}{f}$$

oder

$$\frac{\mathfrak{F}}{\varphi}\left(\frac{f^2\varepsilon}{e^2} + \frac{e\varphi}{f}\right) = -\left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{e}{d}$$

oder

$$\sigma'\left(\frac{f^2\varepsilon}{e^2} + \frac{e\varphi}{f}\right) = -\left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{e}{d} \qquad \cancel{10}$$

u.

$$\frac{\sigma'}{e^3 f}\left(f^3\varepsilon + e^3\varphi\right) = -\left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{1}{d} \qquad 10.$$

ebenso erhält man für den Stab e

$$\frac{\sigma''}{f^3 e}\left(f^3\varepsilon + e^3\varphi\right) = \left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{1}{d} \qquad 11$$

aus 10 u. 11 folgt durch Division

$$\frac{\sigma'}{\sigma''} = \cancel{-\frac{f^2}{e^2}} - \frac{e^2}{f^2} \qquad 12$$

d. h. die spezifischen Spannungen per Flächeneinheit verhalten sich umgekehrt wie d. Quadrate der Stablängen. Sie werden nur im Parallelträger einander gleich; sonst ist immer der flachere Stab (Zugstrebe) pro Flächeneinheit stärker angestrengt als die steilen (Druckstreben). Für den Parallelträger zeigt sich also auch in diesem Punkt vortheilhafter als die Träger mit gekrümmten Gurten.

Will man nun die oben entwickelten Formeln auf unsymmetrische Träger ~~mit~~ einfachen Systems mit Verticalen anwenden, so hat man bloss in 10 od. 11 ε resp $\varphi = 0$ setzen

10 ergibt dann:

$$\frac{\sigma'\varphi}{f} = -\left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{1}{d}$$

od. da $\sigma'\varphi = \mathfrak{F}$ ist

$$\mathfrak{F} = -\left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{f}{d}$$

ebenso folgt aus 11

$$\mathfrak{E} = \left(\frac{M'}{c} - \frac{M}{a}\right)\frac{e}{d}$$

beides bekannte Formeln.

Will man der Vollständigkeit halber auch die in den Verticalen auftretenden Spannungen berechnen, so stellt man am schnellsten zum ... man die Gleichgewichtsbedingung für die an einem unteren Knotenpunkte wirkenden Verticalcomponenten der Stabspannungen u. ... aufstellt.

Die Länge der 2 Endfelder beträgt 159cm die der übrigen 228,6cm; die theoret. Trägerlänge wurde zu 2830cm angenommen.

Bei der numerischen Berechnung wird man folgendermaßen vorzugehen:

Man berechnet zuerst unter der Annahme zweier Einzelsysteme die Gurtquerschnitte u. Strebenquerschnitte; erstere bleiben definitiv, letztere sind mittelst der Gleichungen 7, 8 od. 10, 11 zu prüfen ob ~~nicht~~ für σ'' u. σ' passende Werthe sich ergeben; ~~in welchem~~ andernfalls sind ~~Falle~~ die Querschnitte entsprechend abzuändern ~~sind~~. Sollten die Verticalen verhältnismäßig geringen Querschnitt haben, so liegen die richtigen Querschnitte der Streben zwischen den nach der alten u. neuen Methode berechneten; ganz sicher geht man in diesem Falle, wenn man für die Druckstreben den Werth nach der alten Methode, für die Zugstreben nach der neuen berechnet.

Für Parallelträger genügt die alte Methode vollständig.

Beispiel Fig 1.

Ein Träger von 13 Feldern sei pro Knotenpunkt mit der constanten Last $G = 4480$ u. der variablen $Q = 9140$ belastet.

Für die Streben des Endfeldes ergibt sich sodann nach der alten Methode:

$\mathfrak{E} = 49000$ Klg $\quad \varepsilon = \frac{49000}{700} = 70$ □cm

$\mathfrak{F} = 53523$ Klg $\quad \varphi = \frac{53523}{700} = 76,5$ □cm

Der Gurtquerschnitt beträgt im Endfeld $\omega = 183$ □cm

Um die Rechnung nach der neuen Methode vorzunehmen ~~sind zuerst~~ die Stablängen ~~zu ermitteln~~:

$a = 153,5$cm $\quad c = 177,1$, $\quad d = 159$cm;

$b = 160,7 \quad e = 221 \quad f = 238$

Sodann ist

$M = 0$

$M' = 12994000$ Klgrm

Gleich. 10 u. 11 ergeben dann:

$$\frac{\sigma'}{221^3 \cdot 238}\left(238^3 \varepsilon + 221^3 \varphi\right) = -\frac{12994000}{177{,}1 \cdot 159} = \cancel{496}\ 461$$

$$\frac{\sigma''}{221 \cdot 238^3}\left(238^3 \varepsilon + 221^3 \varphi\right) = +\frac{12994000}{177{,}1 \cdot 159} = \cancel{496}\ 461$$

$$\sigma'\left(\frac{\varepsilon}{188} + \frac{\varphi}{238}\right) = \cancel{496}\ 461$$

$$\sigma''\left(\frac{\varepsilon}{221} + \frac{\varphi}{276}\right) = \cancel{496}\ 461$$

wählt man $\sigma' = 700$ so wird nach 12

$$\sigma'' = 700 \frac{221^2}{238^2} = 603$$

also $\frac{\varepsilon}{188} + \frac{\varphi}{238} =$ [illegible]

$$\frac{\varepsilon}{221} + \frac{\varphi}{276} = 0{,}82$$

behält man für φ den oben erhaltenen Werth von 76,5 bei, so erhält man

$$\frac{\varepsilon}{188} + \frac{76{,}5}{238} = 0{,}71, \quad \varepsilon = \left(0{,}71 - \frac{76{,}5}{238}\right)188$$

$$= (0{,}71 - 0{,}32) \cdot 188 = 73{,}3$$

für $\sigma'' = \cancel{603}\ 700$, $\varphi = 76{,}5$ folgt aus d. 2. Gleichung:

$$\frac{\varepsilon}{221} + \frac{76{,}5}{276} = \cancel{0{,}71}\ 0{,}66 \quad \cancel{\varepsilon = 120} \quad \varepsilon = \cancel{95{,}9}\ \underline{\underline{84{,}6}}$$

Will man $\varepsilon = \varphi$ machen u. wählt $\sigma'' = 700$, ~~$\sigma' = 603$~~

so hat man $700\,\varphi\left(\frac{1}{\cancel{188}\ 221} + \frac{1}{\cancel{238}\ 276}\right) = 496$

$$\varphi = \cancel{0{,}82} \cdot \frac{221 \cdot 276 \cdot \cancel{0{,}71}\ 0{,}66}{497} = \cancel{87{,}1}\ 80{,}9$$

in diesem Fall ist also $\varphi + \varepsilon = \cancel{174{,}2}\ 2 \cdot 80{,}9 = 161{,}8$

im vorhergehenden $\varphi + \varepsilon = 76{,}5 + \cancel{95{,}9}\ 84{,}6 = \cancel{172{,}4}\ 161{,}1$

~~Vortheilhafter Fall ist, wie voraus zu sehen war etwas günstiger~~

also ungefähr gleicher Materialverbrauch

wählt man σ' u. σ'' so daß $\frac{\sigma' + \sigma''}{2} = 700$

so ist, da $\frac{\sigma''}{\sigma'} = \frac{238^2}{221^2} = 1{,}16$

$$2{,}16\,\sigma' = 1400$$

$$\sigma' = 648$$

$$\sigma'' = 752$$

für $\varphi = 76{,}5$ ist dann

$$\varepsilon = 221\left(\frac{\cancel{496}\ 461}{752} - \frac{76{,}5}{276}\right) = \cancel{84{,}6}\ 74{,}3$$

Man sieht in diesem Fall, wo der mittlere Anstrengungscoeff. = dem der gewöhnlichen Methode angenommenen = 700 ist, sind auch d. Querschnitte ~~ziemlich gleich~~ nach beiden Rechnungen ziemlich gleich.

Die gewöhnliche Methode liefert demnach die nicht richtigen mittleren Stäbe Querschnitte für einen ~~den~~ mittleren Anstrengungscoeff. ~~[illegible]~~ der das Mittel zwischen den wirklich auftretenden Anstrengungscoeff. ist.
Letztere können sehr bedeutend vom Mittel abweichen, wie aus dem gewählten Beispiel ersichtlich ist, obwohl hier die Längendifferenz zwischen den beiden Stäben noch nicht bedeutend ist.

Wählt man Gleichung 7 u. 8 statt wie oben 10 u. 11 so hat man für $\sigma = 600$, $\varphi = \varepsilon$

$$\frac{\varphi \cdot 600}{238}\left(\frac{238^3}{\varphi} + \frac{221^3}{\varphi} + \frac{160{,}7^3}{183} + \frac{159^3}{183}\right) = \frac{12994000}{177{,}1 \cdot 159}\left(\frac{160{,}7^3}{183} + \frac{221^3}{\varphi}\right)$$

$$\varphi\left(\frac{24275133}{\varphi} + 44770\right) = 4179240 + \frac{197851438}{\varphi}$$

$$44770\,\varphi^2 + 20095893\,\varphi = 197851438$$

$$\varphi^2 + 449\,\varphi = 44193$$

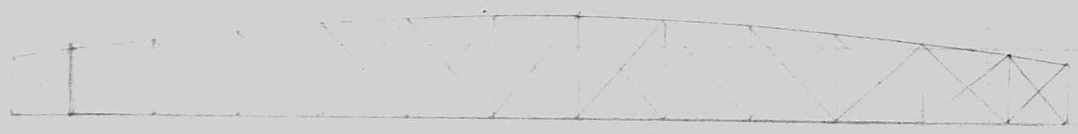
$$\varphi = 81$$

ein Werth, der mit dem nach Formel 10 gefundenen (80,9) vollständig stimmt; es genügt also die einfacheren Formeln 10 u. 11 anzuwenden.

[illegible] Febr. 1872

Engesser.

Fig 1.



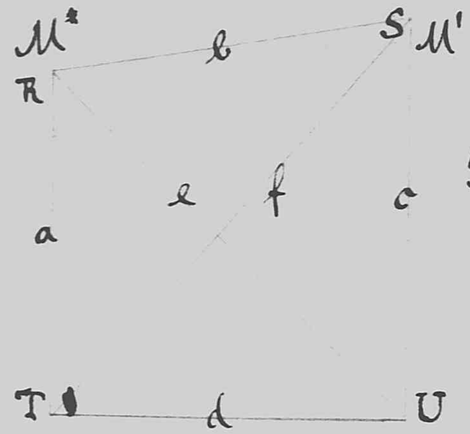


Fig 2.

Badischer Technikerverein.

Referat über die vom Verband deutscher Architekten- und Ingenieurvereine vorgelegte Frage:

„Welche Fortschritte und Erfahrungen sind im Bereiche der einzelnen Vereine in den letzten Jahren bei der Fundirung großer Brücken auf bedentendere Tiefen gemacht, und wie stellen sich die Kosten der verschiedenen neueren Fundirungsmethoden gegen einander?“

In den letzten 20 Jahren wurden auf badischem Gebiete folgende größere Strombrücken erbaut:

Brücke über den Rhein bei Kehl (1858—1860) mit pneumatischer Gründung,

Brücke über den Rhein bei Waldshut (1858—1859), auf Pfahlrost gegründet unter Anwendung von Fangdämmen,

Brücke über den Rhein bei Konstanz (1859—60), mittelst hölzerner Senkkasten auf Pfahlrost gegründet,

Brücke über den Rhein bei Mannheim (1864—66) mit gleicher Gründungsweise wie die vorhergehende.

Wenngleich alle diese Ausführungen verhältnißmäßig älteren Datums sind, so dürften doch einige kurze Notizen über dieselben um so mehr gerechtfertigt erscheinen, als ja nur durch Vergleich mit älteren Bauten die bei neueren Ausführungen gemachten Fortschritte richtig beurtheilt werden können.

1. Rheinbrücke bei Kehl.

(Siehe Pont sur le Rhin à Kehl par E. Vuigner et Fleur Saint-Denis.)

Die Brücke dient für 2 Eisenbahngeleise und hat eine Länge von 235 Met. zwischen den Widerlagern. Von den 5 Oeffnungen sind die 3 mittleren durch feste, die 2 äußeren durch bewegliche Eisenkonstruktionen überdeckt.

Die Höhe der Fahrbahn über Niederwasser beträgt 7,5 Met.

Die Tiefe der Pfeilersohle unter Niederwasser beträgt 20,0 Met.

Der Baugrund besteht aus Kiesschichten von unbekannter Mächtigkeit, die hie und da mit Sandschichten durchsetzt sind. Die Flußsohle ist nach jedem Hochwasser sehr bedeutenden Veränderungen ausgesetzt und wird sich voraussichtlich im Lauf der Zeit noch beträchtlich tiefer legen. Mit Rücksicht auf diese Verhältnisse wurde beschlossen, mit dem Mauerwerk bis auf 20 Met. unter Niederwasser zu gehen, und wählte man zur Erreichung dieser außergewöhnlichen Tiefe das von Fleur St. Denis vorgeschlagene neue System der pneumatischen Gründung mittelst eiserner Senkkasten.

Die 2 mittleren Pfeiler erhielten je 3 Senkkasten von 5,5 Met. Breite, 5,5 Met. Länge, 3,6 Met. Höhe, die 2 äußeren je 4 Senkkasten von 7 Met. Breite, 5,8 Met. Länge und 3,6 Met. Höhe.

Jeder Senkkasten war mit einem Baggerschachte und 2 Luftschächten versehen. Letztere sollten nur zur Kommunikation der Arbeiter und dem Einleiten der Luft dienen, während aller Aushub durch den Baggerschacht mittelst eines vertikalen Dampfbaggers gefördert wurde. Der Baggerschacht reichte unter die Sohle des Senkkastens, so daß die Baggerung im Wasser stattfand.

Beim Bau des 1. Pfeilers verband man die zusammengehörigen Senkkasten nur leicht miteinander und führte das Mauerwerk auf jedem getrennt aus, indem man auf jeden Senkkasten eine besondere hölzerne Umfassungswand aufsetzte. Bei den folgenden Pfeilern verließ man das System der isolirten Senkkasten, indem man die einzelnen Senkkasten fest mit einander verband und in deren Trennungswänden Löcher für die Kommunikation anordnete. Dem entsprechend wurde das Mauerwerk zusammenhängend über alle Senkkasten aufgeführt und die hölzernen Trennungswände fortgelassen. Statt der äußeren hölzernen Umfassungswand erhielt das Mauerwerk von unten an eine Quaderverkleidung, und nur in der Höhe der Arbeitsstelle wurde zum Schutz gegen höhere Wasserstände eine leichte hölzerne Wand aufgesetzt.

Die Dauer der Versenkung betrug:

beim 1.	Pfeiler	68	Tage,	wovon 55	Arbeitstage,
„ 2.	„	36	„	„ 31	„
„ 3.	„	31	„	„ 25	„
„ 4.	„	28	„	„ 24	„

Die Größe der Versenkung betrug:

	pro Arbeitsstunde	pro Arbeitstag
beim 1. Pfeiler	0,0209 Met.	0,334 Met.
„ 2. „	0,0470 „	0,517 „
„ 3. „	0,0760 „	0,802 „
„ 4. „	0,0750 „	0,825 „

Die Totalkosten des steinernen Unterbaues belaufen sich auf:

Vorbereitungsarbeiten und Baggerungen .	197,500 Frs.
Dienstbrücke und Fangdämme	800,000 „
Gründung und Steinbau des äußeren französischen Pfeilers	760,000 „
Gründung und Steinbau des äußeren bad. Pfeilers	630,000 „
Gründung und Steinbau des inneren französischen Pfeilers	505,000 „
Gründung und Steinbau des inneren bad. Pfeilers	495,000 „
Gründung und Steinbau des französischen Widerlagers	775,000 „
Gründung und Steinbau des bad. Widerlagers	755,000 „
Allgemeine Kosten	282,500 „
Summa	5,200,000 Frs.

Vertheilt man die Kosten der Nebenarbeiten proportional den Kosten für Gründung und Mauerwerk auf Pfeiler und Widerlagern, so kommen auf die Pfeiler

$$(197500 + 800000 + 282500) \cdot \frac{2390000}{3920000} = \text{rund } 780{,}000 \text{ Frs.}$$

Die Totalkosten für die 4 Pfeiler betragen somit:

$$2390000 + 780000 = 3170000 \text{ Frs.} = 2536000 \text{ M.}$$

2. Rheinbrücke bei Waldshut.

(Siehe Förster's Bauzeitung 1862).

Die Brücke ist zweigeleisig hergestellt und besitzt 3 Oeffnungen von 34,3 Met., 51,8 Met. und 34,3 Met. Das Mauerwerk der Pfeiler und Widerlager reicht 2,4 Met. unter Niederwasser und hat eine totale Höhe bis zur Eisenkonstruktion von 15,3 Met.

Das Gefälle des Rheins ist an der Baustelle 1 : 500. Die Flußsohle liegt ca. 2,4 Met. unter Niederwasser, das Hochwasser steigt 6 Met., das Mittelwasser 2,1 Met. über Niederwasser. Der Baugrund besteht aus Alluvialschichten (Kies und Gerölle) von unbekannter Mächtigkeit, auf die das Mauerwerk direkt aufgesetzt werden kann. Zum Schutze gegen etwaige Auskolkungen wurde jedoch das Mauerwerk auf Pfähle von 7—8 Met. Länge gesetzt. Die Aufmauerung der Pfeiler geschah zwischen Fangdämmen im Trockenen.

Die Kosten betrugen für den gesammten Steinbau:

Vorbereitungsarbeiten	7,700 fl.
Geräthschaften, Maschinen 2c. . .	42,800 „
Gründungsarbeiten	77,000 „
Maurer- und Steinhauerarbeit .	110,600 „
Verschiedenes	19,000 „
Summa rund	257,000 fl.

Von den Gründungsarbeiten entfallen ca. 35,000 fl. auf die 2 Strompfeiler. Von den Maurer- und Steinhauerarbeiten ca. 47,800 fl. auf die 2 Strompfeiler.

Vertheilt man die übrigen Kosten proportionel den Gründungs- und Maurerarbeitskosten auf Pfeiler und Widerlager, so erhält man für die Kosten der 2 Strompfeiler:

Vorbereitungsarbeiten rund	3390 fl.	
Geräthschaften 2c. . . .	18830 „	
Gründungsarbeiten . . .	35000 „	
Maurer- und Sth.-Arbeiten	47800 „	= rund 82000 M.
Verschiedenes	8680 „	
Summa	113700 fl.	= rund 195000 M.

3. Rheinbrücke bei Konstanz.

(Siehe „Sammlungen eiserner Brückenkonstruktionen von Klein".)

Die Brücke ist für 2 Bahngeleise und eine Landstraße hergestellt und hat oben eine lichte Breite von 17,8 Met. Die Länge zwischen den Widerlagern beträgt 125 Met. in 3 Oeffnungen à 40 Met. lichte Weite, welche mittelst Bogenträgern überspannt sind. Das Mauerwerk reicht 3 Met. unter Niederwasser und beträgt dessen Höhe von Sohle bis Auflagen der Bogenträger 6 Met., von Sohle bis Fahrbahn 10,4 Met.

Die verglichene Flußsohle liegt ca. 2,5 Met. unter Niederwasser; das Hochwasser steigt 5 Met., das Mittelwasser 1,2 Met. über Niederwasser. Der Baugrund besteht aus sehr preßbarem blaugrauen Letten und sog. Elbsand. Zur Erzielung eines festen Untergrundes wurde ein Pfahlrost von ca. 15 Met. langen Pfählen eingerammt, deren Köpfe bis ca. 3 Met. unter Niederwasser reichen. Die Aufbringung des Pfeilermauerwerks auf den Pfahlrost geschah mittelst eines hölzernen Senkkastens von 25,8 Met. Länge, 4,8 Met. Breite und 4,5 Met. Höhe.

Die Kosten für den gesammten Steinbau betrugen:

Vorbereitungsarbeiten . .	6000 fl.
Gerüste 2c.	65000 „
Fundation	66000 „
Maurer- und Sth.-Arbeiten .	97000 „
Verschiedenes	20000 „
Summa	254000 fl.

Von den Maurerarbeiten entfallen 38000 fl. auf die beiden Pfeiler. Vertheilt man die übrigen Kosten nach dem Verhältniß der Kosten für die Maurerarbeiten auf Pfeiler und Widerlager, so erhält man für die zwei Pfeiler:

Vorbereitungsarbeiten . .	2340 fl.	
Gerüste	25350 „	
Fundation.	25740 „	
Maurer- und Sth.-Arbeiten	38000 „	= rund 65100 M.
Verschiedenes	7800 „	
Summa	99230 fl.	= rund 170000 M.

4. Rheinbrücke bei Mannheim.

(Siehe „Rheinbrücke zwischen Mannheim u. Ludwigshafen von C. Fischer".)

Die Brücke dient zweien Bahngeleisen und einer Straße und besitzt eine obere Breite von ca. 20 Met. Die lichte Weite zwischen den Widerlagern beträgt 270 Met., die durch 2 Pfeiler in 3 gleiche Theile getheilt ist. Die Pfeiler reichen 2,9 Met. unter Niederwasser und haben von Sohle bis Fahrbahn eine Höhe von 15,15 Met.

Die Flußsohle liegt im Mittel ca. 2 Met. unter Niederwasser; das Hochwasser steigt ca. 6,7 Met. über Niederwasser. Der Baugrund besteht aus einer mächtigen Kiesschicht, die jedoch wegen einzelner Lettenablagerungen nicht absolut unpreßbar erscheint. Mit Rücksicht hierauf wurde das Mauerwerk auf Pfahlrost gestellt, dessen Pfähle 6—8 Met. in den Boden eindringen und 2,9 Met. unter Niederwasser abgeschnitten sind. Die Aufbringung des Mauerwerks für einen Pfeiler geschah mittelst zweier hölzerner Senkkasten von je 17,5 Met. Länge, 8,3 Met. Breite und 6,4 Met. Höhe.

Die Kosten des gesammten Steinbaues der eigentlichen Brücke, excl. der anschließenden Viadukte und der Portale betragen:

Fundation	163000 fl.
Maurer- und Sth.-Arbeit .	303200 „
Verschiedenes	27700 „
Summa	493900 fl.

Von der Maurerarbeit entfallen 136200 fl. auf die beiden Pfeiler. Nach proportionaler Vertheilung der übrigen Kosten stellen sich die Kosten für beide Pfeiler:

Fundation	73200 fl.	
Maurer- und Sth.-Arbeit .	136200 „	= rund 233500 M.
Verschiedenes	12400 „	
Summa	221800 fl.	= 380000 M.

Schlußfolgerungen.

Um die Kosten vorstehender Brückenpfeiler einigermaßen mit einander vergleichen zu können, müssen dieselben auf eine gleiche Einheit reduzirt werden.

Einen gewissen Vergleich gewährt schon die Reduktion der Kosten auf den Kubikmeter Mauerwerk.

Richtiger erscheint es, blos die Kosten für die eigentliche Maurerarbeit auf den Kubikmeter zu reduziren und die übrigen Kosten auf den Quadratmeter Grundfläche auszurechnen.

Mit Rücksicht darauf, daß die Fundationskosten weniger von der Breite der Pfeiler als von deren Länge abhängen, wurde schließlich noch für die eigentliche Maurerarbeit der Kubikmeter Mauerwerk für die übrigen Arbeiten der laufende Meter Pfeilerlänge in der Sohle als Maßeinheit gewählt.

Im Folgenden sind hienach die Kosten der verschiedenen Brückenpfeiler zusammengestellt. Zu bemerken ist noch, daß bei der Kehler Brücke, wo die Kosten für die Maurerarbeit nicht speziell angegeben sind, nach Analogie der übrigen Brücken die Kosten der Maurerarbeit pro Kubikmeter mit 60 M. in Rechnung gestellt wurden.

Bezeichnung der Brücke.	Unterkante der Pfähle resp. der eisernen Senkkasten unter Niederwasser.	Pfeilerhöhe über Niederwasser.	Kubikinhalt eines Pfeilers.	Quadratinhalt der Grundfläche eines Pfeilers.	Länge der Grundfläche eines Pfeilers.	Totale Kosten eines Pfeilers.	Kosten pro Pfeiler excl. Maurerarbeit.	Totale Kosten pro Cubikmeter.	Kosten der Maurerarbeit pro Cubikmeter.	Kosten der übrigen Arbeiten pro □Meter Grundfläche.	Kosten der übrigen Arbeiten pro lfd. Meter Grundfläche.
	Meter	Meter	Cbk.-M.	□Meter	Meter	M.	M.	M.	M.	M.	M.
Rheinbrücke b. Kehl . . .	20	7,5	3100	130	20,5	634000	448000	204,5	60	3446	21853
„ „ Waldshut	ca. 10	12,9	700	72	14	97500	56500	139,3	58,6	785	4036
„ „ Constanz .	ca. 18	7,4	475	100	24,5	85000	52450	179	68,5	524	2141
„ „ Mannheim	ca. 10	12,25	1800	265	32	190000	73250	105,6	64,8	276	2290

Karlsruhe, im Mai 1876.

Engesser.

Karlsruhe. Druck der G. Braun'schen Hofbuchdruckerei.

Ueber Schienendauer und Schienenauswechslung.

Von **Engesser**, Ingenieur bei der Generaldirection der Grossh. Badischen Eisenbahnen in Karlsruhe.

(Hierzu Taf. H.)

1. Um die allgemeinen Verhältnisse eines Schienengleises bezüglich der Dauer und Auswechslungsweise der Schienen zu untersuchen, setzen wir für's Erste ein Gleise voraus, das auf seiner ganzen Länge gleiches Krümmungs- und Steigungsverhältniss besitzt, und dessen Schienen von gleichem Profil, Material und gleicher Fabrikationsart sind. Rollt ein Eisenbahnzug über dasselbe, so wird von den Schienen eine Nutzarbeit geleistet, welche proportional dem Gewichte der darüber gerollten Last und der Gleislänge, resp. bei gleich langen Schienen der Schienenzahl gesetzt werden kann.

Als Maass für die vom Gleise geleistete Arbeit A lässt sich daher das Product aus der Schienenzahl z mit der darüber gerollten Last g annehmen: $A = z \cdot g$.

In Folge dieser Arbeitsleistung werden die Schienen abgenützt und gehen nach und nach ihrer vollständigen Unbrauchbarkeit entgegen.

Die Arbeit, welche eine im Gleise liegende Schiene bis zu ihrer völligen Unbrauchbarkeit noch leisten kann, heisse ihre «Arbeitsfähigkeit» und werde mit fx bezeichnet. Speciell die Arbeitsfähigkeit einer frisch eingelegten Schiene heisse ihre «Arbeitsdauer» und werde mit dx bezeichnet. Die «mittlere Arbeitsfähigkeit» von z Schienen ist gleich der Summe der einzelnen Arbeitsfähigkeiten dividirt durch die Schienenzahl

$$f = \frac{\Sigma fx}{z}.$$

Ebenso wird die «mittlere Arbeitsdauer» von z Schienen zu $d = \frac{\Sigma dx}{z}$ gefunden.

2. Beim Darüberrollen einer Last g wird nach Obigem vom Gleise eine Arbeit $z \cdot g$ geleistet, wodurch die Arbeitsfähigkeit der einzelnen Schienen verringert und diejenige eines gewissen Bruchtheils des Schienenquantums $\left(= \frac{1}{n} \cdot z\right)$ vollständig vernichtet wird. Durch Einlegen von $\frac{z}{n}$ neuen Schienen mit der mittleren Arbeitsdauer d an Stelle der unbrauchbar gewordenen $\frac{z}{n}$ alten Schienen, deren Arbeitsfähigkeit $= 0$, wird die Arbeitsfähigkeit des gesammten Schienenquantums um $\frac{z}{n} \cdot d$ vergrössert.

Wir nennen nun eine Gleisstrecke im «Beharrungszustand» befindlich, wenn der durch continuirliche Einlage neuer Schienen bewirkte Zuwachs der Arbeitsfähigkeit genau der continuirlich geleisteten Arbeit des gesammten Schienenquantums entspricht, somit die Arbeitsfähigkeit des gesammten Schienenquantums durch Verbrauch und Einlage nicht alterirt wird.

Sind während eines gewissen Zeitraums g Tonnen über die Schienen gerollt und $\frac{z}{n}$ neue Schienen von der mittleren Arbeitsdauer d eingelegt worden, so hat man für den Beharrungszustand:

Geleistete Arbeit = Eingelegte Arbeitsfähigkeit $z.g = \frac{z}{n}\,d$, woraus $d = ng$, d. h. die mittlere Arbeitsdauer eines Schienenquantums ist gleich der in einem bestimmten Zeitraum des Beharrungszustandes darübergerollten Last g mal dem entsprechenden Einlagsquotienten n. Ist für einen bestimmten Zeitraum $n = 1$, so wird die mittlere Arbeitsdauer gleich der in diesem Zeitraum darüber gerollten Last, d. h. die mittlere Arbeitsdauer eines Schienenquantums kann derjenigen Last gleichgesetzt werden, welche im Beharrungszustande darüber rollen muss, bis 100 % der Schienen ausgewechselt sind.

3. Betrachtet man den Zustand eines Gleises im Beharrungszustande, so findet man Schienen, die eben erst eingelegt wurden, die also noch ihre volle mittlere Arbeitsdauer d besitzen, andere, die total ausgenutzt sind und ausgewechselt werden müssen, deren Arbeitsfähigkeit somit = 0 ist. Der Rest der Schienen besitzt Arbeitsfähigkeiten, die von o bis d variiren. Diese Variation muss eine gleichmässige sein, weil nur dann für gleiche darüber gerollte Lasten gleiche Schienenquanta unbrauchbar werden und ersetzt werden müssen, wie es der Beharrungszustand erfordert.

Die Gesammtarbeitsfähigkeit eines Schienenquantums z im Beharrungszustand ist somit $= \frac{0 + d}{2}.z = \frac{d.z}{2}$, die mittlere Arbeitsfähigkeit $f = \frac{d}{2}$ = halber Arbeitsdauer. Das Schienengestänge hat daher von der Zeit der Betriebseröffnung an bis zum Beharrungszustand die Hälfte der ursprünglichen Arbeitsfähigkeit verloren.

Der Beharrungszustand tritt theoretisch erst in unendlich ferner Zeit ein, und nähert sich der Zustand des Schienengestänges assymptotisch demselben. In Praxi ist jedoch diese Annäherung derart, dass angenommen werden kann, der Beharrungszustand sei eingetreten, nachdem eine gewisse Anzahl Tonnen G über das Gleise gerollt ist.

4. Trägt man die geleistete Arbeitsquanta einer Gleisstrecke vom Beginne ihrer Eröffnung als Abscissen ($\Sigma\, z.g$), die ersetzten Arbeitsquanta $\left(\Sigma \frac{z}{n}.d\right)$ (Arbeitsdauer der eingelegten Schienen) als Ordinaten auf, so erhält man eine gewisse Curve (Arbeitscurve), die von einer gewissen Abscisse z.G an, wo der Beharrungszustand beginnt, eine gerade Linie (Beharrungsgerade) bildet. Der Winkel, den die Beharrungsgerade mit der Horizontalen einschliesst, muss $= 45^0$ sein, weil für den Beharrungszustand geleistete Arbeit = ersetzte Arbeit.

Beim Beginne des Beharrungszustandes hat das Schienenquantum die Hälfte der ursprünglichen Arbeitsfähigkeit verloren; es ist also, wenn bei Punkt H (Fig. 1, Taf. H) der Beharrungszustand beginnt $HJ = OJ - \frac{z.d}{2}$ oder da $OJ = OB + BJ = OB + HJ$

$$OB = \frac{z.d}{2} \text{ und auch } OK = \frac{z.d}{2},$$

d. h. die Beharrungsgerade schneidet die Coordinatenachsen in Punkten, welche um die halbe ursprüngliche Arbeitsfähigkeit des gesammten Schienenquantums vom Nullpunkt entfernt sind.

