

Für $\gamma = 7800$ $d = 1,353$ $t = 150$ $e = 4,5$ $k_0 = 12000000$ $k_1 = 6000000$ $\alpha\beta = \frac{1}{18000}$ $\alpha_1\beta_1 = \frac{1}{6000}$ folgt hieraus:

$$g = 420 \left(1 + \frac{(nl - 3,5)^2}{20} \right) + 185,6 + 1,173 n^2 l^2 + 0,00088 \left[\frac{p + 2c}{6} \cdot l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12} (3p + 6c + 14q_1) \right] \cdot \frac{1}{m} + 0,00088 \left[\frac{l}{6n} (3p + 6c + 14q_1) + 270 l^2 \right] \cdot m + 0,00088 \cdot 4000 \frac{l^2}{n} \cdot m^2.$$

Die Differentiation nach m ergibt

$$\frac{dg}{dm} = -0,00088 \left[\frac{p + 2c}{6} \cdot l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12} (3p + 6c + 14q_1) \right] \frac{1}{m^2} + 0,00088 \left[\frac{l}{6n} (3p + 6c + 14q_1) + 270 l^2 \right] + 0,00088 \cdot 3 \cdot 4000 \frac{l^2}{n} \cdot m.$$

Für das Minimum von g muß sein $\frac{dg}{dm} = 0$, oder

$$m^4 \cdot \frac{12000 l^2}{n} + m^2 \left[\frac{l}{6n} (3p + 6c + 14q_1) + 270 l^2 \right] = \frac{p + 2c}{6} l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12} (3p + 6c + 14q_1),$$

$$m = \sqrt[4]{\frac{3p + 6c + 14q_1 + 1620nl}{144000l} + \sqrt{\frac{(2p + 4c + 8q)n + (3p + 6c + 14q_1)n^2}{144000l} + \left(\frac{3p + 6c + 14q_1 + 1620nl}{144000l} \right)^2}}.$$

Durch diese Gleichung ist dasjenige m , welches das Eigengewicht (g) zum Minimum macht, als Function der

Spannweite (l), der Belastungen ($c p q q_1$) und des Verhältnisses der Fachweite zur Spannweite (n) gegeben.

Beispielsweise ist für $l = 50^m$

$$c = 400 \text{ kg} \quad q = 2350 \text{ kg} \quad q_1 = 2620 \text{ kg} \quad p \text{ im Mittel} = 32,4 \cdot 50 = 1620 \text{ kg}.$$

Durch Einsetzen dieser Zahlenwerthe in obige Gleichung ergibt sich:

$$m = \sqrt[4]{-(0,0061 + 0,0113 n) + \sqrt{0,00328 n + 0,0061 n^2 + (0,0061 + 0,0113 n)^2}}.$$

Für $n = \frac{1}{12}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{8}$ erhält man hieraus $m = 0,109$ $0,113$ $0,117$ $0,122$ $0,127$.

oder $n = \frac{1}{8}$ und $m = 0,127$ ergibt, ist jedoch so geringfügig, daß man sagen kann, der Materialaufwand pro lfd. Meter Geleise einer Fachwerksbrücke einfachen Systems von 50^m Spannweite bleibt von $n = \frac{1}{12}$ und $m = 0,109$ = rund $\frac{1}{9}$ bis $n = \frac{1}{8}$ und $m = 0,127$ = rund $\frac{1}{8}$ annähernd constant.

Um zu entscheiden, welches Paar der zusammengehörigen Werthe von n und m dem Gesamtgewicht g den kleinsten Werth verleiht, gelangen wir am raschesten zum Ziel, wenn wir successive die zusammengehörigen Werthe von n und m in die oben stehende Gleichung des Gesamteigengewichts g einsetzen und die Endresultate mit einander vergleichen. Wir erhalten in unserem Falle

$$\text{für } n = \frac{1}{12} \quad m = 0,109, \quad n = \frac{1}{11} \quad m = 0,113,$$

$$g = 2177 \text{ kg} \quad 2156 \text{ kg}$$

$$\text{für } n = \frac{1}{10} \quad m = 0,117, \quad n = \frac{1}{9} \quad m = 0,122,$$

$$g = 2148 \text{ kg} \quad 2155 \text{ kg}$$

$$\text{für } n = \frac{1}{8} \quad m = 0,127$$

$$g = 2198 \text{ kg}.$$

Es ergibt sich hiernach für $n = \frac{1}{10}$ und $m = 0,117$ der kleinste Werth von g , nämlich 2148 kg. Der Mehrbedarf, der sich bei der Wahl von $n = \frac{1}{12}$ und $m = 0,109$

Für eingleisige Brücken doppelten Systems ist bei $4,5^m$ Hauptträgerabstand

$$a = 420 \left(1 + \frac{(nl - 3,5)^2}{20} \right) = 420 \left(1 + \frac{(nl - 7)^2}{80} \right) \text{ kgpr. Meter}$$

Geleise.

Der Werth von p ergibt sich ähnlich wie bei Trägern einfachen Systems, wenn man berücksichtigt, daß

$$\alpha\beta \text{ für die obere Gurtung} = \frac{1}{72000},$$

$$\alpha_1\beta_1 \text{ für die Druckstreben} = \frac{20}{72000} \text{ zu setzen ist,}$$

$$\text{zu } p = 185,6 + 0,293 n^2 l^2 + 0,00088 \left[\frac{p + 2c}{6} l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12} (3p + 6c + 14q_1) \right] \cdot \frac{1}{m} + 0,00088 \left[\frac{ln}{6n} (3p + 6c + 14q_1) + 270 l^2 \right] \cdot m + 0,00088 \cdot 6666 \frac{l^2}{n} \cdot m^2,$$

somit

$$g = a + p = 420 \left(1 + \frac{(nl - 7)^2}{80} \right) + 185,6 + 0,293 n^2 l^2 + 0,00088 \left[\frac{p + 2c}{6} \cdot l + \frac{2ql}{3} + \frac{ln}{12} (3p + 6c + 14q_1) \right] \cdot \frac{1}{m} + 0,00088 \left[\frac{l}{6n} (3p + 6c + 14q_1) + 270 l^2 \right] \cdot m + 0,00088 \cdot 6666 \frac{l^2}{n} \cdot m^2.$$

Für Minimum g erhält man aus $\frac{dg}{dm} = 0$ ähnlich wie oben

$$m = \sqrt[4]{\frac{3p + 6c + 14q_1 + 1620nl}{240000l} + \sqrt{\frac{(2p + 4c + 8q)n + (3p + 6c + 14q_1)n^2}{240000l} + \left(\frac{3p + 6c + 14q_1 + 1620nl}{240000l} \right)^2}}.$$

Für $l = 50^m$, $c = 400 \text{ kg}$, $q = 2350 \text{ kg}$, $q_1 = 2620 \text{ kg}$, p im Mittel = $33,7 \cdot 50 = 1685 \text{ kg}$, ergibt sich hieraus:

$$m = \sqrt[4]{-(0,00368 + 0,00675 n) + \sqrt{0,00198 n + 0,00368 n^2 + (0,00368 + 0,00675 n)^2}}.$$

Man erhält aus dieser Gleichung folgende zusammengehörige Werthe von m und n :

$n = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
$m = 0,116$	$0,122$	$0,128$	$0,137$	$0,149$

Die entsprechenden Werthe des Eigengewichts ergeben sich zu $g = 2097 \text{ kg}$, 2059 kg , 2036 kg , 2046 kg , 2141 kg . Der kleinste Werth von g , im Betrage von 2036 kg , entspricht somit den zusammengehörigen Werthen $n = \frac{1}{6}$ und $m = 0,128$.

Für einfaches System hatten wir oben als günstigstes Höhenverhältniß $m = 0,117$ erhalten, ein Werth, der nur wenig von dem soeben für doppeltes System gefundenen, $m = 0,128$, abweicht. Auch die Beträge der Minimalwerthe g sind in beiden Fällen nicht sehr von einander verschieden, doch ist derjenige des doppelten Systems ($g = 2036 \text{ kg}$) um ca. 5 % geringer als derjenige des einfachen Systems ($g = 2148$), was von der günstigeren Anordnung der Fahrbahn im ersteren Falle herrührt.

Ein Vergleich der oben zusammengestellten Werthe von n und m , welche das Eigengewicht g bei Anwendung doppelten Systems zu einem Minimum machen, zeigt, daß überall der Werth von n größer ist, als der entsprechende von m , daß also die Zugbänder flacher als unter 45° gegen den $c = 400 \text{ kg}$, $q = 2120 \text{ kg}$, $q_1 = 2386 \text{ kg}$, p im Mittel = $35,3 \cdot 70 = 2471 \text{ kg}$.

Die Beziehungsgleichung zwischen m und n wird alsdann:

$$m = \sqrt[4]{-(0,00257 + 0,00675 n) + \sqrt{0,0014 n + 0,00257 n^2 + (0,00257 + 0,00675 n)^2}},$$

woraus für

$n = \frac{1}{10}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$
 $m = 0,1$ $0,104$ $0,108$ $0,113$ $0,119$
und nach Einsetzen in die Gleichung für das Eigengewicht $g = 2896 \text{ kg}$, 2851 kg , 2819 kg , 2791 kg , 2832 kg . Das Minimum von g liegt somit bei $n = \frac{1}{7}$ und $m = 0,113$ = ca. $\frac{1}{9}$.

Führt man $m = n$ in die Gleichung für das Eigengewicht ein, so erhält man für

$$m = n = \frac{1}{10} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{7}$$
$$g = 2896 \text{ kg}, 2862 \text{ kg}, 2870 \text{ kg}, 2945 \text{ kg},$$

und liegt in diesem Falle das Minimum von g ebenfalls bei $m = \frac{1}{9}$. Dieser Minimalwerth von g (= 2862 kg) ist nur um ca. 2,5 % kleiner als der oben für die günstigsten Verhältnisse gefundene von $g = 2791 \text{ kg}$.

Fassen wir die erhaltenen Resultate zusammen, so zeigt sich, daß das günstigste Höhenverhältniß m mit der Spannweite abnimmt und beispielsweise bei doppeltem Systeme für $l = 50^m$ den Werth von ca. $\frac{1}{8}$, für $l = 70^m$ den Werth von ca. $\frac{1}{9}$ besitzt, daß jedoch kleinere Abweichungen von diesen günstigsten Verhältnissen das Eigengewicht nicht sehr wesentlich beeinflussen.

Ferner ist bei gleichbleibendem Höhenverhältnisse m innerhalb gewisser Grenzen das Fachweitenverhältniß n von

Horizont geneigt sind. Will man dieses vermeiden und äußersten Falles eine Neigung der Zugbänder von 45° zulassen, so ist in der oben aufgestellten Formel für das Eigengewicht $n = m$ zu setzen.

Man erhält dann nach Einführung der betreffenden Zahlenwerthe

$$\text{für } m = n = \frac{1}{10} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{6}$$
$$g = 2196 \text{ kg}, 2143 \text{ kg}, 2105 \text{ kg}, 2100 \text{ kg}, 2150 \text{ kg}.$$

Das Minimum von g liegt hier bei $m = n = \frac{1}{7}$ ($g = 2100 \text{ kg}$); dieser Werth von g ist nur unwesentlich kleiner als derjenige für $m = n = \frac{1}{8}$ ($g = 2105 \text{ kg}$), welcher Werth von m mit dem für den vorhergehenden Fall gefundenen günstigsten Werthe von $m = 0,128$ fast vollständig übereinstimmt. Doch ist der jetzt erhaltene Minimalwerth $g = 2100$ etwas größer als der obige von 2036 kg , und ist nur noch um wenig kleiner als der Minimalwerth bei einfachem Systeme ($g = 2148 \text{ kg}$).

Für $l = 70^m$ und doppeltes Fachwerksystem ist zu setzen:

$$c = 400 \text{ kg}, \quad q = 2120 \text{ kg}, \quad q_1 = 2386 \text{ kg}, \quad p \text{ im Mittel} = 35,3 \cdot 70 = 2471 \text{ kg}.$$

Die Beziehungsgleichung zwischen m und n wird alsdann:

$$m = \sqrt[4]{-(0,00257 + 0,00675 n) + \sqrt{0,0014 n + 0,00257 n^2 + (0,00257 + 0,00675 n)^2}},$$

nur geringem Einflusse auf das Eigengewicht, und kann man mit einem Mehraufwand von ca. 3,0 % die Zugbänder unter 45° , statt unter dem günstigsten Winkel, der bei doppeltem Systeme flacher als 45° ist, anordnen. Man sieht hieraus, daß die bei Aufstellung der allgemeinen Gewichtsformeln zur Vereinfachung der Rechnung gemachte Voraussetzung „ $m = n$ “ sich als vollständig zulässig erweist.

Selbstverständlich sind bei der definitiven Wahl des Höhenverhältnisses m und des Fachweitenverhältnisses n außer der Rücksicht auf ein möglichst geringes Eigengewicht auch noch die Rücksichten auf elegante und solide Detailconstruction sowie auf gefälliges Aussehen der Brücke von bestimmendem Einflusse, und können aus diesem Grunde die durch Rechnung ermittelten Resultate nicht immer der Ausführung zu Grunde gelegt werden. Doch geben die obigen Entwicklungen dem Constructeur immerhin einen deutlichen Fingerzeig, innerhalb welcher Grenzen er rationeller Weise mit den Größen m und n variiren darf, ohne das Eigengewicht beträchtlich zu vermehren, und welches die Opfer sind, welche der Wahl von minder günstigen Verhältnissen gebracht werden müssen.

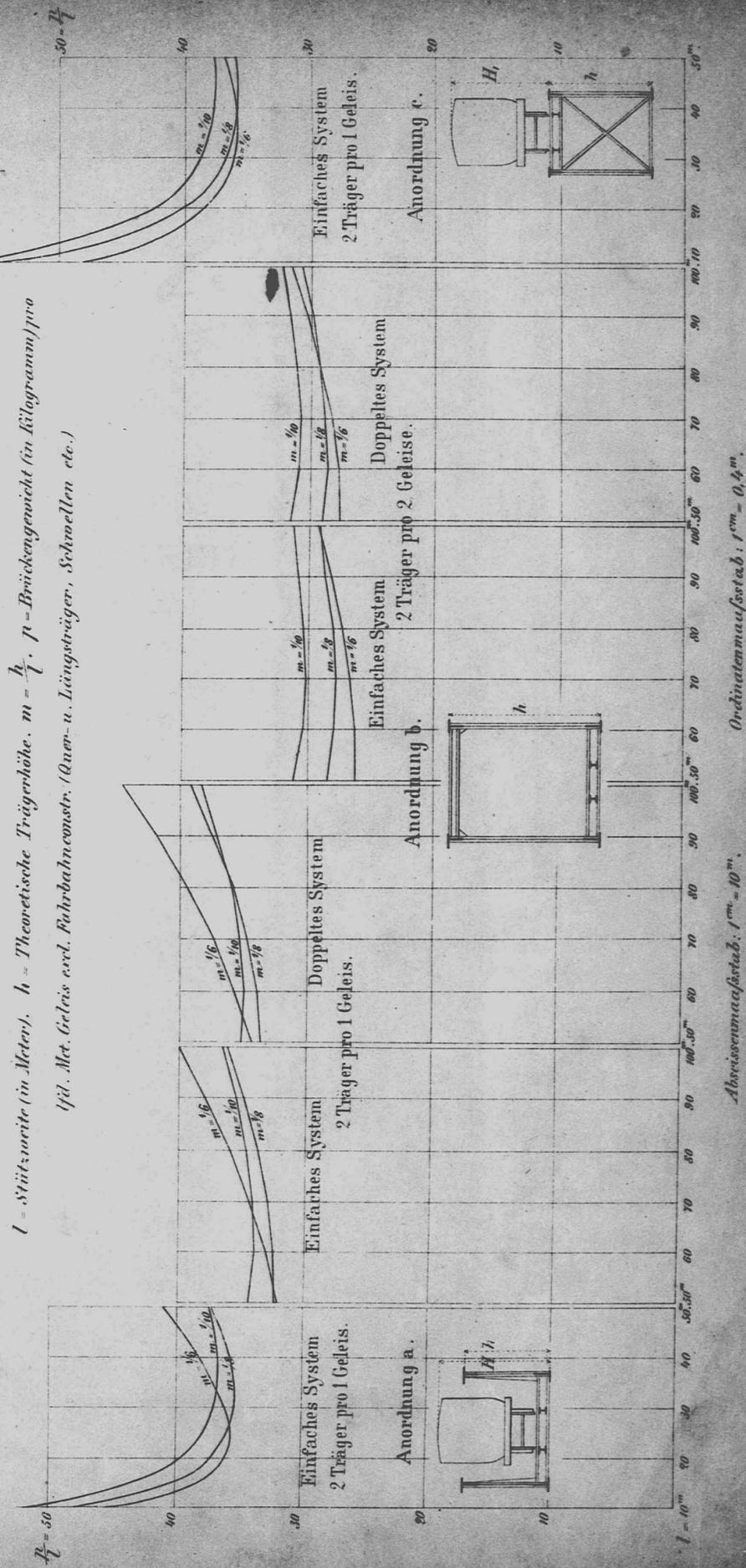
Carlsruhe im October 1877.

Fr. Engelfser.

Graphische Darstellung des Eigengewichts von Fachwerksbrücken für Hauptbahnen pro Ikd. Meter Geleis.

Abzissen = l . Ordinatzen = $\frac{P}{l}$.

l = Stützweite (in Meter). h = Theoretische Trägerhöhe. $m = \frac{h}{l}$. p = Brückengewicht (in Kilogramm) pro Ikd. Met. Geleis incl. Fährbahneendr. (Quer- u. Längsträger, Schwellen etc.)



Abzissenmaßstab. $1^m = 10^m$.

Ordinatzenmaßstab. $1^m = 0,4^m$.

PULYTER
CITY

Manuskript von Verleger.
Zu 25

5



**DIE KNICKFESTIGKEIT
GERADER STÄBE**

VON

FR. ENGESSER
BAURATH U. PROFESSOR

MIT ACHT IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

BERLIN 1891
VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN
(VORMALS ERNST & KORN).

Sonderdruck aus dem Centralblatt der Bauverwaltung.

Alle Rechte vorbehalten.



I.

Die übliche Theorie der Knickfestigkeit gerader Stäbe überall gleichen Querschnitts geht bekanntlich von der Differentialgleichung

$$\frac{EJ}{\rho} = EJ \frac{d^2y}{dx^2} = -P_0y \quad (1)$$

aus, nach deren Integration als Gleichung der elastischen Linie

$$y = \delta \cos \frac{\pi x}{l} \quad (2)$$

gefunden wird, wo δ = Biegunspfeil in Stabmitte (Abb. 1).

Setzt man den Werth von y und von $\frac{d^2y}{dx^2}$ in Gl. 1 ein, so erhält man

$$\frac{\pi^2 EJ}{l^2} = P_0 \text{ (Eulersche Gleichung),} \quad (3)$$

eine Beziehung, welche im Zustande des Gleichgewichts zwischen den inneren und äußeren Kräften

erfüllt sein muß. Wird $P_0 < \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$, so vermag die

äußere Kraft nicht, den Stab in der Krümmung zu erhalten;

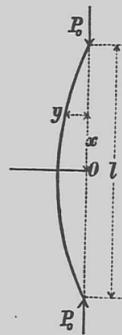
letzterer streckt sich gerade. Wird $P_0 > \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$, so überwiegt

die biegende Kraft; der Stab ist nicht imstande, derselben Wider-

stand zu leisten, er knickt aus. Der Werth von P_0 ($= \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$)

ist unabhängig vom Biegunspfeil δ ; es ist daher für jeden beliebigen Werth von δ theoretisch Gleichgewicht möglich. Die Gl. 3 giebt nur eine Bedingung für das Gleichgewicht, über die Spannungen im Innern des Stabes liefert sie keinen Aufschluß. Letztere werden

1*



durch die Gröfse des Biegungspfeils δ bedingt. Da nun δ für $P_0 = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$ beliebig grofs sein kann, so ist dies auch mit den Spannungen der Fall. Die dem Stabe zuzumuthende Druckkraft darf daher die Knickkraft P_0 nicht erreichen. Selbstverständlich mufs die Druckkraft auch kleiner als $F \cdot K$ sein, wo F = Querschnitt, K = Druckfestigkeit.

Gleichung 3 kann man auch in folgender Form schreiben:

$$k_0 = \frac{P_0}{F} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2 F} = \frac{\pi^2 E i^2}{l^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad . . . \quad 4)$$

wo k_0 = Knickfestigkeit, $i = \sqrt{J:F}$ = Trägheitsradius, $\lambda = l:i$ = Längenverhältnifs.

Der Gl. 3 liegen folgende Voraussetzungen bzw. Vernachlässigungen zu grunde:

1) Die Längenänderung der Stabachse infolge der Druckspannungen wurde vernachlässigt.

2) Der Krümmungsradius wurde annähernd $\rho = 1 : \frac{d^2 y}{dx^2}$ statt

$$\rho = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} : \frac{d^2 y}{dx^2}$$

gesetzt.

3) Das Elasticitätsgesetz $\sigma = E\varepsilon$ wurde durchgehends als gültig angenommen.

4) Es wurde bei Bestimmung der elastischen Linie nur der Einfluss der Biegemomente, nicht aber auch der Einfluss der Schubkräfte berücksichtigt.