Zieht man durch den Punkt M, der um die ursprüngliche Arbeitsfähigkeit des Schienenquantums (z.d) unterhalb des Nullpunktes liegt, eine Gerade L_1 parallel zur Beharrungsgeraden L, so entsprechen die verticalen Abstände dieser Linie von der Arbeitscurve den in verschiedenen Zeitpunkten vorhandenen Arbeitsfähigkeiten des Schienenquantums. Ist daher die Arbeitscurve gegeben, so lässt sich hiernach für einen beliebigen Zeitpunkt der Werth eines Schienengestänges bestimmen:

Der Neuwerth einer Schiene von der Arbeitsdauer d sei $= w_1$, der Alteisenwerth einer Schiene $= w_2$; der Werth einer Schiene von der Arbeitsfähigkeit f bestimmt sich dann zu

$$w = w_2 + (w_1 - w_2)\,\frac{f}{d}.$$

Für z Schienen ist der Werth $z\,w = z\,w_2 + z\,(w_1 - w_2).\frac{f}{d}$; das Verhältniss $\frac{f}{d}$ kann für einen bestimmten Moment direct aus der Darstellung der Arbeitscurve entnommen werden. Speciell für den Beharrungszustand ist $f = \frac{d}{2}$, also Werth des Schienengestänges $z\,w = z\,w_2 + z\,\frac{(w_1 - w_2)}{2} = z\,\frac{w_1 + w_2}{2}$.

5. Die Daten zum Auftragen der Arbeitscurve sind von vornherein nicht vollständig bekannt, da die Beobachtung nur die über die Schienen gerollten Lasten Σg und die Zahl der ausgewechselten Schienen $\Sigma.\frac{z}{n}$ angiebt. Trägt man diese Beobachtungsresultate mit $\Sigma.g$ als Abscissen und mit $\Sigma\frac{1}{n}$ (Anzahl der ausgewechselten Schienen in Bruchtheilen des Gesammtquantums) als Ordinaten auf, so erhält man eine Curve (Auswechslungscurve) deren Abscissen z mal und deren Ordinaten z.d mal kleiner sind als bei der Arbeitscurve. Von einer gewissen Abscisse (= G) an, wo der Beharrungszustand beginnt, bildet die Auswechslungscurve ähnlich wie die Arbeitscurve eine gerade Linie (Beharrungsgerade), deren Verlängerung die Ordinatenachse in einer Entfernung $= \frac{1}{2}$, die Abscissenachse in einer Entfernung $= \frac{d}{2}$ vom Nullpunkt schneidet. Der Winkel, den sie mit der Abscissenachse bildet, hat eine Tangente $= \frac{1}{2} : \frac{d}{2} = \frac{1}{d}$ (Fig. 2, Taf. H).

Es ist hiernach leicht, wenn die Auswechslungscurve bis in den Beharrungszustand hinein gegeben ist, die mittlere Arbeitsdauer des Schienenquantums zu bestimmen:

Man verlängere die Beharrungsgerade bis zum Schnitt mit den Ordinatenachsen; die mittlere Arbeitsdauer ist sodann = 2.OB, gleich der doppelten Abscisse des Schnittpunkts mit der Abscissenachse, oder auch = BN, gleich der Horizontalprojection der Beharrungsgeraden zwischen den Ordinaten 0 und 1.

Ist jedoch die Auswechlungscurve nicht bis in den Beharrungszustand bekannt, so kommt es darauf an, aus den gegebenen Punkten derselben die Beharrungsgerade zu bestimmen, wodurch dieser Fall auf den vorhergehenden zurückgeführt ist. Diese Bestimmung der Beharrungsgeraden wäre nur dann mathematisch genau möglich, wenn das Gesetz der Auswechslungscurven

gegeben wäre. Da dieses aber a priori unbekannt, so muss man ein Annäherungsverfahren einschlagen:

Es seien $P_1\, P_2 \ldots$ die durch Beobachtung gegebenen Punkte der Auswechslungscurve. Die Beharrungsgerade L muss nach Obigem durch den Punkt k (Fig. 3, Taf. H) gehen, der um $\frac{1}{2}$ unterhalb des Nullpunkts liegt. Zieht man nun die Linie $k\,P_1$, so schneidet dieselbe die Auswechslungscurve und ist somit steiler als die Beharrungsgerade; zieht man dagegen $k\,v_1$ parallel der Tangente in P_1, so ist diese Linie flacher als die Beharrungsgerade; letztere muss daher zwischen beiden Linien liegen. Bezeichnet man die Schnittpunkte dieser Linien mit der Abscissenachse mit p_1 und v_1, so liegt der Schnittpunkt 1 der Beharrungsgeraden zwischen p_1 und v_1.

Es seien nun für die verschiedenen Punkte $P_1\, P_2 \ldots$ die entsprechenden Schnittpunkte $p_1\, p_2 \ldots$ und $v_1\, v_2 \ldots$ bestimmt. Man trage sodann (Fig. 4, Taf. H) zu den Abscissen $O\,p_1\; O\,p_2 \ldots$ die entsprechenden Ordinaten $O\,v_1\; O\,v_2 \ldots.$ auf, verbinde die so erhaltenen Punkte durch eine Curve und schneide dieselbe mit einer durch den Nullpunkt gehenden Geraden, die mit der Abscissenachse einen Winkel von 45^0 bildet. Für diesen Schnittpunkt sind Abscisse und Ordinate einander gleich und zwar gleich der gesuchten Länge O1. Ist auf diese Weise die Strecke O1 construirt, so lässt sich die Beharrungsgerade ziehen und sodann nach Obigem die mittlere Arbeitsdauer d bestimmen.

6. Nehmen wir jetzt an, eine im Beharrungszustande befindliche Schienenstrecke, die mit Schienen von der mittleren Arbeitsdauer d belegt ist, werde von einem bestimmten Zeitpunkte an mit Schienen von der mittleren Arbeitsdauer D unterhalten. Es wird ein gewisses Uebergangsstadium eintreten, bis sich schliesslich (nach G Tonnen) ein neuer Beharrungszustand gebildet hat. Für diesen neuen Beharrungszustand ist die Gesammtarbeitsfähigkeit $= \frac{z.D}{2}$, somit um $z.\frac{D - d}{2}$ grösser als für den alten.

Trägt man die Arbeitscurve auf und wählt als Nullpunkt denjenigen Punkt der alten Beharrungsgeraden L, mit welchem die Einlage der neuen Schienen beginnt, so schneidet die neue Beharrungsgerade L_1 die Ordinatenachse in einem Punkte, der um $z.\frac{D - d}{2}$ oberhalb des Nullpunktes liegt (Fig. 5, Taf. H). Die Arbeitscurve geht S-förmig von der alten zur neuen Beharrungsgeraden über, die sie in dem Punkte P, wo der neue Beharrungszustand beginnt, berührt.

Gehen wir jetzt zur Auswechslungscurve über, so bildet bei dieser die alte Beharrungsgerade einen Winkel mit der Horizontalen, dessen Tangente nach §. 5 $= \frac{1}{d}$, deren Gleichung somit, da sie durch den Nullpunkt geht, $y = \frac{x}{d}$ (Fig. 6, Taf. H). Die neue Beharrungsgerade bildet einen Winkel mit der Horizontalen, dessen Tangente $= \frac{1}{D}$; ausserdem scheidet sie die Ordinatenachse in einem Punkte, dessen Ordinate $= z.\frac{D - d}{2} : z\,D = \frac{1}{2} - \frac{d}{2\,D}$ (nach §. 5 sind die Ordinaten der Auswechslungscurve um z.D mal kleiner als die der Arbeitscurve). Ihre Gleichung ist somit $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\,D} + \frac{x}{D}$.

Für den Schnittpunkt beider Beharrungsgeraden erhält man durch Gleichsetzung ihrer Gleichungen

$$\frac{x}{d} = \frac{1}{2} - \frac{d}{2\,D} + \frac{x}{D}, \text{ woraus } x = \frac{d}{2},\; y = \frac{1}{2}.$$

Dieses Resultat ist analog dem in §. 5 erhaltenen. Auf dieselbe Weise wie dort lässt sich auch hier mit Hülfe einiger beobachteter Punkte der Auswechslungscurve die neue Beharrungsgrade, von der man nach Obigem schon einen Punkt $\left(x = \frac{d}{2},\; y = \frac{1}{2}\right)$ kennt, construiren und vermittelst derselben die neue mittlere Arbeitsdauer D bestimmen.

7. Handelt es sich um ein Schienengleise von verschiedenartigen Steigungs- und Krümmungsverhältnissen, so denke man sich dasselbe in Einzelstrecken von gleichartigen Verhältnissen zerlegt. Schienenzahl und mittlere Arbeitsdauer seien für die Einzelstrecken mit $z_1\, z_2 \ldots.$ und $d_1\, d_2 \ldots.$ bezeichnet. Die mittlere Arbeitsdauer des gesammten in dem Gleise befindlichen Schienenquantums ist sodann $D = \frac{z_1\,d_1 + z_2\,d_2 + \ldots}{z}$.

Wesentlich verschieden hiervon ist die mittlere Arbeitsdauer des während des Betriebes zur Einlage kommenden Schienenquantums, weil hier die Einzelstrecken mit kurzer Schienendauer grössere Einlagen erfordern als diejenigen mit langer Schienendauer und daher von verhältnissmässig grösserem Einfluss auf die mittlere Schienendauer sind. Einen mathematischen Ausdruck hierfür erhalten wir auf folgende Weise: Rollen g Tonnen über das Gleise, so gilt nach §. 2 für jede Einzelstrecke im Beharrungszustand $d_1 = n_1\,g\;\; d_2 = n_2\,g \ldots.$ wo $n_1\, n_2 \ldots$ die entsprechenden Einlagsquotienten.

Die geleistete Arbeit ist $A = (z_1 + z_2 + \ldots.)\,g = z.g$, der Ersatz $= \left(\frac{z_1}{n_1} + \frac{z_2}{n_2} + \ldots\right) d = \left(\frac{z_1}{d_1} + \frac{z_2}{d_2} + \ldots\right) d\,g$, wenn d = mittlere Arbeitsdauer des gesammten zur Einlage kommenden Schienenquantums. Durch Gleichsetzung beider folgt:

$$d = z : \left(\frac{z_1}{d_1} + \frac{z_2}{d_2} + \ldots\right).$$

Dieser Werth von d ist stets kleiner als der von D. Es ist nämlich $\frac{D}{d} = \frac{z_1\,d_1 + z_2\,d_2 + \ldots.}{(z_1 + z_2 + \ldots.)^2}.\left(\frac{z_1}{d_1} + \frac{z_2}{d_2} + \ldots.\right)$

$$= \frac{z_1^2 + z_2^2 + \ldots + z_1\,z_2\left(\frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{d_2}\right) + z_1\,z_3\left(\frac{d_3}{d_1} + \frac{d_1}{d_3}\right) + \ldots}{z_1^2 + z_2^2 + \ldots + z_1\,z_2.2 + z_1\,z_3.2 + \ldots.}$$

Zähler und Nenner haben vollständig gleichartige Form, nur sind im Zähler die Producte $z_1\,z_2$ etc. mit den Factoren $\frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{d_2}$ etc., im Nenner mit dem Factor 2 multiplicirt. Da nun die Ausdrücke $\frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{d_2}$ etc. für ungleiche Werthe von d_1 und d_2 stets grösser als 2 sind, so ist der Zähler grösser als der Nenner, d. h. D grösser als d.

8. Trägt man die Arbeitscurve auf, so zeigt dieselbe gleiche Verhältnisse wie die Arbeitscurve einer gleichartigen Strecke (§. 4). Im Beharrungszustand hat das Schienenquantum

die Hälfte der ursprünglichen Arbeitsfähigkeit $= \frac{z\,D}{2}$ verloren. Die Beharrungsgerade bildet einen Winkel von 45^0 mit der Horizontalen und schneidet die Coordinatenachsen in Punkten, die um $\frac{z\,D}{2}$ vom Nullpunkt entfernt sind.

In der Auswechlungscurve bildet die Beharrungsgerade einen Winkel mit der Horizontalen, dessen Tangente $= \frac{1}{d}$. Ihr Schnittpunkt mit der Abscissenachse liegt um $\frac{D}{2}$, mit der Ordinatenachse um $\frac{D}{2d}$ vom Nullpunkt entfernt. (Nach §. 5 sind die Abscissen der Auswechslungscurve z mal, die Ordinaten z . d mal kleiner als bei der Arbeitscurve.)

Ist das Verhältniss $\frac{D}{d}$ bekannt, so lässt sich hiernach ähnlich wie in §. 5 die Beharrungsgerade construiren und mit ihrer Hülfe D und d bestimmen.

Das Verhältniss $\frac{D}{d}$ hat nach §. 7 den Werth

$$\frac{z_1 d_1 + z_2 d_2 + \dots}{z_1 + z_2 + \dots} \cdot \left(\frac{z_1}{d_1} + \frac{z_2}{d_2} + \dots\right)$$

oder da $d_1\, d_2 \dots$ proportional $n_1\, n_2 \dots$ den Werth

$$\frac{z_1 n_1 + z_2 n_2 + \dots}{z_1 + z_2 + \dots} \cdot \left(\frac{z_1}{n_1} + \frac{z_2}{n_2} + \dots\right).$$

Es bedarf daher nur noch einer Specialbeobachtung, wie viel Schienen die Einzelstrecken besitzen, und von welcher Grösse die Einlagsquotienten derselben für gleiche darüber rollende Last sind, um das Verhältniss $\frac{D}{d}$ und sodann mittelst der Auswechslungscurve die absoluten Werthe von D und d zu bestimmen.

Es ist auf diese Weise möglich, auf Grund einfach anzustellender Beobachtungen über die Grösse der jährlichen Einlagen und Verkehrslasten (Auswechslungscurve) und einer Specialbeobachtung über das Verhalten der Einzelstrecken (Bestimmung von $\frac{D}{d}$) allgemeine Mittelwerthe der Schienendauern D und d für eine beliebige Bahnstrecke zu erhalten.

9. Mit Hülfe der vorstehend entwickelten Gesetze lässt sich auch die Frage lösen, unter welchen Verhältnissen die Verwendung von Stahlschienen statt von Eisenschienen öconomisch vortheilhaft erscheint. Die Resultate fallen verschieden aus, je nachdem es sich um eine neu zu erbauende oder um eine schon im Betriebe befindliche, mit Eisenschienen belegte Bahnstrecke handelt. Betrachten wir den letzteren Fall zuerst, so lassen sich hierauf die Ergebnisse des §. 6 anwenden. Eine im Beharrungszustand befindliche, mit Schienen von der Arbeitsdauer d belegte Strecke wird von einem gewissen Zeitpunkte an mit Schienen von der Arbeitsdauer D erneuert. Die Auswechslungscurve (Fig. 6) geht von der alten Beharrungsgeraden L tangential in die neue (L′) über; beide Beharrungsgeraden schneiden sich in einem Punkte M dessen Abscisse $= \frac{d}{2}$. In Bezug auf die Unterhaltungskosten macht es nur einen sehr kleinen Unterschied, ob die Schienenauswechslung nach der wirklichen Auswechslungscurve OAP oder nach dem Linienzug OMP erfolgt. Zur Erleichterung der Rechnung werde letzteres angenommen und gleichzeitig die Voraussetzung gemacht, die Verkehrslasten seien proportional der Zeit. In diesem Falle sind die jährlichen Einlagsquotienten n (Eisenschienen) und N (Stahlschienen) gleich den mittleren Schienendauern in Jahren.

Bezeichnet man mit k die Kosten für Anschaffung und Einlage des gesammten Eisenschienenquantums, mit a den Alteisenwerth desselben, so sind die jährlichen Unterhaltungskosten des Eisenschienengleises $r = \frac{k-a}{n}$ wo n = Schienendauer in Jahren.

Bezeichnen K, a und N die entsprechenden Werthe für das Stahlschienengleise, so sind die jährlichen Unterhaltungskosten:

innerhalb der ersten $\frac{n}{2}$ Jahre $\frac{K-a}{n}$

« « folgenden Jahre $\frac{K-a}{N}$.

Um einen Vergleich mit den Kosten r, die das Eisenschienengleise erfordert, zu gewinnen, ist diejenige constante Rente R zu bestimmen, die zur Bestreitung der Unterhaltungskosten $\frac{K-a}{n}$ während der ersten $\frac{n}{2}$ Jahre und $\frac{K-a}{N}$ während der folgenden Jahre ausreicht. Dieselbe ist kleiner als $\frac{K-a}{n}$ und grösser als $\frac{K-a}{N}$. Während der ersten $\frac{n}{2}$ Jahre muss demnach jährlich ein Betrag $= \frac{K-a}{n} - R$ zugesetzt werden, welche Beträge sich mit ihren Zinsen bis zum Ende der $\frac{n}{2}$ Jahre zu $\left(\frac{K-a}{n} - R\right)\frac{(1+i)^{\frac{n}{2}} - 1}{i}$ summiren, wo i = Zinsfuss.

Nach Ablauf der ersten $\frac{n}{2}$ Jahre betragen die jährlichen Unterhaltungskosten $\frac{K-a}{N}$, wozu noch die Zinsen der Summe

$$\left(\frac{K-a}{n} - R\right)\frac{(1+i)^{\frac{n}{2}} - 1)}{i}$$

kommen. Die constante Jahresrente ist somit

$$R = \frac{K-a}{N} + \left(\frac{K-a}{n} - R\right)\left([1+i]^{\frac{n}{2}} - 1\right)$$

oder für R aufgelöst

$$R = \frac{K-a}{(1+i)^{\frac{n}{2}}}\left(\frac{1}{N} + \frac{(1+i)^{\frac{n}{2}} - 1}{n}\right).$$

Für den Grenzfall, dass die Unterhaltungskosten des Eisenschienengleises gleich denjenigen Kosten, welche der Umbau in ein Stahlschienengleise verursacht, muss sein r = R d. h.

$$\frac{k-a}{n} = \frac{K-a}{(1+i)^{\frac{n}{2}}}\left(\frac{1}{N} + \frac{(1+i)^{\frac{n}{2}} - 1}{n}\right)$$

woraus

$$\frac{n}{N} = 1 - (1+i)^{\frac{n}{2}}\left(1 - \frac{k-a}{K-a}\right).$$

Hieraus lassen sich, wenn k, K, a und i gegeben, für beliebige Werthe von n die zugehörigen von $\frac{n}{N}$ und sodann die von N berechnen, welche für den Grenzfall gleicher Unterhaltungskosten bestehen müssen.

Beispielsweise wurden für die z. Z. bestehenden Preisverhältnisse von Eisen- und Puddelstahlschienen $\frac{k-a}{K-a} = 0{,}6$ und den Zinsfuss von 5 % die zusammengehörigen Werthe von n und $\frac{n}{N}$ berechnet und in Fig. 7 Taf. H mit n als Abscissen und $\frac{n}{N}$ als Ordinaten aufgetragen.

Die Werthe von N erhält man hieraus leicht durch Construction, indem man die Endpunkte der Ordinaten mit dem Nullpunkt verbindet. Diese Verbindungsstrahlen schneiden auf einer im Abstand 1 parallel zur Abscissenachse geführten Linie die entsprechenden Werthe von N ab, wie sich leicht durch Aehnlichkeit der Dreiecke beweisen lässt.

Der Verlauf der Curve zeigt, dass bei den jetzigen Preisverhältnissen ein successiver Umbau von Eisenschienengleisen in Stahlschienengleise in allen den Fällen öconomisch vortheilhaft erscheint, wo die Dauer der Eisenschienen geringer als 20 Jahre ist.

Bei einer Eisenschienendauer von ca. 38 Jahren müssten dagegen die Stahlschienen absolut unzerstörbar sein, wenn sich ihre Verwendung rechtfertigen lassen sollte.

10. Handelt es sich um die Entscheidung, ob bei einer neu zu erbauenden Bahn dieselbe mit Eisen- oder Stahlschienen belegt werden soll, so ist die in §. 5 (Fig. 2) behandelte Auswechslungsweise zu Grunde zu legen. Auch hier kann zur Erleichterung der Rechnung wie im vorigen §. angenommen werden, die Schienenauswechslung erfolge nicht nach der eigentlichen Auswechslungscurve, sondern nach dem Linienzuge OBP.

Mit Beibehaltung der Bezeichnungen des vorigen §. und mit Berücksichtigung, dass hier bei den ungleichen Anlagekosten auch die Verzinsung des Anlagecapitals bei den Unterhaltungskosten mit in Rechnung gezogen werden muss, ergeben sich die Unterhaltungskosten des Eisenschienengleises

während der ersten $\frac{n}{2}$ Jahre zu k . i

« « folgenden Jahre zu $k\,i + \frac{k-a}{n}$.

Die constante Rente r, welche zur Bestreitung der Kosten $k\,i$ während der ersten $\frac{n}{2}$ Jahre und $k\,i + \frac{k-a}{n}$ während der folgenden Jahre aufgewendet werden muss, ist grösser als $k\,i$; es wird also während der ersten $\frac{n}{2}$ Jahre jährlich ein Betrag von $r - k\,i$ erspart, welche Beträge mit den Zinsen bis zum Ende dieses Zeitraums auf

$$(r - k\,i)\,\frac{(1+i)^{\frac{n}{2}} - 1}{i}$$

anwachsen. Für die folgenden Jahre kann aus den Zinsen dieser Summe ein Theil der Unterhaltungskosten gedeckt werden, der Rest muss gleich der constanten Jahresrente r sein. Man hat somit:

$$k\,i + \frac{k-a}{n} - (r - k\,i)\left([1+i])^{\frac{n}{2}} - 1\right) = r$$

oder für r aufgelöst $r = K\,i + \frac{K-a}{n\,(1+i)^{\frac{n}{2}}}$.

Aehnlich erhält man für das Stahlschienengleise

$$R = K\,i + \frac{K-a}{N\,(1+i)^{\frac{N}{2}}}.$$

Für den Grenzfall gleicher Kosten muss r = R oder

$$k\,i + \frac{k-a}{n\,(1+i)^{\frac{n}{2}}} = K\,i + \frac{K-a}{N\,(1+i)^{\frac{N}{2}}} \text{ sein.}$$

Hieraus lassen sich, wenn k, K, a und i gegeben die zugehörigen Werthe von n und N durch Probiren finden.

Für dasselbe Beispiel wie im vorigen §. sind für $K = 1{,}4\,k$, $a = 0{,}4\,k$ die Werthe von $\frac{n}{N}$ berechnet und in Fig. 7 zur Vergleichung punktirt eingetragen.

Für wachsende Werthe von n entfernen sich beide Curven von einander und ersieht man hieraus, dass es unter Umständen vortheilhaft sein kann, unter gleichen Verkehrsverhältnissen eine Strecke anfänglich mit Eisenschienen zu belegen und dieselbe sodann später mit Stahlschienen zu unterhalten.

Karlsruhe, im Juni 1876.

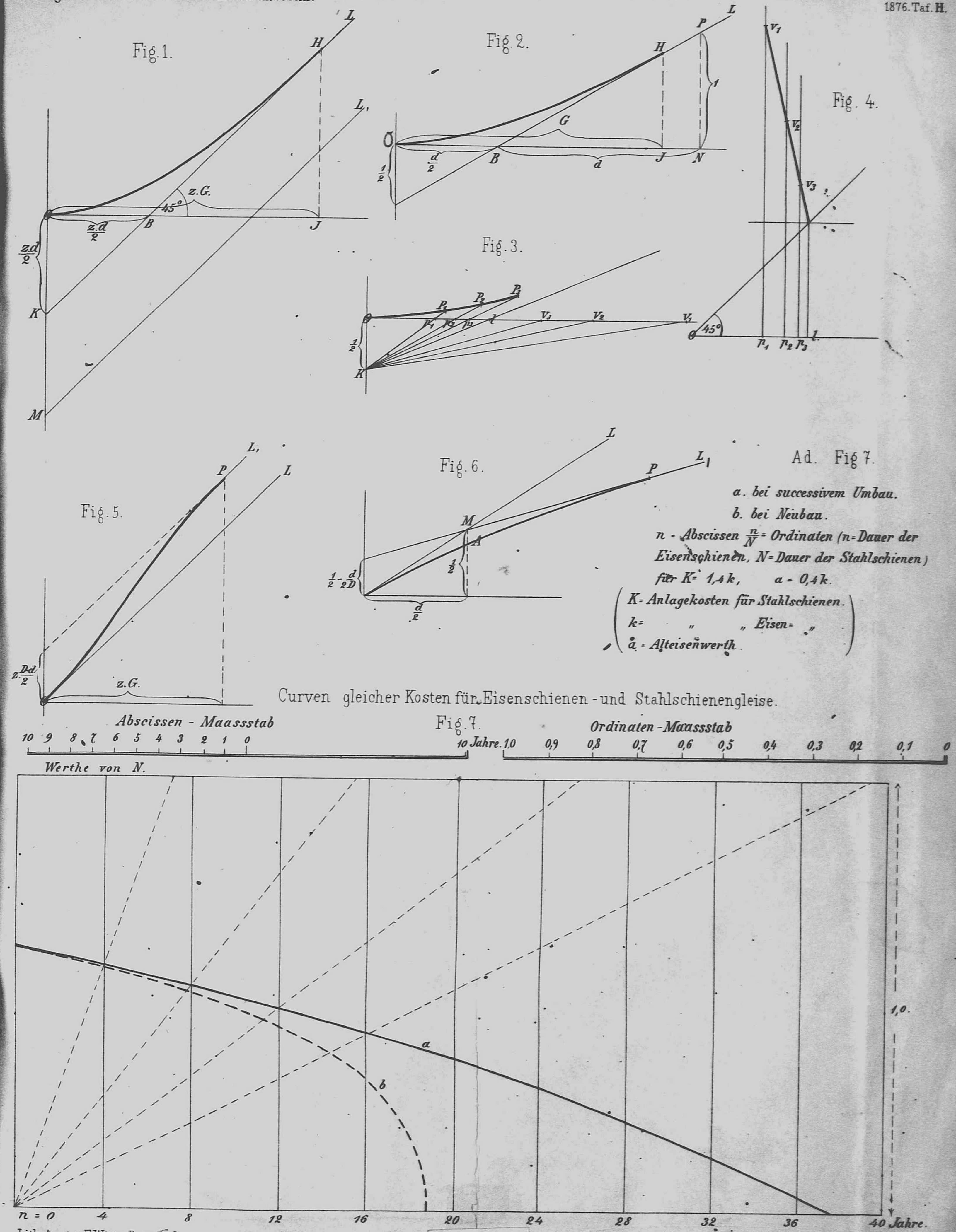


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Ad. Fig 7.
a. bei successivem Umbau.
b. bei Neubau.
n = Abscissen $\frac{n}{N}$ = Ordinaten (n = Dauer der Eisenschienen, N = Dauer der Stahlschienen)
für K = 1,4 k, a = 0,4 k.
K = Anlagekosten für Stahlschienen.
k = " " Eisen- "
a = Alteisenwerth.
Curven gleicher Kosten für Eisenschienen- und Stahlschienengleise.
Fig. 7.
Abscissen - Maassstab
Ordinaten - Maassstab
Werthe von N.
10 Jahre.
40 Jahre.

4

Entwicklung

einer

Eigengewichtsformel

für

schmiedeisene Bogenbrücken.

(Abgedruckt in der
Zeitschrift für Bauwesen 1877.)

<u>Entwicklung einer Eigengewichtsformel für schmiedeiserne Bogenbrücken.</u>

Das Eigengewicht schmiedeiserner Bogenbrücken setzt sich zusammen aus dem Gewichte der eigentlichen Tragkonstruktion (Hauptträger u. Windverstrebung) u. dem Gewichte der Fahrbahnkonstruktion.

Letzteres zeigt sich, auf die Längeneinheit reduziert, unabhängig von der Spannweite, u. sind über die numerischen Werthe desselben für verschiedene Konstruktionsweisen zahlreiche Angaben veröffentlicht.

Das Gewicht der Tragkonstruktion hängt in erster Linie von der Spannweite ab, sodann von der Pfeilhöhe, der Belastung, der Anstrengung des Materials, der Anzahl der Bogengelenke u. der Art der Detailkonstruktion. Von geringerem Einflusse erscheint die Art des Konstruktionssystems, ob z. B. die Brücke mit steifem Bogen u. schlaffer Sehne (Rheinbrücke bei Coblenz) mit versteiften Bogenzwickeln

(Theißbrücke bei Szegedin) od. mit schlaffem Bogen u. besonderem Versteifungsträger konstruiert ist.

Bei der verhältnißmäßig geringen Zahl ausgeführter Bogenbrücken u. deren großen Verschiedenheit bezüglich der erst erwähnten, das Gewicht wesentlich beeinflussenden Punkte ist es unmöglich, mittelst derselben eine brauchbare Gewichtsformel herzuleiten; der einzige hier zum Ziele führende Weg besteht darin, theoretisch die Abhängigkeit des Gewichtes von den verschiedenen maßgebenden Faktoren zu entwickeln u. das erhaltene Resultat durch Vergleichung mit rationellen, ausgeführten od. projektirten Brücken praktisch brauchbar zu machen.

Wir beschränken uns im Folgenden auf die Entwicklung einer Gewichtsformel für die zwei Fälle, daß der Bogen drei u. zwei Gelenke besitzt u. setzen dabei ein Konstruktionssystem mit schlaffem Bogen u. besonderem Versteifungsträger voraus. Es werden bei dieser Anordnung die zwei Funktionen des Hauptträgers „Uebertragung der Last u. Widerstand gegen Verbiegung bei einseitiger Belastung" zweien besonderen Konstruktionsgliedern (Bogen u. Versteifungsträger) überwiesen u. dadurch der Gang der Rechnung wesentlich vereinfacht.

Es bezeichne:

$2a = l$ die Spannweite

$b = nl$ den Bogenpfeil

$h = n_1 l$ die Höhe des Versteifungsträgers

q die gleichmäßig vertheilt gedachte rollende Last pro lfd. met.

p das Eigengewicht der Hauptträger u. Windverstrebung pro lfd. met.

c das Gewicht der Fahrbahn pro lfd. met. (Quer- u. Längsträger, Schwellen, Schienen etc.)

$k, k_1, k_2 \ldots$ verschiedene Anstrengungskoefficienten.

Die Mittellinie des Bogens sei nach einer Parabel gekrümmt, deren Gleichung, auf ein Koordinatensystem bezogen, dessen Anfangspunkt im linkseitigen ~~Gelenk~~ Kämpfer liegt, dessen Abscissenachse horizontal u. dessen Ordinatenachse vertikal gerichtet ist, lautet:

$$y = \frac{b}{a^2}\left(2ax - x^2\right)$$

woraus

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2b}{a^2}(a - x).$$

I Bogenträger mit 3 Gelenken.

1. Theoretischer Materialverbrauch beim Bogen.

Die in einem beliebigen Querschnitte des Bogens wirkende Kraft ist

$$S = Q\frac{dx}{ds} + V\frac{dy}{ds}$$

wo Q = Horizontalschub
V = Vertikalkraft,
ds = Bogenelement.

S wird für jeden Querschnitt zum Maximum bei totaler Belastung; es ist hiefür

$$Q = \left(\frac{p+c+q}{2b}\right)a^2$$

$$V = (p+c+q)(a-x).$$

Der entsprechende Bogenquerschnitt ist

$$f = \frac{S}{K},$$

der kubische Inhalt des Bogens

$$A = 2\int_0^a f\,ds = \frac{2}{K}\int_0^a S\,ds = \frac{2}{K}\int_0^a Q\,dx + V\,dy$$

$$= \frac{2}{K}\int_0^a \left(\frac{p+c+q}{2b}\right)a^2\,dx + \frac{2}{K}\int_0^a (p+c+q)(a-x)\frac{2b}{a^2}(a-x)\,dx$$

$$= \left(\frac{p+c+q}{3Kb}\right)\cdot a\left(3a^2+4b^2\right) = \left(\frac{p+c+q}{24Kb}\right)l\left(3l^2+16b^2\right)$$

$$= \left(\frac{p+c+q}{24K\cdot m}\right)\left(3+16m^2\right)l^2.$$

2. Theoretischer Materialverbrauch beim Versteifungsträger.

Der Versteifungsträger sei als Gitterträger von der Höhe h konstruirt. Derselbe hat die bei einseitiger Belastung entstehenden Momente u. Scheerkräfte aufzunehmen.

Ist das Moment der rollenden Last für einen Querschnitt x des Bogens $= M$, so ist der Gurtquerschnitt des Versteifungsträgers

$$f = \frac{M}{hK_1}$$

u. der Kubikinhalt der Gurtungen

$$B_1 = 4\int_0^a f\,dx = \frac{4}{hK_1}\int_0^a M\,dx.$$

Um den Maximalwerth von M für einen Querschnitt x zu bestimmen genügt es, Belastungen von 0 bis v (wo $v < a$) in Betracht zu ziehen, welche den betreffenden Querschnitt überdecken. Für eine solche Belastungsweise ist:

$$M = Rx - \frac{qx^2}{2} - Qy$$

wo R = Auflagerreaktion.

$$R = qv\left(1-\frac{v}{4a}\right)$$

$$Q = \frac{qv^2}{4b}$$

$$M = qv\left(1-\frac{v}{4a}\right)x - \frac{qx^2}{2} - \frac{qv^2}{4b}\cdot\frac{b}{a^2}\left(2ax-x^2\right)$$

$$= qvx - \frac{qx^2}{2} - \frac{qv^2x}{4a^2}(3a-x);$$

Um denjenigen Werth von v zu bestimmen, welcher M zu einem Maximum macht, ist $\frac{dM}{dv} = 0$ zu setzen.

$$\frac{dM}{dv} = 0 = qx - \frac{qvx}{2a^2}(3a-x)$$

woraus $v = \frac{2a}{3a-x}$.

Diesen Werth von v in den Ausdruck für M eingesetzt gibt:

$$\max. M = \frac{3qa^3}{3a-x} - qa^2 - \frac{qx^2}{2}$$

$$B_1 = \frac{4}{hK_1}\int_0^a\left(\frac{3qa^3}{3a-x} - qa^2 - \frac{qx^2}{2}\right)dx$$

$$= \frac{4q}{hK_1}\left(3a^3\ln\frac{3}{2} - \frac{7}{6}a^3\right)$$

$$= \frac{0{,}2qa^3}{hK_1} = \frac{0{,}025ql^3}{hK_1} = \frac{0{,}025ql^2}{nK_1}$$

Die Gitterstäbe des Versteifungsträgers haben bei einseitiger Belastung diejenigen Vertikalkomponenten der äußern Kraft aufzunehmen, welche bei einer Zerlegung derselben nach der Richtung des Bogens u. der Vertikalen erhalten werden. Die Summe dieser Vertikalkomponenten ist

$$S = V - B\frac{dy}{dx}$$

u. wird zum Maximum für eine Belastung von x bis 2a:

$$S = q\frac{(2a-x)^2}{4a} - \frac{q}{2b}\left(a^2 - \frac{x^2}{2}\right)\frac{2b}{a^2}(a-x)$$

$$= \frac{q x^2}{4a^2}(3a-2x).$$

Kubikinhalt der Gitterstäbe

$$B_2 = \frac{2}{K_1}\int_0^a \frac{S\,dx}{\sin\alpha\cos\alpha}$$

wo α = Winkel der Gitterstäbe mit der Horizontalen.

Für $\alpha = 45°$ wird

$$B_2 = \frac{4}{K_1}\int_0^a S\,dx = \frac{4}{K_1}\int_0^a \frac{q x^2}{4a^2}(3a-2x)\,dx$$

$$= \frac{q a^2}{2K_1} = \frac{0,125\, q\, l^2}{K_1}$$

Gesamtinhalt des Versteifungsträgers

$$B = B_1 + B_2 = \frac{0,025\, q\, l^2}{n K_1} + \frac{0,125\, q\, l^2}{K_1} = \frac{q\, l^2}{K_1}\left(\frac{0,025 + 0,125\, n}{n}\right)$$

3. Theoretischer Materialverbrauch bei den Ständern u. Vertikalkreuzen.

Die Ständer haben das Gewicht der rollenden Last, der Fahrbahn u. des Versteifungsträgers auf den Bogen zu übertragen. Setzen wir das Gewicht des Versteifungsträgers, hoch gegriffen, $= \frac{p}{2}$, so ist die pro lfd. met. zu übertragende Last $= q + c + \frac{p}{2}$.

Der entsprechende Querschnitt ergibt sich zu $f = \dfrac{q + c + \frac{p}{2}}{K_2}$

Inhalt aller Ständer $= f \cdot 2a\left(\frac{b}{3} + h\right)$

$$= \frac{(2q + 2c + p)\, a\, (b + 3h)}{3K_2}$$

$$= \frac{(2q + 2c + p)(m + 3n)\, l^2}{6K_2}$$

Setzt man den Kubikinhalt der zwischen den Ständern befindlichen Vertikalkreuze gleich dem der Ständer, so erhält man: Kubikinhalt der Ständer u. Vertikalkreuze

$$C = \frac{(2q + 2c + p)(m + 3n)\, l^2}{3K_2}$$

K_2 kann zur Sicherung gegen Knicken $= \frac{K}{2}$ gesetzt werden;

also $C = \dfrac{(4q + 4c + 2p)(m + 3n)\, l^2}{3K}$.

4. Theoretischer Materialverbrauch bei der Windverstrebung.

Der auf die Brückenkonstruktion horizontal einwirkende Winddruck setzt sich zusammen aus dem Druck auf die Brückenfläche u. dem Druck auf die darüber rollende Last. Bei einem Winddruck von 120 Kg pro □m ist der mittlere

Druck auf die Brückenfläche pro Qd.-meter im Mittel $= 120\left(\frac{b}{3}+h\right)$ $= 40b + 120h$, wenn man zur Sicherheit die Brückenfläche vollwandig in Rechnung zieht. Die rollende Last soll mit einer mittleren Höhe von 4^m eingeführt werden; der Druck pro Qd. met. derselben ist sodann $= 4 \cdot 120 = 480$ Klg, u. kann dieser Druck je nach der Stellung der rollenden Last auch einseitig wirken.

Der auf die Brückenfläche wirkende Druck erzeugt im Querschnitt x eine Maximal-Scheerkraft $= (40b+120h)(a-x)$, der auf die rollende Last wirkende eine Maximalscheerkraft von $480\frac{(2a-x)^2}{4a}$; somit totale Scheerkraft im Querschnitt x

$$V = (40b+120h)(a-x) + 480\frac{(2a-x)^2}{4a}$$

Zur Aufnahme dieser Scheerkraft dienen zwei horizontale Systeme von Diagonalstäben u. Ständern, die zwischen die Gurtungen des Versteifungsträgers u. des Bogens eingespannt sind. Beachtet man, dass der Winddruck auf beide Brückenseiten einwirken kann, so ist der Kubikinhalt der Diagonalstäbe, bei einem Winkel α mit der Brückenachse, zu setzen

$$D_1 = \frac{4}{K_3}\int_0^a \frac{V\,dx}{\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{8}{K_3}\int_0^a V\,dx \quad \text{für } \alpha = 45°$$

$$D_1 = \frac{8}{K_3}\int_0^a \left((40b+120h)(a-x) + 480\left(\frac{2a-x}{2}\right)^2\right)dx = \frac{(160b+480h+2240)}{K_3}\cdot a^2$$

$$= \frac{40b+120h+560}{K_3}\,l^2 = \frac{(40m+120n)l+560}{K_3}\cdot l^2$$

Der Inhalt der Ständer beträgt unter Voraussetzung eines nur halb so großen Anstrengungskoefficienten:

$$D_2 = \frac{2}{\frac{1}{2}K_3}\int_0^a V\,dx = \frac{4}{K_3}\int_0^a V\,dx = \frac{D_1}{2}$$

Somit Totalinhalt der Windverstrebung

$$D = D_1 + D_2 = \frac{3D_1}{2} = \frac{(60m+180n)l+840}{K_3}\cdot l^2$$

Bei größeren Brücken, die eine besondere Fahrbahnkonstruktion erhalten müssen, versehen die Querträger derselben gleichzeitig die Rolle der Ständer des oberen Windverstrebungssystems. Es kommt in diesem Falle die Hälfte der Ständer in Wegfall, wodurch der Kubikinhalt der Windverstrebung auf

$$D = D_1 + \frac{D_1}{4} = \frac{(50m+150n)l+750}{K_3}\cdot l^2$$

reduciert wird.

Da sich aus der weiteren Entwicklung ergibt, dass Bogenbrücken hauptsächlich für größere Spannweiten anzuwenden sind, so soll für die Folge dieser zweite Werth von D in Rechnung geführt werden.

Schließlich sei bemerkt, dass die Spannungen, die der Winddruck in den Gurtungen des Versteifungsträgers u. des Bogens erzeugt, hier nicht weiter berücksichtigt werden sollen, da dieselben auch in praxi meist außer Acht gelassen werden.

Der gesammte theoretische Materialverbrauch für die Hauptträger u. Windverstrebung ist nun:

$$J = A + B + C + D$$

das theoretische Gewicht pro lfd. met. somit

$$p = \frac{J \cdot \gamma}{l}$$

wo γ = Gewicht des Materials pro Kubikeinheit.

$$p = \left[\frac{p+c+q}{24K \cdot m}(3+16m^2) + q\frac{(0{,}025+0{,}125n)}{K_1\, n} + \frac{4q+4c+2p}{3K}(m+3n) + \frac{(50m+150n)l+750}{K_3} \right] \gamma \cdot l$$

Setzt man für alle Konstruktionstheile einen gleichen mittleren Anstrengungskoefficienten ($=K$), so wird

$$p = \left[\frac{p+c+q}{24m}(3+16m^2) + q\frac{(0{,}025+0{,}125n)}{n} + \frac{(4q+4c+2p)(m+3n)}{3} + (50m+150n)l+750 \right] \gamma \frac{l}{K}$$

Das wirkliche Gewicht pro lfd. met. fällt ~~jedoch~~ aus folgenden Ursachen grösser aus als dieses theoretisch berechnete:

1) wegen der durch die Vernietung bedingten Vergrösserung der Querschnitte
2) wegen der Stoß- u. Knotenplatten, Schrauben u. Nietköpfe etc.
3) wegen der durch praktische Rücksichten bedingten Verstärkung einzelner Konstruktionsglieder u. der nur sprungweise ausführbaren Änderung der Querschnittsdimensionen.

Bezeichnet man das Maß dieser Gewichtsvergrößerung mit d (Konstruktionskoefficient), so ist das wirkliche Gewicht pro lfd. met.

$$p = \left[\frac{p+c+q}{24 \cdot m}(3+16m^2) + q\frac{(0{,}025+0{,}125n)}{n} + \frac{(4q+4c+2p)(m+3n)}{3} + (50m+150n)l+750 \right] \frac{d\gamma l}{K}$$

od. für p aufgelöst:

$$p\left(\frac{K}{d\gamma} - \frac{3+32m^2+48mn}{24m}\, l\right) = \left[(q+c)\frac{3+48m^2+96mn}{24m} + q\frac{(0{,}025+0{,}125n)}{n} + (50m+150n)l+750\right] \cdot l$$

Setzt man $\gamma = 7800$ Klg

$n = 0{,}03$

$$\frac{3+32m^2+48mn}{24m} = r$$

$$\frac{3+48m^2+96mn}{24m} = s$$

so erhält man:

$$p = \frac{q(s+0{,}96)+c \cdot s+(50m+4{,}5)l+750}{\frac{K}{7800 \cdot d} - r \cdot l} \cdot l$$

Im speziellen Falle sind in vorliegender Gleichung alle ~~Werthe~~ Größen mit Ausnahme des Konstruktionskoefficienten d direkt gegeben. Letzterer variirt bei rationeller Konstruktion zwischen $d = 1\frac{2}{3}$ (kleine Brücken) u. $d = 1\frac{1}{3}$ (sehr große Brücken).

~~Hat man für d eine passende Wahl getroffen, so gilt obige Gleichung unmittelbar das wirkliche Gewicht von Hauptträger u. Windverstrebung pro lfd. met.~~

Für Eisenbahnbrücken läßt sich setzen:

$q = \frac{370000+2000\,l}{50+l}$ pro met. Geleis (nach Winkler)

$c = 800$ Klg (bei Anwendung von Quer- u. Längsträgern)

$\frac{K}{d} = \frac{17000+610\,l}{50+l} \cdot 10000$ Klg pro □ meter

Dieser Formel entsprechen etwa folgende zusammengehörige Werthe von K u. d:

l =	10 m	20	30	40	60	80	100	150	200	300 m
K =	642	660	675	684	700	713	723	742	750	760 Klg pro □cm
d =	1,667	1,58	1,53	1,48	1,43	1,405	1,39	1,37	1,35	1,333

Durch Einsetzen dieser Ausdrücke in die allgemeine Gleichung für p erhält man:

$$p = \frac{410000\,s + 392700 + (2800\,s + 2895 + 2500\,m)\,l + (50\,m + 4{,}5)\,l^2}{21800 + (782 - 50\,r)\,l - r\,l^2} \cdot l \quad {}^{Klg}_{\text{pro lfd. met. Geleise}}$$

$$\text{wo}\quad r = \frac{3 + 1{,}44\,m + 32\,m^2}{24\,m}$$

$$s = \frac{3 + 2{,}88\,m + 48\,m^2}{24\,m}$$

$$m = \frac{l}{b} = \text{Pfeilverhältniss.}$$

Setzt man successive $m = \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}$, so ergeben sich folgende Spezialformeln, worin die numerischen Werthe entsprechend abgerundet sind:

für $m = \frac{1}{8}$ $\quad p = \dfrac{954000 + 7040\,l + 10{,}7\,l^2}{21800 + 720\,l - 1{,}23\,l^2} \cdot l$ Klg pro lfd. met. Geleise

$m = \frac{1}{9}$ $\quad p = \dfrac{994000 + 7280\,l + 10\,l^2}{21800 + 715\,l - 1{,}33\,l^2} \cdot l$ " " "

$m = \frac{1}{10}$ $\quad p = \dfrac{1036000 + 7540\,l + 9{,}5\,l^2}{21800 + 710\,l - 1{,}44\,l^2} \cdot l$ " " "

$m = \frac{1}{11}$ $\quad p = \dfrac{1081000 + 7820\,l + 9\,l^2}{21800 + 705\,l - 1{,}56\,l^2} \cdot l$ " " "

$m = \frac{1}{12}$ $\quad p = \dfrac{1125000 + 8100\,l + 8{,}7\,l^2}{21800 + 700\,l - 1{,}67\,l^2} \cdot l$ " " "

Beispielsweise für $m = \frac{1}{10}$ berechnet sich hiernach folgende Tabelle:

$l =$	10	20	30	40	60	80	100	150	200	300 m
$\frac{p}{l} =$	38,7	33,6	29,7	28,2	25,7	24,5	24,0	24,8	27,5	39,5 pro lfd. met. Geleise

aus der Tabelle

Es ist ersichtlich, dass der Werth von $\frac{p}{l}$ anfänglich mit wachsender Spannweite rasch fällt, von $l = 80^m$ bis $l = 150^m$ annähernd konstant bleibt u. dann mit wachsender Spannweite allmählich in die Höhe steigt.

[illegible] Allgemeinen richtig, doch [illegible] locale Verhältnisse von [illegible]lichem Einfluss; es gibt [illegible] bekannte Widerlegungen für Bogenbrücken [illegible] unwesentlich [illegible] werden als [illegible] eine Eisenbahn [illegible] [illegible] kommt bei sehr kleinen [illegible] (bis ca 20 meter) in betracht, [illegible] theoretisch berechneten [illegible] für die Praxis sich [illegible] gering zeigen

Das Mindergewicht gegenüber Balkenbrücken, die nach den gleichen Grundsätzen konstruirt sind, wird erst bei grössern Spannweiten (ca $l = 60^m$) so erheblich, dass die Mehrkosten, welche der Unterbau erfordert, aufgehoben werden können.

Es muss daher bei kleinen Spannweiten die Anwendung von Bogenbrücken in ökonomischer Beziehung für unvortheilhaft erklärt werden.

II Bogenträger mit 2 Gelenken.

Um die Rechnung in geschlossener Form durchführen zu können wurde für den Horizontalschub, den eine von 0 bis v wirkende gleichvertheilte Belastung q pro lfd. met. erzeugt, folgende angenäherte, vom Unterzeichneten im „Jahrbuch des polytechnischen Vereins zu Carlsruhe 1869" entwickelte Formel angewandt:

$$Q = \frac{q\,v^2}{8\,a\,b}(3a - v).$$

Die Resultate, die hieraus für Q erhalten werden, fallen für $v < a$ etwas zu gross, für $v > a$ etwas zu klein aus, gewähren aber für den vorliegenden Zweck genügende

Genauigkeit, da es sich nicht sowohl um die exakte Ermittlung eines bestimmten Querschnitts als um die Bestimmung des Gewichtes sämmtlicher Konstruktionsglieder handelt.

Der Gang der Rechnung verlangt, hier zuerst den Versteifungsträger zu betrachten.

1. Theoretischer Materialverbrauch beim Versteifungsträger

Wie sub I ist der Kubikinhalt der Gurtungen zu setzen: $B_1 = \frac{4}{hK_1}\int_0^a M\,dx$

Für eine Belastung von 0 bis v ist

$$M = Ax - Qy - \frac{qx^2}{2}$$

$$= \left(qv - \frac{qv^2}{4a}\right)x - \left(\frac{3qv^2}{8b} - \frac{qv^3}{8ab}\right)y - \frac{qx^2}{2}$$

M wird zum Maximum für:

$$\frac{dM}{dv} = qx - \frac{qvx}{2a} - \left(\frac{3qv}{4b} - \frac{3qv^2}{8ab}\right)y = 0$$

d. h. für $v = \frac{4a^2}{6a-3x}$.

Hieraus ergibt sich

$$\max M = \frac{q(32a^3x - 18a^2x^2)}{27(2a-x)^2} - \frac{qx^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2a-x}\,\frac{40qa^3}{27} - \frac{8qa^4}{(2a-x)^2\cdot 27} - \frac{18qa^2}{27} - \frac{qx^2}{2}$$

$$\int_0^a M\,dx = \frac{40qa^3}{27}\,\lg nat.2 - \frac{8qa^3}{54} - \frac{18qa^3}{27} - \frac{qa^3}{6}$$

$$= 0{,}0452\,qa^3$$

$$B_1 = \frac{4}{hK_1}\int_0^a M\,dx = \frac{0{,}1808\,qa^3}{hK_1} = \frac{0{,}0226\,ql^3}{hK_1}$$

$$= \frac{0{,}0226\,ql^2}{nK_1};$$

Der Kubikinhalt der Gitterstäbe ergibt sich wie sub I zu

$$B_2 = \frac{4}{K_1}\int_0^a S\,dx;$$

S wird zum Maximum für eine Belastung von x bis 2a

$$\max S = V - Q\frac{dy}{dx} =$$

$$= \frac{q(2a-x)^2}{4a} - \left[\frac{qa^2}{2b} - \frac{qx^3(3a-x)}{8ab}\right]\frac{2b}{a^2}(a-x)$$

$$= \frac{q}{4a^3}\left(4a^2x^2 - 4ax^3 + x^4\right)$$

$$B_2 = \frac{4}{K_1}\int_0^a \frac{q}{4a^3}\left(4a^2x^2 - 4ax^3 + x^4\right)dx = \frac{8}{15}\frac{qa^2}{K_1} = \frac{2}{15}\frac{ql^2}{K_1}$$

Gesammtmaterialverbrauch des Versteifungsträgers:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{ql^2}{K_1}\left(\frac{0{,}0226}{n} + \frac{2}{15}\right) = \frac{ql^2}{K_1}\,\frac{0{,}339 + 2n}{15n};$$

In diesem Ausdruck ist die Anstrengungskraft K_1 mit Rücksicht auf die bei Temperaturänderungen hinzutretenden Spannungen entsprechend geringer anzunehmen als die sonst zulässige Anstrengungskraft K.

Das Maß dieser Verringerung läßt sich wie folgt bestimmen:

Verkürzt sich der Bogen um $\frac{1}{N}$ seiner Länge, so wird die Bogenlänge, die unverkürzt $L = 2a + \frac{4b^2}{3a}$ betrug, jetzt

$L' = \left(2a + \frac{4b^2}{3a}\right)\left(1 - \frac{1}{N}\right)$ betragen.

Mit Vernachlässigung des 4ten sehr kleinen Gliedes erhält man hieraus:

$$L' = 2a + \frac{4b^2}{3a} - \frac{2a}{N}.$$

Unter der Annahme, daß der verkürzte Bogen ebenfalls nach einer Parabel gekrümmt sei, deren Pfeil = b', läßt sich auch setzen:

$$L' = 2a + \frac{4b'^2}{3a}$$

Durch Gleichsetzung beider Werthe von L' ergibt sich $b' = b\sqrt{1-\frac{3a^2}{2Nb^2}}$

od. mit Vernachlässigung kleiner Größen 2ter Ordnung $b' = b\left(1-\frac{3a^2}{4b^2N}\right)$

Die Senkung des Scheitels ist somit

$\Delta = b - b' = \frac{3}{4}\frac{a^2}{bN}$.

Der Versteifungsträger senkt sich im Scheitel um dieselbe Größe Δ, an den Widerlagern, wegen Verkürzung der Ständer, um $\frac{b}{N}$. Es beträgt somit die relative Senkung der Trägermitte gegen die Enden

$\frac{3a^2}{4bN} - \frac{b}{N}$.

Zur Sicherheit soll im Folgenden $\frac{b}{N}$ gegenüber $\frac{3a^2}{4bN}$ vernachlässigt werden, u. beträgt somit die in Rechnung zu führende relative Senkung der Trägermitte $\frac{3a^2}{4bN}$;

Die Durchbiegungscurve des Versteifungsträgers ist unter der oben gemachten Annahme, daß der verkürzte Bogen nach einer Parabel gekrümmt sei, ebenfalls eine Parabel, welche bei der geringen Pfeilhöhe ein Kreisbogen vom Radius $r = \frac{a^2}{2\Delta} = \frac{2bN}{3}$ substituirt werden kann.

In Folge dieser Durchbiegung werden die Gurtungen gleichmäßig mit einer Kraft K_2 pro ~~□~~ □Einheit beansprucht, die sich zu $K_2 = \frac{Eh}{2r}$, wo E = Elasticitätsmodul, bestimmt. Durch Einsetzen des Werthes von r erhält man $K_2 = \frac{3Eh}{4bN}$.

Die Verkürzung der ~~$\frac{1}{N}$~~ des Bogens $\left(=\frac{1}{N}\right)$ setzt sich zusammen aus der Zusammen-

ziehung des Materials in Folge der Temperaturerniedrigung u. der Zusammendrückung durch die rollende Last. Erstere beträgt bei einer Temperaturerniedrigung um ca 40°. $\frac{1}{2000}$, letztere kann im Mittel unter zu Grundelegung derjenigen Belastungen, welche das Maximalmoment erzeugen, $= \frac{1}{10000}$ gesetzt werden.

Somit $\frac{1}{N} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{10000} = \frac{6}{10000}$

Nimmt man E zu 2000000 an, so erhält man schließlich

$K_2 = \frac{3\cdot 2000000\cdot h\cdot 6}{4\cdot b\cdot 10000} = \frac{900h}{b} = \frac{900n}{m}$.

Um diese Größe K_2 ist die Beanspruchung, welche die rollende Last pro □Einheit in den Gurtungen des Versteifungsträgers erzeugen darf, kleiner anzunehmen als die sonst zulässige Beanspruchung K.

Mit einem so kleinen Fehler wird man auch für die Gitterstäbe dieselbe Verminderung der Beanspruchung annehmen dürfen. Also

$K_1 = K - K_2 = K - \frac{900n}{m}$

$B = \frac{ql^2}{\left(K - 900\frac{n}{m}\right)}\,\frac{(0{,}339+2n)}{15n}$

Wählt man wie sub I $n = 0{,}03$, so wird

$B = \frac{ql^2\cdot 0{,}886}{K-\frac{27}{m}} = \frac{ql^2\,0{,}886}{K\left(1-\frac{27}{mK}\right)}$

Mit Rücksicht auf ~~die weiter unten zu entwickelnden Spezialformeln für Eisenbahnbrücken~~ eine ~~leicht~~ bequeme weitere ~~Behandlung~~ dieses Ausdrucks empfiehlt

Verwendung

ist sich in dem Klammerausdruck $1-\frac{2.7}{mK}$ für K einen mittleren Werth einzuführen. Man erhält hierdurch für kleine Brücken etwas zu ~~g~~ kleine, für grosse Brücken etwas zu ~~k~~ grosse Resultate.

Für einen Mittelwerth von K = 675 ergibt sich ~~erhält man~~ schliesslich

$$B = \frac{q}{K} l^2 \frac{0{,}886}{\left(1-\frac{0{,}04}{m}\right)} = \frac{0{,}886\, q\, m\, l^2}{K\,(m-0{,}04)}$$

2. Theoretischer Materialverbrauch beim Bogen.

Der durch die ruhende u. rollende Last bedingte Materialaufwand ist wie sub I

$$= \frac{p+c+q}{24\,K\,m}\left(3+16m^2\right) l^2$$

Ausser durch die Belastung wird hier der Bogen auch noch bei Temperaturänderungen beansprucht, indem der Versteifungsträger einer Hebung des Bogens widerstrebt u. dadurch eine zusätzliche Belastung auf denselben ausübt. Diese zusätzliche Belastung ist ebenso gross als diejenige Belastung, welche den Versteifungsträger um den Betrag Δ durchzubiegen im Stande wäre. Die genaue Bestimmung dieser zusätzlichen Belastung ist sehr weitläufig u. hängt von den bei der Ausführung gewählten Querschnitts-dimensionen ab. Hier genügt es, dieselbe unter der Annahme zu bestimmen, dass das Trägheitsmoment des Versteifungsträgers konstant u. die Durchbiegungskurve desselben gleich der Durchbiegungskurve eines frei aufliegenden Balkens von konstantem Querschnitt sei.

Die zusätzliche Belastung ist unter dieser Annahme für jeden Querschnitt konstant u. berechnet sich nach der bekannten Formel

$$\cancel{p}\; g = \frac{384\, E\, J\, \Delta}{5\, l^4} = \frac{384\, E\, f\, h^2\, \Delta}{10\, l^4}$$

wo J = Trägheitsmoment des Versteifungsträgers
f = ~~Q~~ mittlerer Querschnitt einer Gurtung desselben

f lässt sich $= \frac{B_1}{2l} = \frac{0{,}377\, q\, l\, m}{K\,(m-0{,}04)}$ setzen

somit $g = \frac{384\, E\, h^2\, \Delta}{10\, l^4} \cdot \frac{0{,}377\, q\, l\, m}{K\,(m-0{,}04)}$;

für $E = 2000000$
$\Delta = \frac{3a^2}{16aN} = \frac{3l}{16mN}$

$\frac{1}{N} = \frac{1}{2000}$ ~~N = 2000~~, (da es sich hier nur um die Einwirkung der Temperatur handelt)

folgt hieraus

$$g = \frac{2{,}44\, q}{K\,(m-0{,}04)}$$

Auch hier ~~ist~~ sind mit Rücksicht auf die weitere Entwicklung für K ~~ein~~ u. m Mittelwerthe einzuführen.

Für $K = 675$
$m = 0{,}1$
ergibt sich g zu rund $0{,}06\, q$

Der Einfluss der Temperaturänderungen auf den Bogen lässt sich also dadurch berücksichtigen, dass man die rollende Last um 6% grösser annimmt.

Somit schliesslich totaler Materialverbrauch beim Bogen:

$$A = \frac{(p+c+1{,}06\, q)(3+16m^2)}{24\, K\, m} \cdot l^2$$

3. Theoret. Materialverbrauch bei den Ständern u. Vertikalträgern

Auch hier läßt sich der Einfluß der Temperaturänderungen durch eine Vergrößerung der rollenden Last um 6% berücksichtigen.

Ähnlich wie sub I erhält man:

$$C = \frac{(4 \cdot q \cdot 1{,}06 + 4c + 2p)(m+3n)\,l^2}{3K}$$

$$= \frac{(4{,}24q + 4c + 2p)(m+3n)\,l^2}{3K}.$$

4. Theoret. Materialverbrauch bei der Windverstrebung.

Wie sub I

$$\mathfrak{D} = \frac{\cancel{(40m+120n)l+56}\;(50m+150n)l+750}{K}\,l^2$$

Das ^totale^ theoretische Gewicht pro lfd. met. ergibt sich ~~wie sub I~~ zu

$$p = \frac{(A+B+C+\mathfrak{D})}{l}\,\gamma$$

Das wirkliche Gewicht zu

$$p = \frac{(A+B+C+\mathfrak{D})}{l}\,\gamma \cdot d$$

$$= \frac{\gamma d}{K}\left[\frac{p+c+1{,}06q}{24m}(3+16m^2) + \frac{0{,}866q \cdot 8m}{m-0{,}04} + \frac{(4{,}24q+4c+2p)(m+3n)}{3} + (50m+150n)l+750\right]$$

u. für p aufgelöst u. $n = 0{,}03$ gesetzt:

$$p\left(\frac{K}{d\gamma} - \frac{3+32m^2+1{,}44m}{24m}\,l\right) = \left[q\left(\frac{-0{,}127+3{,}06m+21{,}83m^2+50{,}1m^3}{24m(m-0{,}04)}\right) + c\cdot\frac{3+48m^2+2{,}88m}{24m} + (50m+4{,}5)\right.$$

Setzt man ~~für~~

$$\frac{3+32m^2+1{,}44m}{24m} = r$$

$$\frac{-0{,}127+3{,}06m+21{,}83m^2+50{,}1m^3}{24m(m-0{,}04)} = t$$

$$\frac{3+48m^2+2{,}88m}{24m} = s$$

$\gamma = 7800$ so erhält man schließlich:

$$p = \frac{qt + cs + (50m+4{,}5)l + 750}{\frac{K}{d\,7800} - rl}\,l$$

Für Eisenbahnbrücken ergibt sich hieraus durch Einsetzen der sub I gegebenen Werthe von q, c u. $\frac{K}{d}$, als Gewicht pro lfd. met. Geleise:

$$p = \frac{370000t + 40000s + 37500 + (2000t + 800s + 975 + 2500m)l + (50m+4{,}5)l^2}{21800 + (782-50r) - rl^2} \cdot l$$

Setzt man successive $m = \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}$, so ergeben sich folgende Spezialformeln:

für $m = \frac{1}{8}$, $p = \frac{1099000 + 7820l + 10{,}7l^2}{21800 + 720l - 1{,}23l^2} \cdot l$ Klg pro lfd.m Gel.

$m = \frac{1}{9}$, $p = \frac{1173000 + 8250l + 10l^2}{21800 + 715l - 1{,}33l^2} \cdot l$ " " " "

$m = \frac{1}{10}$ $p = \frac{1251000 + 8700l + 9{,}5l^2}{21800 + 710l - 1{,}44l^2} \cdot l$ " " " "

$m = \frac{1}{11}$ $p = \frac{1333000 + 9190l + 9l^2}{21800 + 705l - 1{,}56l^2} \cdot l$ " " " "

$m = \frac{1}{12}$ $p = \frac{1426000 + 9730l + 8{,}7l^2}{21800 + 700l - 1{,}67l^2} \cdot l$ " " " "

Für $m = \frac{1}{10}$ berechnet sich folgende Tabelle:

$l =$	10m	20	30	40	60	80	100	150	200	300m
$\frac{p}{l} =$	46,5	40,3	35,5	33,7	30,5	28,9	28,2	28,9	31,7	44,8

Die Werthe von $\frac{p}{l}$ zeigen hiernach einen ähnlichen Verlauf wie bei Bogenträgern mit 3 Gelenken. Doch sind sie durchgehends größer als jene u. zwar um ca 20 bis 15%. Die Anwendung von drei Gelenken bei Bogenbrücken statt zweien, hat daher außer dem Vortheil einer leichteren u. sichereren Berechnung auch noch den Vorzug einer beträchtlichen Materialersparniß, u. empfiehlt es sich aus diesen Gründen bei Bogenbrücken stets *drei* Gelenke anzuordnen, ausgenommen bei sehr kleinen Brücken, wo der einfacheren Herstellungsweise wegen von der Anwendung von Gelenken abgesehen werden kann.

Carlsruhe im März 1876

Engesser.

Ueber das Eigengewicht schmiedeeiserner Fachwerksbrücken mit parallelen Gurtungen.

(Mit einem Blatt Zeichnungen.)

(Besonderer Abdruck aus der Zeitschrift für Bauwesen, Jahrg. 1878.)

Im Anschlusse an die im Jahrgange 1877 dieser Zeitschrift entwickelten Formeln über das Eigengewicht schmiedeeiserner Bogenbrücken sollen im Folgenden die entsprechenden Formeln für das Eigengewicht schmiedeeiserner Fachwerksbrücken mit parallelen Gurtungen hergeleitet werden. Wir legen hierbei das gebräuchlichste Fachwerkssystem, das des rechtwinkligen Dreiecks mit geneigten Zugbändern und verticalen Druckstreben, der Rechnung zu Grunde. (Siehe nachstehende Figuren 1 und 2 für einfaches resp. doppeltes System.)

Fig. 1.

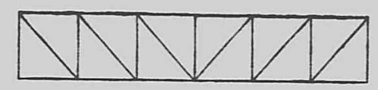
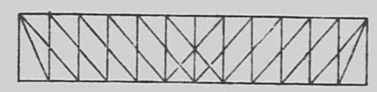


Fig. 2.