Die beiden ersten Punkte sind praktisch ohne Bedeutung. Eine genauere Untersuchung (Grashof, Die Festigkeitslehre 1866 S. 112) liefert das theoretisch interessante Ergebnifs, dafs die Knickkraft P_0 keineswegs unabhängig vom Biegungspfeil δ ist, sondern mit δ etwas, allerdings nur sehr unbedeutend, zunimmt. Grashof giebt als zweiten Annäherungswerth

$$P_0 = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \left(1 + \frac{\pi^2 \delta^2}{8 l^2} \right) \quad . . . \quad 5)$$

Für $\delta = 0$ stimmt dieser Werth mit dem Eulerschen Werthe (Gl. 3) überein.

Mit Bezug auf Punkt 3 kann die Eulersche Gleichung selbstverständlich nur soweit Geltung beanspruchen, als die Spannungen unterhalb der Elasticitätsgrenze bleiben, somit nur dann, wenn die Knickspannung k_0 kleiner als der Grenzwert g sich ergibt. Für $k_0 > g$ liefern die Gl. 3 und 4 zu günstige Ergebnisse, da nach Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze die Formänderungen und somit auch die Biegemomente stärker ausfallen, als bei Aufstellung der Gl. 1 vorausgesetzt wurde. Man kann diesem Umstande dadurch Rechnung tragen, dafs man an Stelle des Elasticitätsmoduls E die

Gröfse T (siehe Zeitschr. des Arch- und Ing-Vereins in Hannover 1889 Heft 4) in Gl. 1 einführt, wodurch Gl. 3 und 4 übergehen in

$$P_0 = \frac{\pi^2 T J}{l^2} \quad \text{und} \quad k_0 = \frac{\pi^2 T}{\lambda^2} \quad . . . \quad 6)$$

Zur Definition der Gröfse T sei in Abb. 2 die Arbeitslinie des Stabmaterials mit den Dehnungen ε als Abscissen und den zugehörigen Spannungen σ als Ordinaten aufgetragen.

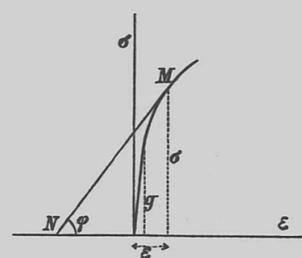


Abb. 2.

Zieht man in einem beliebigen Punkte M der Arbeitslinie eine Tangente MN , welche den Winkel φ mit der Waagrechten bildet, so ist $T = \text{tg } \varphi$. So lange M innerhalb Elasticitätsgrenze liegt, also für $\sigma < g$, ist T constant gleich dem Elasticitätsmodul E ; für gröfsere σ nimmt der Werth von T ab. Bei gegebener Arbeitslinie ist es nun leicht, für bestimmte Längen λ den Werth der Knickfestigkeit k_0 mit Hilfe der Gl. 6 zu bestimmen, wie dies in der oben angeführten Quelle näher dargelegt ist.

Insbesondere für Eisen läfst sich die Beziehung zwischen k_0 und λ (Festigkeitslinie) in folgender Weise (Abb. 3) darstellen. Von $k_0 = 0$

bis $k_0 = g$ gilt die Eulersche Gleichung $k_0 = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$; der zu $k_0 = g$ gehörige Werth von λ ist $\lambda_2 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{g}}$. Daran schliesen sich zwei Gerade, GQ und QC . Bezeichnet man die Abscisse von deren Schnittpunkt Q mit λ_1 , so ist

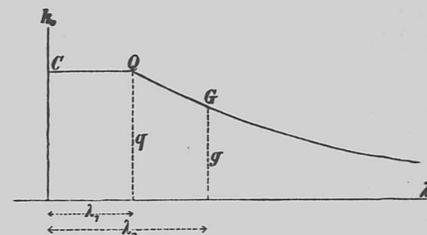


Abb. 3.

bis $k_0 = g$ gilt die Eulersche Gleichung $k_0 = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$; der zu $k_0 = g$

gehörige Werth von λ ist $\lambda_2 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{g}}$. Daran schliesen sich zwei Gerade, GQ und QC . Bezeichnet man die Abscisse von deren Schnittpunkt Q mit λ_1 , so ist

von 0 bis λ_1 , k_0 constant = q = Spannung an der Quetschgrenze (Streckgrenze),

von λ_1 bis λ_2 , $k_0 = g + \frac{q-g}{\lambda_2-\lambda_1} (\lambda_2 - \lambda)$.

Für Schweifeseisen kann man setzen
 $\lambda_1 = 65$, $E = 2\,000\,000$, $q = 2350$ kg/qcm, $g = 1500$ kg/qcm.

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 2\,000\,000}{1500}} = 115.$$

Die Gleichung der Festigkeitslinie lautet sodann

$$\left. \begin{array}{l} \text{von } 0 \text{ bis } 65, k_0 = 2350 \text{ kg} \\ \text{von } 65 \text{ bis } 115, k_0 = 3455 - 17 \lambda \\ \text{von } 115 \text{ bis } \infty, k_0 = \frac{20\,000\,000}{\lambda^2} \end{array} \right\} \dots 7)$$

Für Flußeisen ist entsprechend

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 = 64, E = 2\,150\,000, q = 2650, g = 2200, \lambda_2 = 94 \\ \text{von } 0 \text{ bis } 64, k_0 = 2650 \text{ kg} \\ \text{von } 64 \text{ bis } 94, k_0 = 3610 - 15 \lambda \\ \text{von } 94 \text{ bis } \infty, k_0 = \frac{21\,500\,000}{\lambda^2} \end{array} \right\} \dots 8)$$

II.

Der unter Nr. 4 genannte Einfluss der Schubkräfte auf die elastische Linie und somit auch auf die Knickfestigkeit ist nur selten und höchstens bei solchen Querschnittsformen von Bedeutung, welche in der Schwerpunktsachse die kleinsten Breiten aufweisen (Querschnitte mit Mittelrippe, z. B. I-Querschnitte).

Die Ordinate y der elastischen Linie kann gesetzt werden $y = y' + y''$, wo y' den Einfluss der Momente, y'' den der Schubkräfte darstellt. Alle drei Linien y , y' und y'' sind Cosinuslinien und zwar mit proportionalen Ordinaten, sodass man setzen darf $y' = \alpha y$ und $y'' = 1 - \alpha y$.

Aus der Gleichung $EJ \frac{d^2 y'}{dx^2} = EJ \alpha \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py$ folgt ähnlich wie früher $P = \frac{\alpha EJ \pi^2}{l^2}$.

Zur Bestimmung des Einflusses der Querkkräfte Q dient die Gleichung

$$\frac{dy''}{dx} = \tau = \frac{Q}{FG}$$

wo τ = spezifische Verschiebung zweier um die Einheit entfernten Querschnitte infolge von Q .

G = Schub-Elastizitätsmodul, F = Querschnittsgröße.

ζ = einem Beiwert, welcher ausdrückt, um wie viel die wirk-

liche Schiebung γ infolge der ungleichmäßigen Verteilung der Schubspannungen τ größer ist, als wenn sich die Schubspannungen gleichmäßig über den Querschnitt vertheilten.

Mit Hilfe des Satzes von der Arbeit erhält man

$$\zeta = \frac{F}{Q^2} \int \tau^2 \cdot dF.$$

Für rechteckige Querschnitte wird $\zeta = \frac{6}{5}$, für kreisförmige $\zeta = \frac{10}{9}$.

Durch Integration obiger Differentialgleichung ergibt sich, da $Q = \frac{dM}{dx} = \frac{dPy}{dx}$, $y'' = \frac{Py\zeta}{FG}$ od. $(1-\alpha)y = \frac{Py\zeta}{FG}$, $1-\alpha = \frac{P\zeta}{FG}$.

Nach Elimination der Größe α aus den Gleichungen

$$P = \frac{\alpha EJ \pi^2}{l^2} \text{ und } 1 - \alpha = \frac{P\zeta}{FG}$$

erhält man

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EJ \zeta}{l^2 GF}} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \frac{1}{1 + \frac{25 J \zeta}{l^2 F}}$$

für $G = 0,4 E$ und $\pi^2 = 10$ 9)

Der Bruch $\frac{1}{1 + \frac{25 J \zeta}{l^2 F}}$ stellt den Werth von α dar.

Für I-förmige Querschnitte kann man genau genug setzen

$\gamma = \frac{Q}{fG}$, wo f = Stegquerschnitt = Trägerhöhe t mal Stegdicke β = $t \cdot \beta$, sodass man hierfür erhält

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \frac{1}{1 + \frac{25 J}{l^2 f}}, \quad \alpha = \frac{1}{1 + \frac{25 J}{l^2 f}} \quad 10)$$

Bezeichnet man die Knickkraft, welche bei Vernachlässigung der Schubkräfte sich ergibt, wie früher mit $P_0 (= \frac{\pi^2 EJ}{l^2})$, so kann man Gl. 9 und 10 auch schreiben

$$P = P_0 \cdot \alpha = P_0 \frac{1}{1 + \frac{P_0 \zeta}{GF}} \text{ bzw. } P = P_0 \frac{1}{1 + \frac{P_0}{Gf}} \quad 11)$$

Die Knickfestigkeit k , welche der Knickkraft P entspricht, ist

$$k = \frac{P}{F} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \cdot \alpha = k_0 \cdot \alpha = k_0 \frac{1}{1 + \frac{k_0 \zeta}{G}} \text{ bzw. } k = k_0 \frac{1}{1 + \frac{k_0 E}{Gf}} \quad 12)$$

Für den Fall, daß k_0 die Elasticitätsgrenze überschreitet, ist auch hier E durch T zu ersetzen; es kommt dies darauf hinaus, daß man in Gl. 11 und 12 die den Gl. 7 und 8 entsprechenden Werthe von k_0 einführt. Für G dürfte der alte Werth $G = 0,4 E$ beizubehalten sein, da vermuthlich eine Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze durch Druckspannungen parallel der Achse nicht gleichzeitig auch eine Aenderung des Schub-Elasticitätsmoduls für Schubkräfte senkrecht zur Achse zur Folge hat. Versuche in dieser Richtung sind nicht bekannt geworden.

Aus Gl. 12 geht hervor, daß der Einfluss der Schubkräfte mit wachsendem k_0 , d. h. mit abnehmender spezifischer Länge λ , zunimmt. Beispielsweise sei für einen schweißeisernen Blechträger $F:f = 10$, $k_0 = 2350$. Trotz dieser ungünstigen Annahme wird α nicht kleiner als 0,97; die Vernachlässigung der Schubkräfte bei Ermittlung der Knickfestigkeit erscheint daher für die Anwendung vollkommen zulässig.

III.

Das im vorigen Abschnitt bei Vollträgern angewandte Verfahren kann mit entsprechenden Aenderungen auch bei Fachwerkträgern zur Bestimmung der Knickkraft P benutzt werden.

Nehmen wir zunächst an, die Stäbe seien in den Knotenpunkten gelenkartig mit einander verbunden, so ergibt sich bezüglich der Formänderung durch die Momente $P = \frac{\alpha E J \pi^2}{l^2} = \frac{\alpha E F_1 h^2 \pi^2}{2 l^2}$, wo

F_1 = Querschnitt von 1 Ständer, h = Entfernung der Ständerachsen (Abb. 4).

Bezüglich der Formänderung durch die Querkräfte kann man setzen $\frac{dy''}{dx} = \frac{Q}{E f h^2 c}$,

woraus, da $y'' = (1 - \alpha)y$ und $Q = \frac{d}{dx}(P y)$,

folgt $1 - \alpha = \frac{P d^3}{E f h^2 c}$. c bedeutet hierin die

Projection der Strebenlänge d auf die Ständerrichtung, f den Strebenquerschnitt.

Durch Elimination von α erhält man $P = \frac{\pi^2 E F_1 h^2}{2 l^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 F_1 d^3}{2 l^2 f c}}$

oder $P = P_0 \frac{1}{1 + \frac{P_0 d^3}{E f h^2 c}} = P_0 \frac{1}{1 + \frac{k_0 2 F_1 d^3}{E f h^2 c}}$. . . 13)

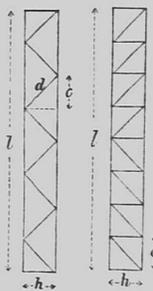


Abb. 4. Abb. 5.

$$k = k_0 \frac{1}{1 + \frac{k_0 2 F_1 d^3}{E f h^2 c}} \dots \dots \dots 14)$$

Überschreitet k die Elasticitätsgrenze, so sind in Gl. 13 und 14 die durch Gl. 7 und 8 gegebenen Werthe von k_0 einzusetzen.

Ist das Strebenwerk nach Abb. 5 angeordnet, so ist in Gl. 13 und 14 statt $\frac{d^3}{f}$ der Werth $\frac{d^3}{f} + \frac{h^3}{f_1}$ einzuführen, wo f_1 = Querschnitt der Verticalen.

Wenn die Ständer an den Knotenpunkten voll durchgehen, so erhöht sich die Knickkraft noch um den Betrag der Knickfestigkeit

der beiden Ständer $= \frac{2 E J_1 \pi^2}{l^2}$ bzw. $= \frac{2 T J_1 \pi^2}{l^2} = 2 p_0$.

Es bezeichnet hier J_1 das Trägheitsmoment eines Ständers, p_0 die zugehörige Knickkraft. Man hat dann insgesamt

$$P = P_0 \frac{1}{1 + \frac{k_0 2 F_1 d^3}{E f h^2 c}} + 2 p_0 \dots \dots \dots 15)$$

Beispielsweise für $k_0 = 2350$, $F_1 = 15 f$, $h = c$ (Abb. 5), $E = 2\,000\,000$; man erhält $P = P_0 \cdot 0,88$. Der Einfluss der Querkräfte auf die Knickfestigkeit ist also auch bei Fachwerkträgern i. a. ohne große praktische Bedeutung. Selbstverständlich müssen die Querschnitte der Ständer ein derartiges Trägheitsmoment besitzen, daß die Druckkraft $\frac{P}{2}$ sicher auf Knotenpunktenfernung

übertragen werden kann. Desgleichen müssen auch die Streben steif genug angeordnet sein, um die von ihnen aufzunehmenden Druckkräfte ohne auszuknicken übertragen zu können. Diese Druckkräfte sind bei kleinen Ausbiegungen δ klein; sie nehmen proportional δ zu. Es ist daher der Fall denkbar, daß ein Fachwerkträger bei geringer Steifigkeit der Druckstreben kleinen Ausbiegungen δ gegenüber ausreichend sicher ist und in die ursprüngliche gerade Gestalt zurückschnellt, daß er jedoch nach Ueberschreitung einer gewissen Größe der Ausbiegung in sich zusammenbricht, weil einzelne Druckstreben für sich ausknicken.

Das Maß der für die Druckstreben erforderlichen Steifigkeit wird sich in den Fällen der Anwendung meist leicht abschätzen lassen. Rein rechnerisch kann man zu einem zutreffenden Ergebnis gelangen, wenn man von dem Gesichtspunkt ausgeht, daß die Streben mindestens so lange knicksicher sein müssen, als die Ständer noch widerstandsfähig gegen Druck und Biegung sind. Ist die Ausbiegung in dem Augenblick, wo die Festigkeit der Ständer ($= k$) erreicht wird,

= d , so muß sein $k = \frac{P}{2F_1} + \frac{P\delta}{F_1 h}$, woraus für δ der Werth $\delta = \left(\frac{kF_1}{P} - \frac{1}{2}\right) h$ erhalten wird. Nun ist

$$Q = \frac{dM}{dx} = \frac{Pd\delta}{dx} = -\frac{\pi}{l} \sin \frac{\pi x}{l} \cdot \left(kF_1 - \frac{P}{2}\right) h.$$

Der größte Werth von Q ergibt sich für

$$x = \frac{l}{2} \text{ in } Q = \frac{\pi h}{l} \left(kF_1 - \frac{P}{2}\right);$$

die entsprechende Strebekraft ist $D = \frac{Qd}{h}$, für welche der Strebungsquerschnitt ausreichend sicher anzuordnen ist.

Anmerkung. In ähnlicher Weise kann auch für Blechträger die erforderliche Entfernung der Halsniete (= δ) berechnet werden. Aus

$$k = \frac{P}{F} + \frac{P\delta}{W} = \frac{P}{F} + \frac{P\delta}{Fw} = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{\delta}{w}\right) \text{ folgt}$$

$$\delta = \left(\frac{kF}{P} - 1\right) w.$$

Ferner ist der Werth von

$$Q = \frac{\pi}{l} \sin \frac{\pi x}{l} P\delta = \frac{\pi}{l} \sin \frac{\pi x}{l} (kF - P) w,$$

die Schubkraft auf die Längeneinheit ist annähernd $= \frac{Q}{h}$; auf 1 Niet

entfällt daher die Kraft $\frac{Q\delta}{h}$, und wenn man mit S_1 die Widerstandsfähigkeit eines Nieten bezeichnet, so muß sein $\frac{Q\delta}{h} = S_1$ und Niet-

abteilung $\delta = \frac{S_1 h}{Q}$. Der kleinste Werth von δ wird für $x = \frac{l}{2}$

erhalten in $\delta = \frac{S_1 h l}{\pi (kF - P) w}$. In vorstehendem bedeutet W

das Widerstandsmoment des Querschnitts F , und $w = W:F$ den Widerstandshalbmesser Kernhalbmesser.

Eine weitere Bedingung für die Nietabteilung δ folgt aus der Forderung, daß die Gurrungen für sich allein zwischen je zwei Nieten knickfest sein müssen. Schließlich dürfen die Nieten nicht weiter gesetzt werden, als einem dichten Fugenschluß entspricht.)

IV.

Bisweilen werden die Ständer statt durch einen fortlaufenden Strebzug (Abb. 4 und 5) nur durch eine Reihe von Querstäben (Abb. 6) mit einander verbunden, wobei dann selbstverständlich die Knotenverbindungen vollständig steif, zur Uebertragung von Biegemomenten geeignet hergestellt werden müssen. Auch für diesen Fall (Rahmenwerk) kann das bisherige Verfahren Anwendung finden. Sehen wir vorerst von der eigenen Knickfestigkeit der Ständer ab, so ist wie früher $P = \frac{\alpha EJ\pi^2}{l^2} = \frac{\alpha EF_1 h^2 \pi^2}{2l^2}$.

Zur Bestimmung der den Querstäben entsprechenden Formänderung sei Y das Trägheitsmoment eines Querstabs, c die Entfernung der Querstäbe, $\frac{Y}{c}$ das Trägheitsmoment der Querstäbe auf die Längeneinheit. Infolge der auf einen Querstab wirkenden Kräfte wird derselbe verbogen (Abb. 7), wodurch die elastische Linie eine gewisse Winkeländerung (= ψ) erleidet. Die entsprechende Ordinate eines Punktes x ist

$$y'' = \int_0^x d\psi(x - \xi) = \int_0^x \psi d\xi, \text{ wo } \xi \text{ die von 0 bis } x \text{ laufende}$$

Abscisse bezeichnet.

Nun ist (Abb. 7 und 8)

$$\psi = A : \frac{h}{2}; A = \frac{Sh^3 c}{24 EY} + \frac{Sh \cdot \zeta c}{2 Gf} = \frac{S}{E} \left(\frac{h^3 c}{24 Y} + \frac{h \zeta c}{0,8 f} \right)$$

für $G = 0,4 E$.

In vorstehendem Ausdruck gibt das erste Glied den Einfluß der

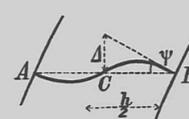


Abb. 7.

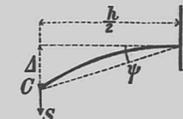


Abb. 8.

Momente, das zweite den der Querkräfte auf A . f bezeichnet den Querschnitt eines Querstabs, ζ den im Abschnitt II erwähnten Beiwert, welcher für rechteckige Querschnitte den Werth $\frac{6}{5}$ hat.



Abb. 6.

Sist die von den Querstäben auf die Längeneinheit übertragene Kraft,

$$S = \frac{dN}{dx}, \text{ wo } N = \text{Gurtungskraft, somit } S = \frac{1}{h} \frac{dM}{dx},$$

$$\psi = \frac{dM}{dx} \cdot \frac{1}{Eh} \left(\frac{h^2 c}{12 Y} + \frac{\zeta c}{0,4 f} \right) = \frac{dM}{dx} \cdot C.$$

$$y'' = f \psi dx = f dM \cdot C = MC = Py \cdot C \text{ oder} \\ (1 - \alpha) y = PCy, \quad 1 - \alpha = PC.$$

Nach Elimination von α erhält man

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \cdot C} = \frac{\pi^2 EF_1 h^2}{2 l^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EF_1 h^2}{2 l^2} C}$$

Setzt man P_0 statt $\frac{\pi^2 EJ}{l^2}$ und führt für C seinen Werth ein, so ergibt sich

$$P = P_0 \frac{1}{1 + P_0 C} = P_0 \frac{1}{1 + \frac{P_0}{Eh} \left(\frac{h^2 c}{12 Y} + \frac{\zeta c}{0,4 f} \right)} \quad (16)$$

$$k = \frac{P}{2 F_1} = k_0 \frac{1}{1 + \frac{2 F_1 k_0}{Eh} \left(\frac{h^2 c}{12 Y} + \frac{\zeta c}{0,4 f} \right)} \quad (17)$$

Überschreitet k die Elasticitätsgrenze, so sind in Gl. 16 und 17 näherungsweise die durch Gl. 7 und 8 gegebenen Werthe von k_0 einzuführen.