Das Eigengewicht einer eisernen Brücke pro lfd. Meter kann im Allgemeinen gesetzt werden:

$$g = a + p,$$

wo a das von der Spannweite l unabhängige Gewicht der Fahrbahnconstruction (Quer- und Längsträger),

p das Gewicht der Trageconstruction (Hauptträger und Windverstrebung) bezeichnet.

Ueber den Werth von a bei verschiedenen Anordnungen werden weiter unten einige specielle Angaben folgen; p ist aufser von der Spannweite auch von der Trägerhöhe, Trägerentfernung, Feldereintheilung, der Belastung und den Anstrengungscoefficienten abhängig, und ist es unsere Aufgabe, die Form dieser Abhängigkeit theoretisch festzustellen. Vorher mögen jedoch noch einige kurze Bemerkungen über die Variation der zu wählenden Anstrengungscoefficienten mit der Spannweite, sowie über die Querschnittsbestimmung gedrückter Stäbe mit Bezug auf Knickfestigkeit ihren Platz finden.

Variation der Anstrengungscoefficienten mit der Spannweite, bezw. mit dem Verhältnisse der mobilen Last zur ruhenden.

Bezeichnet S_0 die durch die ruhende Last in einem Stabquerschnitte erzeugte Spannung, S_1 die durch die mobile Last erzeugte, so läfst sich nach Winkler, wenn es sich nur um Zug- oder Druckkräfte handelt, setzen:

$$\text{Querschnitt } f = \frac{S_0}{k_0} + \frac{S_1}{k_1}$$

$$\text{Anstrengungscoefficient } k = \frac{S_0 + S_1}{f} = (S_0 + S_1) : \left(\frac{S_0}{k_0} + \frac{S_1}{k_1}\right)$$

wo k_0 und k_1 constante Coefficienten sind.

Winkler giebt für k_0 und k_1 die Werthe 1600 kg und 590 kg pro Quadratcentimeter, woraus sich für Eisenbahnbrücken etwa folgende mittlere Anstrengungscoefficienten ergeben:

für $l =$	10	30	50	70	100	150^m
$k =$	650	700	760	800	880	1000 kg.

Diese Werthe von k sind, namentlich für gröfsere Spannweiten, etwas hoch; es wurde vorgezogen, die Werthe von k_0 und k_1, entsprechend der bei der Badischen Eisenbahnverwaltung üblichen Coefficientenreihe, gleich 1200 und 600 zu wählen, wobei die mittleren Anstrengungscoefficienten etwa folgende Werthe annehmen:

für $l =$	10	30	50	70	100	150^m
$k =$	650	690	730	760	810	900 kg.

Querschnittsbestimmung gedrückter Stäbe mit Rücksicht auf Knickungsfestigkeit.

Der Querschnitt eines mit der Kraft S gedrückten Stabes von der Länge l bestimmt sich nach der bekannten Formel:

$$f = \frac{S}{k}\left(1 + \alpha \frac{f}{J} l^2\right), \text{ wo}$$

$k =$ Anstrengungscoefficient für einfachen Druck,

$\alpha =$ Coefficient, welcher von der Befestigungsart der Stabenden und dem Materiale abhängt; derselbe beträgt z. B. bei frei beweglichen Enden $^1/_{10000}$ (Schmiedeeisen),

$J =$ Trägheitsmoment des Querschnitts.

Durch Multiplication obiger Gleichung mit f folgt:

$$f^2 = \frac{S}{k}\left(f + \alpha \frac{f^2}{J} l^2\right)$$

$$f^2 - f\frac{S}{k} = \frac{S}{k}\alpha\frac{f^2 l^2}{J}$$

$$f = \frac{S}{2k} + \sqrt{\frac{S}{k}\alpha\frac{f^2 l^2}{J} + \frac{S^2}{4k^2}} =$$

$$= \frac{S}{2k}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4k\alpha f^2 l^2}{SJ}}\right).$$

Für ähnliche Querschnitte ist $\frac{f^2}{J}$ eine Constante, welche wir mit β bezeichnen wollen, also

$$f = \frac{S}{2k}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4k\alpha\beta l^2}{S}}\right).$$

Ist das zweite Glied unter der Wurzel kleiner als 1, so läfst sich annähernd setzen:

$$\sqrt{1+\frac{4k\alpha\beta l^2}{S}} = 1 + \frac{2k\alpha\beta l^2}{S}$$

und, dies oben eingeführt:

$$f = \frac{S}{k} + \alpha\beta l^2, \text{ d. h.:}$$

Zur Sicherung gegen Knicken ist zu der für einfachen Druck S erforderlichen Querschnittsfläche $\frac{S}{k}$ noch eine Constante $\alpha\beta l^2$ zuzuschlagen. Bei langen Stäben mit geringen Druckkräften wird dieser Zuschlag allerdings etwas gröfser ausfallen, als die genaue Formel es verlangte. Da solche Stäbe jedoch in der Praxis mit Rücksicht auf die erforderliche Steifigkeit immer stärker ausgeführt werden, als die Rechnung ergiebt, so dürfte die Anwendung der Formel $f = \frac{S}{k} + \alpha\beta l^2$ zur Querschnittsbestimmung gedrückter Stäbe für die folgenden Entwicklungen hinreichende Genauigkeit bieten.

Ableitung einer Formel für p (Gewicht der Trageconstruction pro lfd. Meter Brücke).

Wir setzen voraus, die Brücke besitze nur 2 Hauptträger, und bezeichnen mit

- l die theoret. Stützweite, h die theoret. Höhe $= ml$, b die Felderbreite $= nl$ eines Hauptträgers (in Meter),
- e den Abstand beider Hauptträger (in Meter),
- q die gleich vertheilt angenommene mobile Belastung pro lfd. Meter Hauptträger zur Berechnung der Gurtungen (in kg.),
- q_1 die gleich vertheilt angenommene mobile Belastung pro lfd. Meter Hauptträger zur Berechnung der Zugbänder und Druckstreben (in kg.),
- c das Gewicht der Fahrbahnconstruction, Schwellen, Schienen etc. pro lfd. Meter Hauptträger (in kg.),
- p das wirkliche Eigengewicht der Trageconstruction pro lfd. Meter Brücke (in kg.),
- p_1 das theoretische Eigengewicht der Trageconstruction pro lfd. Meter Brücke (in kg.),
- k_0 den constanten Anstrengungscoefficienten für die ruhende Last (in kg pro □^{m}),
- k_1 den constanten Anstrengungscoefficienten für die mobile Last (in kg pro □^{m}).

A. Theoret. Materialaufwand bei den Gurtungen

Mittlere Spannung einer Gurtung

$$S = \frac{2}{3}\left(\frac{p}{2}+c\right)\frac{l^2}{8h} + \frac{2}{3}\frac{ql^2}{8h} = \frac{(p+2c)l}{24m} + \frac{ql}{12m}$$

Mittlerer Querschnitt

$$f = \frac{(p+2c)l}{24mk_0} + \frac{ql}{12mk_1}$$

Verstärkung der oberen Gurtung gegen Knicken

$$f' = \alpha\beta b^2 = \alpha\beta n^2 l^2$$

Inhalt beider Gurtungen

$$A = (2f + f')l = \frac{p+2c}{12mk_0}l^2 + \frac{ql^2}{6mk_1} + \alpha\beta n^2 l^3.$$

B. Theoret. Materialaufwand bei den Zugbändern (excl. der etwaigen Gegenzugbänder in den mittleren Feldern.)*)

Mittlere Vertikalkraft

$$V = \frac{2}{l}\int_0^{\frac{l}{2}}\left[\left(\frac{p}{2}+c\right)\left(\frac{l}{2}-x\right) + q_1\frac{(l-x)^2}{2l}\right]dx$$

$$= \frac{l}{24}(3p + 6c + 7q_1)$$

Mittlere Spannung der Zugbänder $S = \frac{V\sqrt{h^2+b^2}}{h}$

Länge eines Zugbandes $= \sqrt{h^2+b^2}$

Zahl der Zugbänder $= \frac{l}{b}$

Inhalt der Zugbänder

$$B = \frac{l^2}{24}\frac{h^2+b^2}{hb}\left(\frac{3p+6c}{k_0} + \frac{7q_1}{k_1}\right)$$

$$= \frac{l^2}{24}\left(\frac{m}{n}+\frac{n}{m}\right)\left(\frac{3p+6c}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right).$$

C. Theoretischer Materialaufwand bei den Druckstreben (excl. der mittelsten Druckstrebe).*)

a. Bei unten liegender Fahrbahn.

Mittlere Spannung $= \frac{l}{24}(3p + 6c + 7q_1)$

Mittlerer Querschnitt $f = \frac{l}{24}\left(\frac{3p+6c}{k_0} + \frac{7q_1}{k_1}\right)$

Verstärkung gegen Knicken $f' = \alpha_1\beta_1 h^2$

Länge einer Druckstrebe $= h$

Zahl der Druckstreben $= \frac{l}{b}$

Inhalt der Druckstreben

$$C = \frac{l^2}{24}\frac{h}{b}\left(\frac{3p+6c}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right) + \frac{\alpha_1\beta_1 h^3 l}{b}$$

$$= \frac{l^2}{24}\frac{m}{n}\left(\frac{3p+6c}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right) + \frac{\alpha_1\beta_1 m^3 l^3}{n}$$

b. Bei oben liegender Fahrbahn.

Zur Uebertragung der oben liegenden Last $(c + q_1)$ auf die unteren Knotenpunkte kommt zu obigem Inhalt hinzu

$$\left(\frac{c}{k_0}+\frac{q_1}{k_1}\right)lh = \left(\frac{c}{k_0}+\frac{q_1}{k_1}\right)ml^2,$$

somit totaler Inhalt der Druckstreben bei oben liegender Fahrbahn

$$C = \frac{l^2}{24}\frac{m}{n}\left(\frac{3p+6c}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right) + \frac{\alpha_1\beta_1 m^3 l^3}{n} + \left(\frac{c}{k_0}+\frac{q_1}{k_1}\right)ml^2$$

D. Theoret. Materialaufwand bei der Windverstrebung.

Zur Aufnahme des Winddrucks dienen 1, bezw. 2 horizontale Fachwerkssysteme, welche zwischen die Gurtungen der Hauptträger eingespannt sind. Befinden sich Fahrbahnquerträger in der betreffenden Gurtungsebene, so übernehmen dieselben die Rolle von Druckstreben im Fachwerkssysteme.

Anordnung a. Fahrbahn unten, Windverstrebung nur in der unteren Gurtungsebene vorhanden. (Siehe Fig. a auf beiliegendem Blatt.)

Winddruck pro lfd. Meter $= 120H$, wo $H =$ Höhe von Unterkante Brücke bis Oberkante Fahrzeug.

---

*) Das Gewicht derselben wird späterhin durch den „Constructionscoefficient" berücksichtigt werden.

Mittlere Vertikalkraft

$$V = \frac{2}{l}\int_0^{\frac{l}{2}} 120H\frac{(l-x)^2}{2l}dx = 35Hl.$$

Mittlere Spannung der Windstreben, wenn dieselben unter 45 Grad gegen die Gurtungen geneigt sind, $S = V\sqrt{2}$.

Totale Länge der Windstreben $= 2l\sqrt{2}$, da für jede der zwei Windrichtungen ein Strebensystem vorhanden ist.

Inhalt der Windstreben

$$D = \frac{35Hl^2\cdot 4}{k_1} = \frac{140Hl^2}{k_1}.$$

Anordnung b. Fahrbahn unten, Windverstrebung in beiden Gurtungsebenen vorhanden. (Fig. b.)

Winddruck pro lfd. Meter $= 120h$.

Mittlere Vertikalkraft

$$V = \frac{2}{l}\int_0^{\frac{l}{2}} 120h\left(\frac{l}{2}-x\right)dx = 30lh.$$

Inhalt der Windstreben

$$= \frac{4Vl}{k_1} = \frac{120hl^2}{k_1} = \frac{120ml^3}{k_1}.$$

Aufser den geneigten Windstreben (Zugbänder) sind in diesem Falle in der oberen Gurtungsebene auch noch Druckstreben nöthig.

Mittlere Druckkraft $V = \frac{1}{2}\cdot 30lh$ (in der oberen Gurtungsebene wird nur die Hälfte des Winddrucks übertragen).

Mittlerer Querschnitt $f = \frac{15lh}{k_1}$.

Hierzu Verstärkung gegen Knicken $f' = \alpha_1\beta_1 e^2$, wo $e =$ Entfernung der Hauptträger von einander.

Gesammtlänge der Druckstreben $= l$.

Inhalt der Druckstreben

$$= l(f+f') = \frac{15hl^2}{k_1} + \alpha_1\beta_1 e^2 l = \frac{15ml^3}{k_1} + \alpha_1\beta_1 e^2 l.$$

Totalinhalt der Windverstrebung

$$D = \frac{120ml^3}{k_1} + \frac{15ml^3}{k_1} + \alpha_1\beta_1 e^2 l = \frac{135ml^3}{k_1} + \alpha_1\beta_1 e^2 l.$$

Anordnung c. Fahrbahn oben auf besonderen Quer- und Längsträgern; Windverstrebung in beiden Gurtungsebenen vorhanden. (Fig. c.).

Winddruck pro lfd. Meter $= 120h + 120H_1$, wo $H_1 =$ Höhe der Fahrzeuge.

Mittlere Vertikalkraft

$$V = \frac{2}{l}\int_0^{\frac{l}{2}}\left[120h\left(\frac{l}{2}-x\right) + 120H_1\frac{(l-x)^2}{2l}\right]dx$$

$$= 30hl + 35H_1 l.$$

Inhalt der geneigten Windstreben

$$= \frac{120hl^2}{k_1} + \frac{140H_1 l^2}{k_1}.$$

Inhalt der in der unteren Gurtungsebene vorhandenen Druckstreben

$$\frac{15hl^2}{k_1} + \frac{17{,}5H_1 l^2}{k_1} + \alpha_1\beta_1 e^2 l.$$

Totalinhalt der Windverstrebung

$$D = \frac{135hl^2}{k_1} + \frac{157{,}5H_1 l^2}{k_1} + \alpha_1\beta_1 e^2 l$$

$$= \frac{135ml^3}{k_1} + \frac{157{,}5H_1 l^2}{k_1} + \alpha_1\beta_1 e^2 l.$$

Das theoretische Gewicht pro laufenden Meter Brücke ist nun: $p_1 = \frac{2A+2B+2C+D}{l}\gamma$, wenn $\gamma =$ Gewicht der Cubikeinheit Eisen ist.

Das wirkliche Gewicht pro lfd. Meter Brücke läfst sich setzen $p = \delta p_1$, wo δ der sogenannte Constructionscoefficient, welcher angiebt, um wieviel mal die ausgeführte Construction schwerer ist als die theoretisch berechnete.

δ nimmt mit wachsender Spannweite l oder, besser gesagt, mit wachsendem theoretischen Gewichte p_1 ab und nähert sich allmälig einem gewissen Grenzwerthe. Für Spannweiten gröfser als 10^{m} läfst sich der Werth von δ durch folgende Form darstellen:

$$\delta = d + \frac{t}{p_1},$$

wo d und t Constante, p_1 das theoretische Gewicht pro lfd. Meter Brücke bezeichnet.

Für $d = 1{,}353$
$t = 150$

ergeben sich bei eingeleisigen Eisenbahnbrücken im Mittel folgende Werthe des Constructionscoefficienten δ:

für $l =$	10	30	50	75	100	150^{m}
$\delta =$	$1{,}98$	$1{,}58$	$1{,}48$	$1{,}44$	$1{,}41$	$1{,}38$

Winkler giebt in seinen „Vorträgen über Brückenbau" nachstehende Werthe von δ für diesen Fall:

für $l =$	10	30	50	75	100	150^{m}
$\delta =$	$2{,}09$	$1{,}71$	$1{,}57$	$1{,}51$	$1{,}49$	$1{,}47$

Diese Werthe von δ zeigen eine ähnliche Abnahme mit der Spannweite wie die oben gegebenen, nur sind sie durchgehends gröfser als erstere, ein Umstand, welcher darin seine Erklärung findet, dafs Winkler durch den Constructionscoefficient auch die Gewichtsvermehrung, welche durch die Querschnittsvergröfserung der gedrückten Stäbe zur Sicherung gegen Knicken entsteht, in Rechnung stellt, während dieselbe in unserem Falle bereits im theoretischen Gewichte enthalten ist.

Führt man den Werth des Constructionscoefficienten $\delta = d + \frac{t}{p_1}$ in den Ausdruck für das wirkliche Gewicht der Brücke pro lfd. Meter ein, so erhält man:

$$p = \left(d + \frac{t}{p_1}\right)p_1 = dp_1 + t = d\gamma\frac{2A+2B+2C+D}{l} + t.$$

Durch Einsetzen der oben berechneten Werthe von A, B, C und D ergiebt sich schliefslich:

Anordnung a. (Fahrbahn unten, keine obere Querverbindung vorhanden).

$$p = d\gamma\left[\frac{p+2c}{6mk_0}l + \frac{ql}{3mk_1} + 2\alpha\beta n^2 l^2 + \frac{l}{12}\left(\frac{m}{n}+\frac{n}{m}\right)\left(\frac{3p+6c}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right) + \frac{l}{12}\frac{m}{n}\left(\frac{3p+6c}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right) + \frac{2\alpha_1\beta_1 m^3 l^2}{n} + \frac{140Hl}{k_1}\right] + t \qquad \text{Ia}$$

oder für p aufgelöst

$$p=\frac{d\gamma\left[\frac{al}{3mk_0}+\frac{ql}{3mk_1}+2\alpha\beta n^2l^2+\frac{l}{12}\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{m}\right)\left(\frac{6a}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right)+\frac{2\alpha_1\beta_1 m^3l^2}{n}+\frac{140\,Hl}{k_1}\right]+t}{1-d\gamma\left[\frac{l}{6mk_0}+\frac{l}{12}\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{m}\right)\frac{3}{k_0}\right]}\text{ kg} \quad \ldots\ldots \text{ IIa}$$

Für $d=1{,}353$, $t=150$, $\gamma=7800$ kg, $m=n$ folgt hieraus

$$p=\frac{10553\left[\frac{al}{k_0}\left(\frac{1}{3m}+\frac{3}{2}\right)+\frac{ql}{3mk_1}+\frac{q_1 l}{k_1}\frac{7}{4}+2m^2l^2(\alpha\beta+\alpha_1\beta_1)+\frac{140\,Hl}{k_1}\right]+150}{1-\frac{10553}{k_0}l\left(\frac{1}{6m}+\frac{3}{4}\right)}\text{ kg} \quad \ldots\ldots \text{ IIIa}$$

Anordnung b. (Fahrbahn unten, obere Querverbindung vorhanden.)

$$p=d\gamma\left[\frac{p+2a}{6mk_0}l+\frac{ql}{3mk_1}+2\alpha\beta n^2l^2+\frac{l}{12}\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{m}\right)\left(\frac{3p+6a}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right)+\frac{2\alpha_1\beta_1 m^3l^2}{n}+\frac{135\,ml^2}{k_1}+\alpha_1\beta_1 e^2\right]+t \quad \ldots \text{ Ib}$$

für p aufgelöst

$$p=\frac{d\gamma\left[\frac{al}{3mk_0}+\frac{ql}{3mk_1}+2\alpha\beta n^2l^2+\frac{l}{12}\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{m}\right)\left(\frac{6a}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right)+\frac{2\alpha_1\beta_1 m^3l^2}{n}+\frac{135\,ml^2}{k_1}+\alpha_1\beta_1 e^2\right]+t}{1-d\gamma\left[\frac{l}{6mk_0}+\frac{l}{12}\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{m}\right)\frac{3}{k_0}\right]}\text{ kg} \quad \ldots \text{ IIb}$$

für $d=1{,}353$, $t=150$, $\gamma=7800$ kg, $m=n$ folgt

$$p=\frac{10553\left[\frac{al}{k_0}\left(\frac{1}{3m}+\frac{3}{2}\right)+\frac{ql}{3mk_1}+\frac{7q_1 l}{4k_1}+2m^2l^2(\alpha\beta+\alpha_1\beta_1)+\frac{135\,ml^2}{k_1}+\alpha_1\beta_1 e^2\right]+150}{1-\frac{10553\,l}{k_0}\left(\frac{1}{6m}+\frac{3}{4}\right)}\text{ kg} \quad \ldots \text{ IIIb}$$

Anordnung c. (Fahrbahn oben, auf Quer- und Längsträgern.)

Es ist hier zu dem theoretisch ermittelten Werthe von $p\left(=d\gamma\frac{2A+2B+2C+D}{l}+t\right)$ noch ein Betrag für die zwischen beiden Hauptträgern befindlichen Verticalkreuze hinzuzufügen. Nach ausgeführten Constructionen läfst sich dieser Betrag im Mittel $=20+9h=20+9\,ml$ kg pro lfd. Meter Brücke setzen.

Das wirkliche Gewicht pro lfd. Meter ist somit:

$$p=d\gamma\left[\frac{p+2a}{6mk_0}l+\frac{ql}{3mk_1}+2\alpha\beta n^2l^2+\frac{l}{12}\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{m}\right)\left(\frac{3p+6a}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right)+2\left(\frac{a}{k_0}+\frac{q_1}{k_1}\right)ml+\frac{2\alpha_1\beta_1 m^3l^2}{n}+\frac{135\,ml^2}{k_1}+\frac{157{,}5\,H_1 l}{k_1}+\alpha_1\beta_1 e^2\right]+t+20+9\,lm \quad \ldots\ldots \text{ Ic}$$

für p aufgelöst

$$p=\frac{d\gamma\left[\frac{al}{3mk_0}+\frac{ql}{3mk_1}+2\alpha\beta n^2l^2+\frac{l}{12}\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{m}\right)\left(\frac{6a}{k_0}+\frac{7q_1}{k_1}\right)+2\left(\frac{a}{k_0}+\frac{q_1}{k_1}\right)ml+\frac{2\alpha_1\beta_1 m^3l^2}{n}+\frac{135\,ml^2}{k_1}+\frac{157{,}5\,H_1 l}{k_1}+\alpha_1\beta_1 e^2\right]+t+20+9\,ml}{1-d\gamma\left[\frac{l}{6mk_0}+\frac{l}{12}\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{m}\right)\frac{3}{k_0}\right]} \quad \ldots \text{ IIc}$$

für $d=1{,}353$, $t=150$, $\gamma=7800$ kg, $m=n$ folgt

$$p=\frac{10553\left[\frac{al}{k_0}\left(\frac{1}{3m}+\frac{3}{2}+2m\right)+\frac{ql}{3mk_1}+\frac{q_1 l}{k_1}\left(\frac{7}{4}+2m\right)+2m^2l^2(\alpha\beta+\alpha_1\beta_1)+\frac{135\,ml^2}{k_1}+\frac{157{,}5\,H_1 l}{k_1}+\alpha_1\beta_1 e^2\right]+170+9\,ml}{1-\frac{10553\,l}{k_0}\left(\frac{1}{6m}+\frac{3}{4}\right)} \quad \text{ IIIc}$$

Die Gleichungen IIIa, IIIb und IIIc liefern nun für die 3 Anordnungen a, b und c das Brückengewicht pro lfd. Meter als Function der Spannweite (l), der Trägerhöhe (ml), der Trägerentfernung (e), der Belastung (q, q_1, c) und der Anstrengungscoefficienten (k_0, k_1). Was die sonst noch vorkommenden Gröfsen H, H_1, $\alpha\beta$, $\alpha_1\beta_1$ betrifft, so hängen H und H_1 von der Höhe der Fahrzeuge ab und ist deren Bedeutung aus Fig. a und c ersichtlich; $\alpha\beta$, $\alpha_1\beta_1$ sind Coefficienten, die von der Befestigungsart und Querschnittsform der gedrückten Stäbe abhängig sind, und wurde deren Definition in der Einleitung gegeben.

Wir wollen nun die allgemeinen Resultate speciell für Eisenbahnbrücken einer weiteren Behandlung unterziehen und durch Einführung der betr. Zahlenwerthe für den practischen Gebrauch bequem machen.

Eigengewicht von Eisenbahnbrücken für Hauptbahnen.

Eigengewicht pro lfd. Meter $g=a+p$.

1) Gewicht der Fahrbahnconstruction pro lfd. Meter (a).

Bei eingeleisigen Brücken kann die günstigste Entfernung der Fahrbahnquerträger gesetzt werden

$$z=1+0{,}55\,e \text{ Meter,}$$

wo e = Entfernung der Hauptträger ist.

Das Gewicht der Fahrbahnconstruction pro lfd. Meter Geleise ergiebt sich hierbei im Mittel zu $a=60e+150$ kg.

Für eine Querträgerentfernung $b\,(=nl)$ ist innerhalb der Grenzen der Anwendung annähernd

$$a=(60e+150)\left(1+\frac{(b-z)^2}{20}\right)=(60e+150)\left(1+\frac{(nl-1-0{,}55\,e)^2}{20}\right)\text{ kg.}$$

Bei zweigeleisigen Brücken, deren Hauptträgerabstand $=8^{m}$, ändert sich der Werth von a für Querträgerentfernungen von 3 bis 6^{m} sehr wenig; im Mittel läfst sich setzen:

$a=1100$ kg pro lfd. Meter zweigeleisiger Brücke,
$a=\ 550$ kg - - - Geleise.

Bei oben liegender Fahrbahn (Anordnung c) werden häufig seitlich der Hauptträger besondere Trottoirs mit Geländer angebracht. Das Eisengewicht derselben, incl. Geländer, läfst sich bei einfacher und leichter Ausführung zu 70 kg pro lfd. Meter Brücke annehmen.

2) Gewicht der Trageconstruction pro lfd. Meter (p).

Entsprechend der in der Einleitung gegebenen Tabelle für die Anstrengungscoefficienten setzen wir

$k_0 = 12000000$ kg pro $\square^{m}$
$k_1 = \ 6000000$ kg - -

Ferner beträgt die einem Eisenbahnzug (bestehend aus drei schweren badischen Güterzugsmaschinen und darauf folgenden beladenen Lastwagen) äquivalente Belastung pro lfd. Meter Geleise zur Berechnung der Gurtungen

$$4200+\frac{23000}{l}\text{ kg für } l \text{ von 10 bis } 50^{m},$$

$$3100+\frac{80000}{l}\text{ kg für } l \text{ gröfser als } 50^{m},$$

zur Berechnung der Zugbänder und Druckstreben

$$4600+\frac{34000}{l}\text{ kg für } l \text{ von 10 bis } 50^{m},$$

$$3600+\frac{82000}{l}\text{ kg für } l \text{ gröfser als } 50^{m}.$$

Das Gewicht der Fahrbahnconstruction, Schwellen, Schienen etc., kann zu 800 kg pro lfd. Meter Geleise angenommen werden.

Anordnung a.

(Fahrbahn unten, keine obere Querverbindung vorhanden.)

Für eingeleisige Brücken und Spannweiten unter 50^{m}, die hier allein in Betracht kommen, betragen nach Obigem die Belastungen pro lfd. Meter Träger:

$$q=2100+\frac{11500}{l}\text{ kg}$$

$$q_1=2300+\frac{17000}{l}\text{ kg}$$

$$c=400\text{ kg.}$$

Die Knickungscoefficienten $\alpha\beta$ und $\alpha_1\beta_1$ lassen sich für mittlere Verhältnisse setzen:

für die obere Gurtung, welche an den Knotenpunkten als theilweise eingespannt betrachtet werden kann,

$$\alpha\beta=\frac{1}{18000},$$

für die Druckstreben, deren unteres Ende eingespannt, deren oberes frei beweglich ist,

$$\alpha_1\beta_1=\frac{1}{2000}.$$

Ferner ist H = rund $4{,}5^{m}$.

Führt man diese Zahlenwerthe in Gleichung IIIa ein, so folgt nach gehöriger Reduction:

$$p=\frac{202+\frac{6{,}75}{m}+\left(8{,}72+\frac{1{,}35}{m}\right)l+11{,}73\,m^2l^2}{1-0{,}00088\,l\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{6m}\right)}\text{ kg}$$

pro lfd. Meter Geleis . . . . IVa

in welcher Gleichung p nur noch von der Spannweite (l) und dem Verhältnifs der Trägerhöhe zur Spannweite (m) abhängig erscheint.

Setzt man in Gleichung IVa für m successive die Werthe $^1/_{10}$, $^1/_8$, $^1/_6$ ein, so ergeben sich folgende Specialformeln:

für $m={}^1/_{10}$ $\quad p=\dfrac{270+22{,}2\,l+0{,}117\,l^2}{1-0{,}0021\,l}$ kg

- $m={}^1/_8$ $\quad p=\dfrac{256+19{,}5\,l+0{,}183\,l^2}{1-0{,}00183\,l}$ kg

- $m={}^1/_6$ $\quad p=\dfrac{243+16{,}8\,l+0{,}326\,l^2}{1-0{,}00154\,l}$ kg.

Nach diesen Specialformeln wurden für verschiedene Spannweiten die zugehörigen Werthe von p ausgerechnet und nach vorheriger Division durch die betr. Spannweiten in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle der Werthe von $\frac{p}{l}$.

für $l=$	10^{m}	20^{m}	30^{m}	40^{m}	50^{m}
$m={}^1/_{10}$	51,5	39,7	37,0	36,7	37,4
$m={}^1/_8$	47,8	37,3	35,5	35,8	37,2
$m={}^1/_6$	45,0	35,9	36,3	38,3	41,1

Anordnung b.

(Fahrbahn unten, obere Querverbindung vorhanden.)

Die Belastungen pro lfd. Meter Träger betragen für eingeleisige Brücken über 50^{m} Spannweite

$$q=1550+\frac{40000}{l}\text{ kg}$$

$$q_1=1800+\frac{41000}{l}\text{ kg}$$

$$c=400\text{ kg.}$$

Für die Gurtung ist wie bei Anordnung a

$$\alpha\beta=\frac{1}{18000},$$

für die Druckstreben, deren unteres Ende eingespannt, deren oberes Ende festgehalten ist,

$$\alpha_1\beta_1=\frac{1}{6000};$$

Entfernung der Hauptträger im Mittel $e=4{,}5^{m}$.

Durch Einsetzen dieser Zahlenwerthe in Gleichung IIIb ergiebt sich $p=$

$$\frac{312+\frac{23{,}47}{m}+\left(6{,}07+\frac{1{,}026}{m}\right)l+(4{,}69\,m^2+0{,}238\,m)l^2}{1-0{,}00088\,l\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{6m}\right)}\text{ kg}$$

pro lfd. Meter Geleis . . . . IVb

Für $m={}^1/_{10}$, $^1/_8$, $^1/_6$ erhält man folgende Specialformeln:

$m={}^1/_{10}$ $\quad p=\dfrac{547+16{,}3\,l+0{,}0707\,l^2}{1-0{,}0021\,l}$ kg

$m={}^1/_8$ $\quad p=\dfrac{500+14{,}3\,l+0{,}103\,l^2}{1-0{,}00183\,l}$ kg

$m={}^1/_6$ $\quad p=\dfrac{453+12{,}2\,l+0{,}17\,l^2}{1-0{,}00154\,l}$ kg.

Die sich hieraus für verschiedene Spannweiten ergebenden Werthe von $\frac{p}{l}$ sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Tabelle der Werthe von $\frac{p}{l}$ für

$l=$	50^{m}	60^{m}	70^{m}	80^{m}	90^{m}	100^{m}
$m={}^1/_{10}$	34,4	34,0	34,1	34,6	35,5	36,5
$m={}^1/_8$	32,4	32,4	32,9	33,7	34,9	36,1
$m={}^1/_6$	32,2	33,0	34,3	35,9	37,8	39,9

Gehen wir jetzt zu Brückenträgern mit doppeltem Fachwerkssystem (Fig. 2, S. 1) über, so ist bei diesen die Knicklänge der oberen Gurtung nur halb so grofs wie bei Trägern einfachen Systems (Fig. 1) von derselben Spannweite. Die Querschnittsvergröfserung zur Sicherung gegen Knicken beträgt deshalb nur den vierten Theil derjenigen beim einfachen System. Dagegen wird die Zahl der vertikalen Druckstäbe noch einmal so grofs, und müfste deshalb der Zuschlag zur Sicherung gegen Knicken doppelt soviel betragen wie beim einfachen Systeme, wenn ihre Knicklänge dieselbe bliebe wie bei jenem. Da aber an den Kreuzungsstellen mit den Zugbändern eine Vernietung beider Constructionsglieder mit einander statt findet, so wird die Sicherheit gegen Knicken erhöht, und bedürfen in Folge dessen die Druckstreben einer etwas geringeren Querschnittsvermehrung.

Wir berücksichtigen beide Punkte, indem wir in Gleichung III b

$$\alpha\beta \text{ statt } \frac{1}{18000} \text{ gleich } \frac{1}{72000},$$

$$\alpha_1\beta_1 \text{ statt } \frac{1}{6000} \text{ gleich } \frac{20}{72000},$$

welche Zahl etwas kleiner als das Doppelte von $\frac{1}{6000}$ ist, setzen. Selbstverständlich bleibt das Glied $\alpha_1\beta_1 e^2$, welches von der Windverstrebung herrührt, das gleiche wie bei Brückenträgern mit einfachem Fachwerkssysteme, nämlich $= \frac{e^2}{6000}$.

Durch Einsetzen dieser Zahlenwerthe in Gleichung III b erhält man sodann für Brückenträger mit doppeltem Fachwerkssysteme $p =$

$$\frac{312 + \frac{23{,}47}{m} + \left(6{,}07 + \frac{1{,}026}{m}\right) l + (6{,}16\, m^2 + 0{,}238\, m)\, l^2}{1 - 0{,}00088\, l\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6m}\right)} \text{ kg}$$

pro lfd. Meter Geleis . . . . Vb

Hieraus ergeben sich folgende Specialformeln:

$$\text{für } m = 1/10 \quad p = \frac{547 + 16{,}3\, l + 0{,}0854\, l^2}{1 - 0{,}0021\, l} \text{ kg}$$

$$m = 1/8 \quad p = \frac{500 + 14{,}3\, l + 0{,}126\, l^2}{1 - 0{,}00183\, l} \text{ kg}$$

$$m = 1/6 \quad p = \frac{453 + 12{,}2\, l + 0{,}21\, l^2}{1 - 0{,}00154\, l} \text{ kg};$$

und hiernach folgende Tabelle für $\frac{p}{l}$

für $l =$	50^m	60^m	70^m	80^m	90^m	100^m
$m = 1/10$	35,2	34,9	35,3	36,0	37,1	38,4
$m = 1/8$	33,7	33,9	34,7	35,9	37,4	39,0
$m = 1/6$	34,4	35,9	37,4	39,5	41,9	44,6

Handelt es sich um zweigeleisige Brücken, wo 2 Hauptträger einfachen Systems 2 Geleise tragen, so sind in Gleichung III b folgende Zahlenwerthe einzuführen

$$q = 3100 + \frac{80000}{l} \text{ kg}$$

$$q_1 = 3600 + \frac{82000}{l} \text{ kg}$$

$$c = 800 \text{ kg}$$

$$e = 8^m.$$

Man erhält dann pro lfd. Meter zweigeleisiger Brücke

$$p = \frac{515{,}2 + \frac{46{,}94}{m} + \left(12{,}14 + \frac{2{,}052}{m}\right) l + (4{,}69\, m^2 + 0{,}238\, m)\, l^2}{1 - 0{,}00088\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6m}\right)} \text{ kg}$$

oder auf 1 Geleise reducirt:

$$p = \frac{257{,}6 + \frac{23{,}47}{m} + \left(6{,}07 + \frac{1{,}026}{m}\right) l + (2{,}35\, m^2 + 0{,}119\, m)\, l^2}{1 - 0{,}00088\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6m}\right)} \text{ kg pro lfd. Meter Geleis} \quad . \quad \text{VIb}$$

Es folgt hieraus

$$\text{für } m = 1/10 \quad p = \frac{492 + 16{,}3\, l + 0{,}0354\, l^2}{1 - 0{,}0021\, l} \text{ kg}$$

$$m = 1/8 \quad p = \frac{445 + 14{,}3\, l + 0{,}0517\, l^2}{1 - 0{,}00183\, l} \text{ kg}$$

$$m = 1/6 \quad p = \frac{398 + 12{,}2\, l + 0{,}085\, l^2}{1 - 0{,}00154\, l} \text{ kg};$$

und hiernach folgende Tabelle für $\frac{p}{l}$

$l =$	50^m	60^m	70^m	80^m	90^m	100^m
$m = 1/10$	31,2	30,45	30,24	30,4	30,8	31,3
$m = 1/8$	28,4	27,9	27,8	28,1	28,6	29,3
$m = 1/6$	26,4	26,4	26,7	27,3	28,2	29,2

Für zweigeleisige Brücken mit Hauptträgern doppelten Systems erhält man auf ähnliche Weise pro lfd. Meter Brücke

$$p = \frac{515{,}2 + \frac{46{,}94}{m} + \left(12{,}14 + \frac{2{,}052}{m}\right) l + (6{,}16\, m^2 + 0{,}238\, m)\, l^2}{1 - 0{,}00088\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6m}\right) l} \text{ kg}$$

oder auf 1 Geleis reducirt:

$$p = \frac{257{,}6 + \frac{23{,}47}{m} + \left(6{,}07 + \frac{1{,}026}{m}\right) l + (3{,}08\, m^2 + 0{,}119\, m)\, l^2}{1 - 0{,}00088\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6m}\right) l} \text{ kg pro lfd. Meter Geleis} \quad . \quad \text{VIIb}$$

Es ergiebt sich hieraus

$$\text{für } m = 1/10 \quad p = \frac{492 + 16{,}3\, l + 0{,}0427\, l^2}{1 - 0{,}0021\, l} \text{ kg}$$

$$\text{für } m = 1/8 \quad p = \frac{445 + 14{,}3\, l + 0{,}063\, l^2}{1 - 0{,}00183\, l} \text{ kg}$$

$$m = 1/6 \quad p = \frac{398 + 12{,}2\, l + 0{,}1055\, l^2}{1 - 0{,}00154\, l} \text{ kg};$$

und hiernach folgende Tabelle für $\frac{p}{l}$

$l =$	50^m	60^m	70^m	80^m	90^m	100^m
$m = 1/10$	31,6	31,0	30,8	31,1	31,6	32,3
$m = 1/8$	29,0	28,65	28,8	29,2	29,8	30,7
$m = 1/6$	27,6	27,7	28,3	29,2	30,3	31,6

Anordnung c.

(Fahrbahn oben, auf besonderen Quer- und Längsträgern.)

Für eingeleisige Brücken einfachen Systems von weniger als 50^m Spannweite ist

$$q = 2100 + \frac{11500}{l} \text{ kg}$$

$$q_1 = 2300 + \frac{17000}{l} \text{ kg}$$

$$H_1 = 4^m; \quad e = 3^m;$$

$$\alpha\beta = \frac{1}{18000}; \quad \alpha_1\beta_1 = \frac{1}{6000};$$

somit

$$p = \frac{238 + \frac{6{,}75}{m} + 59{,}8\, m + \left(8{,}72 + \frac{1{,}35}{m} + 17{,}8\, m\right) l + (4{,}69\, m^2 + 0{,}238\, m)\, l^2}{1 - 0{,}00088\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6m}\right) l} \text{ kg pro lfd. Meter Geleis} \quad \text{IVc}$$

$$\text{für } m = 1/10 \quad p = \frac{312 + 24{,}0\, l + 0{,}0707\, l^2}{1 - 0{,}0021\, l} \text{ kg}$$

$$m = 1/8 \quad p = \frac{300 + 21{,}7\, l + 0{,}103\, l^2}{1 - 0{,}00183\, l} \text{ kg}$$

$$m = 1/6 \quad p = \frac{289 + 19{,}8\, l + 0{,}17\, l^2}{1 - 0{,}00154\, l} \text{ kg};$$

hiernach ergiebt sich folgende Tabelle für $\frac{p}{l}$:

$l =$	10^m	20^m	30^m	40^m	50^m
$m = 1/10$	57,1	42,7	39,0	37,8	37,7
$m = 1/8$	53,7	40,2	36,8	35,9	36,1
$m = 1/6$	51,1	38,8	36,2	36,0	36,9

Die in den obigen Tabellen angeführten Zahlenwerthe von $\frac{p}{l}$ sind auf beiliegendem Blatt der Uebersicht wegen durch Curven dargestellt worden, deren Abscissen die Spannweiten l und deren Ordinaten die Werthe von $\frac{p}{l}$ sind. Mit ihrer Hülfe können für beliebige Werthe von l und m die zugehörigen Werthe von $\frac{p}{l}$ leicht aufgefunden werden.

Für den practischen Gebrauch ist es rathsam, den gegebenen Werthen noch ca. 5 % zuzuschlagen, um etwaigem Mehrgewichte und unvorhergesehenen Constructionsschwierigkeiten Rechnung zu tragen. Ferner ist auch bei schiefen und in Curven gelegenen Brücken ein angemessener Zuschlag hinzuzufügen.

Vermittelte Eigengewichts-Formel für Eisenbahnbrücken.

In vielen Fällen ist es von Werth, eine einfache, vermittelte Formel für das Eigengewicht zu besitzen, welche den bei einer jeden Spannweite gebräuchlichsten Constructionsanordnungen Rechnung trägt und somit nur von der Spannweite l abhängig erscheint.

Für eingeleisige Eisenbahnbrücken von 10 bis 100^m Spannweite genügt für die Trageconstruction folgender Ausdruck:

$$p = 240 + 24{,}5\, l + 0{,}11\, l^2 \text{ kg pro lfd. Meter Geleis.}$$

Derselbe schliefst sich von $l = 10^m$ bis $l = 50^m$ den Werthen von Anordnung a und c für ein Höheuverhältnifs $m = 1/8$ und einfaches Fachwerkssystem,

von $l = 50^m$ bis $l = 100^m$ den Werthen von Anordnung b für ein Höhenverhältnifs $m = 1/10$ und doppeltes Fachwerkssystem mit genügender Uebereinstimmung an.

Setzt man noch im Mittel für das Gewicht der Fahrbahnconstruction

$$C = 410 \text{ kg pro lfd. Meter Geleis,}$$

so erhält man für das totale Gewicht

$$g = p + C = 650 + 24{,}5\, l + 0{,}11\, l^2 \text{ kg pro lfd. Meter Geleis.}$$

Günstigste Trägerhöhe bei Eisenbahnfachwerksbrücken.

Mit Hülfe der oben entwickelten allgemeinen Eigengewichtsformeln läfst sich nun leicht die Frage nach der günstigsten Trägerhöhe hinsichtlich des Materialaufwandes beantworten, indem man die betr. Ausdrücke auf ihren Minimalwerth bei variablem Höhenverhältnifs m untersucht. Wir beschränken uns darauf, die Rechnung für Anordnung b (Fahrbahn unten, obere Querverbindung vorhanden) und zwar für einfaches und doppeltes Fachwerkssystem durchzuführen.

Das Eigengewicht pro lfd. Meter ist allgemein $g = a + p$; nach den oben zusammengestellten Daten für eingeleisige Brücken einfachen Systems bei $4{,}5^m$ Hauptträgerabstand ist:

$$a = (60 \cdot 4{,}5 + 150)\left(1 + \frac{(nl - 1 - 0{,}55 \cdot 4{,}5)^2}{20}\right)$$

$$= 420\left(1 + \frac{(nl - 3{,}5)^2}{20}\right) \text{ kg pro lfd. Meter Geleis.}$$

Zur Bestimmung des Werthes von p müssen wir auf die allgemeine Gleichung Ib zurückgreifen, in welcher noch das Fachweitenverhältnifs $n = \frac{b}{l}$ enthalten ist; sie lautete:

$$p = d\gamma\left[\frac{p + 2c}{6m\,k_0}\, l + \frac{q\,l}{3m\,k_1} + 2\alpha\beta n^2 l^2 + \frac{l}{12}\left(\frac{2m}{n} + \frac{n}{m}\right)\left(\frac{3p + 6c}{k_0} + \frac{7q_1}{k_1}\right) + \frac{2\alpha_1\beta_1 m^3 l^2}{n} + \frac{135\, m\, l^2}{k_1} + \alpha_1\beta_1 e^2\right] + t.$$

Wir lassen zur Erleichterung der Rechnung p auf der rechten Seite der Gleichung stehen, betrachten dasselbe bei der Differentiation nach m als eine Constante und setzen schliefslich für dasselbe einen mit Hülfe der früheren Formeln berechneten Mittelwerth; der hierdurch begangene Fehler ist auf das Endresultat von keinem Belange.

Das Totalgewicht g ist nun, nach Potenzen von m geordnet:

$$g = 420\left(1 + \frac{(nl - 3{,}5)^2}{20}\right) + t + d\gamma[2\alpha\beta n^2 l^2 + \alpha_1\beta_1 e^2] + d\gamma\left[\frac{p + 2c}{6k_0}\, l + \frac{ql}{3k_1} + \frac{ln}{12}\left(\frac{3p + 6c}{k_0} + \frac{7q_1}{k_1}\right)\right] \cdot \frac{1}{m} +$$

$$+ d\gamma\left[\frac{2l}{12n}\left(\frac{3p + 6c}{k_0} + \frac{7q_1}{k_1}\right) + \frac{135\, l^2}{k_1}\right] \cdot m + \frac{d\gamma\, 2\alpha_1\beta_1\, l^2}{n} \cdot m^3.$$

Für $\gamma = 7800$ $d = 1{,}353$ $t = 150$ $e = 4{,}5$ $k_0 = 12000000$ $k_1 = 6000000$ $\alpha\beta = \frac{1}{18000}$ $\alpha_1\beta_1 = \frac{1}{6000}$ folgt hieraus:

$$g = 420\left(1 + \frac{(nl - 3{,}5)^2}{20}\right) + 185{,}6 + 1{,}172\, n^2 l^2 + 0{,}00088 \left[\frac{p + 2c}{6} \cdot l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12}(3p + 6c + 14q_1)\right] \cdot \frac{1}{m} +$$
$$+ 0{,}00088 \left[\frac{l}{6n}(3p + 6c + 14q_1) + 270\, l^2\right] \cdot m + 0{,}00088 \cdot 4000 \frac{l^2}{n} \cdot m^3.$$

Die Differentiation nach m ergiebt

$$\frac{dg}{dm} = -0{,}00088 \left[\frac{p + 2c}{6} \cdot l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12}(3p + 6c + 14q_1)\right]\frac{1}{m^2} + 0{,}00088 \left[\frac{l}{6n}(3p + 6c + 14q_1) + 270\, l^2\right] + 0{,}00088 \cdot 3 \cdot 4000 \frac{l^2}{n} \cdot m^2.$$

Für das Minimum von g mufs sein $\frac{dg}{dm} = 0$, oder

$$m^4 \cdot \frac{12000\, l^2}{n} + m^2\left[\frac{l}{6n}(3p + 6c + 14q_1) + 270\, l^2\right] = \frac{p + 2c}{6} l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12}(3p + 6c + 14q_1).$$

$$m = \sqrt{-\frac{3p + 6c + 14q_1 + 1620nl}{144000\, l} + \sqrt{\frac{(2p + 4c + 8q)n + (3p + 6c + 14q_1)n^2}{144000\, l} + \left(\frac{3p + 6c + 14q_1 + 1620nl}{144000\, l}\right)^2}}.$$

Durch diese Gleichung ist dasjenige m, welches das Eigengewicht (g) zum Minimum macht, als Function der Spannweite (l), der Belastungen $(c\,p\,q\,q_1)$ und des Verhältnisses der Fachweite zur Spannweite (n) gegeben.

Beispielsweise ist für $l = 50^m$

$c = 400$ kg $q = 2350$ kg $q_1 = 2620$ kg p im Mittel $= 32{,}4 \cdot 50 = 1620$ kg.

Durch Einsetzen dieser Zahlenwerthe in obige Gleichung ergiebt sich:

$$m = \sqrt{-(0{,}0061 + 0{,}0113\, n) + \sqrt{0{,}00328\, n + 0{,}0061\, n^2 + (0{,}0061 + 0{,}0113\, n)^2}}.$$

Für $n = {}^1/_{12}$ ${}^1/_{11}$ ${}^1/_{10}$ ${}^1/_9$ ${}^1/_8$ erhält man hieraus

$m = 0{,}109$ $0{,}113$ $0{,}117$ $0{,}122$ $0{,}127$.

Um zu entscheiden, welches Paar der zusammengehörigen Werthe von n und m dem Gesammtgewicht g den kleinsten Werth verleiht, gelangen wir am raschesten zum Ziel, wenn wir successive die zusammengehörigen Werthe von n und m in die oben stehende Gleichung des Gesammteigengewichts g einsetzen und die Endresultate mit einander vergleichen. Wir erhalten in unserem Falle

für $n = {}^1/_{12}$ $m = 0{,}109$, $n = {}^1/_{11}$ $m = 0{,}113$,
$g =$ 2177 kg 2156 kg
für $n = {}^1/_{10}$ $m = 0{,}117$, $n = {}^1/_9$ $m = 0{,}122$,
$g =$ 2148 kg 2155 kg
für $n = {}^1/_8$ $m = 0{,}127$
$g =$ 2198 kg.

Es ergiebt sich hiernach für $n = {}^1/_{10}$ und $m = 0{,}117$ der kleinste Werth von g, nämlich 2148 kg. Der Mehrbedarf, der sich bei der Wahl von $n = {}^1/_{12}$ und $m = 0{,}109$ oder $n = {}^1/_8$ und $m = 0{,}127$ ergiebt, ist jedoch so geringfügig, dafs man sagen kann, der Materialaufwand pro lfd. Meter Geleise einer Fachwerksbrücke einfachen Systems von 50^m Spannweite bleibt von $n = {}^1/_{12}$ und $m = 0{,}109 =$ rund ${}^1/_9$ bis $n = {}^1/_8$ und $m = 0{,}127 =$ rund ${}^1/_8$ annähernd constant.

Für eingeleisige Brücken doppelten Systems ist bei $4{,}5^m$ Hauptträgerabstand

$$a = 420\left(1 + \frac{\left(\frac{nl}{2} - 3{,}5\right)^2}{20}\right) = 420\left(1 + \frac{(nl - 7)^2}{80}\right) \text{ kg pr. Meter}$$

Geleis.

Der Werth von p ergiebt sich ähnlich wie bei Trägern einfachen Systems, wenn man berücksichtigt, dafs

$\alpha\beta$ für die obere Gurtung $= \frac{1}{72000}$,

$\alpha_1\beta_1$ für die Druckstreben $= \frac{20}{72000}$ zu setzen ist,

zu $p = 185{,}6 + 0{,}233\, n^2 l^2 + 0{,}00088 \left[\frac{p + 2c}{6} l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12}(3p + 6c + 14q_1)\right] \cdot \frac{1}{m} + 0{,}00088 \left[\frac{ln}{6n}(3p + 6c + 14q_1) + 270\, l^2\right] \cdot m$
$$+ 0{,}00088 \cdot 6666 \frac{l^2}{n} \cdot m^3,$$

somit

$$g = a + p = 420\left(1 + \frac{(nl - 7)^2}{80}\right) + 185{,}6 + 0{,}233\, n^2 l^2 + 0{,}00088 \left[\frac{p + 2c}{6} \cdot l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12}(3p + 6c + 14q_1)\right] \cdot \frac{1}{m} +$$
$$+ 0{,}00088 \left[\frac{l}{6n}(3p + 6c + 14q_1) + 270\, l^2\right] \cdot m + 0{,}00088 \cdot 6666 \frac{l^2}{n} \cdot m^3.$$

Für Minimum g erhält man aus $\frac{dg}{dm} = 0$ ähnlich wie oben

$$m = \sqrt{-\frac{3p + 6c + 14q_1 + 1620nl}{240000\, l} + \sqrt{\frac{(2p + 4c + 8q)n + (3p + 6c + 14q_1)n^2}{240000\, l} + \left(\frac{3p + 6c + 14q_1 + 1620nl}{240000\, l}\right)^2}}.$$

Für $l = 50^m$, $c = 400$ kg, $q = 2350$ kg, $q_1 = 2620$ kg, p im Mittel $= 33{,}7 \cdot 50 = 1685$ kg, ergiebt sich hieraus:

$$m = \sqrt{-(0{,}00368 + 0{,}00675\, n) + \sqrt{0{,}00198\, n + 0{,}00368\, n^2 + (0{,}00368 + 0{,}00675\, n)^2}}.$$

Man erhält aus dieser Gleichung folgende zusammengehörige Werthe von m und n:

$n = {}^1/_8$ ${}^1/_7$ ${}^1/_6$ ${}^1/_5$ ${}^1/_4$
$m = 0{,}116$ $0{,}122$ $0{,}128$ $0{,}137$ $0{,}149$.

Die entsprechenden Werthe des Eigengewichts ergeben sich zu

$g = 2097$ kg, 2059 kg, 2036 kg, 2046 kg, 2141 kg.

Der kleinste Werth von g, im Betrage von 2036 kg, entspricht somit den zusammengehörigen Werthen $n = {}^1/_6$ und $m = 0{,}128$.

Für einfaches System hatten wir oben als günstigstes Höhenverhältnifs $m = 0{,}117$ erhalten, ein Werth, der nur wenig von dem soeben für doppeltes System gefundenen, $m = 0{,}128$, abweicht. Auch die Beträge der Minimalwerthe g sind in beiden Fällen nicht sehr von einander verschieden, doch ist derjenige des doppelten Systems ($g = 2036$ kg) um ca. 5 % geringer als derjenige des einfachen Systems ($g = 2148$), was von der günstigeren Anordnung der Fahrbahn im ersteren Falle herrührt.

Ein Vergleich der oben zusammengestellten Werthe von n und m, welche das Eigengewicht g bei Anwendung doppelten Systems zu einem Minimum machen, zeigt, dafs überall der Werth von n gröfser ist, als der entsprechende von m, dafs also die Zugbänder flacher als unter 45^0 gegen den Horizont geneigt sind. Will man dieses vermeiden und äufsersten Falles eine Neigung der Zugbänder von 45^0 zulassen, so ist in der oben aufgestellten Formel für das Eigengewicht $n = m$ zu setzen.

Man erhält dann nach Einführung der betreffenden Zahlenwerthe

für $m = n =$ ${}^1/_{10}$ ${}^1/_9$ ${}^1/_8$ ${}^1/_7$ ${}^1/_6$
$g = 2196$ kg, 2143 kg, 2105 kg, 2100 kg, 2150 kg.

Das Minimum von g liegt hier bei $m = n = {}^1/_7$ ($g = 2100$ kg); dieser Werth von g ist nur unwesentlich kleiner als derjenige für $m = n = {}^1/_8$ ($g = 2105$ kg), welcher Werth von m mit dem für den vorhergehenden Fall gefundenen günstigsten Werthe von $m = 0{,}128$ fast vollständig übereinstimmt. Doch ist der jetzt erhaltene Minimalwerth $g = 2100$ etwas gröfser als der obige von 2036 kg, und ist nur noch um weniges kleiner als der Minimalwerth bei einfachem Systeme ($g = 2148$ kg).

Für $l = 70^m$ und doppeltes Fachwerkssystem ist zu setzen:

$c = 400$ kg, $q = 2120$ kg, $q_1 = 2386$ kg, p im Mittel $= 35{,}3 \cdot 70 = 2471$ kg.

Die Beziehungsgleichung zwischen m und n wird alsdann:

$$m = \sqrt{-(0{,}00257 + 0{,}00675\, n) + \sqrt{0{,}0014\, n + 0{,}00257\, n^2 + (0{,}00257 + 0{,}00675\, n)^2}},$$

woraus für

$n = {}^1/_{10}$ ${}^1/_9$ ${}^1/_8$ ${}^1/_7$ ${}^1/_6$
$m = 0{,}1$ $0{,}104$ $0{,}108$ $0{,}113$ $0{,}119$

und nach Einsetzen in die Gleichung für das Eigengewicht

$g = 2896$ kg, 2851 kg, 2819 kg, 2791 kg, 2832 kg.

Das Minimum von g liegt somit bei $n = {}^1/_7$ und $m = 0{,}113 =$ ca. ${}^1/_9$.

Führt man $m = n$ in die Gleichung für das Eigengewicht ein, so erhält man für

$m = n =$ ${}^1/_{10}$ ${}^1/_9$ ${}^1/_8$ ${}^1/_7$
$g = 2896$ kg, 2862 kg, 2870 kg, 2945 kg,

und liegt in diesem Falle das Minimum von g ebenfalls bei $m = {}^1/_9$. Dieser Minimalwerth von g ($= 2862$ kg) ist nur um ca. 2,5 % kleiner als der oben für die günstigsten Verhältnisse gefundene von $g = 2791$ kg.

Fassen wir die erhaltenen Resultate zusammen, so zeigt sich, dafs das günstigste Höhenverhältnifs m mit der Spannweite abnimmt und beispielsweise bei doppeltem Systeme für $l = 50^m$ den Werth von ca. ${}^1/_8$, für $l = 70^m$ den Werth von ca. ${}^1/_9$ besitzt, dafs jedoch kleinere Abweichungen von diesen günstigsten Verhältnissen das Eigengewicht nicht sehr wesentlich beeinflussen.

Ferner ist bei gleichbleibendem Höhenverhältnisse m innerhalb gewisser Grenzen das Fachweitenverhältnifs n von nur geringem Einflusse auf das Eigengewicht, und kann man mit einem Mehraufwand von ca. 3,0 % die Zugbänder unter 45^0, statt unter dem günstigsten Winkel, der bei doppeltem Systeme flacher als 45^0 ist, anordnen. Man sieht hieraus, dafs die bei Aufstellung der allgemeinen Gewichtsformeln zur Vereinfachung der Rechnung gemachte Voraussetzung „$m = n$“ sich als vollständig zulässig erweist.

Selbstverständlich sind bei der definitiven Wahl des Höhenverhältnisses m und des Fachweitenverhältnisses n aufser der Rücksicht auf ein möglichst geringes Eigengewicht auch noch die Rücksichten auf elegante und solide Detailconstruction sowie auf gefälliges Aussehen der Brücke von bestimmendem Einflusse, und können aus diesem Grunde die durch Rechnung ermittelten Resultate nicht immer der Ausführung zu Grunde gelegt werden. Doch geben die obigen Entwickelungen dem Constructeur immerhin einen deutlichen Fingerzeig, innerhalb welcher Grenzen er rationeller Weise mit den Gröfsen m und n variiren darf, ohne das Eigengewicht beträchtlich zu vermehren, und welches die Opfer sind, welche der Wahl von minder günstigen Verhältnissen gebracht werden müssen.

Carlsruhe im October 1877.

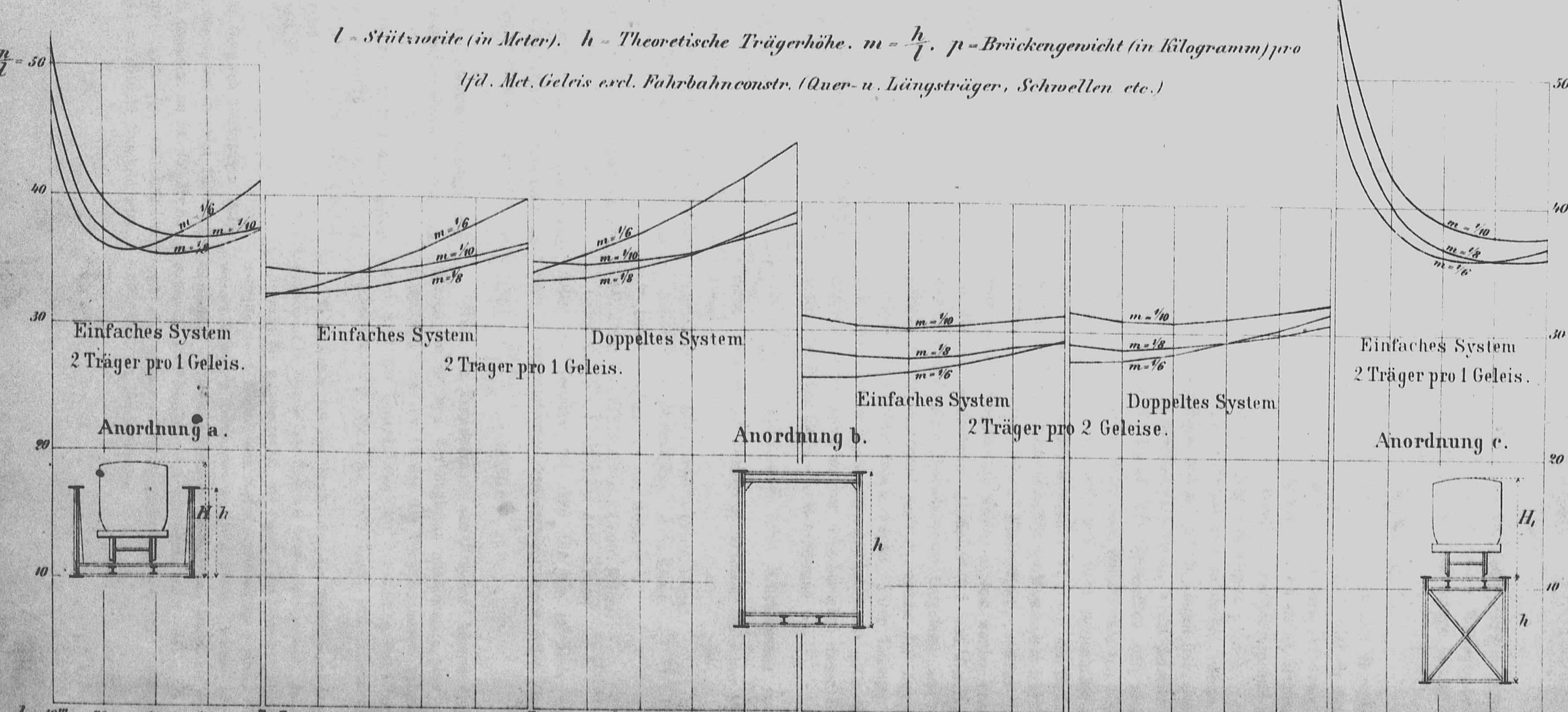
Fr. Engefser.

Halle, Buchdruckerei des Waisenhauses.

Graphische Darstellung des Eigengewichts von Fachwerksbrücken für Hauptbahnen pro lfd. Meter Geleis.

Abscissen = l. Ordinaten = $\frac{p}{l}$.

l = Stützweite (in Meter). h = Theoretische Trägerhöhe. $m = \frac{h}{l}$. p = Brückengewicht (in Kilogramm) pro lfd. Met. Geleis excl. Fahrbahnconstr. (Quer- u. Längsträger, Schwellen etc.)



Abscissenmaaßstab: 1cm = 10m. Ordinatenmaaßstab: 1cm = 0,4m.

Verlag v. Ernst & Korn in Berlin.

Lith. Anst. v. W. Loeillot in Berlin.

B_1 = die Kosten des Leerlaufs der Locomotive **auf der Horizontalen von 1 Km Länge einschliesslich der Abnutzung des Oberbaues.** Der Werth von B_1 ist nach Untersuchungen von Freycinet für die hier in Betracht zu ziehenden Locomotivgattungen zu 0,84 Mark pro Kilometer anzunehmen, in welcher Summe ein Betrag von 0,183 Mark die Abnutzung und Unterhaltung des Oberbaues repräsentirt. Diese Werthe variiren bei den verschiedenen französischen, deutschen und englischen Bahnen im Ganzen so wenig, dass obige Zahlen ohne Weiteres als auch hier zutreffend angenommen werden können.

Q_1 = Locomotivgewicht in Tons, hier nach Angabe der Bergisch-Märkischen Bahn durchschnittlich 35 t.

β = der Zugkraftcoeffizient der Locomotive, d. h. der Coeffizient, mit welchem das Locomotivgewicht zu multipliciren ist, um die Zugkraft derselben zu erhalten. Derselbe variirt zwischen $^1/_{12}$ — $^1/_8$ des Adhäsionsgewichtes der Locomotive. Letzteres ist hier nach Angabe der Bergisch-Märkischen Bahn durchschnittlich $= 0{,}7 \,.\, Q_1$, daher Zugkraftscoeffizient $= {^1/_{12}} \,.\, 0{,}7 \,.\, Q_1$ bis $^1/_8 \,.\, 0{,}7 \,.\, Q_1$ = durchschnittlich zu 0,07 zu nehmen.

b = die Kosten pro eine Tonne Zugkraft pro Kilometer, welche von der Locomotive zur Fortbewegung des Zuges auf der Horizontalen aufzuwenden ist. Nach Freycinet's Ermittelungen ziemlich constant = 0,08 Thlr. = 0,24 Mark pro Kilometer.

μ = Widerstandscoeffizient, d. h. der Coeffizient, welcher mit dem Zuggewicht multiplicirt den Widerstand desselben nach Maassgabe der Vuillemain'schen Untersuchungen ergibt. Derselbe schwankt zwischen 0,0033 bei Güterzügen mit 5,5 m Geschwindigkeit und fester Schmiere, und 0,012 bei Schnellzügen mit 18,6 m Geschwindigkeit und Oelschmiere. Im vorliegenden Falle ist derselbe bei der durchschnittlichen Normalgeschwindigkeit der Personenzüge von 14 m, der Güterzüge von 8 m und 150 t durchschnittliche Bruttolast des Zuges im Mittel zu 0,004 anzunehmen.