Berücksichtigt man die eigene Knickfestigkeit der Ständer

$$= \frac{2 EJ_1 \pi^2}{l^2} \text{ bzw. } = \frac{2 TJ_1 \pi^2}{l^2} = p_0,$$

so erhält man als Gesamt-Knickkraft

$$P = P_0 \frac{1}{1 + \frac{P_0}{Eh} \left(\frac{h^2 c}{12 Y} + \frac{\zeta c}{0,4 f} \right)} + 2 p_0 \quad (18)$$

Wenn man den Einfluss der Schubkräfte auf die Querstäbe vernachlässigt, d. h. $f = \infty$ setzt, so geht Gl. 18 über in

$$P = P_0 \frac{1}{1 + \frac{P_0 h c}{E 12 Y}} + 2 p_0 \quad (19)$$

Innerhalb Elasticitätsgrenze ist $P_0 = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} = \frac{\pi^2 EF_1 h^2}{2 l^2}$; Gl. 19 nimmt dann folgende Gestalt an

$$P = \frac{E}{2 l^2} \frac{hc}{\pi^2 F_1 h^2 + 12 Y} + \frac{2 EJ_1 \pi^2}{l^2} \quad (20)$$

ein Ausdruck, welcher schon früher durch W. Ritter auf anderem Wege (Schweizer. Bauzeitung 1889 I) entwickelt wurde.

Für $F_1 = 5 f$, $E = 1300 k_0$, $h = c$, $\zeta = 1,2$, $Y = \frac{f t^2}{12}$ (Rechteck = $\beta \cdot t$), $p_0 = 0$ erhält man

wenn $\frac{h}{t} = 2$, nach Gl. 20 $P = 0,97 P_0$, nach Gl. 18 $P = 0,95 P_0$,

wenn $\frac{h}{t} = 4$, „ „ „ „ $P = 0,89 P_0$, „ „ „ „ $P = 0,87 P_0$.

Die Verbindung der Querstäbe mit den Ständern muss jedenfalls mit mehr als je einem Niet hergestellt werden, damit sie imstande ist, Kraftmomente zu übertragen. Die Nietreibung für sich allein würde nur bei sehr kleinen Ausbiegungen, wo die Kraftmomente sehr gering sind, zur Uebertragung ausreichen. Sobald infolge von Stosswirkungen, einseitiger Kraftwirkung, ungleicher Erwärmung usw. die Ausbiegung δ ein gewisses Mafß überschreitet, versagt die Verbindung; die Ständer können sich nicht mehr gegenseitig unterstützen, die Widerstandsfähigkeit der Gesamtconstruction vermindert sich auf die Summe der Einzelwiderstände der Ständer (= $2 p_0$).

Eine derartige mangelhafte Anordnung kann unter günstigen Verhältnissen längere Zeit den äußeren Kräften Widerstand leisten, bis sie eines Tags beim Zusammentreffen verschiedener widriger Nebenumstände plötzlich zusammenbricht.

Karlsruhe, im August 1891.

Fr. Engelfser.

[Faint, illegible text on the left page]

[Faint, illegible text on the right page]

Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W. 41.

Assmann, G., Geh. Ober-Baurath. Hülftafeln zur Berechnung eiserner Träger und Stützen. Zweite Auflage für metrisches System berechnet und umgearbeitet von P. O. Marbach. Mit Holzschnitten und einer Tafel. gr. 8. 1876. steif geh. 4 M.

Fuhrmann, A., Dr. Professor an der technischen Hochschule in Dresden. Anwendung der Infinitesimalrechnung in den Naturwissenschaften im Hochbau und in der Technik. Lehrbuch und Aufgabensammlung. In sechs Theilen, von denen jeder ein selbständiges Ganzes bildet.

Theil I. Naturwissenschaftliche Anwendungen der Differentialrechnungen. gr. 8. 1889. geh. 3 M.

Theil II. gr. 8. 1890. geh. Naturwissensch. Anwendungen der Integralrechnung. 5,50 M.

Das Werk ist bestimmt, Studirenden und Ausübenden der Naturwissenschaften, des Hochbaues und der Technik, Anleitung und Material zur Lösung von Aufgaben, welche unmittelbar den betreffenden Fachgebieten angehören, darzubieten. Jeder der beiden Theile der drei Bände wird ein selbständiges Ganzes bilden und einzeln verkäuflich sein.

Hagen, G., Dr., Kgl. Ober-Landes-Baudirektor, wirkl. Geheimer Rath. Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Dritte, umgearbeitete Auflage. 8. 1882. geh. 6 M.

— Der Constanten wahrscheinliche Fehler. Nachtrag zur dritten Auflage der Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 8. 1884. geh. 1,60 M.

— Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen. Mit einer Kupfertafel. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. gr. 8. 1874. geh. 3 M.

Hanhart, H., und **Waldner, A.**, Ingenieure. Tracirungs-Handbuch für die Ingenieur-Arbeiten im Felde bei der Projectirung und dem Bau von Eisenbahnen und Wegen. Mit Holzschnitten. 8. 1874. steif geh. 4 M.

Kolle, R., Kgl. Eisenbahn-Bau- und Betriebs-Inspector. Die Anwendung und der Betrieb von Stellwerken zur Sicherung von Weichen und Signalen. Mit 133 Holzschnitten. 8. 1888. geh. 10 M.

Land, Robert, Ingenieur. Ueber die Ermittlung und die gegenseitigen Beziehungen der Einfluslinien für Träger. gr. 8. 1890. geh. 1,60 M.

— Ueber die statische und geometrische Bestimmtheit der Träger, insbesondere der Fachwerkträger. Zugleich ein Beitrag zur Kinematik der Stabwerke. Mit 25 Holzschnitten. 8. 1887. Pappbd. 1 M.

Landsberg, Th., Reg.-Baumeister. Berechnung freitragender Wellblechdächer. 1891. geh. 1,60 M.

— Das Eigengewicht der eisernen Dachbinder. gr. 4. 1885. geh. 1,50 M.

Druck von J. Kerkens, Berlin C. Niederwallstr. 22.

Ueber die Nebenspannungen der Fachwerkstäbe bei steifen Knotenverbindungen.

Von Fr. Engesser in Karlsruhe.

(Sonderabdruck aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Band XXXII, Seite 813.)

Die Berechnung der Fachwerkträger erfolgt in praxi ganz allgemein unter der Voraussetzung reibungsloser Knotenpunkt-gelenke, obgleich die Bestimmung der bei steifen Knotenverbindungen entstehenden Nebenspannungen theoretischen Schwierigkeiten nicht unterliegt. Der Grund hierfür liegt einerseits in den umfangreichen, leicht zu Irrungen Anlass gebenden Zahlenrechnungen, andererseits in der trotzdem nur unvollständig erreichten Zuverlässigkeit der Ergebnisse, da die Voraussetzungen der Theorie nicht völlig mit der Wirklichkeit übereinstimmen, bezw. nicht sämtliche Einflüsse entsprechend in Rechnung gestellt werden können. Nicht berücksichtigt bleiben u. a. die teilweise Beweglichkeit der Nietverbindungen, die Querschnittsvergrößerungen durch Knotenbleche, die Verschiedenheit des Elastizitätsmoduls der einzelnen Stäbe, die Ausbiegung von Flachstäben und exzentrisch befestigten Stäben aus der Trägerebene, die Montirungsspannungen, d. h. diejenigen Nebenspannungen, welche durch Fehler bei der Herstellung der Träger verursacht werden und unter Umständen eine beträchtliche Höhe erreichen können.

Eine gewisse Schwierigkeit bietet ferner die Frage, in welcher Weise die Nebenspannungen zahlenmäßig berücksichtigt werden sollen. Da das gebräuchliche Rechnungsverfahren, die Querschnitte auf Grund der Hauptspannungen und der entsprechenden erfahrungsgemäßen Spannungszahlen (normale Spannungszahlen) zu bestimmen, im großen und ganzen genügende Ergebnisse liefert, so bleibt es selbstverständlich ausgeschlossen, die Stabquerschnitte für die Summe von Haupt- und Nebenspannung unter Beibehaltung der normalen Spannungszahlen zu berechnen. Andererseits wäre eine Erhöhung der Spannungszahlen um den Mittelwert der fraglichen Nebenspannungen nur dann völlig gerechtfertigt, wenn gleichzeitig sämtliche übrigen zusätzlichen Spannungen der Stäbe auf ähnliche Weise in Rechnung gezogen würden. Geschieht dies nicht, so bleibt das Verfahren unvollständig, und der Genauigkeitsgrad des Ergebnisses steht nicht im Verhältnis zur angewendeten Arbeit. Es ist sogar der Fall denkbar, dass hierbei die Sicherheit einzelner Stäbe, deren Nebenspannungen in folge steifer Knoten sehr gering, deren sonstige Nebenspannungen jedoch bedeutend sind, unter das sonst übliche Maß herabgedrückt wird. Unter allen Umständen muss daher bei einseitiger Erhöhung der Spannungszahlen mit größter Vorsicht vorgegangen werden, falls ein wirklicher Vorteil für die Konstruktion erzielt werden soll.

Schließlich möge noch darauf hingewiesen werden, dass der Bruch eines vorübergehend überlasteten Fachwerkstabes in weit höherem Maße durch die Hauptspannung als durch Nebenspannungen bedingt wird. Letztere sind unter Annahme des Elastizitätsgesetzes $\sigma = E \varepsilon$ berechnet, welches nur bis zur Elastizitätsgrenze Giltigkeit besitzt; nach Ueberschreitung der letzteren ergeben sich andere, wesentlich kleinere Werte der Nebenspannungen.

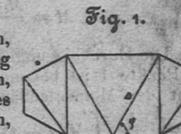
Bei gleicher rechnermäßiger Gesamtspannung ist daher ein Stab mit großer Hauptspannung und kleiner Nebenspannung von geringerer Bruchsicherheit als ein Stab unter entgegengesetzten Verhältnissen (siehe No. III).

Zieht man aus vorstehenden Ausführungen die Schlussfolgerung, so erscheint es vollkommen gerechtfertigt, die Nebenspannungen für gewöhnlich nicht zahlenmäßig in Rechnung zu

bringen, sondern, wie üblich, in den normalen Spannungszahlen zu berücksichtigen. Nur in solchen Fällen, wo außerordentlich hohe Nebenspannungen zu erwarten sind (z. B. über den Mittellagern durchgehender Träger), wird man schätzungsweise, auf Grund veröffentlichter Zahlenangaben oder besonders angestellter Berechnungen, die normalen Spannungszahlen herabmindern. Zu diesem Zwecke soll nachstehend das betr. Rechnungsverfahren sowie einige Näherungsformeln zur Bestimmung der bei steifen Knotenverbindungen auftretenden Nebenspannungen angeführt werden.

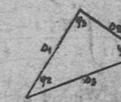
II.

In folge der Längenänderungen, welche die Stabachsen durch Belastung und Temperaturveränderung erleiden, nimmt das Knotenpunktsnetz eines Fachwerkträgers geänderte Gestalt an, welche bei reibungslosen Knotenpunkt-gelenken durch einfache Betrachtungen bestimmt werden kann.



Legt man die gewöhnliche Dreiecksanordnung für das Knotenpunktsnetz zu Grunde und bezeichnet mit

- s die Länge eines Stabes,
- S die Kraft
- F den Querschnitt eines Stabes,
- J das Trägheitsmoment eines Stabes,
- t die Temperaturänderung eines Stabes,
- α den Beiwert der Temperaturendeckung,
- E den Elastizitätsmodul,
- ε die Aenderung der Längeneinheit,
- φ die Größe eines Dreieckswinkels,
- $\Delta \varphi$ die Aenderung von φ ,



so sind die Seitenlängen des geänderten Netzes

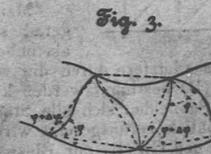
$$s^1 = s \cdot (1 + \varepsilon), \text{ wo } \varepsilon = \frac{S}{EF} + \alpha t \quad (1)$$

die entsprechenden Aenderungen der Dreieckswinkel $\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3$ ergeben sich zu

$$\begin{cases} \Delta \varphi_1 = \text{ctg } \varphi_2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \text{ctg } \varphi_3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \\ \Delta \varphi_2 = \text{ctg } \varphi_3 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \text{ctg } \varphi_1 (\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \\ \Delta \varphi_3 = \text{ctg } \varphi_1 (\varepsilon_3 - \varepsilon_2) + \text{ctg } \varphi_2 (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \end{cases} \quad (2)$$

Bei steifen Knotenverbindungen kann man für die Aenderungen der Netzseiten ($= \varepsilon s$) und der Netzwinkel ($= \Delta \varphi$) genau genug die gleichen Zahlenwerte einführen, wie bei reibungslosen Gelenken, da auch hier die Gleichungen (1) und (2) Giltigkeit besitzen und die Stabkräfte S in beiden Fällen nur äußerst wenig von einander abweichen.

Während jedoch bei Gelenkknoten die Stäbe zwanglos ihre neue Lage einnehmen, indem sie sich um die Gelenke drehen und ihre gegenseitige Neigung um $\Delta \varphi$ ändern, können sich die Stäbe bei steifen Knotenverbindungen nicht in die geänderten Richtungen der neuen Netzseiten einstellen, da ihre gegenseitige Neigung an den



Dem Polytechnischen Museum
geschenkt von Marbach.

Knotenpunkten unverändert = φ bleibt; sie müssen sich infolge dessen verbiegen und erleiden hierbei Biegungsspannungen, d. h. die fraglichen Nebenspannungen, deren Bestimmung nachstehend erfolgen soll.

Denkt man sich einen beliebigen Stab 12 herausgeschnitten und bezeichnet mit M_{12} und M_{21} die Biegemomente an den Enden (pos. wenn den Stab umgekehrt wie der Uhrzeiger,

Fig. 4.

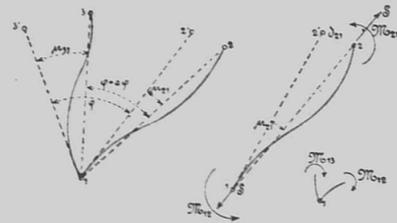


Fig. 5.

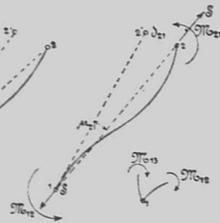


Fig. 6.

bezw. wenn den Knotenpunkt im Sinne des Uhrzeigers drehend) mit S die Stabkraft, mit y die Ordinaten der elastischen Linie gegen die Sehne 12, so ist das Moment für einen beliebigen um x von Punkt 1 entfernten Punkt

$$M = \frac{M_{12}(s-x) + M_{21}x}{s} \pm Sy.$$

Die Durchbiegung des Endpunktes 2 gegen die Tangente im Punkte 1 ist bekanntlich proportional dem statischen Moment der Momentenfläche bezüglich des Punktes 2, d. h.

$$\delta_{21} = \frac{1}{EJ_{12}} \int_0^s M(s-x) dx, \text{ bzw., wenn man das nur geringen}$$

Einfluss ausübende Glied Sy vernachlässigt,

$$\delta_{21} = \frac{1}{EJ_{12}} \int_0^s \frac{M_{12}(s-x) + M_{21}x}{s} (s-x) dx = \frac{s^2}{6EJ_{12}} (2M_{12} - M_{21}).$$

Der Winkel zwischen Sehne 12 und Endtangente 12' ergibt sich zu

$$\mu_{21} = \frac{\delta_{21}}{s} = \frac{s}{6EJ_{12}} (2M_{12} - M_{21}).$$

In gleicher Weise erhält man für Stab 13

$$\mu_{31} = \frac{s_{13}}{6EJ_{13}} (2M_{13} - M_{31}).$$

Nun ist die Aenderung des Netzwinkels

$$\Delta\varphi_{213} = \mu_{21} - \mu_{31} = \frac{s_{12}}{6EJ_{12}} (2M_{12} - M_{21}) - \frac{s_{13}}{6EJ_{13}} (2M_{13} - M_{31}),$$

wobei jeweils das μ des rechtsseitigen Stabes das positive, das des linksseitigen Stabes das negative Vorzeichen erhält.

Zur bequemeren Zahlenrechnung kann man auch schreiben:

$$6EJ\varphi_{213} = \varphi_{213} = \frac{s_{12}}{J_{12}} (2M_{12} - M_{21}) - \frac{s_{13}}{J_{13}} (2M_{13} - M_{31}) \quad (A).$$

Gleichung (A) lässt sich für jeden Knotenpunkt so oft mal aufstellen, als Dreieckswinkel daselbst vorhanden, d. h. $(m-1)$ mal, wenn man mit m die Zahl der im Knotenpunkt zusammentreffenden Stäbe bezeichnet.

Eine weitere Gleichung liefert für jeden der n -Knotenpunkte die Bedingung »Summe aller Drehmomente gleich Null«.

Fig. 7.



$$\sum M = 0 \quad (B).$$

Man hat also für jeden Knotenpunkt gerade soviel Gleichungen als Stäbe bzw. als unbekannte Einspannungsmomente M , so dass letztere durch die verfügbaren $m \cdot n$ Gleichungen (A) und (B) bestimmt werden können.

Schneiden sich alle Stäbe eines Knotenpunktes, wie dies gewöhnlich vorausgesetzt wird, in einem Punkte, so sind in $\sum M$ der Gl. (B) nur Einspannungsmomente $M_{12}, M_{13}, M_{14}, \dots$

enthalten, ist dies nicht der Fall, so kommt noch das hierbei entstehende Kräftepaar der Stabkräfte = M_0 hinzu.

Zur rechnerischen Lösung der Aufgabe ist es meist bequemer, statt der Einspannungsmomente M die Winkelgrößen μ oder deren Vielfache ($= 6E\mu = N$) als Unbekannte einzuführen.

Die Gleichungen (A) gehen dann über in

$$\begin{aligned} \varphi_{213} &= N_{12} - N_{13} \\ \varphi_{214} &= N_{12} - N_{14} \\ \varphi_{215} &= N_{12} - N_{15}. \end{aligned}$$

Hieraus lassen sich unmittelbar sämtliche m -Unbekannte eines Knotenpunktes auf eine einzige zurückführen.

$$\begin{aligned} N_{13} &= N_{12} - \varphi_{213} \\ N_{14} &= N_{12} - \varphi_{214} \\ N_{15} &= N_{12} - \varphi_{215} \end{aligned} \quad (C).$$

Zur Bestimmung der noch verbleibenden n -Unbekannten N dienen die Gl. (B), nachdem die M durch N ersetzt worden.

$$\text{Man hat: } N_{12} = \frac{s_{12}}{J_{12}} (2M_{12} - M_{21})$$

$$N_{21} = \frac{s_{21}}{J_{21}} (2M_{21} - M_{12})$$

woraus, da $s_{12} = s_{21}; J_{12} = J_{21}$ ist, folgt

$$M_{12} = \frac{J_{12}}{3s_{12}} (2N_{12} + N_{21})$$

$$M_{21} = \frac{J_{12}}{3s_{12}} (2N_{21} + N_{12})$$

Gl. (B) geht hiernach über in:

$$\sum \frac{J_{1x}}{s_{1x}} (2N_{1x} + N_{2x}) + M_0 = 0 \quad (D),$$

wobei sich die Summierung jeweils auf alle Stäbe des Knotenpunktes bezieht.

Bei symmetrischen Verhältnissen (Trägerform, Belastung, Temperatur) vereinfacht sich die Rechnung wesentlich. Symmetrisch gelegene M und N besitzen gleiche Zahlenwerte; für die Symmetrieachse sind die M und N unmittelbar bekannt. Z. B.

$$\begin{aligned} M_{14} &= M_{41} = 0; \quad N_{14} = N_{41} = 0; \quad N_{12} = -N_{16}, \text{ somit} \\ \varphi_{216} &= N_{12} - N_{16} = 2N_{12}; \quad N_{12} = \frac{\varphi_{216}}{2}, \quad N_{43} = -N_{45} \\ &= \frac{\varphi_{345}}{2}. \end{aligned}$$

Um für die Nebenmomente M eines Stabes s Näherungsformeln aufzustellen, wird angenommen, die Stäbe $s_\alpha, s_\beta, s_\gamma$ bzw. $s'_\alpha, s'_\beta, s'_\gamma$, welche mit dem betrachteten Stabe s zusammenstoßen, seien jeweils in den anderen Knotenpunkten ge-

Fig. 10.

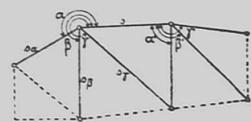


Fig. 11.

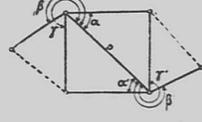


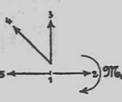
Fig. 12.

lenkartig mit den übrigen Stäben verbunden. Die Nebenmomente M und M' seien der früheren Festsetzung nach positiv, wenn sie den Stab umgekehrt wie der Uhrzeiger drehen.

Die Winkel von s mit den benachbarten Stäben $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ werden, wie in den Figuren dargestellt, nach links hin gemessen.