$tg\,\alpha$ = das Maass der Steigung der in Untersuchung gezogenen Strecke, hier $= {^1/_{200}} = 0{,}005$.

$tg\,\alpha_m$ = das Maass der grössten Steigung, welche auf der von demselben Zuge und mit derselben Maschine zu durchfahrenden Strecke überhaupt vorkommt, hier $= {^1/_{80}} = 0{,}0125$.

(Aus der Formel ist der nicht unbedeutende Einfluss, den die Maximalsteigung auf die Gesammtbetriebskosten hat, zu entnehmen).

Die angegebenen Werthe in die Formel eingesetzt geben

$$l_1 = l . \frac{2 . 0{,}28\,(0{,}07 - 2.0{,}004)\,(0{,}004 + 0{,}0125) + 0{,}08 . 0{,}07 . 35}{(2.0{,}28 + 0{,}08.07.35)\;2.0{,}004}$$

$$\frac{(0{,}07 - 2.0{,}004)\;0{,}004 + 0{,}005)}{(0{,}07 - 0{,}004 - 0{,}0125}$$

und hieraus $l_1 = l . 2{,}11$.

Wenn nun nach Angabe der Bergisch-Märkischen Bahn monatlich durchschnittlich 206 Locomotiven in jeder Richtung die Bahnstrecke Mülheim-Gladbach passiren, so ist die **Mehrleistung** auf der 600 m. langen mit $^1/_{200}$ ansteigenden Strecke jährlich $= 12.206.0{,}6.1{,}11 = 1646{,}35$ Nutzkilometer.

Hat nun der Nutzkilometer im Jahre 1872 = 0,5009 Mark gekostet*), so beziffert sich die Jahres-Mehrausgabe auf der Steigung 1 : 200 und in 0,6 Kilom. Länge in der Richtung Mülheim-Gladbach auf:

A. 824,67 Mark.

Die Frage, welche Mehrkosten bei der Herabfahrt des Zuges auf dem 600 m. langen Gefälle 1 : 200 in der Fahrtrichtung Mülheim-Gladbach entstehen, lässt sich weder aus dem jetzigen Stande der Wissenschaft noch durch Erfahrungs-Resultate mit ähnlicher Bestimmtheit beantworten und muss ich hierzu einen indirecten Weg einschlagen.

Wie ich weiter unten nachweisen werde, müssen bei der Herabfahrt des Zuges auf der 600 m. langen fallenden Strecke in der Richtung Mühlheim-Gladbach, wenn derselbe die erlangte normale Geschwindigkeit beibehalten und nicht acceleriren soll, unter Annahme eines Zuggewichts von 150 t, eines Locomotivgewichts von 35 t und einer normalmässigen Geschwindigkeit von durchschnittlich 11 m auf der Horizontalen, von der bis dahin geleisteten Arbeit der Maschine = 555 200 m Kg vernichtet werden. Dieser Kraftverlust, welcher auf der nachfolgenden Strecke doch wieder ergänzt werden muss, kann als directer Mehraufwand bezüglich der von den Zugkraftskosten unabhängigen Betriebskosten aufgefasst und mit derjenigen Arbeit verglichen werden, welche der Zug auf der Horizontalen geleistet haben würde. Diese Leistung ergiebt sich unter gleichen Voraussetzungen zu 360,000 mKg. Es kann demnach angenommen werden, dass bezüglich dieser Betriebskosten bei jedem Zuge eine Mehrleistung von

rund $\frac{0{,}6.555}{360} = 0{,}6.1{,}54 = 0{,}924$ Nutzkilometer stattfinden muss. Nun ist die beförderte Nettolast im Jahre 1872 pro Achse gewesen:

$$\frac{(339953240 + 1331176658 9)}{52601023 + 269295975)}\;\frac{\text{Centr. Kilom.}}{\text{Achs-Kilom.}} = 42{,}4 \text{ Centr.}$$

Die Bruttolast war pro Achse:

$$\frac{(4455934037 + 27872268046)}{(52601023 + 269295975)}\;\frac{\text{Centr. Kilom.}}{\text{Achs-Kilom.}} = 100.4 \text{ Centr.}$$

daher die Nettolast bei dem für die in Rede stehende Strecke angenommenen Bruttogewicht eines jeden Zuges von

$$150\,t = \frac{42{,}4.150}{100.4} = 63{,}35\,t.$$

Nach den Ermittelungen von Freycinet können diejenigen Kosten, welche von der Zugkraft unabhängig, aber mit der Bahnlänge und der Grösse der Verkehrsmassen proportionel sind, (incl. der Unterhaltung und Erneuerung des Oberbaues, Wagenabnutzung etc.) zu 0,003 Mark pro Kilometer und

*) Da schon bei der Ermittelung der Zugkraftsmehrlänge die gesammten Kosten der Zugkraft berücksichtigt sind, so können hier nicht die gesammten, auf pag. 117 des Jahresberichts de 1872 nachgewiesenen Kosten noch einmal berücksichtigt werden, vielmehr müssen diejenigen Theilkosten abgesetzt werden, welche wegen der thatsächlich nicht stattgefundenen Verlängerung der Bahn in beiden Fällen dieselben bleiben. Wie ich weiter unten nachweisen werde, ergibt sich alsdann bei der Bergisch-Märkischen Bahn der Betrag von 0,5009 Mark pro Nutzkilometer.

Tonne Nettolast angenommen werden. Daher ist die bei jedem Zuge aufzuwendende Mehrleistung $= 0{,}001 . 63{,}35 . 0{,}924 = 0{,}05854$ oder bei 12.206 jährlichen Zügen =

B. 434,14 Mark

Für die Bewegung der Züge in der Richtung von Gladbach nach Mülheim würde ich die eingelegte Steigung, welche der zum Einlaufen in den Bahnhof Mülheim nothwendigen Retardation der Züge zu Hülfe kommt, im Ganzen für eine indifferente zu halten geneigt sein und ein jeder Locomotivführer von mittlerer Qualification wird unter Benutzung der Steigung so zu manipuliren wissen, dass die Anwendung der Bremsen vor der Einfahrt in den Bahnhof, selbst unter Beachtung des Gefälles in nicht höherem Grade erforderlich ist, als früher bei horizontaler Strecke, da die Acceleration auf dem Gefälle vor dem Bahnhofe von geringerer Bedeutung ist, sobald der Zug in dieses Gefälle etwa mit halber normaler Geschwindigkeit eintritt. Es ist jedoch auch dem Umstande Rechnung zu tragen, dass nicht alle Locomotivführer auf dem gleichen mittleren Niveau der Fahrkunst stehen, dass ferner auch äussere Veranlassungen eintreten können, welche eine Vermehrung der Zugkraft auf der Steigung, vielleicht sogar ein theilweises Anfahren des Zuges nach vorherigem Halten auf derselben erforderlich machen, dass ferner der Zug bei der Herabfahrt auf dem Gefälle stärker gebremst werden muss, als auf einer Horizontalen (z. B. bei glatten Schienen oder verbotener Einfahrt etc.)

In allen diesen Fällen erwachsen der Berg.-Märk. Bahn sehr beachtenswerthe Nachtheile und wenn ich einerseits mich selbstredend nicht in der Lage befinde, diese Nachtheile, deren Entstehung mehr oder weniger dem Zufalle unterliegt, in Geldeswerth genau zu berechnen, so können dieselben doch auch nicht vernachlässigt werden. Ich glaube in dieser Beziehung dem Einverständnisse beider Parteien zu begegnen und halte es für recht und billig, wenn für diese Nachtheile noch $^1/_4$ der sub A und B ermittelten Entschädigung auf Rechnung der ungeschickten Locomotivführer und weitere $^2/_4$ auf Rechnung der durch sonstige Umstände dennoch aufzuwendenden Zugkraft resp. Bremskraft in Ansatz gebracht werden.

Es würde daher die Gesammtsumme

$= {}^7/_4 \, . \, (824{,}67 + 434{,}13) =$

C. 2202,9 Mark

den jährlichen Mehraufwand im Fahrbetriebe der Strecke Mülheim-Gladbach repräsentiren.

(Fortsetzung folgt.)

Geometrische Bestimmung der in einem Fachwerkträger wirkenden inneren Kräfte.

Von Fr. Engesser, grossh. Ingenieur bei der Generaldirection der badischen Staatsbahnen in Carlsruhe.

Mit Zeichnungen auf Blatt 10.

1) Die äusseren Kräfte.

Ein auf 2 Stützen ruhender Balkenträger von der Länge l sei in beliebiger Weise durch Einzellasten P belastet. Die hierdurch in einem gewissen Querschnitt x erzeugten, auf den einen (beispielsweise links gelegenen) Balkentheil wirkenden inneren Kräfte müssen sodann im Gleichgewicht mit den auf diesen Balkentheil wirkenden äusseren Kräften stehen.

Wäre der Balken nur rechts von dem betreffenden Querschnitt, d. h. von x bis l, belastet, so würden sich diese äusseren Kräfte auf den durch die Einzellasten P erzeugten linkseitigen Auflagerdruck $\sum_x^l A$, wäre derselbe nur links vom Querschnitt, d. h. von o bis x, belastet, auf die Resultante des linkseitigen Auflagerdrucks und der Einzellasten, d. i auf den negativen rechtseitigen Auflagerdruck $\sum_o^x B$ reduciren.

Bei beliebiger Belastung müssen somit die inneren Kräfte eines Querschnitts im Gleichgewichte mit den 2 äusseren Kräften $\sum_x^l A$ und $-\sum_o^x B$ stehen, welche an den beiden Auflagern in verticaler Richtung wirken.

2) Die inneren Kräfte.

Bei einem Fachwerkträger einfachen Systems, d. h. einem System, bei welchem durch einen Verticalschnitt stets nur 3 Stäbe getroffen werden, lassen sich die in den einzelnen Stäben wirkenden inneren Kräfte leicht durch einfache Construction bestimmen, wenn $\sum_x^l A$ und $-\sum_o^x B$ gegeben sind.

In Folgendem ist die bei den meisten Brücken angewandte Anordnung einer geraden Untergurt der Construction zu Grunde gelegt; für eine gekrümmte Untergurt ist das Verfahren entsprechend zu modificiren.

In Fig. 1 Bl. 10 sei für ein bestimmtes Feld k e r s $\sum_x^l A$ durch ac und $-\sum_o^x B$ durch bi dargestellt.

Die in den Stäben er, es und ks des betreffenden Feldes wirkenden Spannungen müssen nun mit den Kräften ac und bi im Gleichgewicht stehen, oder was dasselbe heisst, sie müssen die Componenten der Kräfte ca und ib, welche den Kräften ac und bi gleich und entgegengesetzt sind, bilden. Zu ihrer Bestimmung sind daher die Kräfte ca und ib entsprechend den Stabrichtungen zu zerlegen.

Zerlegt man ca zuerst nach der Richtung der unteren Gurtung und nach der Richtung ea, welche durch den Schnittpunct e der Strebe und der oberen Gurtung geht, so erhält man die Kräfte cd und da; die weitere Zerlegung von da parallel den Richtungen der Strebe und der oberen Gurtung ergibt sodann die Kräfte df und fa; ähnlich erhält man durch

Zerlegung von ib die Stabkräfte ih, hg und gb. Was den Sinn dieser Kräfte anbelangt, so sind die in der Richtung gegen den linkseitigen Trägertheil wirkenden, wie fa, gb und hg, Druckkräfte, die von demselben weg gerichteten, wie cd, df und ih, Zugkräfte.

Die totale in der unteren Gurtung wirkende Kraft ist schliesslich = cd + ih, in der oberen Gurtung = fa + gb, in der Strebe = df + hg = df − gh.

Es ist aus den Vorzeichen ersichtlich, dass die Maximalbeanspruchungen der Gurtungen bei totaler Belastung erfolgen, und zwar wird die obere Gurtung stets auf Druck, die untere stets auf Zug beansprucht. Bei den Streben dagegen bewirken rechtseitige und linkseitige Belastungen Beanspruchungen im entgegengesetzten Sinne; es darf daher zur Erzeugung der Maximalbeanspruchung blos der vom Querschnitt rechts gelegene, zur Erzeugung der Minimalspannung blos der links gelegene Trägertheil belastet sein.

Zur Bestimmung der Spannung im Ständer ek ist ein schiefer, die Gurtungsstücke pe und ks treffender Querschnitt in Betracht zu ziehen; die Construction ergibt auf dieselbe Weise, wie oben näher ausgeführt, für die Ständerspannung den Betrag = dm + hn = dm − nh.

3) Gleichförmig vertheilte Belastung.

Bei gleichförmig vertheilter Belastung lassen sich $\sum_x^l A$ und $-\sum_o^x B$ einfach und rasch für jedes beliebige Feld construiren.

Es sei in Fig. 2 Bl. 10 ac die bei gleichmässiger Feldeintheilung pro Knotenpunct constante Belastung P; die Grössen 1d, 2d ... (n − 1)d, nd geben sodann die linkseitigen, Id, IId ... Nd die rechtseitigen Auflagerdrücke der Knotenpunctsbelastungen P. Trägt man nun auf einer durch a gehenden Verticalen successive die Grössen nd, (n − 1)d .... 2d, 1d auf, so werden die Werthe von $\sum_x^l A$ für das erste, zweite etc. Feld durch a1, a2 etc. dargestellt. Aehnlich ist die Darstellung der Werthe von $-\sum_o^x B$.

Auf Bl. 10 ist die Construction der in den Stäben eines Fachwerkträgers wirkenden Kräfte für den Fall, dass die Belastungen an den unteren Knotenpuncten angreifen, nach den oben entwickelten Regeln durchgeführt, und zwar gibt der linkseitige Kräfteplan (A) die durch Belastung der vom betreffenden Querschnitte rechts gelegenen Knotenpuncte, der rechtseitige Kräfteplan (B) die durch Belastung der links gelegenen Knotenpuncte erzeugten Spannungen. Hat man es mit einer ruhenden Last zu thun, welche den ganzen Träger überdeckt, so sind, um die Totalspannung eines Stabes zu erhalten, jeweils die entsprechenden Kräfte in den Kräfteplänen A und B mit Berücksichtigung des Sinns zu summiren (d. h. bei den Gurtungen zu addiren, bei den Streben und Ständern zu subtrahiren). Bei einer beweglichen Last, die den Träger successive entweder von einem oder dem anderen Auflager her überdeckt, sind bezüglich der Gurtspannungen ebenfalls die entsprechenden Kräfte beider Kräftepläne zu addiren; bezüglich der Streben und Ständer gibt jedoch jeder Kräfteplan für sich die Maximal- bezw. Minimalspannungen.

Bei Brückenträgern kommen nun immer beide Belastungsarten (Eigengewicht und Verkehrslast) vor; doch lassen sich die gleichen Kräftepläne A und B zur Bestimmung der durch jede der beiden Belastungen erzeugten Spannungen anwenden, wenn man nur für jede Belastungsart einen besonderen Kräftemaassstab construirt. Es sind dann die durch Eigengewicht und Verkehrslast erzeugten Spannungen auf ihren zugehörigen Kräftemaasstäben abzugreifen und die erhaltenen Zahlenwerthe mit Berücksichtigung ihres Sinnes zu summiren. (Siehe Kraftmaassstäbe für eine Strassenbrücke von 30 m Spannweite auf Blatt 10, denen ein Eigengewicht von 2,8 t und eine Verkehrslast von 1,5 t pro lfd. Meter zu Grunde liegt.)

Zu erwähnen ist noch, dass die oben gemachte Voraussetzung, dass nämlich alle Lasten in den unteren Knotenpuncten angreifen, für das Eigengewicht nicht vollständig zutrifft, und somit den Ständern auch noch die Function zufällt, den in den oberen Knotenpuncten concentrirt gedachten Theil des Eigengewichts auf die unteren Knotenpuncte zu übertragen. Mit Rücksicht hierauf ist einer jeden der aus den Kräfteplänen erhaltenen Ständerspannungen noch eine Druckkraft gleich dem in einem oberen Knotenpuncte concentrirten Theile des Eigengewichts zuzufügen.

4) Ungleichförmige Belastung.

Die nach der vorigen Nummer ausgeführten Kräftepläne A und B können auch bei ungleichförmiger Belastung (Eisenbahnzüge) benutzt werden.

Bekanntlich lassen sich dieselben Stabspannungen, welche durch ungleichförmige Belastungen erzeugt werden, auch durch gewisse gleichförmig vertheilte Belastungen hervorgebracht denken, welch letztere jedoch, je nachdem es sich um einen Gurtungsstab oder Strebenstab handelt und je nach dem Felde, in dem sich die betreffenden Stäbe befinden, verschiedene grosse Werthe pro lfd. Meter besitzen.

Entwirft man nun einen Maassstabcomplex, dessen Einzelmaassstäbe der oben erwähnten Variation der gleichförmig vertheilten Belastung entsprechen, so werden die hierauf abgegriffenen Kräfte den unter Voraussetzung der wirklich auftretenden, ungleichförmigen Belastung berechneten gleich sein.

Die Construction eines derartigen Maassstabcomplexes ist mit Hülfe der im Anhange gegebenen Tabelle sehr einfach und ist auf Bl. 10 beispielsweise für eine Spannweite von 40 m ausgeführt.

Nach der Tabelle sind folgende gleichförmig vertheilte Belastungsäquivalente pro lfd. Meter Gleis einzuführen:

zur Berechnung der Gurtspannungen in den mittleren Feldern 4,8 t;

„ „ „ „ im 1. Felde 5,46 t;

„ „ „ Maximal-Streben- und Ständerspannungen (Kräfteplan A):

im 1. Felde 5,46 t (die rollende Last überdeckt hierbei den ganzen Träger = 40 m);

im 5. Felde 6,25t (die rollende Last überdeckt den Träger von der Mitte bis zum rechten Ende auf ca. 20m);
im 8. Felde 8,28t (die rollende Last überdeckt den Träger vom rechten Ende her auf 10m).

Die Minimalspannungen der Streben und Ständer (Kräfteplan B) sind hier nicht weiter berücksichtigt, da die Anordnung von Gegenstreben vorausgesetzt ist.

Für 2 Träger pro Geleise und 4m Felderlänge ist somit eine Knotenpunctsbelastung anzunehmen:

zur Berechnung der Gurtspannungen im 1. Felde von
$$\frac{4 \cdot 5{,}46}{2} = 10{,}92\,\text{t}$$

„ „ „ „ im 5. Felde von
$$\frac{4}{2} \cdot 4{,}8 = 9{,}6\,\text{t}$$

zur Berechnung der Maximal-Streben- und Ständerspannungen

im 1. Felde von $\frac{4}{2} \cdot 5{,}46 = 10{,}92\,\text{t}$

„ 5. „ „ $\frac{4}{2} \cdot 6{,}25 = 12{,}50\,\text{t}$

„ 8. „ „ $\frac{4}{2} \cdot 8{,}28 = 16{,}56\,\text{t}$

Da im Kräfteplan die Grösse der Knotenpunctsbelastung zu 30mm angenommen wurde, so entspricht somit der Krafteinheit von einer Tonne:

im Maasstab der Gurtspannungen des 1. Feldes $\frac{30}{10{,}92} = 2{,}747\,\text{mm}$

„ „ „ „ „ 5. „ $\frac{30}{9{,}6} = 3{,}125\,\text{mm}$

im Maasstab der Maximal-Streben- und Ständerspannungen

des 1. Feldes $\frac{30}{10{,}92} = 2{,}747\,\text{mm}$

„ 5. „ $\frac{30}{12{,}5} = 2{,}400\,\text{mm}$

„ 8. „ $\frac{30}{16{,}56} = 1{,}812\,\text{mm}$

Für die übrigen Felder lassen sich die Krafteinheiten genau genug in der auf der Zeichnung angegebenen Weise interpoliren. — Dem beigefügten Kraftmaassstab für das Eigengewicht liegt eine Belastung von 2,76t pro lfd. Meter Geleise zu Grunde.

Anmerkung. Neben den Kraftmaassstäben lassen sich auch solche Maasstäbe construiren, auf welchen direct die nothwendigen Nutzquerschnitte der Stäbe abgegriffen werden können. Man kann hierbei leicht dem verschiedenen Einflusse der rollenden und der ruhenden Last auf die Querschnittsgrössen Rechnung tragen, wenn man nach dem Vorgange Winkler's für beide Belastungsarten verschiedene Anstrengungscoefficienten anwendet. Für einen Anstrengungscoefficienten von 0,6t pro □cm bei rollender und von 1,2t pro □cm bei ruhender Last erhält man für das vorstehende Beispiel die auf Bl. 10 gezeichneten Querschnittsmaassstäbe, deren Querschnittseinheiten (1 □cm.) um 0,6 bezw. 1,2 mal grösser sind als die Krafteinheiten (1t) der entsprechenden Kraftmaassstäbe.

Durch Anwendung der verschiedenen Kraftmaassstäbe ist man unabhängig von den Absolutwerthen der Belastungen; es lässt sich daher der einmal construirte Kräfteplan, bei gleicher geometrischer Gestalt des Fachwerksträgers, für jede beliebige Spannweite, für Strassenbrücken und für Eisenbahnbrücken benutzen, wenn man nur die Kräfte auf den entsprechenden Maassstäben abgreift.

Anhang.

Tabelle der gleichförmig vertheilten Belastungsäquivalente, welche einem Eisenbahnzug, bestehend aus 3 schweren badischen Güterzugsmaschinen und darauf folgenden beladenen Güterwagen, substituirt werden können.

l	p_1	p_2	p_3
1 m	—	—	24,80t
2	—	—	16.74
3	—	—	14,05
4	—	—	12,71
5	—	—	12,10
6	9,37	11,16	11,16
8	8,37	9,38	9,38
10	7,34	8,28	8,28
12	6,48	7,67	7,67
15	5.79	6,87	6,87
18	5,47	6,37	6,37
20	5,32	6,25	6,25
25	4.97	6,00	6,00
30	4,69	5,76	5,76
35	4,71	5,56	5,56
40	4,80	5,46	5,46
50	4,72	5,26	5,26
60	4,53	5,00	5,00
70	4,30	4,75	4,75
80	4,10	4,53	4,53
90	3,91	4,34	4,34
100	3,71	4.17	4,17

Hierbei bezeichnet:

p_1 diejenige gleichvertheilte Last pro lfd. Meter Gleise, welche, über den ganzen Träger ausgebreitet, dasselbe Maximalmoment in Trägermitte erzeugt, wie der Eisenbahnzug;

p_2 diejenige gleichvertheilte Last pro lfd. Meter Geleise, welche, über den ganzen Träger ausgebreitet, dasselbe Maximalmoment in der Nähe der Trägerenden erzeugt wie der Eisenbahnzug;

p_3 diejenige gleichvertheilte Last pro lfd. Meter Geleise, welche, von einem Auflager her über l Meter des Trägers ausgebreitet, denselben Auflagerdruck am anderen Auflager erzeugt wie ein Eisenbahnzug, der den Träger auf dieselbe Weite von l Meter überdeckt.*)

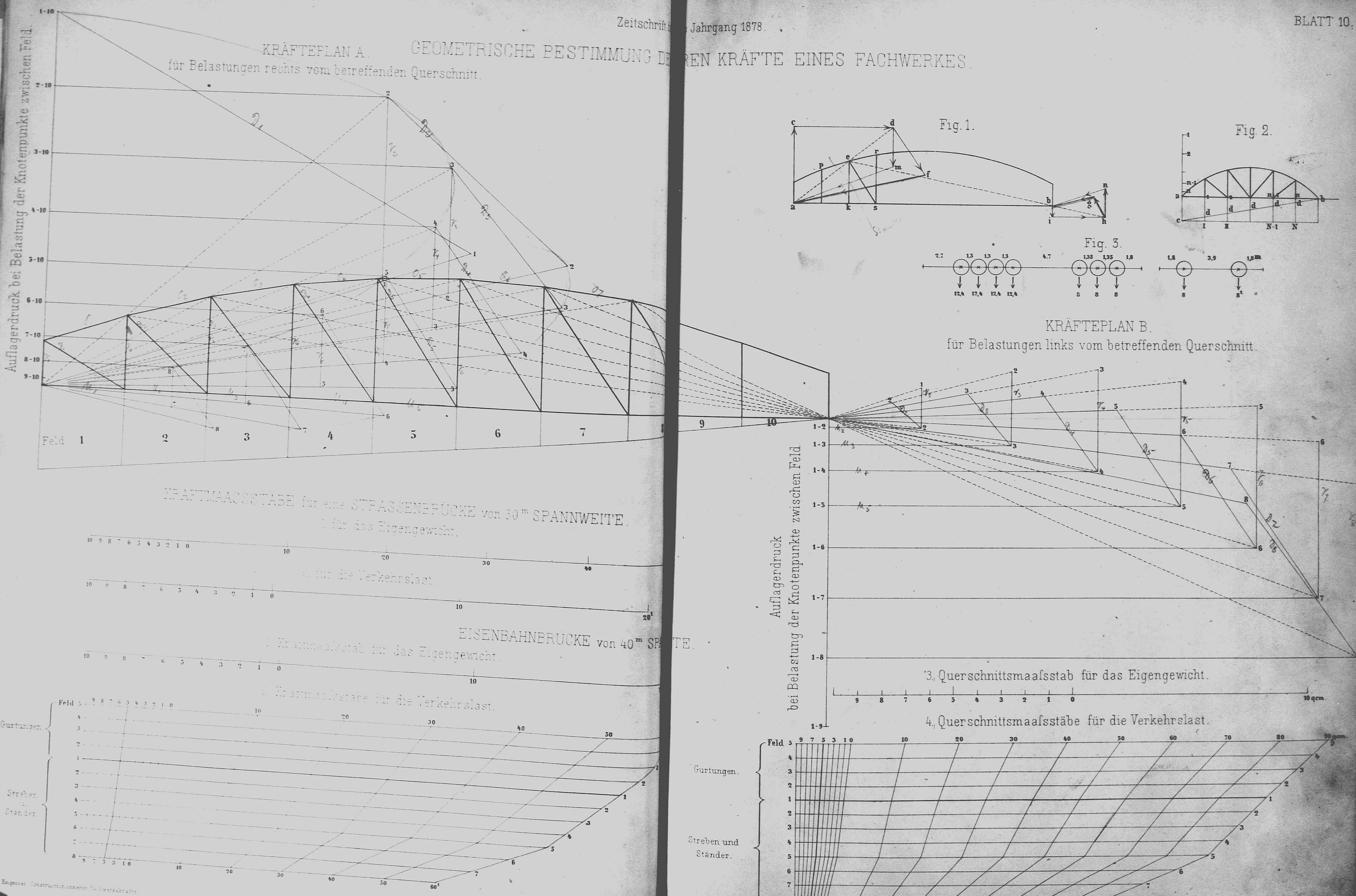
Die Lastvertheilung bei Maschine und Güterwagen ist hiebei die in Fig. 3 Bl. 10 dargestellte.

Carlsruhe, im November 1877.

Fr. Engesser.

*) Die Totallänge des Trägers ist hierbei vollständig gleichgültig; siehe hierüber „Deutsche Bauzeitung" 1876, Abhandlung von Schäffer.

GEOMETRISCHE BESTIMMUNG DE... EN KRÄFTE EINES FACHWERKES.



Zeitschrift für Baukunde 1878

Zur Theorie der continuirlichen Träger.

Von F. Engesser, grossh. Ingenieur bei der Generaldirection der badischen Staatsbahnen in Carlsruhe.

Die gebräuchliche Theorie der continuirlichen Träger zieht bekanntlich bei Aufstellung der Gleichung der elastischen Linie und bei Bestimmung der unbekannten Stützendrücke nur diejenigen Deformationen des Trägers in Betracht, welche durch die äusseren Kraftmomente hervorgerufen werden, vernachlässigt dagegen vollständig die durch die sogenannten Schubkräfte erzeugten Formänderungen.

Bei solchen massiven Trägern, deren Querschnittsbreite in der Mitte nicht wesentlich kleiner ist als oben oder unten, sind die letztgenannten Formänderungen gegenüber den ersteren allerdings so gering, dass deren Vernachlässigung auf die Endresultate keinen nennenswerthen Einfluss ausübt; bei Blechträgern und Fachwerkträgern jedoch bilden die durch die Schubkräfte hervorgerufenen Deformationen (bei Parallelträgern die Deformationen der Wandconstruction) einen sehr beträchtlichen Theil der Gesammtdeformation, und werden daher bei Berücksichtigung derselben die Resultate der gewöhnlichen Theorie einigermassen modificirt werden.

Speciell für continuirliche Fachwerkträger wurde in der „Zeitschrift des Architekten- und Ingenieurvereins zu Hannover", Jahrgang 1875, von Baurath Mohr eine ausführliche Theorie gegeben, welche in exacter Weise die Formänderungen sämmtlicher Stäbe bei Ermittelung der Stützendrücke in Rechnung zieht.

Dieselbe führt jedoch bei analytischer Behandlung der Aufgabe zu ziemlich umfangreichen Zahlenrechnungen, welche in den meisten Fällen mit der erzielten Genauigkeit nicht im Verhältniss stehen, und dürfte daher die Mittheilung des folgenden angenäherten, einfachen Verfahrens von Interesse sein, welches sich enge an die Methoden der gebräuchlichen Theorie anschliesst und sowohl auf Fachwerkträger als auf Blechträger angewendet werden kann.

Betrachten wir einen continuirlichen Fachwerkträger über beliebig viele Oeffnungen, so werden in Folge der Einwirkung der äusseren Kräfte die einzelnen Constructionsglieder ihre Längen entsprechend den specifischen Spannungen ändern. Die Aufgabe besteht nun darin, die relativen Senkungen der einzelnen Auflagerpuncte gegen die benachbarten als Function der Längenänderungen der einzelnen Constructionsglieder, beziehungsweise als Function der unbekannten äusseren Kräfte (Stützendrücke) aufzustellen und schliesslich diese unbekannten Stützendrücke durch die Bedingung, dass die genannten relativen Senkungen der Auflagerpuncte gleich Null sind, zu bestimmen.

Bezeichnet man für ein beliebiges Feld die relative Senkung des linken Auflagerpunctes gegen den rechten, welche durch die Längenänderungen sämmtlicher Stäbe erzeugt wird mit δ

die durch Längenänderung der Gurtstäbe allein hervorgerufene Senkung mit δ'

die durch Längenänderung der Wandstäbe allein hervorgerufene Senkung mit δ''

so ist die oben erwähnte Bedingungsgleichung: $\delta = 0$, oder, da mit Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung

$$\delta = \delta' + \delta''$$

gesetzt werden kann,

$$\delta' + \delta'' = 0 \quad \ldots\ldots \quad (1$$

Stellt man diese Gleichung für sämmtliche Oeffnungen auf, so ergibt schliesslich die Auflösung derselben die unbekannten Stützendrücke.

Die gewöhnliche Theorie bedient sich zur Bestimmung der Stützendrücke der Gleichung $\delta' = 0$, in welcher nur die Längenänderungen der Gurtstäbe berücksichtigt sind, und liefert somit keine vollständig richtigen Resultate, da δ' nicht $= 0$ sondern $= -\delta''$ ist.

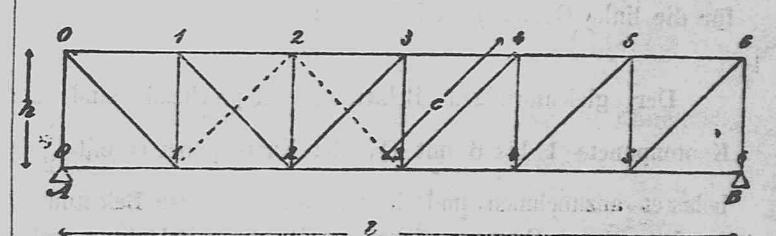
Ersetzt man in der Gleichung $\delta' = -\delta'' \quad \ldots \quad (2$ nur δ' durch seinen algebraischen Werth als Function der unbekannten Stützendrücke, lässt dagegen δ'' als Zahlenwerth darin stehen, so erhält man eine Gleichung, welche vollständig mit derjenigen Bedingungsgleichung übereinstimmt, welche die gewöhnliche Theorie zur Bestimmung der Stützendrücke bei einer Senkung der linkseitigen Stütze gegen die rechtseitige um $-\delta''$ benützt.

Man findet somit die richtigen Stützendrücke, wenn man sich die gegenseitigen Höhenlagen der einzelnen Stützen um diejenigen Grössen δ'' geändert denkt, welche den Deformationen der Wandconstruction allein entsprechen, und sodann die Methoden der gewöhnlichen Theorie für ungleich hohe Stützen hierauf in Anwendung bringt.

Die Zahlenwerthe der Senkungen δ'' sind zwar von vornherein nicht gegeben, da sie von den noch unbekannten Stützendrücken abhängen; sie lassen sich aber mit genügender Annäherung dadurch bestimmen, dass man zu diesem Zwecke die Stützendrücke der gewöhnlichen Theorie entsprechend in Rechnung führt.

Beispielsweise sei in Fig. 1 ein beliebiges Feld eines beliebig belasteten continuirlichen Trägers dargestellt.

Fig. 1.

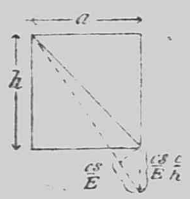


Die Wandconstruction bestehe aus verticalen Druckpfosten und geneigten Zugbändern. Für den gewählten Belastungsfall möge der Wechsel in der Richtung der letzteren, den Resultaten der gewöhnlichen Theorie entsprechend, bei Knotenpunct 2 stattfinden.

Die relative Senkung δ'' des Punctes A gegen den Punct

B setzt sich aus der Deformation der Druckpfosten und der Deformation der Zugbänder zusammen. Bezeichnen wir die specifische Spannung der Druckpfosten mit σ (pos. für Druck, neg. für Zug), der Zugbänder mit s (pos. für Zug, neg. für Druck) die entsprechenden Längen mit h, beziehungsweise mit c, den Elasticitätsmodul mit E, so ist der erstgenannte Theil gleich $\frac{h}{E}(\sigma_6+\sigma_5+\sigma_4+\sigma_3-\sigma_1-\sigma_0)$, der zweite gleich $\frac{c^2}{Eh}(s_{56}+s_{45}+s_{34}+s_{23}-s_{12}-s_{01})$, und ergibt sich der letztere Werth durch die Betrachtung, dass eine specifische Spannung s im Zugband eine Verlängerung desselben um $\frac{cs}{E}$ hervorruft, welcher Verlängerung eine Senkung des betreffenden Knotenpuncts von $\frac{cs}{E}\cdot\frac{c}{h}=\frac{c^2 s}{hE}$ entspricht. (Fig. 2.)

Fig. 2.



Es ist somit schliesslich

$$\delta'' = \frac{h}{E}(\sigma_6+\sigma_5+\sigma_4+\sigma_3-\sigma_1-\sigma_0)+\frac{c^2}{Eh}(s_{56}+s_{45}+s_{34}+s_{23}-s_{12}-s_{01}) \qquad (3$$

In dieser Gleichung sind nun für die specifischen Spannungen σ und s die Quotienten der Stabkräfte durch die Stabquerschnitte einzusetzen, nachdem zuvor die Stabkräfte nach den gebräuchlichen Methoden in Zahlenwerthen ausgerechnet sind.

Selbstverständlich ist für jeden einzelnen Belastungsfall δ'' besonders zu berechnen und dabei zu beachten, dass nicht nur die σ und s hierbei ihre Werthe ändern, sondern auch unter Umständen derjenige Knotenpunct, bei welchem die Zugbänder ihre Richtung ändern, d. h. bei welchem der Werth der äusseren Verticalkraft durch Null geht, eine andere Lage annehmen kann.

Um schliesslich in einem speciellen Falle den Werth von δ'' ziffermässig auszurechnen, wählen wir als einfachstes Beispiel einen gleichförmig belasteten Fachwerkträger über 2 gleiche Oeffnungen, dessen linkseitige Oeffnung in Fig. 1 dargestellt sein möge. Bei der symmetrischen Anordnung gegen die Mittelstütze B genügt es, im vorliegenden Falle δ'' blos für die linke Oeffnung zu berechnen.

Der gleichförmigen Belastung entsprechend sind die Knotenpuncte 1 bis 6 mit Q, der Knotenpunct 0 mit $\frac{1}{2}$ Q belastet anzunehmen und denken wir uns diese Belastungen an der unteren Gurtung wirkend. Für diese Belastung ergibt die alte Theorie für den linkseitigen Auflagerdruck

$$A = 2{,}271\ Q.$$

Es berechnen sich hiernach die Werthe von s und σ, wenn wir der Einfachheit wegen für die Druckpfosten und Zugbänder die constanten Querschnitte φ und f einführen, zu

$$\begin{array}{llll}
\sigma_0 = 1{,}771\,\frac{Q}{\varphi} & & s_{01} = 1{,}771\,\frac{Q}{f}\cdot\frac{c}{h} & \\
\sigma_1 = 0{,}771 & " & s_{12} = 0{,}771 & " \\
\sigma_3 = 0{,}229 & " & s_{23} = 0{,}229 & " \\
\sigma_4 = 1{,}229 & " & s_{34} = 1{,}229 & " \\
\sigma_5 = 2{,}229 & " & s_{45} = 2{,}229 & " \\
\sigma_6 = 3{,}229 & " & s_{56} = 3{,}229 & "
\end{array}$$

Setzt man diese Werthe von σ und s in Gleichung 3 ein so ergibt sich

$$\delta'' = 4{,}374\,Q\left(\frac{h}{\varphi}+\frac{c^3}{h^2 f}\right)$$

Wählt man den Querschnitt φ entsprechend der grössten der in den Druckpfosten wirkenden Kräfte

$$\varphi = \frac{3{,}229\ Q}{600}$$

und den Querschnitt $f = \varphi.\frac{c}{h}$, so wird für E = 1800000

$$\delta'' = 0{,}00045\left(h+\frac{c^2}{h}\right)$$

und für $c^2 = 2h^2$

$$\delta'' = 0{,}00135\,h \text{ oder } = 0{,}00135\,\frac{l}{6} = 0{,}000225\,l$$

Um diesen Betrag muss nun nach dem früher Gesagten die Mittelstütze B gesenkt angenommen werden, und ergibt sich hiefür der Stützendruck A statt zu 2,271 Q, wie ihn die alte Theorie lieferte, zu $2{,}271\ Q+\frac{3EJ\delta''}{l^3}$, wenn J das constante Trägheitsmoment der Gurtungen in Bezug auf die Trägerachse bezeichnet.

J ist gleich $\frac{Fh^2}{2}$, wo F den constanten Gurtungsquerschnitt bedeutet.

F lässt sich $= \frac{4{,}374\ Q}{600}$ setzen, somit

$$J = \frac{4{,}374\ Q}{600}\cdot\frac{h^2}{2} = \frac{4{,}374\ Q}{600\ .\ 2}\,\frac{l^2}{36}$$

Der wirkliche Auflagerdruck ergibt sich schliesslich für E = 1800000 zu

$$A = 2{,}271\ Q + \frac{3\ .\ 1800000\ .\ 4{,}374\ Q l^2\ .\ 0{,}000225\,l}{600\ .\ 2\ .\ 36\ \ l^3} =$$

$$2{,}271\ Q + 0{,}123\ Q = 2{,}394\ Q.$$

Das Moment über der Stütze B, welches die alte Theorie zu $(6\ .\ 2{,}271-18)\ Q\alpha = -4{,}374\ Q\alpha$ lieferte, wird jetzt zu $(6\ .\ 2{,}394-18)\ Q\alpha = -3{,}636\ Q\alpha$ gefunden.

Dagegen steigt das positive Maximalmoment bei Knotenpunct 2

$$\text{von } (2\ .\ 2{,}271-2)\ Q\alpha = 2{,}542\ Q\alpha \text{ auf}$$
$$(2\ .\ 2{,}394-2)\ Q\alpha = 2{,}788\ Q\alpha$$

Für das vorliegende Beispiel sind somit

der Auflagerdruck A um $\frac{2{,}394-2{,}271}{2{,}271}\ .\ 100 =$ ca. 5,4% grösser,

das Moment über der Stütze B um $\frac{4{,}374-3{,}636}{4{,}374}\ .\ 100 =$ ca. 16,9% kleiner,

das positive Maximalmoment um $\frac{2{,}788-2{,}542}{2{,}542}\ .\ 100 =$ ca. 9,7% grösser

als die entsprechenden nach der alten Methode berechneten Werthe.

Für einen Blechträger kann δ'' etwa auf folgende Weise bestimmt werden:

Die mittlere Schubspannung eines beliebigen Querschnitts sei $= \tau$; derselben entspricht eine specifische Verschiebung dieses Querschnitts gegen einen unendlich nahe gelegenen von $\frac{\tau}{G}$, wo G = Schubelasticitätsmodul.

Liegt nun derjenige Querschnitt, für welchen die äussere Verticalkraft gleich Null ist, um x vom linkseitigen Auflager entfernt, so kann $\delta'' = \int_{2x}^{l}\frac{\tau}{G}\,dx$ gesetzt werden, oder für einen Mittelwerth von τ auf der Strecke von 2x bis l gleich t, $\delta'' = \frac{t}{G}(l-2x)$.

Für das vorherige Beispiel ergibt die gewöhnliche Theorie bei einer continuirlichen Belastung von q kg pro lfd. m. und constantem Trägheitsmomente, $A = \frac{3}{8}q\,l$

$$x = \frac{3}{8}l;$$

somit ist $\delta'' = \int_{\frac{3}{4}l}^{l}\frac{\tau}{G}\,.\,dx;$

der Schubelasticitätsmodul G kann nach Grashof $= \frac{2}{5}$ bis $\frac{3}{8}$

des gewöhnlichen Elasticitätsmoduls E, oder entsprechend E = 1800000, gleich rund 700000 kg pro □cm gesetzt werden.

Für constanten Querschnitt ist $\tau = \left(\frac{x-\frac{3}{8}l}{\frac{5}{8}l}\right).T =$

$$\frac{8x-3l}{5l}\,T$$

wo T gleich mittlere Schubspannung im Querschnitt B.

x die Entfernung eines beliebigen Querschnitts vom linkseitigen Auflager.

Hiernach $\delta'' = \frac{T}{700000}\int_{\frac{3}{4}l}^{l}\frac{8x-3l}{5l}\,dx = \frac{Tl}{3500000};$

der Werth von T wird selten den Betrag von 350 kg pro □cm überschreiten. Es ergibt sich hiefür $\delta'' = \frac{l}{10000}$ als Maximalwerth.

Man ersieht hieraus, dass die Wanddeformation bei Blechträgern von viel geringerem Einflusse ist als bei Fachwerkträgern, aber immerhin in einzelnen Fällen Berücksichtigung verdienen kann.

Bei Fachwerkträgern jedoch wird es immer angezeigt sein, die Resultate der gewöhnlichen Theorie in der angegebenen Weise zu corrigiren, namentlich aber dann, wenn das Höhenverhältniss des Trägers wie in dem durchgerechneten Beispiele ein beträchtliches ist.

Carlsruhe, im Februar 1878.

Fr. Engesser.

Project einer Canalisirung des Mains von Frankfurt bis zum Rhein.

Nach Mittheilungen des Regierungs- und Bauraths Cuno in Wiesbaden.

Mit Zeichnungen auf Bl. 24.

Zwischen Frankfurt a. M. und Mainz hat der Main in seiner gegenwärtigen Beschaffenheit eine für grössere Schiffe ungenügende Wassertiefe und es wurde daher schon vor Jahren die Herstellung eines Schifffahrtscanals von Frankfurt bis zum Rhein in Aussicht genommen, auch für die Ausführung dieses Projects eine erhebliche Staats-Subvention zugesichert, wenn eine Actiengesellschaft dieselbe übernehmen wollte. Die Bildung einer solchen Gesellschaft ist jedoch nicht gelungen. Man kam desshalb auf den Gedanken zurück, den Mainfluss selbst für die Rheinschiffe fahrbar zu machen. Dass dies nicht auf dem Wege gewöhnlicher Correction geschehen konnte, haben die bisherigen Versuche gezeigt, dagegen wurde der durch ein generelles Project motivirte Vorschlag durch Anlage von Stauwerken die nöthige Wassertiefe herzustellen höheren Orts im Princip genehmigt.

Beschaffenheit des Abdachungsgebietes und des Flussthales. Das Flussgebiet des Mains umfasst eine Fläche von etwa 27500 Quadrat-Kilometer und es sind die Abdachungen und die geognostischen Verhältnisse der Art, dass seine Wassermengen nicht allzu starken Schwankungen unterworfen sind. Man kann annehmen, dass pro Quadrat-Kilometer des Abdachungsgebietes selbst bei anhaltender Dürre 0,0025 cbm Wasser pro Secunde zufliessen, dass also für die zu verbessernde Strecke eine Minimal-Wassermenge von etwa 70 cbm pro Secunde disponibel ist.

Bei mittleren Wasserständen von 1,5 m am Frankfurter Pegel steigert sich die disponible Wassermenge bis zu 142 cbm pro Secunde, während die Geschwindigkeit etwa 0,8 m beträgt. Die Hochwasser von 1784 und 1845 erreichten bei Frankfurt die Höhe von 97,68 bezw. 97,54 über Amsterdamer Null und die grösste zu erwartende Wassermenge ist dementsprechend bei Frankfurt zu 3400 cbm anzunehmen.

Das Flussbett ist ziemlich regelmässig ausgebildet und hat in der 36 Km langen Strecke von Frankfurt bis zum Rhein bei niedrigem Wasserstande ein Gefälle von rund 10 m, woraus sich ein relatives Gefälle von durchschnittlich 1 : 3600 ergibt.

Bei dem Hochwasser von 1845 reducirte sich das absolute Gefälle bis zum Rhein auf 7,3 m. Auch die Thalsohle, welche sich durchschnittlich 3,5 m über den gewöhnlichen Wasserspiegel erhebt, ist recht gleichmässig gestaltet.

Zwischen Frankfurt und dem Rhein erhält der Main grössere Zuflüsse vom Taunus her durch die Nidda bei Höchst, durch den Liederbach daselbst und die auf der rechten Seite zwischen Okriftel und Flörsheim einmündenden Mühlenbäche, während auf der linken Seite nur unbedeutende Tagwasser dem Flusse zugeführt werden.

Unterhalb Kostheim mündet der Main in den Rhein, durch dessen Wasserverhältnisse der Zustand der Mündungsstrecke aufwärts bis gegen Rüsselsheim wesentlich bedingt wird, indem der Rückstau des Rheines zur Zeit der Hochfluthen bis dort hinauf reicht und durch Aufhebung des Maingefälles starke Sandablagerungen veranlasst.

Die Mainschifffahrtsverhältnisse sind auf Grund der Wiener Congressacte durch besondere Verträge mit den Uferstaaten Bayern, Baden, Hessen und Preussen geregelt und es sind mit diesen auch insbesondere über die projectirte Aufstauung des Mains bei Frankfurt a. M. für die früher in Aussicht genommene Canalanlage im Jahre 1874 Vereinbarungen getroffen worden.

[illegible] der schon vorhandenen Regulirungswerke und Angabe über den bestehenden Schiffsverkehr. Obgleich die allgemeinen Verhältnisse des [illegible] zwischen Frankfurt und dem Rhein nach obiger Darlegung [illegible], indem namentlich hohe Bruchufer, [illegible] Ausbuchtungen nicht vorkommen, [illegible] seit einer Reihe von Jahren darauf bedacht [illegible] durch Anlage von Einschränkungswerken und Uferpflanzungen den Fluss vor Verwilderung zu schützen, und [illegible] Vertheilung des Gefälles, sowie [illegible] des Fahrwassers hinzuwirken und zugleich einen [illegible] über dem kleinen Wasser liegenden Leinpfad [illegible]. Hierbei wurde für das Mittelwasser eine N[illegible] von 1,5 bis 15 m und eine Fahrtiefe von mindestens [illegible] bei kleinem Wasser angenommen. Zu diesem Behufe sind [illegible] Bahnen und nur in der untersten Strecke Parallelwerke angelegt worden, während man bei Frankfurt durch Ausbrechen des zu Tage liegenden Gesteins [illegible] des Rothliegenden, welche daselbst quer durch den Main [illegible], die Herstellung einer practicabeln Fahrrinne [illegible], freilich ohne genügenden Erfolg, indem [illegible] kleinsten Wassermengen von 70 cbm per S[illegible] welche relative Gefälle von 1 : 15[illegible] 1 : 720 haben, nur Fahrtiefen bis zu 0,7 m erreicht [illegible] wie aus dem Längenprofil Blatt 24 hervor[illegible] unmittelbar bei Frank-

furt herausgestellt, woselbst die Flussbreite zwischen den von der Stadt ausgeführten neuen Ufermauern bis 140 m beträgt; wegen der geringen Wassertiefe können aber grössere Fahrzeuge nicht an die Kais anlegen, und es können dieselben deshalb ihren Zweck erst dann ganz erfüllen, wenn eine Hebung des Wasserspiegels bei der Stadt durch eine genügende Stauanlage bewirkt wird.

In der Mündungsstrecke unterhalb Rüsselsheim verändert sich das relative Gefälle mit den Wasserständen des Rheins erheblich. Die Einschränkungswerke des Mains werden in den Fluthperioden des Rheins mit der Abnahme der Strömung wirkungslos, was nach Ablauf der Sommerfluthen für den Schiffsverkehr sehr nachtheilige Folgen hat. Namentlich bilden sich in diesen Zeiten, wie oben bereits erwähnt wurde, oberhalb Kostheim bedeutende Sandablagerungen, deren Beseitigung erfahrungsmässig nicht in kurzer Zeit möglich ist, und es zeigen sich dann hier ausgedehnte seichte Stellen, welche nur von ganz leichten Schiffsgefässen mit höchstens 0,6 m Tiefgang passirt werden können. Der bisherige Schiffsverkehr zwischen Frankfurt und dem Rhein ist daher mit Ausnahme weniger Wochen auf die Benutzung solcher kleinen Schiffe von etwa 50 t Ladungsfähigkeit beschränkt, d. h. es muss die Ladung aus den grossen, 2 m tiefgehenden Rheinschiffen an der Mündung in die kleinen Mainschiffe übertragen werden, wodurch jede höhere Entwickelung des Waarentransports auf dem Wasserwege, namentlich der wichtige directe Verkehr zwischen Rotterdam und Frankfurt unmöglich gemacht wird.

In den letzten Jahren hat der Waarentransport zwischen Frankfurt und dem Rhein zu Berg nur 33500 Tonnen, zu Thal 163300 Tonnen betragen. Bedeutender ist der Flossverkehr gewesen, indem durchschnittlich 1500 Holzflösse bei Frankfurt passirt sind, um nach dem Rheine zu gelangen.

Project zur Canalisirung des Mains. Es wird beabsichtigt, die Aufstauung bei Frankfurt ganz nach den oben erwähnten, im Jahre 1874 vereinbarten Bestimmungen auszuführen, für den Flossverkehr eine offene Flossrinne von 12 m Breite sowie ein Hafenbassin anzulegen und hinter der Hafenschleuse einen Schleusen-Canal herzustellen, dessen Spiegel hier durch ein zweites Stauwerk bei Höchst der Art gehoben wird, dass eine Fahrtiefe von 2 m gesichert ist.

Bei Höchst würde dann eine einfache Schleusen- und Canalanlage auszuführen sein, ebenso wie bei Okriftel und Flörsheim, während bei Kostheim ein längerer Lateral-Canal mit Sperr- und Schiffsschleuse nothwendig wird, um die mehrfach erwähnten bedenklichen Sandablagerungen der Mündungsstrecke zu umgehen und bis zum Rhein jederzeit hinreichendes Fahrwasser zu finden. Auf dem Uebersichtsprofile und Situationsplane Blatt 24 sind diese Dispositionen eingetragen und

Zeitschrift für Baukunde 1879

8

statttet, die bei der badischen Verwaltung zur Zeit übliche Vergebungsweise etwas eingehender zu schildern, als es bei der Beantwortung der Fragen zu der oben erwähnten Versammlung geschehen ist und zugleich die Herren Fachgenossen anderer Verwaltungen zu ähnlichen Mittheilungen, sowie überhaupt zur eingehenden Besprechung der Sache einzuladen.

Nach den ersten Versuchen im Jahr 1872 und sorgfältiger weiterer Ausbildung der Vergebungsweise in den folgenden Jahren mit jeweiliger Benützung der gesammelten Ergebnisse hat sich der Bahnunterhaltungsaccord in Baden immer mehr eingebürgert und ist nun seit dem Jahr 1875 vollständig zur allgemeinen Regel geworden. Vereinzelte, jetzt noch vorkommende Ausnahmen sind durch besondere örtliche Verhältnisse bedingt und beschränken sich auf wenige der grössten Bahnhöfe oder einzelne Gleisstrecken, bei deren geringer Inanspruchnahme die Unterhaltungsarbeiten mit wenig Aushilfe durch die Wärter selbst besorgt werden können.

Es werden hier alle Bahnunterhaltungsarbeiten einer Accordstrecke, sowohl die mess- und zählbaren Einzelgeschäfte als auch das Reguliren der Gleise jeweils für ein ganzes Kalenderjahr an einen Unternehmer vergeben. Derselbe wird vom Ingenieur mit Ausschluss öffentlicher Concurrenz auf Grund persönlichen Vertrauens aus der Zahl der auf den Bahnwartsablösungsdienst handgelübdlich verpflichteten Vorarbeiter, welche meistens auch Anwärter auf Bahnwartsstellen sind, frei gewählt.

Eine Vergebung an den Wenigstnehmenden erschien bei der grossen, mit den betreffenden Arbeiten verknüpften Verantwortung nicht rathsam, auch sollte ein, die vernünftigen Grenzen überschreitendes Herunterbieten wegen des hiebei unvermeidlichen schlechten Ausgangs umgangen werden. Auf besonderes Andringen der unter sich uneinig gewordenen Arbeiter wurde übrigens für's Jahr 1879 auch ein Loos unter denselben versteigert. Der Ausgang des um 21% herabgebotenen Vertrags ist abzuwarten.

Um den übrigen verpflichteten Bahnwartsablösern, welche nicht Unternehmer sind, einen möglichst ständigen Verdienst bei den Arbeiten zu sichern, wird dem Unternehmer die Auflage gemacht, dieselben stets in erster Reihe zu beschäftigen und nur über deren Anzahl hinaus weitere Arbeitskräfte nach eigener Wahl heranzuziehen. Die Art, in welcher sich der Uebernehmer und seine Mitarbeiter in den Verdienst theilen, ist ihrer freien Vereinbarung anheimgegeben, nur ist darauf

zu halten, dass eine solche Vereinbarung wirklich zum Voraus getroffen werde.

Ort und Zeit der vorzunehmenden Geschäfte bestimmt der Ingenieur. Die Schienenauswechselung und das Ausrichten des Schienengestänges wird in der Regel auf die trockene Sommerzeit verspart; die Schwellenauswechselung dagegen thunlichst mit den Hauptregulirungs-Arbeiten der nassen Frühjahrszeit vereinigt.

Einige arbeitsfreie Tage, welche sich hiebei von Zeit zu Zeit ergeben, sind den Arbeitern meistens, namentlich aber während der Erndtezeit zur Vornahme ihrer landwirthschaftlichen Privatarbeiten sehr erwünscht.

Alle irgend mess- oder zählbaren Einzelarbeiten sind nach Einzelpreisen, die Regulirungsarbeiten dagegen um eine Summe vergeben, welche lediglich nach der Länge der im Vertrage inbegriffenen Gleise und ohne Rücksicht darauf bestimmt wird, ob etwa einzelne Gleisstrecken im Laufe des Jahres wiederholt, oder andere gar nicht regulirt werden müssen.

Dieses letztere Verfahren eifert den Unternehmer schon in seinem eigensten Interesse dazu an, nicht nur die Hauptfrühjahrsregulirung, sondern nicht minder alle Einzelarbeiten so sorgfältig und dauerhaft zu vollziehen, dass ihm möglichst wenig Nacharbeiten erwachsen.

Gerade in dieser Verbindung des Einzel- und des Gesammt-Accordsystems wird ein besonderer Vorzug der beschriebenen Vergebungsart erblickt, da nur auf diese Weise der Unternehmer an der Güte seiner Leistungen das nöthige Interesse bethätigt.

Die Länge der einzelnen Accordstrecken wird so bemessen, dass der Unternehmer thunlichst alle erforderlichen Arbeiten mit einer Arbeitergruppe, welche er persönlich leitet, bewältigen kann. Sie beträgt bei zweispuriger Bahn durchschnittlich vier bis fünf Kilometer, bei einspuriger Bahn, bei geringer Inanspruchnahme, sowie bei Mangel an zur Uebernahme geeigneten Persönlichkeiten kann jedoch auf das doppelte Maass und selbst darüber hinausgegangen werden.

Die durchschnittlichen Einzelpreise sind aus der am Schluss beigefügten Zusammenstellung ersichtlich. Ueber die Leistungen, sowie über den Aufwand des Unternehmers an Tagschichten führt der Bahnmeister ein genaues Tagebuch nach folgendem Schema:

Monat	Tagesschichten	Gleishebungen				Schwellen auswechseln			Schwellen abdexeln	Schienen auswechseln	Schienen wenden	Uebergangsschienen auswechseln	Schienen abhauen und bohren	Excenter auswechseln	Kreuzungen auswechseln	Materialtransport							Die richtige Arbeitsleistung bescheinigt
		bis zu 3 cm	3—6 cm	6—9 cm	über 9 cm	Zwischenschwellen	Stossschwellen	Aussergewöhnliche Schwellen								bis zu 500 m	500—1000 m	1000—2000 m	2000—3000 m				
		Meter				Stück				Stück				Stück		Kubikmeter							
1																							
2																							
3																							
4																							

Mit Benützung dieser Aufzeichnungen bestimmt der Ingenieur die Höhe der monatlichen Zahlungen.

Der Verdienst für die Einzelarbeiten ist genau gegeben, jener für Regulirungsarbeiten kann, da deren Bedürfniss je nach der Witterung sehr wechselt, nicht stricte nach der verflossenen Zeit bemessen werden, sondern es ist hiebei auch der Aufwand an Tagschichten und der allgemeine Zustand der Bahn zu berücksichtigen und es ist Sache des billigen Ermessens, die Abschlagzahlungen so zu bestimmen, dass einerseits die Arbeiter aus denselben ihren laufenden Unterhalt bestreiten können, andrerseits die Verwaltung durch einen als Caution zurückbehaltenen entsprechenden Betrag bis zur Endabrechnung am Jahresschluss gesichert bleibt.

Diese anscheinend sehr schwierige Schätzung der zu gewährenden Monatszahlungen wird nach einer Seite durch die Berücksichtigung des Aufwandes an Tagschichten, nach der andern Seite durch den Umstand erleichtert, dass meistens die Regulirungsarbeiten gerade der nassen Frühjahrsmonate sehr bedeutend sind und somit gleich zu Anfang des Accordvollzuges ein entsprechender Lohnrückhalt ermöglicht wird. Eine andere Caution wird von den meist unbemittelten Unternehmern nicht genommen.

Da von der Richtigkeit der Preisansätze einerseits die Durchführbarkeit des ganzen Verfahrens, andrerseits dessen financieller Erfolg allein abhängt, so ist deren Ermittelung ganz besonders wichtig. Dieselbe wird durch das vielfache Ineinandergreifen der verschiedenen Einzelarbeiten wesentlich erschwert, auch steigen und fallen die Preisansätze nicht nur in ihrer Gesammtheit mit den localen Arbeitslöhnen, sondern sie wechseln auch je nach Alter, Zustand, Frequenz, Steigungs- und Richtungsverhältnissen und Oberbauconstruction der verschiedenen Strecken in ihrem gegenseitigen Verhältniss. Nur durch ständige Beobachtung des Verdienstes der Arbeiter bei den verschiedenen Geschäften, sowie durch Vergleichung der analogen Ansätze und der örtlichen Verhältnisse verschiedener Verträge gelingt es, beim Abschluss neuer Verträge etwaige Ungleichheiten auszumerzen und die Preisansätze mit dem thatsächlichen Arbeitsaufwand allmälich in Einklang zu bringen. Der wichtigste ist hiebei selbstverständlich der Preis für das Reguliren. Bei Neueinführung des Verfahrens auf bisher im Taglohn betriebenen Strecken wird selbst eine im Laufe des Jahres nachträglich zu gewährende Aufbesserung dessen Discreditirung durch allzustrenges Festhalten an als zu nieder erkannten Preisen vorzuziehen sein.

Der geschilderte Arbeitsbetrieb hat indessen neben den Licht- auch Schattenseiten und wenn im Vorgehenden die Ersteren hervorgehoben worden sind, so dürfen auch die letzteren um so weniger verschwiegen werden, als deren vollständige Beseitigung, wenn überhaupt, nur nach ihrer aufrichtigen Blosslegung gelingen kann.

Für die Regulirungsarbeiten, über deren Maass die Vertragsbestimmung nur enthält, dass die betreffenden Gleise „in gutem sicherem Zustande“ zu erhalten sind, fehlt ein präciser Maassstab. Diese Lücke muss

durch das billige Ermessen des Ingenieurs ausgefüllt werden, ohne welches übrigens kein auch noch so scharf abgefasster Arbeitsvertrag zu einem guten Ende geführt werden kann.

Auch bezüglich der unabhängigen Stellung der Unternehmer gegenüber der Verwaltung hält die beschriebene Arbeitsvergebung einen Vergleich mit anderen auf gleichgewichtiger Gegenseitigkeit fussenden Verträgen keineswegs aus. Dieselbe muss sich eben der zwingenden Nothwendigkeit ganz eigenartiger Verhältnisse anbequemen. Werden übrigens für beide Contrahenten erspriessliche Ergebnisse erzielt, so kann auf jene ideale, jedoch nirgends vollkommen vorhandene Gleichstellung füglich verzichtet werden.

Eine Geschäftserleichterung erwächst bei dem neuen Verfahren weder dem Ingenieur noch dem Bahnmeister, da eine sachverständige Leitung und stetige Ueberwachung der Arbeiten sowie die Führung entsprechender Aufzeichnungen hier in nicht minderem (aber auch nicht in höherem) Grade nöthig ist, als bei gut geleitetem Taglohnbetrieb. Dagegen kommen etwaige Fehler in der Geschäftsleitung, welche beim Taglohnbetrieb leicht unbeachtet bleiben, hier zum schärferen Ausdruck. Ueberhaupt bringt die Accordvergebung eine statistische Durchsichtigkeit in die ganze Geschäftsgebahrung, welche bei Taglohnarbeiten nie in dem Maasse erreicht wird.

Der gelegentliche kleine Missbrauch, welchen sich Wärter und Stationsbedienstete gerne mit den Bahnunterhaltungsarbeitern erlauben, sei es nun zu andern dienstlichen oder gar zu Privatzwecken, wird vollständig abgeschnitten.

Ziffermässige Angaben für den Erfolg des neuen Verfahrens sind bei den vielfachen und bedeutenden Schwankungen welchen die auf die Bahnunterhaltungskosten einwirkenden Verhältnisse in den letzten 10 Jahren unterworfen waren, leider nicht zugeben. Es sei hier nur an die Kriegsjahre 1870/71 mit ihrer aussergewöhnlichen Inanspruchnahme der Bahnen bei der gebotenen äussersten Kosteneinschränkung, an die unnatürliche Preissteigerung der sog. Gründerzeit und den darauf folgenden Rückschlag erinnert. Ausserdem würde übrigens eine Vergleichung der früheren mit den jetzigen Kosten schon darum kein richtiges Bild gewähren, weil mehrfache Neuerungen in der Gleisconstruction eine Aenderung im Unterhaltungsbedürfniss herbeigeführt haben.

Die Arbeiten werden jetzt jedoch unbestritten besser und nach dem Urtheil der meisten Ingenieure auch billiger hergestellt als im Taglohn, wenn auch die von Einzelnen herausgerechnete Ersparniss von 11 und sogar 14% nicht ganz zweifellos erscheint. Der Stand der Bahnarbeiter hat sich gehoben, indem sich zum Taglohn bekanntlich vorzugsweise solche Persönlichkeiten einstellen, welche einen gleich hohen Verdienst auf andere Weise nicht wohl erreichen.

Diese letztere Errungenschaft wiegt um so schwerer, weil die Verwaltung aus dem Arbeiterstande ihre Wärter nachzieht.

Zusammenstellung der Durchschnittspreise vom Jahr 1879.