Die Gl. (A) lauten nun:

Fig. 8.



$$6E\Delta\alpha = \varphi_\alpha = \frac{s}{J} (2M - M') - \frac{s_\alpha}{J_\alpha} \cdot 2M_\alpha$$

$$6E\Delta\beta = \varphi_\beta = \frac{s}{J} (2M - M') - \frac{s_\beta}{J_\beta} \cdot 2M_\beta$$

$$6E\Delta\gamma = \varphi_\gamma = \frac{s}{J} (2M - M') - \frac{s_\gamma}{J_\gamma} \cdot 2M_\gamma.$$

Setzt man zur Abkürzung $\frac{J}{s} = i, \frac{J_\alpha}{s_\alpha} = i_\alpha$ usw., so erhält man für die Nebenmomente $M_\alpha, M_\beta, M_\gamma$ der Stäbe $s_\alpha, s_\beta, s_\gamma$ die Werte:

$$M_\alpha = \frac{i_\alpha}{2i} (2M - M') - \frac{\varphi_\alpha i_\alpha}{2}$$

$$M_\beta = \frac{i_\beta}{2i} (2M - M') - \frac{\varphi_\beta i_\beta}{2}$$

$$M_\gamma = \frac{i_\gamma}{2i} (2M - M') - \frac{\varphi_\gamma i_\gamma}{2}.$$

Gl. (B) liefert $M + M_\alpha + M_\beta + M_\gamma = 0$, d. h.

$$M \left(1 + \frac{i_\alpha + i_\beta + i_\gamma}{i} \right) - M' \frac{i_\alpha + i_\beta + i_\gamma}{2i} = \frac{\varphi_\alpha i_\alpha + \varphi_\beta i_\beta + \varphi_\gamma i_\gamma}{2}$$

oder abgekürzt $Ma - M'b = c$;

Aehnlich erhält man:

$$M' \left(1 + \frac{i'_\alpha + i'_\beta + i'_\gamma}{i'} \right) - M \frac{i'_\alpha + i'_\beta + i'_\gamma}{2i'} = \frac{\varphi'_\alpha i'_\alpha + \varphi'_\beta i'_\beta + \varphi'_\gamma i'_\gamma}{2}$$

oder abgekürzt $M'a' - M'b' = c'$.

Aus beiden Gleichungen folgt

$$\begin{aligned} M &= \frac{a'c + bc'}{a'a - bb'} \\ M' &= \frac{a'c' + b'c'}{a'a' - b'b'} \end{aligned} \quad (3).$$

Wenn die Wandstäbe gegenüber den Gurtstäben geringes Trägheitsmoment besitzen, so kann man bei Berechnung der Nebenmomente der Gurtstäbe den Einfluss der Wandstäbe vernachlässigen; man erhält dann dieselben Gleichungen wie für einen durchgehenden Träger auf gesenkten Stützen. Be-

Fig. 13.

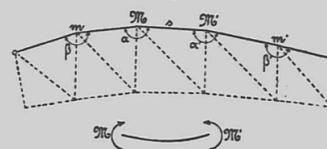


Fig. 14.

rücksichtigt man, um geschlossene Formeln zu erhalten, auf jeder Seite des Stabes s nur noch zwei weitere Stäbe, bezeichnet mit m, M, M', m' die Stützenmomente bei $\beta, \alpha, \alpha', \beta'$ (positiv wenn nach außen drehend), mit $\beta, \alpha, \alpha', \beta'$ die inneren Randwinkel, so lauten die Gl. (A), mit Rücksicht auf die geänderten Vorzeichen:

$$6E\Delta\beta = \varphi_\beta = 2m \frac{s_\beta}{J_\beta} + \frac{s_\alpha}{J_\alpha} (2m + M) = 2m \left(\frac{1}{i_\beta} + \frac{1}{i_\alpha} \right) + \frac{M}{i_\alpha}$$

$$6E\Delta\alpha = \varphi_\alpha = \frac{s'_\alpha}{J'_\alpha} (2M + m) + \frac{s}{J} (2M + M') = \frac{m}{i'_\alpha} + 2M \left(\frac{1}{i'_\alpha} + \frac{1}{i} \right) + \frac{M'}{i}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$M \left(\frac{2}{i} + \frac{4i_\alpha + 3i_\beta}{2i_\alpha(i_\alpha + i_\beta)} \right) + \frac{M'}{i} = \varphi_\alpha - \varphi_\beta \frac{i_\beta}{2(i_\alpha + i_\beta)}$$

oder abgekürzt $Ma + M'b = c$.

Aehnlich ergibt sich

$$M' \left(\frac{2}{i'} + \frac{4i'_\alpha + 3i'_\beta}{2i'_\alpha(i'_\alpha + i'_\beta)} \right) + \frac{M}{i'} = \varphi'_\alpha - \varphi'_\beta \frac{i'_\beta}{2(i'_\alpha + i'_\beta)}$$

oder abgekürzt $M'a' + M'b' = c'$.

Schließlich erhält man:

$$\begin{aligned} M &= \frac{a'c - bc'}{a'a - b'b} \\ M' &= \frac{a'c' - b'c'}{a'a' - b'b'} \end{aligned} \quad (4).$$

Sehr häufig können sämtliche i gleich groß gesetzt werden; dann wird $a = a' = \frac{2}{i} + \frac{7}{4i} = \frac{15}{4i}; b = \frac{1}{i};$

$$a'a' - b'b^2 = \frac{209}{16i^2}; c = \varphi_\alpha - \frac{\varphi_\beta}{4}; c' = \varphi'_\alpha - \frac{\varphi'_\beta}{4}, \text{ somit}$$

$$\begin{aligned} M &= \frac{i}{209} [60\varphi_\alpha - 15\varphi_\beta - 16\varphi'_\alpha + 4\varphi'_\beta] \\ M' &= \frac{i}{209} [60\varphi'_\alpha - 15\varphi'_\beta - 16\varphi_\alpha + 4\varphi_\beta] \end{aligned} \quad (5).$$

Fig. 15.

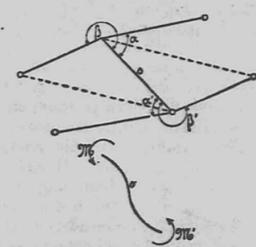


Fig. 16.

Was die Nebenmomente eines Wandstabes s bei überwiegendem Gurtquerschnitt anbelangt, so hat man zu deren Bestimmung die Gl. (A)

$$6E\Delta\alpha = \varphi_\alpha = \frac{s}{J} (2M - M') - \frac{s_\alpha}{J_\alpha} \cdot 2M_\alpha$$

$$6E\Delta\beta = \varphi_\beta = \frac{s}{J} (2M - M') - \frac{s_\beta}{J_\beta} \cdot 2M_\beta.$$

Näherungsweise kann man hier setzen:

$$\frac{s_\alpha}{J_\alpha} 2M_\alpha = -\frac{s_\beta}{J_\beta} 2M_\beta,$$

$$\text{so dass man erhält: } 2M - M' = \frac{3EJ}{s} (\Delta\alpha + \Delta\beta).$$

Ebenso ergibt sich:

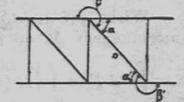
$$2M' - M = \frac{3EJ}{s} (\Delta\alpha' + \Delta\beta'),$$

woraus

$$\begin{aligned} M &= \frac{EJ}{s} (2\Delta\alpha + 2\Delta\beta + \Delta\alpha' + \Delta\beta') \\ &= \frac{i}{6} (2\varphi_\alpha + 2\varphi_\beta + \varphi'_\alpha + \varphi'_\beta) \\ M' &= \frac{EJ}{s} (2\Delta\alpha' + 2\Delta\beta' + \Delta\alpha + \Delta\beta) \\ &= \frac{i}{6} (2\varphi'_\alpha + 2\varphi'_\beta + \varphi_\alpha + \varphi_\beta) \end{aligned} \quad (6).$$

Fig. 17.

Bei Parallelträgern erhält man für eine Diagonale, wenn man setzt $\alpha = 45^\circ$, Dehnung ε gleich groß für Diagonale und untere Gurtung, Dehnung der oberen Gurtung = $-\varepsilon$, Dehnung der Ständer = $-\frac{2}{3}\varepsilon$:



$$\Delta\alpha = -\frac{5\varepsilon}{3}; \Delta\beta = -\frac{11\varepsilon}{3}; \Delta\alpha' = -\frac{5\varepsilon}{3}; \Delta\beta' = +\frac{\varepsilon}{3}$$

$$M = \frac{EJ}{s} \left(-\frac{10}{3}\varepsilon - \frac{22}{3}\varepsilon - \frac{5}{3}\varepsilon + \frac{\varepsilon}{3} \right) = -\frac{12EJ\varepsilon}{s}$$

= $-\frac{12J\sigma}{s}$, wo σ die der Dehnung ε entsprechende Hauptspannung bezeichnet.

Inm. Polytechnischen Verein
genügend um Masfaffor.

Ueber die Spannungszahlen bei Eisenbauten.

(Sonderabdruck aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Band XXXIII, Seite 324.)

Bei der großen Bedeutung, welche die richtige Wahl der Spannungszahlen für die Praxis besitzt, möge es gestattet sein, im folgenden das Verfahren mitzuteilen, welches von Unterzeichnetem im Jahre 1884 für die badische Eisenbahnverwaltung aufgestellt wurde. Hierbei konnten die mannichfachen Erfahrungen, wie sie innerhalb einer großen Verwaltung an ausgeführten Bauten sowie im Konstruktionsaal sich ergeben, zu Rate gezogen werden. Es wurde versucht, allen wesentlichen Einflüssen bei Bemessung der Spannungszahlen möglichst gerecht zu werden, wobei jedoch in solchen Fällen, wo z. Z. ausreichende Erfahrungen nicht vorlagen, schätzungsweise vorgegangen werden musste. Selbstverständlich bleibt eine der vorschreitenden Erfahrung entsprechende Verbesserung solcher Schätzwerte vorbehalten.

Die Spannungszahlen stellen bekanntlich nicht sowohl die zulässigen höchsten Werte der thatsächlichen Spannungen dar, als diejenigen gedachten Spannungswerte, welche bei bestimmten Belastungsverhältnissen und Berechnungsarten nicht überschritten werden sollen. Je feiner die Rechnungsweise, je größer die maßgebende Belastung, desto höher können die Spannungszahlen unter sonst gleichen Umständen festgesetzt werden. Für den praktischen Gebrauch muss daher gleichzeitig mit der Spannungszahl auch noch die Angabe von Belastung und Berechnungsweise erfolgen, wie dies bei nachstehenden Bestimmungen geschehen ist.

Anmerkung 1. Derartige Bestimmungen über die gleichzeitig in Anwendung zu bringenden Spannungszahlen, Belastungen und Rechnungsmethoden sind namentlich dann erforderlich, wenn nicht nur die eigentlichen Herstellungsarbeiten einer Eisenkonstruktion, sondern auch die ganze Planverfassung zur Vergebung ausgeschrieben werden, damit die Bewerber auf thunlichst gleicher Grundlage ihre Angebote stellen können. Die betreffenden Vorschriften sind dann in gleicher Weise wie die Normalbedingungen für die Lieferung von Eisenkonstruktionen für Brücken und Hochbauten¹⁾ dem Ausschreiben als Sonderbedingungen anzuschließen.

I.

Belastungen und Berechnungsweise.

- Als normale Verkehrslasten werden in Rechnung gestellt:
 - bei Brücken in Hauptbahnen: ein Bahnzug, bestehend aus 3 gleichgerichteten schwersten Lokomotiven und beladenen Güterwagen;
 - bei Brücken in Nebenbahnen: ein Bahnzug, bestehend aus 2 Lokomotiven und Güterwagen;
 - bei Brücken in städtischen Straßen: Menschengedränge von 480 kg/qm (bezw. 540 kg/qm für die Fußwege) und Lastwagenzüge, bestehend aus 1 Wagen von 20 t Gewicht und Wagen von 10 t Gewicht;
 - bei Brücken in Landstraßen: Menschengedränge von 400 kg/qm (bezw. 450 kg) und Lastwagen von 10 t Gewicht;
 - bei Brücken in Nebenwegen: Menschengedränge von 400 kg/qm und Lastwagen von 6 t Gewicht.

Zur Erleichterung der Rechnung sind die den Normalzügen entsprechenden Größtwerte der Momente M und Querkkräfte Q für frei aufliegende Balkenträger von 1 bis 100 m Spannweite tabellarisch zusammengestellt (s. Anm. 2).

In dieser Weise wurde s. Z. (1885) bei Vergebung der zwei neuen Drehbrücken im Mannheimer Hafen verfahren.

Bei gekrümmtem Bahngeleise ist die ungleiche Lastverteilung auf die Träger, unter Berücksichtigung der Schiefstellung der Fahrzeuge und der Zentrifugalkraft, in Rechnung zu ziehen (s. Anm. 3).

¹⁾ Z. 1886 S. 325.

Bei Bogenträgern und kontinuierlichen Trägern ist den Einflüssen der Temperatur auf die äußeren Kräfte Rücksicht zu tragen.

Zur Berechnung der Querverbindungen werden folgende Werte des Winddruckes angenommen:
auf 1 m Eisenbahnzug, der eine mittlere Höhe von 3,5 m besitzt 450 kg
auf 1 qm Druckfläche der Brücke im belasteten Zustande 150 »
auf 1 qm Druckfläche der Brücke im unbelasteten Zustande 250 »

Die Druckfläche ist mit Rücksicht darauf festzusetzen, dass der Wind bei etwas schiefer Richtung auch noch Teile der hinteren Träger treffen kann. Der Einfluss des Windes auf die Spannungen der Hauptträger wird in normalen Fällen außer acht gelassen; nur in besonderen Fällen (z. B. bei Endständern, welche die Windlast des oberen Horizontalverbandes auf die Lager übertragen) ist er zu berücksichtigen.

Die Zentrifugalkraft der Fahrzeuge in Bahnkurven wird sowohl bei den Querverbindungen als auch bei den Hauptträgern in Rechnung gezogen.

Der Bremskraft der Eisenbahnfahrzeuge wird nur in besonderen Fällen (wo der Einfluss der übrigen Belastungen verhältnismäßig klein ist) schätzungsweise Rücksicht getragen.

Bei Trägern mit vollen Wandungen (Blechträger, gewalzte Barren) werden die Spannungen in üblicher Weise nach den Formeln der Biegeungs-Elastizität und -Festigkeit ermittelt.

Bei Fachwerkträgern wird die gewöhnliche Annahme reibungsloser Gelenkverbindungen und zentraler Befestigung der einzelnen Stäbe gemacht, so dass letztere nur auf Zug oder Druck, nicht aber auf Biegung (Nebenspannungen) beansprucht werden.

Fachwerkträger n -fachen Systemes werden für die Berechnung in n -Träger einfachen Systemes zerlegt.

Sind die Bahnschwellen unmittelbar auf die Gurtungen von Fachwerkträgern aufgelegt, so ist die hierdurch bedingte Mehrbeanspruchung der Gurtungen zu ermitteln. Desgleichen ist auch bei Blechträgern die durch unmittelbare Schwellenauflagerung hervorgerufene Erhöhung der Beanspruchung der Halsnieten zu bestimmen. Hierbei kann angenommen werden, dass der Raddruck ($P = 7000$ kg) sich gleichmäßig auf 30 cm Trägerlänge verteilt.

Nietverschwächung wird sowohl in gezogenen wie in gedrückten Konstruktionsteilen berücksichtigt.

Die Größtmomente der Fahrbahnquer- und Längsträger werden unter Annahme freier Lagerung, ohne Rücksicht auf Einspannung oder Kontinuität, berechnet.

II.

Bestimmung der Querschnitte bei Schmiedeeisenkonstruktionen.

Allgemeines.

- Bezeichnet man mit
- S_1 den Größtwert der Stabkraft (stets positiv angenommen);
- S_2 den Kleinstwert der Stabkraft (positiv, wenn gleichen Sinnes wie S_1);
- D die Differenz $S_1 - S_2$;
- k_1 die Spannungszahl für ruhende Last;
- k_2 die Spannungszahl für bewegte Last;
- l in m gemessen;

so erhält man den erforderlichen Querschnitt F aus der Gleichung:

$$F = \frac{S_2}{k_1} + \frac{D}{k_2} \dots \dots \dots (1).$$

Die Werte der Spannungszahlen k_1 und k_2 sind je nach Brückenart, Trägersystem usw. verschieden.

- $k_1 = 1000$ kg/qcm
 $k_2 = 600$ kg, wenn $l > 10$
 $k_2 = 500 + 10l$, wenn $l < 10$
 $k_2 = 700$ kg, wenn $l > 10$
 $k_2 = 600 + 10l$, wenn $l < 10$

Gl. (1) lässt sich auf folgende Form bringen:

F = (S1 + D * (k1/k2 - 1)) / k1 = (S1 + alpha * D) / k1

Gl. (2) liefert annähernd dieselben Ergebnisse wie Gl. (1), wenn man den Beiwert alpha konstant = 0,5 setzt und die Verkehrslast (Fahrzeuge) mit einem etwas größeren Betrage (beta-fach) in Rechnung stellt.

- beta = 1,3 - 0,02 l m, wenn l < 10 bei gewöhnlichen Eisenbahnbrücken,
beta = 1,1, wenn l > 10
beta = 1,15 - 0,015 l, wenn l < 10 bei Strafenbrücken und Lokalbahnbrücken,
beta = 1

Wird bei Eisenbahnbrücken das Schotterbett mit übergeführt, so kann der Wert von beta wie bei Strafenbrücken angenommen werden.

Die Multiplikation der Verkehrslast mit beta wird zweckmäßig schon bei Aufstellung der Tabellen für M und Q vorgenommen. (s. die eingeklammerten Werte der Tabelle zu Anmerkung 2.)

Die Größe S1 + 0,5 D stellt diejenige einer gedachten ruhenden Belastung entsprechende Stabkraft dar, welche den gleichen Querschnitt verlangt wie die der wirklichen Belastungsweise entsprechenden Stabkräfte.

F = (S1 + 0,5 D) / k1

Die folgenden Zahlenangaben beziehen sich auf Gl. (3), während in den ursprünglichen Bestimmungen die Werte von k1 und k2 für Gl. (1) aufgestellt worden waren.

Statisch bestimmte Trägerarten.

1. Zug- und Druckbeanspruchung (bzw. Biegungsbeanspruchung).

Fachwerkträger k1 = 1000 kg/qcm oder = 1 t/qcm, somit

F = (S) / k1 qcm, wenn (S) in kg
= (S) / k1 t

Vollwandige Träger k1 = 1150 kg oder = 0,85 kg, somit

W = (J) / (n * O^2 * s^3 * c) oder = (0,85 * (M)) / 1000

- Hierin bezeichnet J das Trägheitsmoment,
e den Abstand der äußersten Faser,
(M) die Größe M1 + 0,5 D (Ersatzmoment),
M1 den Größtwert des Kraftmomentes (stets positiv angenommen),
D die Differenz zwischen Größtwert und Kleinstwert des Momentes.

Gewaltzte I- und C-Träger von außergewöhnlichen Verhältnissen, namentlich solche mit sehr breiten Flanschen (breiter als die Normalprofile), sind geringer zu beanspruchen, und zwar je nach den Verhältnissen bis zu 15 pCt. also

W = 0,35 bis 1,0 * (M) / 1000

Vorprofile (Profile b, c, d) sind möglichst zu vermeiden; erforderlichenfalls sind sie um 10 bis 25 pCt. geringer zu beanspruchen

W = 0,35 bis 1,1 * (M) / 1000

Bei Blechträgern ist das Stegblech mit wagerechter Walzfaser anzuordnen, da quer zur Walzfaser Festigkeit und Elastizität geringer sind. In Ausnahmefällen, wo die senkrechte Stellung der Faser nicht zu vermeiden, ist zu setzen:

W = 0,35 * (M) / 1000

(Will man die Formeln F = S1/k und W = M1/k anwenden, wo die Größtwerte S1 und M1 mit den wirklichen Lasten (beta = 1) berechnet wurden, k eine veränderliche Spannungszahl bezeichnet, so kann man in normalen Fällen setzen: (Eisenbahnen)

- für die Gurtungen von k = 510 + 14 l/kg, wenn l < 10
Fachwerkträgern k = 640 + 1,5 l, > 110 < l < 100
k = 600 + 16 l, > l < 10
für vollwandige Träger k = 740 + 1,7 l, > 10 < l < 100.

Die Stäbe des Windverbandes sollen im allgemeinen nicht höher als mit k = 900 kg/qcm beansprucht werden. Bei Eisenbahnbrücken soll die Spannung des zunächst der Fahrbahn gelegenen Verbandes nicht mehr betragen als k = 600 + 3 l/kg.

Der Querschnitt ergibt sich aus F = S1/k

2. Sicherheit gegen Knicken.

A) Im allgemeinen soll zur Sicherheit gegen Ausknicken sein:

J >= n * S * s^2 / alpha * E

Sicherheit n bei Eisenbahnbrücken = 5,
> Strafenbrücken = 4,

E = 2000000 für qcm,

somit bei Eisenbahnbrücken J >= alpha * 400000 / S * s^2

> Strafenbrücken J >= alpha * 500000

Hierin bedeutet

J das erforderliche Trägheitsmoment des vollen Stabquerschnittes bezogen auf die Schwerpunktsachse senkrecht zur Richtung des Ausknickens;

S den Größtwert der Stabkraft (unter Berücksichtigung, dass die Verkehrslast beta-fach in Rechnung zu ziehen ist),

s die Stablänge von Knotenpunkt zu Knotenpunkt,
alpha einen Beiwert, welcher von der Befestigung abhängt und zu setzen ist: bei den Gurtungen alpha = 10; bei den Diagonalen, gegen Ausknicken in der Träger-ebene alpha = 15 bis 30 je nach der Steifigkeit der anschließenden Gurtstücke, gegen Ausknicken senkrecht zur Trägerebene bei mangelnder oberer Querverbindung alpha = 10, bei vorhandener oberer Querverbindung alpha = 10 bis 20, je nach der Steifigkeit der Querverbindung.

Bei den Vertikalen sind im allgemeinen die gleichen Werte wie bei den Diagonalen für alpha maßgebend; nur für den Fall offener Brücken sind für das Ausknicken senkrecht zur Trägerebene die folgenden Formeln unter B) anzuwenden.

B) Insbesondere bei offenen Brücken (mangelnde obere Querverbindung) muss das Trägheitsmoment der Vertikalen, um ein Ausknicken der ganzen Tragwand (Gurtung und Wandstäbe) senkrecht zur Trägerebene zu verhindern, sein:

J >= n^2 * O^2 * s^3 * c / 10 * E^2 * J1 + n * S * s^2 / 6 * E

wo O = Druckkraft der anschließenden oberen Gurtstäbe (im mittel);

c = Länge der anschließenden oberen Gurtstäbe (im mittel);

J1 = Trägheitsmoment der anschließenden oberen Gurtstäbe, bezogen auf eine Achse senkrecht zur Richtung des Ausknickens. J1 muss mindestens den

Wert n * O * c^2 / 10 * E besitzen, ist jedoch womöglich 3 bis 4 mal größer zu wählen;

S = Druckkraft der Vertikalen;

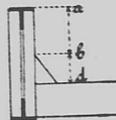
s = freie Länge der Vertikalen, von Querträgeroberkante bis oberen Knotenpunkt gerechnet. Sind Eckbleche vorhanden, so ist für s ein Mittelwert zwischen a b und a d einzuführen; s. Figur 1.

Für den Endständer gilt die Gleichung

J >= n^2 * O^2 * s^3 * c / 2,5 * E^2 * J1 + n * S * s^2 / 6 * E

1) Zentralbl. d. Bauverwaltung 1884 S. 415.

Fig. 1.



Gewöhnlich wird der Größtwert von J bei voller Belastung erhalten, wo O seinen Größtwert erreicht.

Für die Stabilität ist es vorteilhaft, möglichst hohe Querträger zu verwenden.

3. Schubbeanspruchung.

Im allgemeinen ist die Spannungszahl für Schub senkrecht zur Walzfaser t1 = 0,8 k1

parallel > t1 = 0,8 k1 bei Blechen
= 0,6 k1 bei Flach- und Façoneisen.

Insbesondere für Nietten ist zu setzen: Spannungszahl für Schub t1 = 0,9 k1

> für den Nietlochdruck k'' = 2,5 t1 = 2,25 k1. Konische Schrauben sind wie Nietten zu behandeln.

Für gewöhnliche Schrauben ist t1 = 0,8 k1
k'' = 2,5 t1 = 2 k1.

Statisch unbestimmte Träger.

Bei Bogenträgern und kontinuierlichen Trägern ist dem Einfluss von Temperaturänderungen, Senkungen der Pfeiler, Ausweichen der Widerlager durch ausreichende Annahmen rechnermäßiger Rücksicht zu tragen. Außerdem sind die Spannungszahlen, je nach der Schärfe der Rechnungsweise, 5 bis 20 pCt. niedriger zu wählen als bei statisch bestimmten Trägern unter sonst gleichen Verhältnissen. Die durch Temperaturänderungen hervorgerufenen Kräfte sind nur bei Bildung des Größtwertes S1, nicht aber bei Bildung der Differenz D zu berücksichtigen.

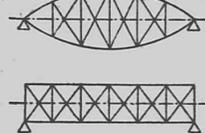
Fachwerkträger n-fachen Systemes werden für die Berechnung in n einteilige Träger zerlegt. Der Ungenauigkeit dieser Rechnungsweise ist durch entsprechende Minderung der Spannungszahlen Rücksicht zu tragen.

Schätzungsweise kann man etwa als Minderung von k1 annehmen:

- bei den Wandstäben am Trägerende 5 bis 10 pCt.
in Trägerrmitte 5 bis 15 >
bei den Gurtstäben am Trägerende 5 bis 10 >
in Trägerrmitte 0 bis 5 >

(Bei Trägern doppelten Systemes mit Ständern und Kreuzstreben werden beide Einzelsysteme durch Lasten gleich stark in Anspruch genommen, falls der Träger vollständig symmetrisch zur Fahrbahnebene angeordnet ist (nach Form, Querschnittsgröße, Lagerung). Bei Parallelträgern, wo die Lagerung stets außerhalb der Symmetrieebene stattfindet, ist eine gleich große Beanspruchung beider Einzelsysteme nur dann möglich, wenn die Endständer übermäßigen Querschnitt besitzen.)

Fig. 2.



Nebenspannungen und sonstige, die Querschnittsgrößen beeinflussende Umstände.

Nebenspannungen, wie sie durch feste und exzentrische Verbindung der einzelnen Stäbe entstehen, werden für gewöhnlich nicht berücksichtigt, da ihnen bereits durch die Wahl der Spannungszahlen Rechnung getragen ist. Nur in solchen Fällen, wo außergewöhnlich hohe Nebenspannungen stattfinden (wie z. B. über den Mittelstützen kontinuierlicher Träger) sind die Spannungszahlen schätzungsweise zu erniedrigen. Auch bei den Vertikalen geschlossener Brücken, welche durch feste Verbindung mit den Querträgern starke Biegungsspannungen erleiden, ist eine Minderung der Spannungszahlen (bis zu 40 pCt.) angezeigt.

In ähnlicher Weise ist zu verfahren, wenn Querschnittsformen oder Profilsorten von besonders ungünstiger Art zur Verwendung gelangen.

Bei Verbindungen, bei welchen eine gleichmäßige Kraftverteilung auf sämtliche Nietten nicht zu erwarten steht (große Nietzahl, sehr verschiedene Metallstärke der zu verbindenden Stäbe usw.), ist die Nietbeanspruchung schätzungsweise zu vermindern. Desgleichen bei Nietten, welche starke Stöße auszuhalten haben, Längsspannungen erleiden oder sehr schwierig zu schlagen sind (z. B. die Befestigungsnieten der Längsträger und der Querträger).

Aufsergewöhnliche Belastungen.

Sofern aufsergewöhnlichen Belastungen, welche nur ausnahmsweise auftreten (z. B. Panzerplattentransporte), Rechnung

getragen werden soll, müssen die Querschnitte auch nach folgenden Gleichungen genügen:

F = S1/k1 bezw. W = M1/k1

wobei die Größtwerte S1 u. M1 für die aufsergewöhnlichen Lasten unter Berücksichtigung des Beiwertes beta zu berechnen sind.

Anmerkung 2. Die Größtwerte der Momente M der Verkehrslast können nach dem Vorgang von Oberingenieur Gernet für die Anwendung genau genug durch 2 Parabelstücke mit den Scheiteln a und b und durch eine verbindende Gerade ab dargestellt werden. In der folgenden Tabelle sind die Werte ac = Mn und Ac = m für Hauptbahnen und für Spannweiten l bis 100 m zusammengestellt. Bezüglich der Querkraft Q sind die Größtwerte für x = 0, l/4, 2/4, 3/4 angegeben, mit deren Hilfe die Q-Linie aufgezeichnet werden kann. Die eingeklammerten Zahlen bezeichnen jeweils die mit dem Beiwert beta multiplizierten Werte von M und Q, wie sie in Gl. (3) zur Berechnung von S1 und D gebraucht werden. Die 2 letzten Spalten der Tabelle geben für die ruhende Last das Moment in der Trägerrmitte und die Querkraft am Trägerrende.

Fig. 3.

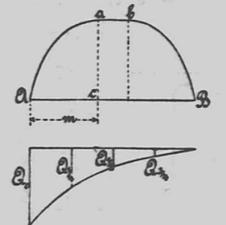
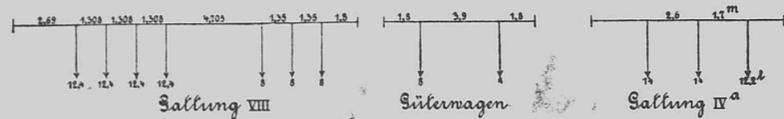


Tabelle der Größtwerte der Momente und Querkraften bei Hauptbahnen für 1 Geleis, für freiaufliegende Einzelträger von l bis 100 m Stützweite.

Table with columns: Stützweite l, Verkehrs last Mn, Abzesse m, Verkehrs last (Q0, Qi, Qj, Qk), Ruhende Last (M, Q). Rows 1-100.

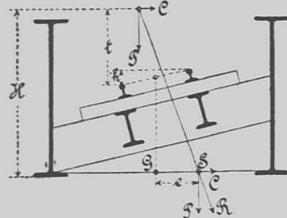
Für zwischenliegende Stützweiten sind die Zahlenwerte proportional einzuschalten. Der Belastungszug besteht aus 3 Lokomotiven, Gattung VIII, und beladenen Güterwagen, bezw. aus 1 Lokomotive, Gattung IVa (für $l < 2,5$ m).

Fig. 4.



Anmerkung 3. Lastverteilung in Eisenbahnkurven.

Fig. 5.



Die Resultante R der Last P und der Zentrifugalkraft C trifft die Ebene des Windverbandes in einem Punkte S und zerlegt sich daselbst in ihre beiden Komponenten P und C . Letztere wird vom horizontalen Querverband aufgenommen, erstere verteilt sich nach dem Hebelgesetz auf die Hauptträger. Die Entfernung des Punktes S vom Geleisemittel G ergibt sich zu

$$e = H \cdot \frac{C}{P} - \frac{ht}{s} = \frac{Hv^2}{gr} - \frac{ht}{s}$$

wo h = Schienenüberhöhung,
 s = Spurweite,
 t = Höhe des Fahrzeugschwerpunktes über den Schienen,
 H = » » » dem Querverbande,
 v = Geschwindigkeit des Fahrzeuges,
 g = Beschleunigung der Schwere,
 r = Kurvenradius.

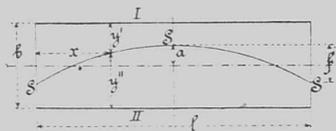
Für $s = 1,5$ m; $t = 1,5$ m; $v = 7$ m (Güterzüge) folgt $e = \frac{5H}{r} - h$.

Bei kleinen Spannweiten, wo die Belastung durch Personenzüge (Gattung IVa) in betracht kommt, ist $v = 20$ m, $e = \frac{40H}{r} - h$.

Der Grenzfall $v = 0$, $e = -h$, braucht in normalen Fällen nicht in betracht gezogen zu werden, da er nur ausnahmsweise vorkommt, und außerdem eine ruhende Last nicht so ungünstig wirkt, als eine bewegte Last, für welche letztere die Spannungszahlen bemessen sind.

Nach Bestimmung von e kann die Kurve SS als konzentrische Linie zur Geleisemittellinie aufgetragen werden. Die Lastverteilung

Fig. 6.



motiven, Gattung VIII, und beladenen Güterwagen, bezw. aus 1 Lokomotive, Gattung IVa (für $l < 2,5$ m).

auf die beiden Hauptträger I und II ist vorzunehmen, als ob die Lasten P in der Kurve SS wirkten. Von einer in x wirkenden Last P entfällt auf Träger I der Belag $P' = \frac{Py''}{b}$

$$\begin{aligned} & \text{» » II » » } P'' = \frac{Py'}{b}, \\ & \text{» » II » » } P'' = \frac{Py'}{b}, \end{aligned}$$

wo b die Hauptträgerentfernung, y' und y'' die Ordinaten der Kurve SS bezeichnen.

Den Teillasten P' und P'' entsprechen Querkräfte $Q'Q''$ und Momente $M'M''$, welche aus den Querkraften Q und Momenten M der vollen Lasten P mit Hilfe folgender Gleichungen erhalten werden können:

$$\text{für } x = 0 \quad Q_0' = \left(\frac{1}{2} + \frac{3a-f}{3b}\right) Q_0; \quad Q_0'' = \left(\frac{1}{2} - \frac{3a-f}{3b}\right) Q_0$$

$$x = \frac{1}{4}l \quad Q_1' = \left(\frac{1}{2} + \frac{8a-f}{8b}\right) Q_1; \quad Q_1'' = \left(\frac{1}{2} - \frac{8a-f}{8b}\right) Q_1$$

$$\text{für } x = \frac{1}{2}l \quad Q_2' = \left(\frac{1}{2} + \frac{6a-f}{6b}\right) Q_2; \quad Q_2'' = \left(\frac{1}{2} - \frac{6a-f}{6b}\right) Q_2$$

$$x = \frac{3}{4}l \quad Q_3' = \left(\frac{1}{2} + \frac{2a-f}{2b}\right) Q_3; \quad Q_3'' = \left(\frac{1}{2} - \frac{2a-f}{2b}\right) Q_3$$

Hierin bedeutet a den Abstand des Kurvenscheitels von der Brückenachse, f den Kurvenpfeil.

Die Werte von Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 sind vorstehender Tabelle zu entnehmen.

Für die Momente in Trägermitte erhält man

$$M_1' = \left(\frac{1}{2} + \frac{6a-f}{6b}\right) M_m; \quad M_1'' = \left(\frac{1}{2} - \frac{6a-f}{6b}\right) M_m.$$

Dieselbe Verteilungsweise kann annähernd für sämtliche übrigen Momente behalten werden. Genauer wäre zu setzen

$$\text{für } x = \frac{1}{4}l \quad M_1' = \left(\frac{1}{2} + \frac{24a-5f}{24b}\right) M_1; \quad M_1'' = \left(\frac{1}{2} - \frac{24a-5f}{24b}\right) M_1$$

und zum Zwecke des Interpolirens

$$\text{für } x = 0 \quad M_0' = \left(\frac{1}{2} + \frac{3a-f}{3b}\right) M_0; \quad M_0'' = \left(\frac{1}{2} - \frac{3a-f}{3b}\right) M_0.$$

Die vorstehenden Gleichungen wurden unter Voraussetzung gleichförmig verteilter Verkehrslast entwickelt; bei Berücksichtigung der tatsächlich wirkenden Einzellasten würde man nur unwesentlich davon abweichende Ergebnisse erhalten.

Karlsruhe, im Oktober 1888.

Fr. Engesser.



Ueber zusammengesetzte Druck- und Biegezugfestigkeit schmied-eiserner Stäbe.

Von Fr. Engesser in Karlsruhe.

(Sonderabdruck aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Band XXXIV Seite 731.)

I.

Wenn ein gerader Stab durch die exzentrische Druckkraft P belastet wird, so biegt er aus, und seine mittleren Querschnitte haben infolgedessen größere Kraftmomente und größere Spannungen anzuhalten als die Endquerschnitte.

Bei frei drehbaren Stäben ergibt die Elastizitätstheorie für die größte Ausbiegung in Stabmitte bekanntlich den Ausdruck:

$$a_1 = a : \cos \sqrt{\frac{PP}{4EJ}}$$

Die größten Spannungen treten in den äußersten Fasern auf und haben die Werte

$$\sigma = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{a_1}{w}\right) = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{a}{w} : \cos \sqrt{\frac{PP}{4EJ}}\right) \quad (\text{Druck}) \quad (1)$$

$$\sigma^1 = \frac{P}{F} \left(-1 + \frac{a_1}{w^1}\right) = \frac{P}{F} \left(-1 + \frac{a}{w^1} : \cos \sqrt{\frac{PP}{4EJ}}\right) \quad (1a)$$

Letztere Gleichung ergibt für σ^1 Zug oder Druck, je nachdem $\frac{a_1}{w^1} > 1$ ist.

In vorstehenden Gleichungen bezeichnet

- P die Druckkraft;
- a deren ursprüngliche Exzentrizität;
- l die Länge des Stabes;
- F dessen konstanten Querschnitt;
- J dessen Trägheitsmoment;
- i den Trägheitsradius, wobei $i^2 = J : F$;
- w und w^1 die Kernradien, wobei $w = \frac{J}{Fe} = \frac{i^2}{e}$ und $w^1 = \frac{J}{Fe^1} = \frac{i^2}{e^1}$;
- e und e^1 die Abstände der äußersten Fasern von der Schwerpunktsachse;
- E den Elastizitätsmodul.

Bei symmetrischen Querschnitten, wo $e = e^1$ und somit auch $w = w^1$, ist stets σ größer als σ^1 ; bei unsymmetrischen kann unter Umständen auch σ^1 größer als σ werden, wobei $w^1 < w$ sein muss. Für Schmiedeisen, wo die zulässigen Spannungen für Druck und Zug gleich groß angenommen

werden, kommt daher in ersterem Falle nur Gl. (1) in betracht; im zweiten Falle ist, falls $w^1 < w$, auch auf Gl. (1a) Rücksicht zu nehmen.

Aus Gl. (1) geht hervor, dass die Spannung σ nicht proportional der Belastung P , sondern rascher wächst als letztere, dass sie daher in unserem Falle nicht wie sonst als Maßstab für die Sicherheit des Stabes benutzt werden kann. Soll der Stab n -fache Sicherheit gegen Ueberschreitung der Elastizitätsgrenze (Grenzspannung = g) besitzen, so ist zuerst mit Hilfe der Gl. (1) bzw. (1a) diejenige Belastung P_0 zu ermitteln, welche die Spannung $\sigma = g$ hervorruft, und sodann die zulässige Belastung P gleich deren n -Teil, $P = \frac{1}{n} P_0$, zu setzen.

Wenn man, wie dies meistens geschieht, den Sicherheitsgrad n auf die Festigkeitsgrenze bezieht, so erhält man P aus der Gleichung $P = \frac{P_1}{n}$, wo P_1 die der Festigkeit k entsprechende Bruchlast bezeichnet.

Die Bruchlast P_1 kann für den Fall, dass das Elastizitätsgesetz bis zur Festigkeitsgrenze gilt, mit Hilfe der Gl. (1) bzw. (1a) bestimmt werden; man erhält:

$$k = \frac{P_1}{F} \left(1 + \frac{a}{w} : \cos \sqrt{\frac{P_1 P_1}{4EJ}}\right) \quad \dots (2)$$

und

$$k^1 = \frac{P_1}{F} \left(-1 + \frac{a}{w^1} : \cos \sqrt{\frac{P_1 P_1}{4EJ}}\right) \quad \dots (2a)$$

Für die Folge wird angenommen, dass die Verhältnisse derart seien, dass nur Gl. (2) in betracht komme.

Bezeichnet man die Knickbelastung der Euler'schen Formel $\left(\frac{\pi^2 EJ}{l^2}\right)$ mit P_0 , so kann man Gl. (2) auch schreiben

$$k = \frac{P_1}{F} \left(1 + \frac{a}{w} : \cos \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P_1}{P_0}}\right) \quad \dots (3)$$

Die Ermittlung der Bruchlast P_1 aus vorstehenden Gleichungen kann nur durch Probieren erfolgen; eine bequemere Bestimmungsweise erhält man durch folgendes Näherungsverfahren:

Ersetzt man in Gl. (3) $\cos \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P_1}{P_0}}$ näherungsweise durch $1 - \frac{P_1}{P_0}$, so geht dieselbe über in

$$P_1(P_1 - P_0 - P_0 \frac{a}{w} - Fk) = -FkP_0 \quad (4),$$

woraus sich ergibt

$$P_1 = \frac{1}{2} (P_0 + P_0 \frac{a}{w} + Fk) - \sqrt{\frac{1}{4} (P_0 + P_0 \frac{a}{w} + Fk)^2 - FkP_0} \quad (5).$$

Der Ausdruck für P_1 gestaltet sich übersichtlicher, wenn man in Gl. (4) innerhalb der Klammer $P_1 - P_0$ gleich $-aP_0$ setzt und den Koeffizienten a später entsprechend bestimmt. Man erhält sodann aus Gl. (4)

$$P_1 = \frac{P_0 k F}{(a + \frac{a}{w}) P_0 + Fk} = \frac{P_0}{1 + (\frac{a}{w}) \frac{k_0}{k}} = \frac{F k_0}{1 + (\frac{a}{w}) \frac{k_0}{k}} \quad (6),$$

wo k_0 die Knickfestigkeit $P_0 : F$ bezeichnet. Der Koeffizient a ist nun

$$a = \frac{P_0 - P_1}{P_0} = 1 - \frac{1}{1 + (\frac{a}{w}) \frac{k_0}{k}},$$

woraus sich ergibt

$$a = -\left(\frac{k-k_0}{2k_0} + \frac{a}{2w}\right) + \sqrt{\left(\frac{k-k_0}{2k_0} + \frac{a}{2w}\right)^2 + \frac{a}{w}} \quad (7).$$

Für $k_0 = k$ und sehr kleine $\frac{a}{w}$ wird a gleich $\sqrt{\frac{a}{w}}$, für sehr große $\frac{a}{w}$ wird allgemein $a = 1$; ist $\frac{a}{w}$ klein gegen die Größe $\frac{k-k_0}{k}$, so kann a gleich $\frac{k_0}{k-k_0} \cdot \frac{a}{w}$ gesetzt werden.