O. Z.	Arbeit	Einheit.	Höchster (Einzelpreis) M.	₰	Niederster (Einzelpreis) M.	₰	Durchsch. (Einzelpreis) M.	₰
1	Gewöhnliches Reguliren der Gleise, d. h. vollständiges Unterstopfen aller losen Schwellen, Herausheben aller Senkungen bis zu 100 m Länge ohne Rücksicht auf deren Höhe sowie Erhaltung der Richtung während der ganzen Vertragsdauer	100 m	30	—	9		16	5
2	Gleishebungen von über 100 m Länge a bis zu 3 cm Höhe. NB. Bei einzelnen Verträgen sind Hebungen bis zu 3 cm im Reguliren inbegriffen, daher niederster Preis = 0.	lfd. m		18	—	0		8
	b bis zu 6 cm Höhe	„	—	24	—	10	—	16
	c „ „ 9 „ „	„	—	30	—	14	—	21
3	Auswechseln gewöhnlicher tannener und eichener Zwischenschwellen einschliesslich des Transports der neuen Schwellen vom Lagerplatz zur Verwendungsstelle und des Rücktransports der alten Schwellen auf den Lagerplatz	Stück	—	60	—	35	—	47
4	Auswechseln gewöhnlicher Stossschwellen einschliesslich des Transports	„	—	90	—	60	—	71
5	Auswechseln von Schwellen aussergewöhnlicher Länge einschl. des Transports	„	1	20	—	80	—	90
6	Abdexeln der Schienenlager auf den Schwellen und Ausfüttern der alten Klobenlöcher. NB. Bei einigen Verträgen ist diese Arbeit im Regulirungspreis inbegriffen, daher niederster Preis = 0.	Stück Schwelle	—	10	—	0	—	8
7	Auswechseln von Schienen einschl. des Transports	Stück	1	70	—	65	—	89
8	Wenden von Schienen einschl. des Transports	„	—	70	—	45	—	59
9	Auswechseln von Wegübergangsschienen einschl. des Transports, des Bohrens der Bolzenlöcher und des Einziehens der Hülsenbolzen	„	2	—	1	50	1	70
10	Abhauen von Schienen einschl. des Bohrens der Laschenlöcher und des Einhauens der Einklinkungen am Schienenfuss.	„	1	20	—	90	—	99

O. Z.	Arbeit	Einheit	Höchster (Einzelpreis) M.	₰	Niederster (Einzelpreis) M.	₰	Durchsch. (Einzelpreis) M.	₰
11	Auswechseln von Weichen	„	20	—	12	—	16	—
12	„ „ Kreuzungen	„	10	—	6	—	7	82
13	Aufladen von Schotter, Kies oder Erde auf Materialtransportwagen	cbm	—	50	—	20	—	22
14	Transport von Schotter oder dgl. vom Lagerplatz zur Verwendungsstelle sammt Hin- bezw. Rücktransport der leeren Wagen jedoch ohne Auf- und Abladen a, bis zu 500 m Entfernung	„	—	40	—	10	—	20
	b, von 500—1000 m Entfernung	„	—	50	—	20	—	34
	c, „ 1000—2000 „ „	„	—	70	—	45	—	52
	d, „ 2000—3000 „ „	„	1	—	—	50	—	69
15	Abladen und Verebnen von Schotter od. dergl.	„	—	30	—	15	—	24
16	Abladen u. Aufsetzen von Schienen	Stück	—	10	—	5	—	8
17	Aufladen von Schienen	„	—	15	—	5	—	11
18	Abladen u. Aufsetzen von Schwellen	„	—	5	—	2	—	3
19	Aufladen von Schwellen	„	—	5	—	3	—	4
20	Gleisumbau von 6 m langen Schienen mit unterstützten Stössen auf 7,5 m lange Schienen mit schwebenden Stössen einschliessl. des Transportes der neuen Bahnmaterialien zur Verwendungsstelle, des Rücktransports der alten Materialien zum Lagerplatz, sowie der nöthigen Verlegung der Schwellen und aller Nebenarbeiten.	lfd. m	—	80	—	50	—	60

Sonstige Notizen.	Summe aller Verträge	Maxim.	Minim.	Dursch.
Anzahl der geschlossenen Verträge	204	Km	Km	Km
Länge der veraccordirten Bahnstrecken	1062,6 Km	15,0	0,6	5,2
Länge der veraccordirten Gleise	1648,8 Km	56,9	1,2	8,3
		M.	M.	M.
Geldbetrag	457893 M.	14928	191	2245
Länge sämmtlicher Bahnstrecken	1188,4 Km			
Daher Länge der im Taglohn unterhaltenen Strecken	125,8 Km			

Sollte vorstehende Darstellung ihren Zweck, die Einleitung eingehender allgemeiner Besprechung erreichen und verbessernde Mittheilungen anregen, so werden deren Früchte allen Betheiligten zu Gute kommen. Vivat sequens!

Karlsruhe, im März 1879.

v. Teuffel.

Ueber die Durchbiegung von Fachwerkträgern und die hiebei auftretenden zusätzlichen Spannungen.

Vom gr. bad. Ingenieur Fr. Engesser in Carlsruhe.

1. Sind die Längenänderungen, welche die Stäbe eines Fachwerkträgers mit Gelenkverbindungen in Folge von Belastung oder Temperaturwechsel erleiden, bekannt, so ist die Bestimmung der Durchbiegungscurve eine rein geometrische Aufgabe.

Bei Trägern mit starren Knotenpunctsverbindungen (Nietverbindungen) kommen zwar streng genommen auch die Trägheitsmomente der einzelnen Stäbe in Betracht, in so fern die ursprünglich geraden Stäbe nach der Deformation verbogen erscheinen; da jedoch für die Fälle der Anwendung diese

Verbiegungen so gering sind, dass unbedenklich Sehne und Bogen des verbogenen Stabes gleich lang angenommen werden dürfen, so kann auch für diesen Fall die Durchbiegungscurve in gleicher Weise wie bei Trägern mit Gelenkverbindungen bestimmt werden.

Gesetzt nun, die Deformation eines unteren Knotenpunctswinkels W (s. Fig. 1) sei bekannt, gleich d W, so wird in Folge derselben Punct W um d W . x gegen das Auflager gesenkt, wenn x die Entfernung zwischen W und dem Auflager A bezeichnet.

Die totale Durchbiegung ergibt sich somit zu

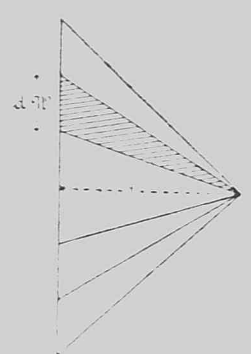
$$\triangle = \Sigma\, d\,W.x \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1$$

wobei der Umfang der Summation im speciellen Falle leicht zu ermitteln ist.

Eben so einfach lässt sich der Werth von $\triangle$ construiren, wobei gleichzeitig noch die Durchbiegung sämmtlicher Knotenpuncte (d. h. die totale Durchbiegungscurve) erhalten wird.

Man trägt zu diesem Zwecke die Grössen d W auf einer Verticalen auf (Fig. 1) und construirt das Kräftepolygon für einen Horizontalschub = 1; das zugehörige Seilpolygon gibt sodann die Durchbiegungscurve, wie aus der Aehnlichkeit der beiden schraffirten Dreiecke direct hervorgeht:

$$\frac{d\,W}{1} = \frac{d\,\triangle}{x};\; d\triangle = x\,.\,d\,W.$$



Ist das Trägerschema im Maasstab 1 : m aufgezeichnet, so gibt die Durchbiegungscurve die wahren Durchbiegungen, wenn man im Kräftepolygon die Grössen m . d W statt d W aufträgt.

2. Bestimmung der Winkeldeformation d W.

Wir setzen für die folgende Untersuchung voraus, der Träger sei einfachen Systems mit Zugdiagonalen, Druckverticalen und einer geraden Untergurt. Für einen beliebigen Knotenpunct der unteren Gurtung seien die daselbst zusammenstossenden Winkel der Dreiecke I, II, III, bezeichnet mit α β γ (Fig. 2) die Seiten der Dreiecke vor der Deformation mit u U h H d D o die entsprechenden specifischen Verlängerungen derselben mit v v_1 σ σ_1 s s_1 ω wobei eigentliche Verlängerungen positiv, Verkürzungen negativ angenommen werden. In Dreieck I ist nun nach der Deformation $\frac{\sin \alpha^1}{\sin \delta^1} = \frac{h\,(1+\sigma)}{d\,(1+s)}$, wenn α^1 und δ^1 die deformirten Winkel bezeichnen.

Mit Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung

folgt; hieraus, da $\sin \alpha^1 = \sin \alpha + \cos \alpha\,.\,\delta\alpha$ gesetzt werden kann, nach einigen Umformungen:

$$\delta\,\alpha = \frac{h\,\sigma}{u} - \frac{h\,s}{u} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2$$

In ähnlicher Weise erhält man aus Dreieck II und III für die Winkeldeformationen:

$$d\beta = -\left[s\left(o^2 - H\,(H-h)\right) - \omega\, o^2 + \sigma_1\, H\,(H-h)\right], \quad (3$$

$$\delta\,\gamma = s_1\left(\frac{U}{H} + \frac{H}{U}\right) - \sigma_1\,\frac{H}{U} - v_1\,\frac{U}{H} \quad . \; . \; . \; (4$$

Nun ist $d\,W = -\delta\,\alpha - \delta\,\beta - \delta\,\gamma$ oder nach Einsetzen der Werthe aus Gleichung 2) 3) 4) und gehöriger Umformung:

$$d\,W = \frac{s\,d^2 - \omega\, o^2}{H\,u} + \frac{v_1\, U^2 - s_1\, D^2}{H\,U} - \sigma\,\frac{h}{u} + \sigma_1\left(\frac{H-h}{U} + \frac{H}{u}\right) \; (5$$

Gewöhnlich ist u = U, wofür

$$d\,W = \frac{s\,d^2 - s_1\,D^2 + v_1\,U^2 - \omega\, o^2}{H\,U} + \frac{\sigma_1\,(2\,H - h) - \sigma\,h}{U}. \quad (6$$

Für Parallelträger wird o = U, D = d, H = h

$$d\,W = \frac{(s - s_1)\,D^2 + (v_1 - \omega)\,U^2}{H\,U} + \frac{(\sigma_1 - \sigma)\,H}{U} \quad . \; . \; (7$$

Fig. 1.

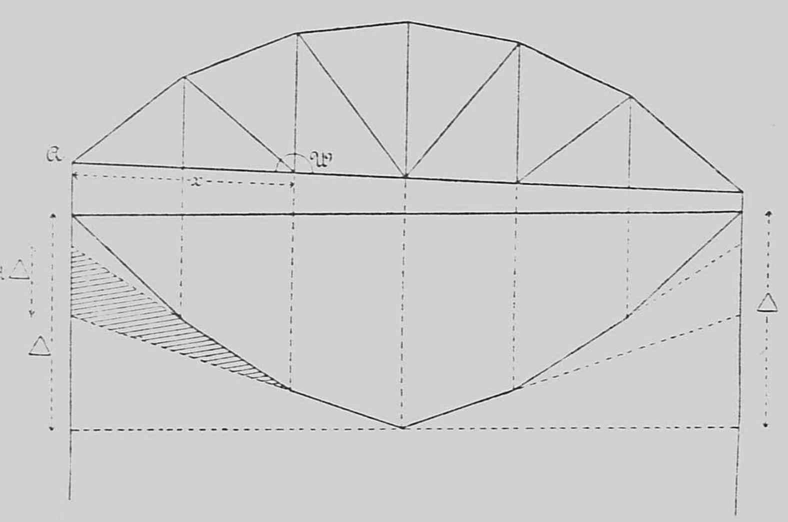
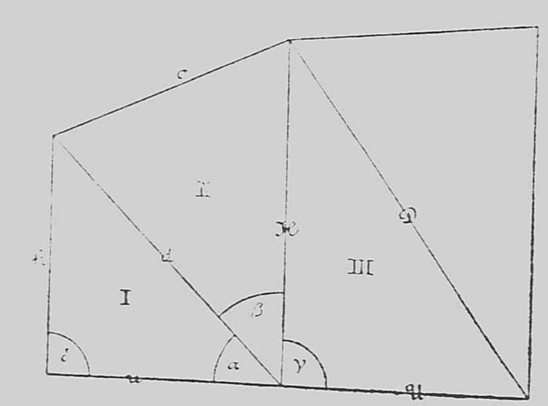


Fig. 2.



Sind die Gurten am Auflager zusammengeführt, (Fig. 3) so ergibt sich $d\,W = -\delta\,\gamma^1 - \delta\,\gamma$

$$= \frac{v_1\,U^2 - s_1\,D^2}{H\,U} + \frac{v\,u^2 - \omega\,o^2}{H\,u} + \sigma_1\left(\frac{H}{u} + \frac{H}{U}\right) \quad . \; . \; (8$$

für u = U wird D = o, $d\,W = \frac{(v_1 + v)\,U^2 - (\omega + s_1)\,o^2}{H\,U} + \frac{2\,\sigma_1\,H}{U}$ (9

Fig. 3.

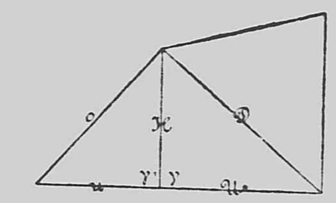
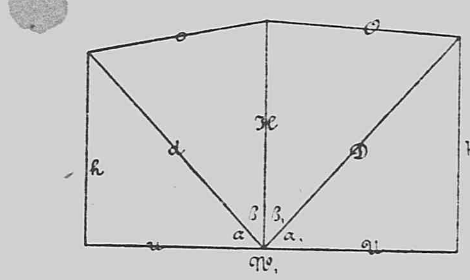


Fig. 4.



Für denjenigen mittleren Knotenpunct W_1 bei welchem die Zugdiagonalen ihre Richtung ändern, ist $d\,W_1 = -\delta\,\alpha - \delta\,\beta - \delta\,\beta_1 - \delta\,\alpha_1$

$$= \frac{1}{H\,u}\left\{s\,d^2 - \omega\,o^2 + \sigma_1\,H\,(H-h) - \sigma\,H\,h\right\} + \frac{1}{H\,U}\left\{s_1\,D^2 - \omega_1\,O^2 + \sigma_1\,H\,(H - \mathfrak{h}) - \sigma_2\,H\,\mathfrak{h}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (10$$

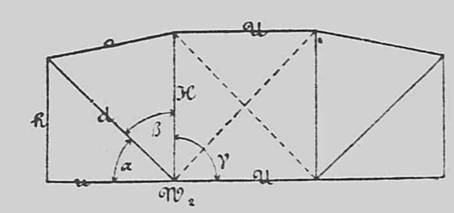
für symmetrische Verhältnisse wird $h = \mathfrak{h}$, d = D, o = O, u = U, $\sigma = \sigma_2$, $s = s_1$, $\omega = \omega_1$

$$d\,W_1 = \frac{2}{H\,U}\left\{s\,D^2 - \omega\,O^2 + \sigma_1\,H\,(H-h) - \sigma\,H\,h\right\} \; . \quad (11$$

Für Parallelträger ist h = H, O = U,

$$d\,W_1 = \frac{2}{H\,U}\left(s\,D^2 - \omega\,U^2 - \sigma\,H^2\right) \quad . \; . \; . \; (12$$

Fig. 5.



Bei ungerader Felderzahl und symmetrischen Verhältnissen wird die Deformation (Fig. 5) der beiden mittleren Knotenpunctswinkel:

$$d\,W_2 = -\delta\,\alpha - \delta\,\beta - \delta\,\gamma$$

$$= \frac{1}{H\,u}\left(s\,d^2 - \omega\,o^2 + \sigma_1\,H\,(H-h) - \sigma\,H\,h\right) + \frac{(v_1 - \omega_1)\,U}{2\,H} \; (13$$

für u = U und Parallelträger:

$$d\,W_2 = \frac{1}{H\,U}\left\{s\,d^2 - \omega\,U^2 + \frac{v_1 - \omega_1}{2}\,.\,U^2 - \sigma\,H^2\right\} \quad . \; (14$$

Nach vorstehenden Formeln lassen sich nun die Werthe

von d W leicht ausrechnen oder construiren, wenn die specifischen Verlängerungen der einzelnen Stäbe bekannt sind. Letztere ergeben sich bei Belastungen gleich den Quotienten der Stabkräfte durch die Producte von Stabquerschnitten und Elasticitätsmodul, bei Temperaturwechsel gleich dem Product aus Ausdehnungscoefficient und Temperaturänderung in Graden.

Bezüglich der Ermittelung der Stabkräfte möge darauf hingewiesen werden, dass dieselbe stets unter Annahme gelenkartiger Knotenpunctsverbindungen erfolgt; bei starren Verbindungen sind die Stabkräfte etwas geringer, da die Stäbe einen Theil des äusseren Kraftmomentes direct durch Biegung aufnehmen; doch ist diese Verringerung so unbeträchtlich, dass sie auf die specifischen Verlängerungen der Stäbe ohne Einfluss ist.

Ist die Temperaturänderung für alle Stäbe gleich gross, so sind auch die specifischen Verlängerungen derselben einander gleich, wenn man von der Reibung*) zwischen Träger und Auflager absieht. Die obigen Formeln ergeben dann, wie es für diesen Fall sein muss, d W = o und also auch Durchbiegung $\triangle = o$.

Ist jedoch die specifische Längenänderung der einzelnen Stäbe durch die Temperatur verschieden, so biegt sich der Träger und zwar je nach den Verhältnissen nach oben oder nach unten, worüber im speciellen Fall die Rechnung vollständigen Aufschluss gibt.

3. Formeln für die Durchbiegung in Trägermitte und Resultate von Belastungsproben.

Handelt es sich nicht um Kenntniss der totalen Durchbiegungscurve, sondern nur um Bestimmung der Durchbiegung in Trägermitte bei totaler Belastung, so wendet man statt des vorstehenden Verfahrens zweckmässiger die folgenden Formeln an, welche sich leicht aus Gleichung 1 entwickeln lassen.

Für einen aus zwei symmetrischen Hälften bestehenden Träger ist die Gleichung 1 in folgender Form anzuschreiben:

$$\text{Durchbiegung } \triangle = \sum_{0}^{\frac{1}{2}l} d\,W\,.\,x.$$

Ersetzt man hierin d W durch seinen Werth in Gleichung 5 und nimmt vorerst an, nur der obere Gurtungsstab o sei verlängert, die Ausdehnung sämmtlicher übrigen Stäbe jedoch sei gleich Null, so erhält man nach einigen Reductionen schliesslich als entsprechende Durchbiegung $-\frac{\omega\,o^2}{H\,u}\,x$. Es bedeutet hierin H die Länge derjenigen Verticalen, welche durch den vom Auflager entfernten Knotenpunct des oberen Gurtungsstabes geht, x die Entfernung dieser Verticalen vom Auflager.

Die der Verlängerung v_1 eines unteren Gurtungsstabes U entsprechende Durchbiegung wird ähnlich zu $\frac{v_1 U}{H}\,x$ erhalten.

---

*) Scheint es geboten, den Einfluss der Reibung auf die Durchbiegung zu berücksichtigen, so ist bei Bestimmung der specifischen Verlängerung der unteren Gurtungsstäbe die Reibung als äussere Kraft in Rechnung zu ziehen.

H ist hiebei die Länge der dem näher gelegenen Knotenpunct des unteren Gurtungsstabes entsprechenden Verticalen, x deren Entfernung vom Auflager.

Für die Verlängerung s einer Diagonalen d erhält man als Durchbiegung $\frac{s\,d^2}{H\,h\,u}\Big[u\,H - x\,(H-h)\Big]$. H und h sind hierin die Längen der den beiden Knotenpuncten entsprechenden Verticalen, x die Entfernung der grösseren derselben (H) vom Auflager, u die Länge des im gleichen Felde befindlichen unteren Gurtungsstabes.

Für die Verlängerung σ_1 einer Verticalen H ist die entsprechende Durchbiegung $-\sigma_1\left(H - \frac{H-h}{u}x\right)$, wo x die Entfernung der Verticalen vom Auflager, h und u die Längen der benachbarten gegen das Auflager zu gelegenen Verticalen bezw. unteren Gurtungsstabes bedeuten.

Die totale Durchbiegung in Trägermitte bei Längenänderung sämmtlicher Stäbe ist somit schliesslich:

$$\triangle = \Sigma_0^{\frac{1}{2}l} - \frac{\omega\,o^2}{H\,u}x + \frac{v_1\,U}{H}x + \frac{s\,d^2}{H\,h\,u}\Big[H\,u - x\,(H-h)\Big] - \sigma_1 \left(H - \frac{H-h}{u}x\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (15$$

Für Parallelträger wird $H = h$, $o = u$

$$\triangle = \frac{1}{h}\Sigma_0^{\frac{1}{2}l} - \omega\,o\,x + v_1\,U\,x + s\,d^2 - \sigma\,h^2 \quad . \; . \; (16$$

Für Träger mit unsymmetrischen Hälften, wie sie bei schiefen Brücken häufig vorkommen, ist in vorstehenden Formeln $\frac{1}{2}\Sigma_0^{l}$ statt $\Sigma_0^{\frac{1}{2}l}$ zu setzen. Die Entfernungen x beziehen sich jeweils auf das nächstgelegene Auflager.

Mit Hülfe der Formel 16 wurden für die im Januar 1878 ausgeführten Belastungsproben der Rheinbrücken bei Neuenburg und Hüningen die elastischen Durchbiegungen bestimmt, und ergaben sich dieselben für einen Elasticitätsmodul E = 2[illegible] *kg* pro *qcm*

bei der Hauptbrücke von 72 *m* Spannweite zu 37,6 *mm*
„ „ Fluthbrücke „ 36 *m* „ „ 22,9 *mm*
„ „ „ „ „ 28 *m* „ „ 18,6 *mm*

Beobachtet wurden im Mittel 37, 23 und 19 *mm*, in vollständiger Uebereinstimmung mit der Rechnung.

Es wurden hiebei zur Bestimmung der specifischen Verlängerungen der einzelnen Stäbe nicht die vollen Querschnitte sondern wegen der Nietverschwächung „mittlere" Querschnitte eingeführt, welche durch Division des Kubikinhalts der Stäbe abzüglich der Nietlöcher durch die Stablängen erhalten wurden. Bei den Gurtungen betrug die Differenz gegen den vollen Querschnitt ca. 3—4 %.

Obgleich die Bestimmung der Durchbiegung nach den Formeln 15 und 16 nicht viel Zeit in Anspruch nimmt, so ist es doch bisweilen erwünscht, eine kurze Näherungsformel für die Durchbiegung zu kennen.

Aus Formel 16 ergibt sich für Parallelträger mit n gleichen Feldern:

$$\triangle = \frac{l^2}{4\,h\,E}\left(k_1 + k_2\,\frac{2\,m^2 + 4\,n^2}{m^2\,n}\right)$$

wenn l = Stützweite,
$h = \frac{l}{m}$ = Trägerhöhe (theoretisch),
k_1 = mittlere Spannung der Gurtstäbe,
k_2 = „ „ „ Wandstäbe,
E = Elasticitätsmodul.

Setzt man $k_1 = \alpha k$, $k_2 = \beta k$, wo k = Spannung des totalen Gurtquerschnittes in Trägermitte, α und β Erfahrungscoëfficienten, so wird:

$$\triangle = \frac{k\,l^2}{4\,E\,h}\left(\alpha + \beta\,\frac{2\,m^2 + 4\,n^2}{m^2\,n}\right). \qquad (17$$

Die Coëfficienten α und β ergaben sich bei obigen 3 Brücken zu:

l =	72 *m*	36 *m*	28 *m*
α =	0,99 „	0,97 „	0,97 „
β =	0,614 „	0,647 „	0,67 „

Im Mittel lässt sich daher setzen: $\alpha = 0{,}98$, $\beta = 0{,}64$,

$$\triangle = \frac{k\,l^2}{E\,h}\left(0{,}245 + \frac{0{,}32}{n} + \frac{0{,}64\,n}{m^2}\right). \qquad (18$$

Bei totaler gleichförmiger Belastung q pro lfd. *m* ist $k = \frac{q\,l^2}{8\,h\,f}$, wo f = totaler Gurtquerschnitt in Trägermitte also auch:

$$\triangle = \frac{q\,l^4}{E\,h^2\,f}\left(0{,}031 + \frac{0{,}04}{n} + 0{,}08\,\frac{n}{m^2}\right). \qquad (19$$

Formel 19 kann auch bei Belastung durch Eisenbahnzüge angewendet werden. Wie sich bei den genannten Brücken zeigte, ist hiebei für q das Belastungsäquivalent, welches zur Berechnung des Maximalmomentes dient, einzuführen.

Die gegebenen Werthe von α und β, sowie die Formeln 18 und 19 gelten ihrer Herleitung nach nur für Träger mit variirten Querschnitten. Für Träger constanten Querschnitts erhält man in ähnlicher Weise:

$$\triangle = \frac{l^2\,k}{E\,h}\left(\frac{1}{4{,}8} + \frac{m^2 + 2\,n^2}{4\,m^2\,n}\right) \text{ (theoretisch).}$$

Mit Rücksicht auf Nietverschwächung und Querschnittsvergrösserung gegen Knicken kann näherungsweise gesetzt werden:

$$\triangle = \frac{l^2\,k}{E\,h}\left(\frac{1{,}04}{4{,}8} + \frac{m^2 + 1{,}7\,n^2}{4\,m^2\,n}\right) = \frac{l^2\,k}{E\,h}\left(0{,}216 + \frac{0{,}25}{n} + \frac{0{,}425\,n}{m^2}\right). \qquad (20$$

Für Parabelträger ergibt sich bei totaler gleichmässiger Belastung, bei welcher die Wandstäbe bekanntlich nicht beansprucht werden, aus Formel 15:

$$\triangle = \frac{k}{E}\,\Sigma_0^{\frac{1}{2}l}\;\frac{o^2\,x}{u\,H} + \frac{U\,x}{H},$$

wo k = mittlere Spannung der Gurtstäbe.

Für unendlich kleine Stablängen geht diese Gleichung über in:

$$\triangle = \frac{k}{E}\int_0^{\frac{1}{2}l}\frac{x}{H}\left(\frac{d\,s^2}{d\,x} + d\,x\right) = \frac{k\,l^2}{E\,h}\left(0{,}3489 + \frac{0{,}7908}{m^2}\right), \qquad (21$$

wenn die Trägerhöhe in der Mitte $= h' = \frac{l}{m}$.

Dieses theoretische Resultat ist für die Anwendung noch mit einem Coëfficienten α zu multipliciren, welcher der Nietverschwächung und mangelhaften Querschnittsvariation Rechnung trägt. Zur Bestimmung von α stehen Unterzeichnetem keine Daten zu Gebote; doch darf wohl angenommen werden, dass bei Parabelträgern die erwähnten Einflüsse sich nahezu ausgleichen, und somit der Werth von α von der Einheit nicht sehr verschieden sein kann.

4. Werth der Belastungsproben.

Die totale Durchbiegung eines belasteten Trägers setzt sich bekanntlich zusammen aus der „elastischen" und aus der „bleibenden" Durchbiegung. Erstere ist nach vorstehenden Methoden zu bestimmen und erscheint hienach abhängig von den gewählten Dimensionen und der Elasticität des verwendeten Materials, nicht aber von der Güte der Ausführung. Es ist übrigens leicht ersichtlich, dass die Grösse der elastischen Durchbiegung keineswegs als Maassstab für die Güte des gewählten Trägersystems und die Zulänglichkeit der einzelnen Stabquerschnitte angesehen werden darf, da eine gleich grosse Durchbiegung, wie sie bei richtiger Construction auftritt, auch bei fehlerhafter beobachtet werden kann, wenn nur den überbeanspruchten Querschnitten eine entsprechende Anzahl minderbeanspruchter gegenübersteht. Einen Nachweis über die richtige Dimensionirung liefert nur die statische Berechnung, bezw. directe Messung der Spannungen im ausgeführten Träger; über die Güte des Trägersystems aber entscheidet, richtige Dimensionirung vorausgesetzt, in erster Linie das Totalgewicht der Trägerconstruction.

Was die „bleibende" Durchbiegung anbelangt, so ist dieselbe für eine bestimmte Brücke lediglich abhängig von der Sorgfältigkeit der Ausführung, vorausgesetzt, dass die Stabspannungen, wie es bei richtiger Construction der Fall sein soll, innerhalb der Elasticitätsgrenze bleiben. Es empfiehlt sich daher, in den Bedingungen für Vergebung eiserner Brücken einen Maximalbetrag für die bleibende Durchbiegung festzusetzen, der bei gegebener Belastung nicht überschritten werden darf. In Praxi lässt sich nun derjenige Theil der bleibenden Durchbiegung, welcher vom Eigengewicht herrührt, nur in den seltensten Fällen mit genügender Genauigkeit ermitteln, und ist man daher im Allgemeinen auf die bei der Probebelastung beobachtete bleibende Durchbiegung angewiesen. Das erlaubte Maass für letztere ist jedoch entsprechender in Bruchtheilen der „elastischen" Durchbiegung festzusetzen (wie es z. B. bei der badischen Eisenbahnverwaltung geschieht), als in Bruchtheilen der Spannweite (bayerische Ministerialvorschriften für Strassenbrücken), da diese bleibende Durchbiegung jedenfalls abhängig ist von dem Verhältniss der Probelast zur Eigenlast, dem Trägersystem, der Trägerhöhe und der Beanspruchung, Bedingungen, wie sie in gleicher Weise auch bei der elastischen Durchbiegung maassgebend auftreten.

Bei dem in Europa fast allgemein angewendeten Verfahren der warmen Nietung wird übrigens ein Theil der Ausführungsmängel erst im Lauf der Zeit sich bemerklich machen; ferner scheint es nicht unmöglich, dass bei der ständigen Beanspruch-

ung der einzelnen Constructionstheile bleibende Verlängerungen derselben entstehen können, auch wenn die Beanspruchungen unterhalb der Elasticitätsgrenze bleiben. Es empfehlen sich daher zur Klarstellung dieser Verhältnisse periodische Beobachtungen über die bleibende Durchbiegungscurve der Eisenconstructionen. Da nach dem Früheren ungleiche Erwärmung der einzelnen Constructionstheile die Grösse der Durchbiegung wesentlich beeinflusst, so ist auf möglichst gleichmässige Temperatur der ganzen Construction zur Zeit der Beobachtung zu sehen; am besten erfolgt die Messung in kühler Jahreszeit, in den Morgenstunden und bei bedecktem Himmel.

Neben den genannten Beobachtungen dürften jedoch auch von Zeit zu Zeit Wiederholungen der Probebelastung und Bestimmung der hiebei auftretenden „elastischen" Durchbiegung vorzunehmen sein. Die erhaltenen Resultate lassen im Vergleich mit dem der ersten Probebelastung Schlüsse über etwaige Aenderung des Elasticitätsmoduls oder der Querschnittsdimensionen (in Folge Rostens) zu und sind somit im Vereine mit den vorerwähnten Messungen der bleibenden Deformation ein wichtiges Hülfsmittel für die Beurtheilung einer etwaigen allmäligen Verschlechterung der Eisenconstruction.

Als Beispiel für derartige Beobachtungen mögen die Messungen an der Offenburger Kinzigbrücke (badische Staatsbahn) erwähnt werden. Diese zweigleisige Brücke besitzt 3 Hauptträger mit engmaschigem Gittersystem von 71,13 *m* Länge und 6,28 *m* Höhe, welche mit den Widerlagern fest verankert sind. Die nach der Vollendung im Jahre 1853 vorgenommenen Belastungsproben ergaben bei Belastung beider Gleise eine mittlere Senkung der 3 Träger in Brückenmitte von 22,6 *mm*. Im Jahre 1875 wurden diese Proben wiederholt und lieferten bei gleicher Belastung fast genau die gleiche Senkung wie beim ersten Male. Es erscheint hienach der Schluss gerechtfertigt, dass die elastischen Verhältnisse der Kinzigbrücke während eines zweiundzwanzigjährigen Betriebes keine Veränderung erlitten haben. Im Anschlusse an die Belastungsproben waren im Jahre 1853 auch eingehende Beobachtungen über die durch Temperaturänderungen hervorgebrachten Deformationen angestellt worden.

Die grösste Hebung der Brückenmitte pro Tag wurde im Juli zu 19,5 *mm* beobachtet; die mittlere Tageshebung betrug während des Beobachtungsjahres 8,7 *mm*. Der grösste Temperaturunterschied zwischen dem frei liegenden Obergurt und dem durch das Gedeck geschützten Untergurt wurde zu 14° R. gefunden; der Monat November wies den geringsten mittleren Temperaturunterschied zwischen beiden Gurtungen, nämlich 1,18° R., auf.

Die absolut höchste Temperatur der oberen Gurtung betrug 36° R. (Juli) gegen 27° Lufttemperatur.

5) Zusätzliche Spannungen in Folge der Durchbiegung.

Bei Trägern mit Gelenkknoten stellt sich die Durchbiegung her, indem die einzelnen Stäbe sich um die Gelenke drehen und ihre gegenseitige Neigung ändern. Können jedoch bei festen Nietverbindungen die genannten Bewegungen nicht