Für Schmiedeeisen sind vorstehende Gleichungen nicht unmittelbar zu gebrauchen, da hier das Elastizitätsgesetz $\sigma = E\varepsilon$ (ε = Dehnung) nicht bis zur Festigkeitsgrenze gilt.

Stellt man die Beziehung zwischen Spannung σ und Dehnung ε durch eine Linie dar (Arbeitslinie), so ist dieselbe von O bis zur Elastizitätsgrenze G eine Gerade $\sigma = E\varepsilon$; von G an wächst σ langsamer als ε ; die Arbeitslinie krümmt sich konkav nach unten, bis die Quetschgrenze Q erreicht wird. Von hier an verläuft die Linie äußerst flach, die Dehnungen wachsen gegenüber den Spannungen unverhältnismäßig rasch, bis schließlich das Material völlig zerstört wird. Für die Zwecke der Praxis kommt der Zustand außerhalb der Quetschgrenze wenig mehr in Betracht; man führt daher zweckmäßig die Quetschgrenze als Festigkeitsgrenze in die Rechnung ein.

Nach vorstehendem erleidet das Material außerhalb der Elastizitätsgrenze verhältnismäßig größere Formänderungen, es wird gewissermaßen weicher. Infolgedessen wird der Pfeil a_1 und das Angriffsmoment in Stabmitte größer, die Tragfähigkeit entsprechend kleiner, als dies unter der Herrschaft des Elastizitätsgesetzes der Fall wäre. Ganz ähnliche Verhältnisse treten bei der reinen Knickfestigkeit auf, wo die ursprüngliche Exzentrizität $a = 0$ ist. Dort kommt die größere Weichheit des Materiales außerhalb der Elastizitätsgrenze dadurch zum Ausdruck, dass an stelle der Euler'schen Formel

$$P_0 = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}, \text{ bzw. } k_0 = \frac{P_0}{F} = \frac{\pi^2 EJ}{F l^2} = \frac{\pi^2 E l^2}{l^2} = \frac{\pi^2 E}{l^2} \quad (\text{wo } l = \text{spezifische Länge})$$

die allgemeinere Formel

$$P_0 = \frac{\pi^2 T J}{l^2} \text{ bzw. } k_0 = \frac{\pi^2 T}{l^2} \quad (8)$$

tritt (siehe Zeitschr. des Hannöverschen Arch.- und Ingenieurvereines 1889 Heft 4).

Hierin ist $T = \text{tg } \varphi$ und φ = Winkel der Tangente im Punkt $\sigma = k_0$ der Arbeitslinie mit der Horizontalen. Liegt die Knickfestigkeit k_0 innerhalb der Elastizitätsgrenze, so wird T gleich dem Elastizitätsmodul E .

Annähernd kann nun auch in unserem Falle dem geänderten Formänderungsgesetz dadurch Rechnung getragen werden, dass man in den früheren Formeln den Elastizitätsmodul E durch das der jeweiligen Knickspannung k_0 entsprechende T ersetzt.

Gl. (2) wird hiernach

$$k = \frac{P_1}{F} \left(1 + \frac{a}{w} : \cos \sqrt{\frac{P_1 P}{4 T J}}\right) \quad (9),$$

oder mit Berücksichtigung von Gl. (8)

$$k = \frac{P_1}{F} \left(1 + \frac{a}{w} : \cos \sqrt{\frac{P_1}{P_0}}\right) \quad (10).$$

Gl. (10) ist in der Form völlig übereinstimmend mit Gl. (3); nur ist hier unter P_0 nicht die Euler'sche Knickbelastung, sondern jeweils die wirkliche Knickbelastung nach Gl. (8) zu verstehen.

Aus Gl. (10) erhält man dann in gleicher Weise wie früher die Näherungsformel

$$P_1 = \frac{P_0}{1 + (\frac{a}{w}) \frac{k_0}{k}} \quad (11),$$

wo P_0 und k_0 der Gl. (8) zu entnehmen sind.

Gl. (11) kann in die Form

$$P_1 = \frac{Fk}{k_0 + a + \frac{a}{w}} \quad (12)$$

übergeführt werden. Setzt man hierin, nach Schwarz, bzw. Laissle und Schübler, $k_0 = \frac{k}{1 + \eta \lambda^2}$, wo η ein konstanter Koeffizient, so erhält man

$$P_1 = \frac{Fk}{1 + \eta \lambda^2 + a + \frac{a}{w}} \quad (13).$$

Versuche über Festigkeit bei exzentrischem Druck sind bis jetzt nur wenige angestellt worden, und zwar, soviel bekannt, nur von Professor Tetmajer, welcher die Ergebnisse derselben in seiner »Baumechanik, II. Teil, die angewandte Elastizitäts- und Festigkeitslehre« veröffentlicht hat. Soweit das mitgeteilte Material einen Vergleich gestattet, stimmen die Resultate der vorentwickelten theoretischen Formeln in befriedigender Weise mit denen der Versuche überein.

Tetmajer giebt seine Ergebnisse bei schmiedbarem Eisen durch folgende empirische Formeln für die Anwendung wieder:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{1}{n} k_0 = \frac{s_0}{1 + \zeta \frac{a_1}{w}} = \frac{s_0}{1 + \zeta \frac{a_1}{w}} \quad (14),$$

wo P = zulässige Belastung, σ = zugehörige mittlere Spannung, s_0 = zulässige Knickspannung = $\frac{k_0}{n}$,

$$a_1 = \frac{a}{1 - \frac{\sigma}{SE}}$$

ζ = empirischer Koeffizient, welcher zu setzen ist:

bei Schweisseisen

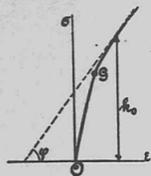
$$\lambda = 70 \text{ bis } 250, \zeta = -\frac{3280}{\lambda^2} + \frac{154}{\lambda} - 0,508,$$

$$\lambda > 250, \zeta = \sqrt{\frac{0,046}{\lambda - 238}},$$

bei Flusseisen:

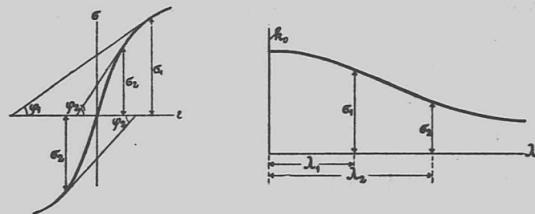
$$\lambda = 70 \text{ bis } 250, \zeta = -\frac{760}{\lambda^2} + \frac{106}{\lambda} - 0,38,$$

$$\lambda > 250, \zeta = \sqrt{\frac{0,024}{\lambda - 227}}.$$



Die Gl. (14) Tetmajers zeigt die gleiche allgemeine Form wie die theoretische Näherungsgleichung (11) und unterscheidet sich nur durch die Art der Koeffizienten von derselben. Der Koeffizient ζ , dessen Mittelwerte für verschiedene spezifische Längen λ auf S. 173 genannten Werkes zusammengestellt sind, weist eine ähnliche Abhängigkeit von λ auf wie der theoretische Koeffizient $\frac{k_0}{k}$ und ergibt sich ziemlich genau $= 0,9 \frac{k_0}{k}$.

Anm. 1. Die vorstehend gemachte Annahme, dass außerhalb der Elastizitätsgrenze das elastische Verhalten eines Stabes bei exzentrischem Druck das gleiche sei wie bei der Beanspruchung auf Knicken, trifft am besten zu bei kurzen Stäben (kleines λ) sowie bei kleiner spezifischer Exzentrizität (kleines $\frac{a}{w}$); weniger gut bei schlanken Stäben (großes λ) und gleichzeitig großem Werte von $\frac{a}{w}$. In solchen Fällen liegt die Knickfestigkeit k_0 noch innerhalb der Elastizitätsgrenze, während die bei exzentrischem Druck auftretenden Spannungen der Randfasern genannte Grenze übersteigen. Die Formänderung des Stabes ist somit tatsächlich größer und die Tragfähigkeit geringer, als die bisherigen Formeln ergeben. Man kann genanntem Umstande in ausreichendem Maße dadurch Rechnung tragen, dass man statt T (bzw. E) den Wert $\frac{T_1 + T_2}{2}$ in die Formeln (2) bis (7) einführt, wo T_1 und T_2 den zwei Randspannungen σ_1 und σ_2 der Endflächen entsprechen. Man wird zuerst nach den bisherigen Formeln P_1 und sodann die Randspannungen $\sigma_1 = \frac{P_1}{F} \left(1 + \frac{a}{w}\right)$, $\sigma_2 = \frac{P_1}{F} \left(1 - \frac{a}{w}\right)$ berechnen, hierauf mit Hilfe der Arbeitslinie T_1 (= $tg \varphi_1$) und T_2 (= $tg \varphi_2$) bestimmen und schließlich in die Formeln (2) bis (7) $\frac{T_1 + T_2}{2}$ statt E bzw. $\frac{T_1 + T_2}{2} \frac{\pi^2}{\lambda^2}$ statt k_0 einführen. Statt der Arbeitslinie kann man zur Bestimmung von T_1 und T_2 auch die Festigkeitslinie benutzen, d. h. diejenige Linie,



welche die Beziehung zwischen Knickspannung k_0 und spez. Länge $n\lambda$ darstellt. Man entnimmt letzterer Linie die zu σ_1 und σ_2 gehörigen Längen λ_1 und λ_2 , setzt nach Gl. (8) $\sigma_1 = \frac{\pi^2 T_1}{\lambda_1^2}$ und $\sigma_2 = \frac{\pi^2 T_2}{\lambda_2^2}$, woraus man erhält $\frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{\sigma_1 \lambda_1^2 + \sigma_2 \lambda_2^2}{2} \cdot \pi^2$.

Statt k_0 ist zu setzen $\frac{T_1 + T_2}{2} \cdot \frac{\pi^2}{\lambda^2} (= \frac{\sigma_1 \lambda_1^2 + \sigma_2 \lambda_2^2}{2 \lambda^2})$, wo λ = wirkliche spezifische Stablänge = $\frac{l}{i}$.

Ueber die Gestalt der Arbeitslinie, bzw. über die Gleichung zwischen k_0 und λ siehe später unter IV.

Anm. 2. Liegen die Verhältnisse derart, dass die Festigkeit gegen Zug in Rechnung gezogen werden muss (Gl. 2a), so lässt sich, in ähnlicher Weise wie bei der Druckfestigkeit, als Näherungsformel für die Bruchlast aufstellen

$$P_1 = \frac{P_0}{1 + (\frac{a}{w^1} - a^1) \frac{k_0}{k^1}} \quad (6a)$$

$$\text{wo } a^1 = \left(1 + \frac{k^1}{k_0} + \frac{a}{w^1}\right) - \sqrt{\left(1 + \frac{k^1}{k_0} + \frac{a}{w^1}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{a}{w^1}} \quad (7a)$$

$F \cdot w^1$ = Widerstandsmoment gegen Zug

k^1 = Zugfestigkeit

k_0 = Knickfestigkeit wie bisher.

Selbstverständlich kommt Gl. (6a) nur dann in Betracht, wenn sie für die Bruchlast einen größeren Wert ergibt als Gl. (6).

Wenn ein einseitig eingespannter Stab von der Länge $\frac{l}{2}$ am freien Ende durch die Kräfte P parallel der Achse und H ($= \gamma P$) normal zur Achse belastet wird, so nimmt er eine Krümmung an, deren Differentialgleichung innerhalb der Elastizitätsgrenze lautet

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py - Hx = -Py - \gamma Px;$$

die Integration derselben liefert als Gleichung der elastischen Linie

$$y = -\gamma x + \gamma \sqrt{\frac{EJ}{P}} \sin \sqrt{\frac{Px}{EJ}} : \cos \sqrt{\frac{Px}{EJ}}$$

Der Biegunspfeil δ ergibt sich hieraus für $x = \frac{l}{2}$ zu

$$\delta = \frac{\gamma l}{2} \left(-1 + \sqrt{\frac{4EJ}{Pl} \text{tg} \sqrt{\frac{Pl}{4EJ}}}\right) \quad (15).$$

Die größten Spannungen finden in den Randfasern des Querschnitts $x = \frac{l}{2}$ statt:

$$\sigma = \frac{P}{F} \left[1 + \left(\delta + \gamma \frac{l}{2}\right) : w\right] \quad (16)$$

$$\text{und } \sigma = \frac{P}{F} \left[-1 + \left(\delta + \gamma \frac{l}{2}\right) : w\right] \quad (16a).$$

Wenn, wie wir voraussetzen wollen, der Querschnitt symmetrisch ist, kommt bei Schmiedeeisen nur Gl. (16) in Betracht.

Gilt das Elastizitätsgesetz bis zur Festigkeitsgrenze, so erhält man aus Gl. (15) und (16), wenn $\gamma \frac{l}{2}$ gleich c gesetzt wird, für die Tragfähigkeit P_1 die Gleichung

$$k = \frac{P_1}{F} \left[1 + \sqrt{\frac{4EJ}{P_1 F}} \text{tg} \sqrt{\frac{P_1 P}{4EJ}} \cdot \frac{c}{w}\right] \quad (16)$$

oder mit

$$P_0 = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}, \quad k = \frac{P_0}{F} \left[1 + \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{P_0}{P_1}} \text{tg} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P_1}{P_0}} \cdot \frac{c}{w}\right] \quad (17).$$

Um vorstehende Gleichung auch außerhalb des Elastizitätsgesetzes anwenden zu können, genügt es, E durch T zu ersetzen, bzw. als Knickbelastung P_0 und Knickfestigkeit k_0 nicht die Euler'schen Werte, sondern die wirklichen Werte derselben einzuführen.

Einen Näherungswert von P_1 kann man auf folgende Weise erhalten: die Horizontalkraft H bringt für sich allein einen Biegunspfeil $a = \frac{H l^3}{24 E J}$ hervor, welcher durch Mitwirkung von P_1 annähernd auf $a_1 = a : \cos \sqrt{\frac{P_1 P}{4 E J}} = a : \cos \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P_1}{P_0}}$ vergrößert wird. Es muss nun sein

$$k = \frac{P_1}{F} \left(1 + \frac{a}{w} : \cos \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P_1}{P_0}}\right) + \frac{H l}{2 F w}, \text{ od. mit } \cos \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P_1}{P_0}} = 1 - \frac{P_1}{P_0}$$

$$P_1 \left[k F + (P_0 - P_1) + P_0 \frac{a}{w} - \frac{H l}{2 w}\right] = k F P_0 - \frac{H l P_0}{2 w}.$$

Setzt man wie früher ($P_0 - P_1$) auf der linken Seite $= a P_0$, so wird

$$P_1 = \frac{P_0 \left(1 - \frac{H l}{2 F w k}\right)}{1 + \frac{k_0}{k} \left(a + \frac{a}{w}\right) - \frac{H l}{2 F w k}} = \frac{P_0 \left(1 - \frac{a}{k}\right)}{1 + \frac{k_0}{k} \left(a + \frac{a}{w}\right) - \frac{a}{k}} \quad (18),$$

wo $\sigma = \frac{H l}{2 F w}$ = größte Spannung, welche durch das Moment $\frac{H l}{2}$ hervorgerufen wird.

Bei kleinem σ kann man setzen

$$P_1 = \frac{P_0}{1 + \frac{k_0}{k} \left(a + \frac{a}{w}\right)} \quad (18a).$$

Den Koeffizient α erhält man ähnlich wie früher zu

$$\alpha = -\left[\frac{k-k_0}{2k_0} + \frac{a}{2w} - \frac{\sigma}{2k_0} \right] + \sqrt{\left(\frac{k-k_0}{2k_0} + \frac{a}{2w} - \frac{\sigma}{2k_0} \right)^2 + \frac{a}{w}} \quad (19)$$
 und bei kleinem σ zu

$$\alpha = -\left[\frac{k-k_0}{2k_0} + \frac{a}{2w} \right] + \sqrt{\left(\frac{k-k_0}{2k_0} + \frac{a}{2w} \right)^2 + \frac{a}{w}} \quad (19a)$$

Handelt es sich um einen Stab, welcher bei frei drehbaren Enden durch die achsiale Druckkraft P_1 und außerdem noch durch die quer zur Achse wirkende stetige Belastung p und die Einzellasten Q symmetrisch zur Mitte belastet ist, so kann man auch hier die Näherungsformeln 18 und 18a anwenden, wobei unter a die in Stabmitte durch die Querlasten hervorgerufene Durchbiegung zu verstehen ist, und unter σ die entsprechende Randspannung in Stabmitte.

$$\sigma = \left(\frac{P_1}{S} + \frac{1}{2} Qg \right) : Fw$$

$$a = \frac{5 p l^4}{384 EJ} + \frac{1}{2} \frac{Qg}{EJ} l^2 - \frac{g^2}{6} \quad (20)$$

III.
 Bei schwach gekrümmter Stabachse mit dem anfänglichen Krümmungspfeil a kann die Näherungsformel (6) bzw. (11) benutzt werden. Die Krümmung des Stabes ist entweder eine beabsichtigte (wie dies bisweilen bei den Gurtungen von Fachwerkträgern ausgeführt wird), oder sie ist die Folge von Ausführungsmängeln oder von einseitiger Erwärmung. Nimmt man in letzterem Falle an, die eine Stabseite sei um t Grad wärmer als die andere und die Wärmezunahme erfolge gleichmäßig, so krümmt sich der Stab, ohne hierbei innere Spannungen anzunehmen, nach einem Radius

$$r = \frac{d}{\omega t} \quad (21)$$

d = Stabbreite
 ω = Wärmeausdehnung.

Der Pfeil a ist sodann zu setzen

$$a = \frac{r}{S} = \frac{d}{\omega S t} \quad (22)$$

Ist die anfängliche Krümmung wie in vorstehendem Falle gleichmäßig $\frac{1}{r}$, so kann die Aufgabe auch vollständig genau gelöst werden.

Die Differentialgleichung der elastischen Linie lautet

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{r} - \frac{P y}{EJ}$$

deren Integration, da für $x=0$ auch $y=0$ und für $x=\frac{l}{2}$ $\frac{dy}{dx}=0$ sein muss, ergibt

$$y = \frac{EJ}{Pr} \left(-1 + \cos x \right) + \frac{P}{EJ} \left[\frac{P_1}{4EJ} \sin x \right] \frac{P}{EJ}$$

Für $x = \frac{l}{2}$ erhält man den neuen Krümmungspfeil

$$a_1 = \frac{EJ}{Pr} \left(-1 + \sec \sqrt{\frac{Pr}{4EJ}} \right)$$

Größte Druckspannung

$$\sigma = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{a_1}{w} \right) = \frac{P}{F} + \frac{EJ}{Fwr} \left(-1 + \sec \sqrt{\frac{Pr}{4EJ}} \right) \quad (23)$$

Mit $\frac{\pi^2 EJ}{l^2} = P_0$ erhält man hieraus für den Fall, dass das Elastizitätsgesetz bis zum Bruche gilt, für die Bruchlast P_1

$$k = \frac{P_1}{F} + \frac{P_0 l^2}{\pi^2 Fwr} \left(-1 + \sec \sqrt{\frac{Pr}{4EJ}} \right) \quad (24)$$

Anderenfalls ist E durch T zu ersetzen, bezw. unter P_0 statt der Euler'schen Knickbelastung die wirkliche zu verstehen.

Bezüglich der Erwärmung sind vorstehend normale Wärmegrade vorausgesetzt (Sonnenwärme, Ofenwärme), bei welchen Elastizität und Festigkeit die normalen Größen besitzen. Für starke Erhitzung (Feuersbrunst) sind vorstehende Formeln nicht mehr anwendbar, da hierfür die Größen von E, T, k wesentlich andere werden¹⁾.

IV.

Der Wert der Knickfestigkeit k_0 ist nach Gl. (8) $k_0 = \frac{P_0}{F} = \frac{\pi^2 T}{l^2}$ bei freien Stabenden. Innerhalb der Elastizitätsgrenze, d. h. so lange $k_0 < g$, ist T gleich dem Elastizitätsmodul E ; außerhalb derselben hängt T ab von der Spannung k_0 bzw. von der spezifischen Stablänge λ .

Stellt man die Beziehung zwischen k_0 und λ durch eine Linie (Festigkeitslinie) dar, so verläuft dieselbe von $k_0 = 0$ bis $k_0 = g$ nach der Euler'schen Gleichung $k_0 = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$. Der zu $k_0 = g$ gehörige Wert der Abszisse ergibt sich zu $\lambda_2 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{g}}$.

Für kleinere Werte von λ kann k_0 genau genug durch die geneigte Gerade CG und durch die horizontale Gerade CD dargestellt werden. Bezeichnet man die Abszisse ihres Schnittpunktes C mit λ_1 , so ist

von 0 bis λ_1 , k_0 konstant = k
 von λ_1 bis λ_2 , $k_0 = g + \frac{k-g}{\lambda_2-\lambda_1} (\lambda_2 - \lambda)$

Für Schweifeseisen¹⁾ ist $E = 2000000$, $k = 2350$ kg, $g = 1500$ kg, $\lambda_2 = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 2000000}{1500}} = 115$.

Der Wert von λ_1 kann mit Hilfe der in Z. 1888 S. 1121 mitgeteilten Versuche von Strobel bestimmt werden. Setzt man voraus, dass die Versuchsstäbe vollkommen fest eingespannt waren, so ergibt sich λ_1 zu 46; nimmt man dagegen an, dass eine gewisse Beweglichkeit der Stabenden, somit ein Mittelzustand zwischen freien und eingespannten Enden vorhanden war, so lässt sich λ_1 etwa = $46 \cdot \sqrt{2} = 65$ setzen. Der Wert von T , welcher der Abszisse λ_1 bzw. der Ordinate $k_0 = k$ entspricht, ist $T_1 = \frac{k \lambda_1^2}{\pi^2}$ und berechnet sich

bei der 1. Voraussetzung zu $T_1 = 500000 = \frac{1}{4} E$
 „ „ 2. „ „ $T_1 = 1000000 = \frac{1}{2} E$.

Die Gleichung der Festigkeitslinie lautet nun von 0 bis λ_1 , $k_0 = 2350$ kg
 von λ_1 bis λ_2 bei der 1. Voraussetzung $k_0 = 2915 - 12,3 \lambda$
 bei der 2. Voraussetzung $k_0 = 3455 - 17,0 \lambda$
 von λ_2 bis ∞ $k_0 = \frac{20000000}{\lambda^2}$ (25)

Für Flusseisen¹⁾ ist $E = 2150000$, $k = 2650$ kg, $g = 2200$ kg, $\lambda_2 = 94$. Nimmt man auch hier in Ermanglung von Versuchsergebnissen an, T_1 sei = $\frac{1}{4} E$ bzw. = $\frac{1}{2} E$, so erhält man $\lambda_1 = 45$ bzw. = 64 und

¹⁾ Siehe hierüber Deutsche Bauzeitung 1889 S. 486.
²⁾ Die Werte von k und g sind dem oben erwähnten sehr empfehlenswerten Buche von Tetmajer entnommen.

die Gleichung der Festigkeitslinie lautet von 0 bis λ_1 , $k_0 = 2650$ kg
 von λ_1 bis λ_2 bei der 1. Voraussetzung $k_0 = 3065 - 9,2 \lambda$
 bei der 2. Voraussetzung $k_0 = 3610 - 15 \lambda$
 von λ_2 bis ∞ $k_0 = \frac{21500000}{\lambda^2}$ (26)

Für die Folge sollen die der 2. Voraussetzung entsprechenden Formeln benutzt werden.

V.

Der Sicherheitsgrad n kann bei exzentrischer Druckbeanspruchung gleich den sonst bei gewöhnlicher Druckbeanspruchung üblichen angenommen werden. Bei Anwendung der Näherungsformel (12) erhält man hiernach als zulässige Belastung

$$P = \frac{P_1}{n} = F \frac{k}{n} : \left(\frac{k}{k_0} + \alpha + \frac{a}{w} \right) = F s : \left(\frac{k}{k_0} + \alpha + \frac{a}{w} \right) \quad (27)$$

wo s = zulässige Beanspruchung für reinen Druck.

Der Sicherheitsgrad n ist hierbei $n = \frac{k}{s}$, beispielsweise für Schweifeseisen bei ruhender Belastung, wo $s = 1000$, $n = \frac{2350}{1000} = 2,35$.

Wird der Stab auf Knicken in Anspruch genommen, so könnte auch hier der gleiche Sicherheitsgrad n angewendet werden, wenn tatsächlich die Verhältnisse den theoretischen Voraussetzungen entsprächen, wenn namentlich die Druckkraft vollkommen zentrisch wirkte. Letzteres wird jedoch mit Rücksicht auf die Mängel der Ausführung und des Materials, auf die Einwirkung von Seitenkräften und von Temperatureinflüssen usw. niemals vollständig der Fall sein; es wird stets eine gewisse Exzentrizität der Druckkraft auftreten, sodass beim Gebrauch der Knickformeln (25) und (26), welche diesem Umstände keine Rechnung tragen, die Einführung eines erhöhten Sicherheitsgrades (= n_0) gerechtfertigt erscheint. In der Regel nimmt man an, dass die schädlichen Einflüsse mit der spezifischen Länge λ zunehmen, und lässt daher den Sicherheitsgrad n_0 mit λ wachsen, bezw. die zulässige Knickbeanspruchung s_0 (= $\frac{k_0}{n_0}$) mit λ abnehmen. Dem entspricht beispielsweise folgendes Verfahren, unter Zugrundelegung der Gl. (25) für Schweifeseisen:

Von 0 bis $\lambda = 65$ wird die Tragkraft konstant $P = F s$ gesetzt
 von $\lambda = 65$ bis $\lambda = \infty$, $P = F \cdot \frac{\pi^2 E s}{l^2 k} = F \cdot \frac{4250 s}{l^2}$ (28)

Der Sicherheitsgrad ist bis $\lambda = 65$ der normale, $n_0 = n = \frac{k}{s}$; von $\lambda = 65$ an nimmt n_0 zu bis $\lambda = 115$, wo er den doppelten Wert $n_0 = \frac{2k}{s}$ erreicht. Für größere λ bleibt der Sicherheitsgrad konstant = $\frac{2k}{s}$. Bei ruhender Belastung ($s = 1000$) steigt hiernach n_0 von 2,35 bis 4,7, in naher Uebereinstimmung mit der Uebung zahlreicher Konstruktionen, welche die Euler'sche Formel mit $n_0 = 5$ verwenden.

Noch besser leistet eine Gleichung von der Form

$$P = \frac{F s}{1 + \frac{\gamma k \lambda^2}{\pi^2 E}} = \frac{F s}{1 + 0,000117 \gamma \lambda^2} \quad (29)$$

der gestellten Forderung genüge. Hierin giebt der Koeffizient γ an, wie viel mal der Sicherheitsgrad n_0 bei sehr langen Stäben (theoretisch $\lambda = \infty$) größer angenommen wird als der normale n (= $\frac{k}{s}$).

Für $\gamma = 1,5$, d. h. $n_0 = 1,5 n$ bei langen Stäben, erhält man

$$P = \frac{F s}{1 + 0,000175 \lambda^2} \quad (29a)$$

Der neuesten Formel von Laissle und Schübler¹⁾

$$P = \frac{F s}{1 + 0,00015 \lambda^2} \quad (29b)$$

welche allerdings auf etwas anderer Grundlage aufgebaut ist, entspricht $\gamma = 1,3^2$.

Es lässt sich nicht verkennen, dass in Wirklichkeit außer λ noch andere Größen einen mehr oder minder starken Einfluss auf die zulässige Belastung P bzw. auf den Sicherheitsgrad n_0 ausüben, dass daher Formeln wie die vorstehenden, welche nur dem Einflusse der spezifischen Länge λ Ausdruck geben, nur im großen Ganzen zutreffend sein werden, im Einzelfalle jedoch ziemlich starke Abweichungen aufweisen können. Angemessene Ergebnisse sind im Einzelfalle dadurch zu erhalten, dass man den Sicherheitsgrad jeweils den vorliegenden Verhältnissen durch Abschätzung der im schlimmsten Falle zu erwartenden Exzentrizität anpasst, bezw. dass man P mit Hilfe der Gl. (27) für exzentrischen Druck bestimmt.

Aus Gl. (27) erhält man

$$P = F \frac{k}{n} : \left(\frac{k}{k_0} + \alpha + \frac{a}{w} \right) = \frac{F k_0}{n} : 1 + \left(\alpha + \frac{a}{w} \right) \frac{k_0}{k}$$

Andererseits lässt sich auch setzen

$$P = \frac{P_0}{n_0} = \frac{F k_0}{n_0} \quad (30)$$

Durch Gleichsetzung beider Ausdrücke ergibt sich

$$n_0 = n \left[1 + \left(\alpha + \frac{a}{w} \right) \frac{k}{k_0} \right] = \frac{k}{s} \left[1 + \left(\alpha + \frac{a}{w} \right) \frac{k_0}{k} \right] \quad (31)$$

Man ersieht hieraus, dass der Sicherheitsgrad n_0 wesentlich auch vom Kernradius w bzw. vom Widerstandsmoment Fw abhängt, dass daher unter sonst gleichen Verhältnissen Stäbe mit größerem Widerstandsmoment eines kleineren Sicherheitsgrades bedürfen.

Anm. Gegen vorstehende Bestimmung des Sicherheitsgrades n_0 kann geltend gemacht werden, dass man hierbei zu große Werte desselben erhält, insofern ja auch bei sogenannter zentrischer Zugbeanspruchung kleine unbeabsichtigte Exzentrizitäten auftreten, welche in der statischen Berechnung vernachlässigt werden. Die Sicherheit derart beanspruchter Stäbe ist daher strenggenommen nicht = n , sondern nur = $n : \left(1 + \frac{a}{w} \right)$, bezw., da durch die elastische Formänderung bei Zugstäben die ursprüngliche Exzentrizität verringert wird, = $n : \left(1 + \beta \frac{a}{w} \right)$, wo β eine Zahl zwischen 0 und 1 bedeutet.

Mindert man den Sicherheitsgrad n_0 der auf Knicken beanspruchten Stäbe im gleichen Verhältnisse, so erhält man

$$n_0 = n \left[1 + \left(\alpha + \frac{a}{w} \right) \frac{k_0}{k} \right] : \left(1 + \beta \frac{a}{w} \right) \quad (32)$$

Wenn nun auch in rein statischer Beziehung der nach vorstehender Gleichung berechnete Sicherheitsgrad vollkommen genügt, so wird doch in der Regel die Anwendung des größeren Wertes nach Gl. (30) mit Rücksicht auf die hierdurch bewirkte Verminderung der elastischen Formänderung sowie auf die etwaigen Ungenauigkeiten der Berechnung vorzuziehen sein.

VI.

Es handle sich beispielsweise um eine Stütze von neben-skizziertem Querschnitt, 4 Winkelisen $\frac{10}{1,2}$, welche durch Gitterwerk mit einander verbunden sind. Die freie Länge betrage bezüglich der Biegungsachse $Y Y$ 14,5 m; bezüglich der Biegungsachse $X X$ sei die freie Länge durch Fachwerk-



¹⁾ Centrabl. d. Bauverwaltung 1889 S. 255.
²⁾ Der fraglicher Formel entsprechende Sicherheitsgrad n_0 steigt übrigens nicht ständig von $n_0 = n$ (für $\lambda = 0$) bis $n_0 = 1,3 n$ (für $\lambda = \infty$) an, sondern erreicht schon für $\lambda = \lambda_1 = 115$ seinen größten Wert mit $n_0 = ca. 2n$, von wo er allmählich wieder abnimmt bis $n_0 = 1,3 n$. Die Formel bietet daher für die Anwendung, wo λ wohl stets kleiner als 115, einen mit λ bis auf $2n$ steigenden Sicherheitsgrad.

konstruktion derart herabgemindert, dass hier ein Ausbiegen nicht in Frage kommen kann. Man hat sodann für den nutzbaren Querschnitt in cm

$$F = 80; i = 27; i^2 = 729; e = 30; w = \frac{i^2}{e} = \frac{729}{30} = 24,3;$$

$$\lambda = \frac{l}{i} = \frac{1450}{27} = \text{rund } 54; k_a = k, \text{ da } \lambda < 63 \text{ nach IV.}$$

Die Exzentrizität a kann nun durch folgende Ursachen hervorgerufen werden:

1) Ungleichmäßigkeit des Materials, nach Dimension und Elastizitätsmodul.

Nimmt man als größte zulässige Abweichung von den planmäßigen Dimensionen $\pm 2,5$ pCt., so ist ungünstigsten falls ein Unterschied in dem Inhalt der beiden Querschnittshälften von 5 pCt. Ist ferner der Elastizitätsmodul der kleineren Hälfte gleichzeitig um 5 pCt. geringer als der der größeren, so hat dies auf die Formänderung den gleichen Einfluss, wie wenn die fragliche Querschnittshälfte um weitere 5 pCt., somit im ganzen um 10 pCt. kleiner wäre als die andere.

Bei einem Abstand der Schwerpunkte der Querschnittshälften von der Achse $c = 27$ cm ergibt sich hierfür eine Verschiebung des Gesamtschwerpunktes, d. h. eine Exzentrizität von $a_1 = \frac{0,10 \cdot 8}{2} = 0,05 \cdot 27 = 1,35$ cm.

2) Ungenauigkeit der Ausführung.

Die Längsachse der Stütze besitze eine schwache Krümmung, und ferner mögen die Drehachsen der an den Enden befindlichen Zapfen nicht genau in der Mittelebene der Stütze montiert sein. Infolgedessen entsteht bezüglich des mittleren Querschnitts eine Exzentrizität a_2 , welche bei sorgfältiger Ausführung den Betrag von $a_2 = 1$ cm nicht überschreiten darf.

3) Exzentrischer Lastangriff.

Die Zapfenreibung ($= \mu P$) erzeugt ein Moment $M = \mu Pr$, welchem eine Exzentrizität $a_3 = \mu r$ entspricht. Für $\mu = \frac{1}{5}$, $r = 5$ cm folgt hieraus $a_3 = 1$ cm.

4) Temperatureinflüsse.

Durch einseitige Sonnenbestrahlung kann in unserm Falle ein Temperaturunterschied in beiden Querschnittshälften von höchstens 10°C . hervorgerufen werden, wodurch nach Gl. (22) eine Exzentrizität entsteht von

$$a_4 = \frac{\beta \cdot \sigma t}{8 \cdot d} = \frac{1450^2 \cdot 1}{8 \cdot 60 \cdot 8000} = 0,35 \text{ cm.}$$

Wenn sich nun im allerungünstigsten Falle sämtliche Exzentrizitäten nach derselben Seite hin geltend machen, so erhält man als deren Gesamtbetrag

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1,35 + 1 + 1 + 0,55 = 3,9 \text{ cm;}$$

hiermit folgt $\frac{a}{w} = \frac{3,9}{24,3} = 0,16$, und nach Gl. (7), da $k_0 = k$,

$$\alpha = -\frac{0,16}{2} + \sqrt{0,08^2 + 0,16} = 0,328; \text{ Gl. (27) liefert sodann}$$

die zulässige Belastung zu

$$P = \frac{Fk}{n} : \left(\frac{k}{k_0} + \alpha + \frac{a}{w} \right) = \frac{Fk}{n} : (1 + 0,328 + 0,16)$$

$$= \frac{Fk}{n} : 1,488 = F \cdot 526 = 42000 \text{ kg für } n = 3.$$

Der bei Benutzung der Gl. (30), $P = \frac{P_0}{n_0}$, anzuwendende Sicherheitsgrad n_0 ergibt sich nach Gl. (31) zu

$$n_0 = n \left[1 + \left(\alpha + \frac{a}{w} \right) \frac{k_0}{k} \right] = n [1 + 0,328 + 0,16] = n \cdot 1,488 = 4,46$$

für $n = 3$.

Handelt es sich um eine Stütze doppelter Länge ($l = 29$ m) aber gleichen Querschnitts, so hat man für dieselbe:

$$\lambda = 2 \cdot 54 = 108; k_0 \text{ nach Gl. (25)} = 3455 - 17 \cdot 108 = 1619 \text{ kg.}$$

$$k - k_0 = 2350 - 1619 = 731 \text{ kg.}$$

$a_1 = 1,35$ wie früher.

$a_2 = 2$ d. h. doppelt so groß, wie früher angenommen,

$a_3 = 1$ wie früher.

$a_4 = 2,2$ d. h. viermal so groß wie früher,

$a = 6,55$ cm;

$$\frac{a}{w} = \frac{6,55}{24,3} = 0,27; \alpha = 0,27; P = \frac{Fk}{n} : \left(\frac{2350}{1619} + 0,27 + 0,27 \right) =$$

$$\frac{Fk}{n} : 2 = F \cdot 392 = 31360 \text{ kg.}$$

$$n_0 = n \left[1 + (0,27 + 0,27) \frac{1619}{2350} \right] = n \cdot 1,37 = 4,1 \text{ für } n = 3.$$

Der erforderliche Sicherheitsgrad n_0 ist hiernach bei der doppelten Länge etwas kleiner als bei der einfachen, und zwar 4,1 gegen 4,46, während nach Gl. (28) sich ein Wachstum des Sicherheitsgrads von 3 auf 5,7, und nach Gl. (29 b) von 4,3 auf 5,7 ergeben würde. Gl. (29 b) liefert somit für unser Beispiel ausreichende Werte von n_0 , während man nach Gl. (28) für die kürzere Länge $\lambda = 54$ einen zu kleinen Wert erhält.

Sofern auch noch der Einfluss einer Querbelastung durch Wind ($p = 0,4$ kg für je 1 steigend cm der Stütze) in betracht zu ziehen ist, so erhält man unter Berücksichtigung der Gl. (18) und (20) in ähnlicher Weise wie vorstehend

$$\text{für } l = 14,5 \text{ m, } P = 40640, n_0 = 4,6,$$

$$\text{für } l = 29 \text{ m, } P = 26060, n_0 = 5,37.$$

Der erforderliche Sicherheitsgrad n_0 ist nunmehr infolge der Windbelastung für $l = 29$ m größer geworden als für $l = 14,5$ m, bleibt jedoch auch jetzt noch unterhalb dem der Gl. (29 b) entsprechenden Werte von $n_0 = 5,7$.

Brücke über die Ravenna-Schlucht in der Zahnstangen-Strecke der Höllenthal-Bahn (Baden);

mitgeteilt von Baurath, Prof. Fr. Engesser zu Karlsruhe.

Mit Zeichnungen.

Die in den Jahren 1884—1887 von der Badischen Staatsbahnverwaltung nach dem Entwurfe des inzwischen verstorbenen Baudirektors Gerwig erbaute Höllenthal-Bahn zweigt von der Station Freiburg der Bahnlinie Mannheim-Basel ab, zieht durch das Dreisam-Thal und dessen Seitenthal, das Höllenthal, überschreitet die Wasserscheide von Dreisam und Wutach in einer Höhe von 893,53 m über dem Meere und folgt sodann dem Thale der Wutach (hier Gutach genannt) bis zur Station Neustadt, dem einseitigen Endziele der Bahn. Die ganze Länge der Bahnlinie beträgt rund 34,9 km, der Höhenunterschied zwischen Freiburg und der Wasserscheide 624,91 m, zwischen Freiburg und Neustadt 536,38 m. Die Bahn ist von Freiburg bis Hirschsprung (18,2 km) und von Hinterzarten bis Neustadt (9,5 km) als Reibungsbahn mit 2 1/2 % stärkster Steigung, von Hirschsprung bis Hinterzarten (7,2 km) als Zahnstangenbahn mit 5 1/2 % stärkster Steigung angelegt. Der kleinste Halbmesser beträgt bei beiden Bahnarten 240 m.

Während die Reibungs-Strecken in der Hauptsache den Charakter gewöhnlicher Thalbahnen tragen, zeigt die Zahnstangen-Strecke das Bild einer rechten Gebirgsbahn, bei welcher eine große Anzahl bedeutender Bauten nothwendig wurde. Von diesen Bauten verdient die 222 m lange Brücke über die Ravenna-Schlucht ein besonderes Interesse, sowohl ihrer Größe wie ihrer baulichen Eigenthümlichkeiten wegen, welche durch Hinüberführen des Zahnstangen-Oberbaues über die Brücke bedingt wurden.

Beschreibung der Brücke.

Die Bahn überschreitet die Ravenna-Schlucht in 37 m Höhe über der Sohle des Baches; sie liegt in 5 % Steigung und am unteren Widerlager, sowie in einem Theile der ersten Oeffnung in der Geraden, im Uebrigen im Bogen von 240 m Halbmesser. Die Brücke hat 4 Oeffnungen von je 35 m mittlerer Stützweite, welche durch eiserne Träger überdeckt sind, und Pfeiler von 27 m, 30,5 m, 27,5 m Höhe über dem Boden. Die

Höhe des unteren Widerlagers, in der Stirnfläche gemessen, beträgt 15 m, die des oberen 10 m über Boden (Fig. 1 u. 2, Bl. 27).

Pfeiler und Widerlager. Die Pfeiler sind radial gestellt und haben rechteckigen Querschnitt (Fig. 3 und 4, Bl. 27). Die Abmessungen sind am Pfeilerkopfe 2,6 m \times 5,5 m, am 24 m tieferen Sockelgurte 4,2 m \times 7,1 m. Die ganze Pfeilerhöhe beträgt 34,4 m bzw. 35,6 m und 32,9 m, von Fundamentsohle bis Oberkante. Zur besseren Druckvertheilung sind in den Pfeilerschäften auf je 3 m Höhe durchgehende Quaderschichten von 0,65 m Höhe angeordnet.

Der ganze Bau steht auf zerklüftetem Gneißfels, mit Ausnahme des 2. Pfeilers, welcher auf dicht gelagertem Gerölle, 2 m unter Bachsohle gegründet ist.

Die an die Widerlager anschließenden Stützmauern, sowie das Fundament-Mauerwerk der beiden ersten Pfeiler sind aus Gneiß und Granit in cyklopischem Verbands ausgeführt. Das Schichten- und Quadermauerwerk der Widerlager und Pfeiler ist aus rothem Buntsandstein aus den Brüchen von Lahr und Kenzingen hergestellt, mit Ausnahme der 3 obersten Pfeilerschichten und der Auflagerquader der Widerlager, welche aus hellgrauem Granit von Schluchsee bestehen, und mit Ausnahme des größten Theiles des Füllmauerwerkes der Pfeiler, zu welchem Buntsandstein von Röhrenbach und Oberbränd verwendet werden konnte.

Nach den Untersuchungen des mechan.-techn. Laboratoriums zu München zeigte das Steinmaterial folgende Eigenschaften:

Sandstein von Lahr: spec. Gewicht 2,2;	
Druckfestigkeit \perp Lagerfläche 703 at,	
" " " " 636 at.	
Sandstein von Kenzingen: spec. Gewicht 2,26;	
Druckfestigkeit \perp Lagerfläche 615 at,	
" " " " 651 at.	
Granit von Schluchsee: spec. Gewicht 2,6; Druckfestigkeit = 1432 at.	

Um Verschiebungen des Steinbaues unter Einwirkung des Eisenwerkes zu verhüten, sind jeweils die oberen Quaderschichten durch Eisenteile fest mit einander verbunden und außerdem die Auflagerquader des oberen Widerlagers durch Flacheisen rückwärts verankert (Fig. 6, Bl. 27).

Der Eisenbau besteht aus frei aufliegenden Parallelträgern doppelten Fachwerksystems, mit oben liegender Fahrkonstruktion. Auf den Widerlagern und dem 2. Pfeiler sind feste Lager, auf dem 1. und 3. Pfeiler Rollenlager angeordnet.

Die Hauptträger haben 4,03^m Höhe innerhalb der Gurtplatten und sind von Mitte zu Mitte 3,5^m entfernt (Fig. 1, Bl. 28). Die Länge der äußeren Träger ist mit Rücksicht auf die Radialstellung der Pfeiler etwas größer als die der inneren Träger, und zwar beträgt der Unterschied in der 1. Oeffnung 0,398^m, in den übrigen Oeffnungen 0,51^m. Die mittlere Trägerlänge ist in allen 4 Oeffnungen gleich 35,5^m (Fig. 2, Bl. 27).

Die Ständer des Fachwerkes sind des Aussehens wegen vollkommen senkrecht gestellt und nehmen die ebenfalls senkrecht stehenden Querträger auf, welche die polygonal, von Querträger zu Querträger gerade angeordneten Schienenträger durch Vermittelung keilförmiger (1:20) Unterlagsplatten tragen (Fig. 2, 8 und 9, Bl. 28).

Der äußere Schienenträger ist zur Herstellung der Schienenüberhöhung um 18^{mm} höher ausgeführt als der innere (Fig. 1, Bl. 28).

Die Schienenträger werden durch die, rechtwinklig zur Bahnrichtung (Neigung 1:20) angeordneten Zahnstangen-Querträger verbunden, auf welchen der nach der Bahnachse gekrümmte Zahnstangenträger befestigt ist (Fig. 7, Bl. 27; Fig. 1, 3 u. 10, Bl. 28).

Das Windkreuznetz liegt in der Ebene der Querträgeroberkanten und ist sowohl mit den oberen Gurtungen der Hauptträger, wie mit den Querträgern und Schienenträgern verbunden, so dass eine vollkommen steife Fahrbahnebene gebildet wird (Fig. 1, 3 und 8, Bl. 28).

Die Schienen ruhen durch Vermittelung keilförmiger, die Schienenneigung herstellender Plättchen auf den Schienenträgern und sind mit dem gewöhnlichen Klein-eisenzeuge (nach Roth & Schüler) auf denselben befestigt. An den beweglichen Brücken-Enden sind zur Ueberbrückung der daselbst entstehenden größeren Temperatur-Zwischenräume überhöhte Laschen für die Schienenverbindung verwendet (Fig. 12, Bl. 27).

Bei der Zahnstange müssen, der gleichen Zahntheilung wegen, größere Temperatur-Spielräume vermieden werden. Es ist zu diesem Zwecke die Zahnstange jeweils nur an den festen Brücken-Enden fest mit dem Zahnstangenträger verbunden, im Uebrigen mittels federnder Klemmplättchen verschieblich aufgelagert. Die Temperatur-Ausdehnung findet hierbei ähnlich wie auf der freien Strecke statt; jedes ein-

zelne Zahnstangenstück (3^m lang) dehnt sich für sich aus, unter Benutzung der gewöhnlichen Spielräume, während der Zahnstangenträger, welcher an der Bewegung der Hauptträger theilnimmt, darunter hingeleitet. Der Bahnkrümmung wegen findet diese gegenseitige Verschiebung von Zahnstange und Zahnstangenträger nicht nur in der Längsrichtung, sondern auch in der Querrichtung statt, so dass die Bolzenlöcher in der Zahnstange nach beiden Richtungen hin erweitert werden mussten; die Erweiterung beträgt in der Längsrichtung 33^{mm}, in der Querrichtung 2^{mm} (Fig. 11, Bl. 27).

Da nach Vorstehendem die Zahnstange nur an den festen Brücken-Enden mit dem Zahnstangenträger fest verbunden ist (u. zw. auf 1 Feldlänge = 3,922^m), so muss der auf die Zähne durch die Fahrzeuge ausgeübte Druck in der Zahnstange selbst bis zu diesen Festpunkten fortgeleitet werden. Hierbei nimmt die Zahnstange eine derartige Lage ein, dass ihre einzelnen Stücke (3^m lang) sich in dem, dem unteren Festpunkte benachbarten Theile vollständig berühren, während sie im oberen Theile um das stärkste Maß der Spielräume von einander entfernt sind. Das Längenverhältnis beider Theile ist je nach der herrschenden Temperatur verschieden. Die Kraft der Fahrzeuge wird nun im unteren Zahnstangentheile als Druck auf den unteren Festpunkt, im oberen Theile als Zug durch Vermittelung von Laschen auf den oberen Festpunkt fortgeleitet. Ausser den gewöhnlichen Laschen seitlich der Zargen sind zur Sicherheit noch besondere Laschen an der unteren Seite der Zargen von 20^{mm} Stärke angebracht; dementsprechend mussten zwischen Zahnstange und Zahnstangenträger durchgehends 20^{mm} starke Gleitplatten eingeschaltet werden (Fig. 8, 9 u. 11, Bl. 27).

Die von der Zahnstange an den festen Verbindungsstellen auf den Zahnstangenträger ausgeübte Kraft wird mittels 3 Paar schräger Flacheisen auf die Schienenträger übergeführt; letztere geben die Kraft durch Vermittelung der mit ihnen vernieteten Windkreuze an die Hauptträger und sodann an den Steinbau ab (Fig. 10, Bl. 28).

Das Holzgedeck wird innerhalb der Schienen durch die Zahnstangen-Querträger, außerhalb derselben durch besondere Gedeckträger, welche an den Schienenträgern und Hauptträgern befestigt sind, getragen (Fig. 1, Bl. 28).

Das Gelände ist auf den Gedeckträgern befestigt und parallel den Hauptträgern angeordnet, so dass in Folge der Bahnkrümmung der für das Ausweichen der Mannschaft erforderliche Raum theils auf der Außenseite (über den Pfeilern) theils auf der Innenseite (in Brückenmitte) geboten wird (Fig. 1 und 3, Bl. 28).

An den festen Lagern ruhen die Hauptträger auf Unterlagsplatten, an den verschieblichen auf je 4 Rollen, ohne Vermittelung von Kippbolzen, — eine Anordnung, welche auch an den Brücken der Gotthard-Bahn zur Verwendung gelangte und hier, wo es sich

nur um eine Nebenbahn handelt, um so mehr für ausreichend erachtet werden durfte. Zur Sicherung gegen seitliche Schwankungen und zur seitlichen Führung der Brücke bei Längsbewegungen wurden besondere Anordnungen getroffen. An den Rückmauern der Widerlager sind in der Höhe der oberen Hauptträgergurtungen wagerechte Konsolen angeschraubt, welche die Gurtungen seitlich vollkommen fest halten; auf den Pfeilern sind besondere Führungssäule angebracht, welche die Endständer der Hauptträger in 1,2^m Höhe seitlich fassen, bezw. führen (Fig. 4 u. 5, Bl. 28).

Bei der Berechnung der Brücke wurde als Belastung eine Reihe schwerster Hauptbahn-Lokomotiven vorausgesetzt, damit später, nach erfolgter Durchführung der Bahn bis Donaueschingen und Anschluss an die Bahnstrecke Offenburg-Donaueschingen-Konstanz, auch Lokomotiven der Hauptbahn anstandslos über die Brücke geführt werden können. Die zugehörigen Spannungszahlen durften hierbei, mit Rücksicht auf das nur ausnahmsweise Auftreten solcher großer Lasten, bis zu 25% höher als bei Hauptbahnen angenommen werden. Thatsächlich erreichen die Spannungen bei stärkster Belastung nur folgende Beträge: 750^{kg} bei den Gurtungen, 700^{kg} bei den Wandstäben der Hauptträger, 660^{kg} bei den Fahrabträgern, u. zw. unter Anwendung der üblichen Berechnungsweise, ohne Berücksichtigung der Nebenspannungen und des Einflusses des Windes. Die Gleismittellinie wurde derart gelegt, dass die stärksten Auflagerdrücke in allen 4 Lagern gleich groß werden; es konnten dann die Wandstäbe in beiden Trägern ohne wesentlichen Mehraufwand gleich stark ausgeführt werden, während über Unterschiede in den Gurtquerschnitten beider Träger durch verschiedene Stärke der Kopfplatten Rücksicht getragen wurde (beim äußeren Träger $\delta = 12^{\text{mm}}$, beim inneren $\delta = 9^{\text{mm}}$) (Fig. 1, Bl. 28).

Ausführung.

Mit Herstellung des Steinbaues wurde im Sept. 1884 begonnen, und im Laufe des Jahres (bis 13. Nov.) wurden noch das Fundament und ein Theil des Sockels der Pfeiler (800^{cbm} Mauerwerk) ausgeführt, sowie die Baugruben der Widerlager theilweise ausgegraben. Mitte Febr. 1885 nahm man die Grabarbeiten, am 25. März die Mauerarbeiten wieder auf; es wurden dann am 1. Juli der erste (untere), am 1. Aug. der zweite Pfeiler und das untere Widerlager, Ende Sept. der 3. Pfeiler und das obere Widerlager, Ende Okt. die Stützmauern vollendet. Durchschnittlich waren 105 Maurer, Steinhauer und Grabarbeiter auf der Baustelle beschäftigt.

Die Auflieferung des Eisenwerkes an der Baustelle begann im Juli 1885, die Aufstellung der ersten (unteren) Oeffnung am 1. August. Als Aufstellungsgerüst benutzte man das entsprechend hergestellte Arbeitsgerüst des Steinbaues, wofür dem Uebernehmer des letzteren 17 000 \mathcal{M} vergütet wurden. Am 1. Sept.

waren die beiden unteren Oeffnungen, die 4. und 3. im Laufe der Monate Sept. und Okt. aufgestellt. Vollständig fertig gestellt war das Eisenwerk Ende Nov. Beim Aufstellen waren im Durchschnitt täglich 44 Arbeiter beschäftigt. Die Brücke erhielt außer dem Grundanstrich noch zwei weitere Anstriche im Mai 1886. Der letzte derselben ist braunroth und hebt sich in wirkungsvoller Weise von dem tannengrünen Hintergrunde ab.

Baukosten und Gewichte.

Die Herstellung des Steinbaues hatte das Geschäftshaus Eisenhofer & Rödder mit 1% Abgebot gegenüber dem Kostenvoranschlage übernommen. Die Ueberschlagspreise betragen:

	Mark
Für Aushub und Förderung von 1 ^{cbm} Geröll und Bergschutt	1,50;
für Lösen und Fördern von 1 ^{cbm} Gneißfels	2,50;
für 1 ^{cbm} gewöhnliches Mauerwerk (Rauhauerwerk) aus Gneiß mit Traßmörtel, in cyklopischem Verbands, bei den Fundamenten	16,
bei den Stützmauern	17;
für 1 ^{cbm} Schichtenmauerwerk, im Sockel	32,
im Schaft, je nach der Förderhöhe	35—38;
Aufbesserung für 1 ^{qm} Sichtfläche des Mauerwerkes in cyklopischem Verbands	3,50;
Aufbesserung für 1 ^{qm} Sichtfläche des Schichtenmauerwerkes	7;
für 1 ^{cbm} Granitquader, je nach der Bearbeitung	105—120;
für 1 ^{cbm} Sandsteinquader	73—90;
für 1 ^{qm} Fugenverstrich	0,6.

Der Kubikinhalt des Mauerwerkes beträgt im Ganzen 6258^{cbm}, wovon 3159^{cbm} Rauhauerwerk, 2469^{cbm} Schichtenmauerwerk, 630^{cbm} Quader.

Die Herstellung des Eisenwerkes war zu 40 \mathcal{M} für 100 ^{kg} fertig aufgestellte Brücke (Schmiedeeisen, Gusseisen, Stahl zusammengenommen) veranschlagt. Das Geschäftshaus „Eisenwerk Kaiserslautern“ übernahm die Ausführung mit 7,6% Abgebot.

Das Gewicht des Eisenwerkes beträgt:

für die Tragkonstruktion	248 067 ^{kg} ,
für Auflagerkonstruktion	5 653 ^{kg} ,
für Führungskonstruktion	2 567 ^{kg} ;
zusammen	256 307 ^{kg} .

Auf 1^m Brückenlänge entfällt von der Tragkonstruktion ein Betrag $g = \frac{248\,067}{4 \cdot 35,5} = 1747 \text{ kg}$.

Die Baukosten belaufen sich:

für den Steinbau, einschl. aller Nebenarbeiten, auf	232 680 \mathcal{M} ,
für das Eisenwerk, ausschl. Schienen und Zahnstange	96 000 \mathcal{M} ,
für das Holzgedeck	2 750 \mathcal{M} ,
zusammen	331 430 \mathcal{M} .

Die Kosten für Schienen und Zahnstange auf der Brücke betragen 7440 \mathcal{M} .

1^{cbm} fertig hergestellter Steinbau kostet im Durchschnitt einschl. aller Nebenarbeiten $s = \frac{232\,680}{6258} = 37,18 \mathcal{M}$; dies ist der 2,35fache Betrag des Vertragspreises für Rauhauerwerk r ($r = 16 [1 - 0,01] = 15,84 \mathcal{M}$; $s = 37,18 = 2,35 \cdot 15,84 = 2,35 r$).

Die Gesamt-Aufrissfläche misst 4640 qm. Auf 1 qm Aufrissfläche trifft ein Kostenbetrag $k = \frac{381\,430}{4640} = 71,4 \text{ M.}$, oder, nach Unterbau (k') und Ueberbau (k'') getrennt,

$$k = k' + k'' = \frac{292\,680}{4640} + \frac{98\,750}{4640} = 50 + 21,4 = 71,4 \text{ M.}$$

Drückt man k' und k'' durch die entsprechenden Einheitskosten aus, so kann man auch setzen $k' = \frac{50}{37,18} \cdot s = 1,345 s$, oder auch

$$k' = 1,345 \cdot 2,35 r = 3,16 r; \quad k'' = \frac{21,4}{36,96} \cdot e = 0,579 e, \text{ wo } e = \text{Kosten von } 100 \text{ kg Eisenwerk} = 40 (1 - 0,076) = 36,96 \text{ M.}$$

Man erhält somit schliesslich als Kostenbetrag f. d. qm Aufrissfläche $k = 1,345 s + 0,579 e$,

bezw. $k = 3,16 r + 0,579 e$, worin s die Kosten von 1 cbm des Steinbaues, r die Kosten von 1 cbm Raummauerwerk, e die Kosten von 100 kg Eisenwerk.

Baubeamte.

Der Entwurf für das Bauwerk wurde unter Baudirektor Gerwig durch den Verfasser aufgestellt und unter Mitwirkung von Ingenieur Hauger im Einzelnen ausgearbeitet. Die Bauleitung wurde unter Bauinspektor Hof durch Ingenieur Tegeler besorgt. Die Oberleitung des gesammten Bahnbaues lag nach dem Tode von Baudirektor Gerwig in den Händen von Baudirektor von Würthenau.

Brücke über die Ravenna - Sch

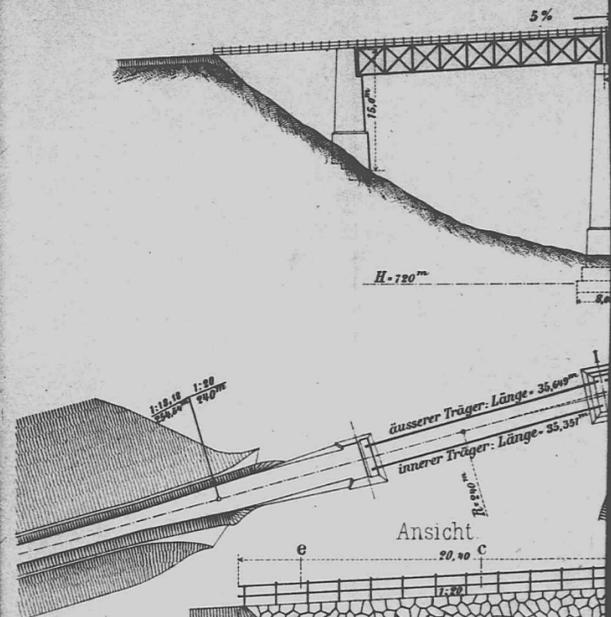


Fig. 6. Verankerung der Auflager-Quader am oberen Widerlager.

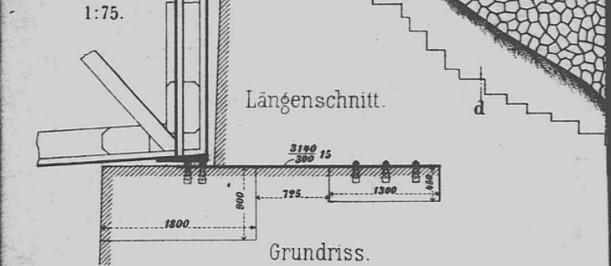
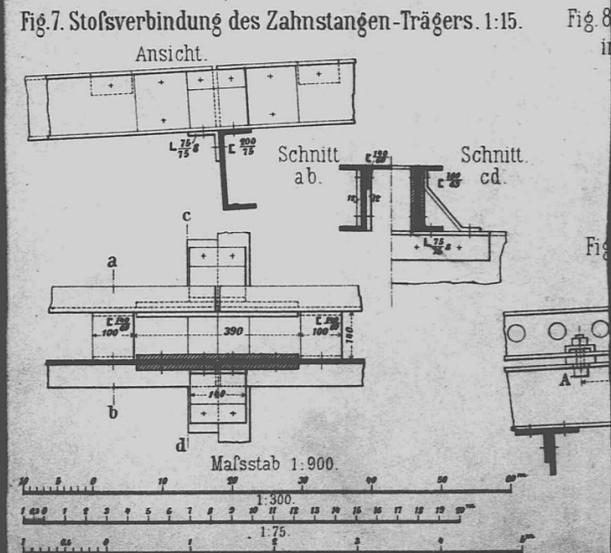
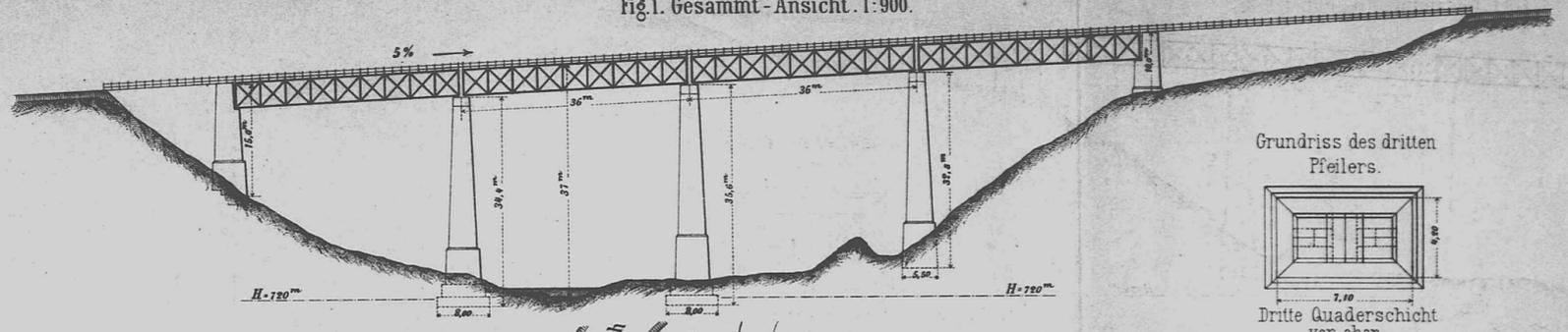


Fig. 7. Stofsverbindung des Zahnstangen-Trägers. 1:15.

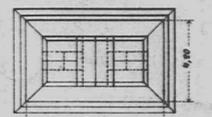


Brücke über die Ravenna - Schlucht in der Zahnstangen - Strecke der Höllenthal - Bahn (Baden), von Fr. Engesser.

Fig.1. Gesamt - Ansicht . 1:900.



Grundriss des dritten Pfeilers.



Dritte Quaderschicht von oben.

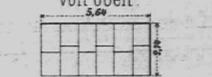


Fig.2. Lageplan.

1:900.



Fig.3. Unteres Widerlager. 1:300.

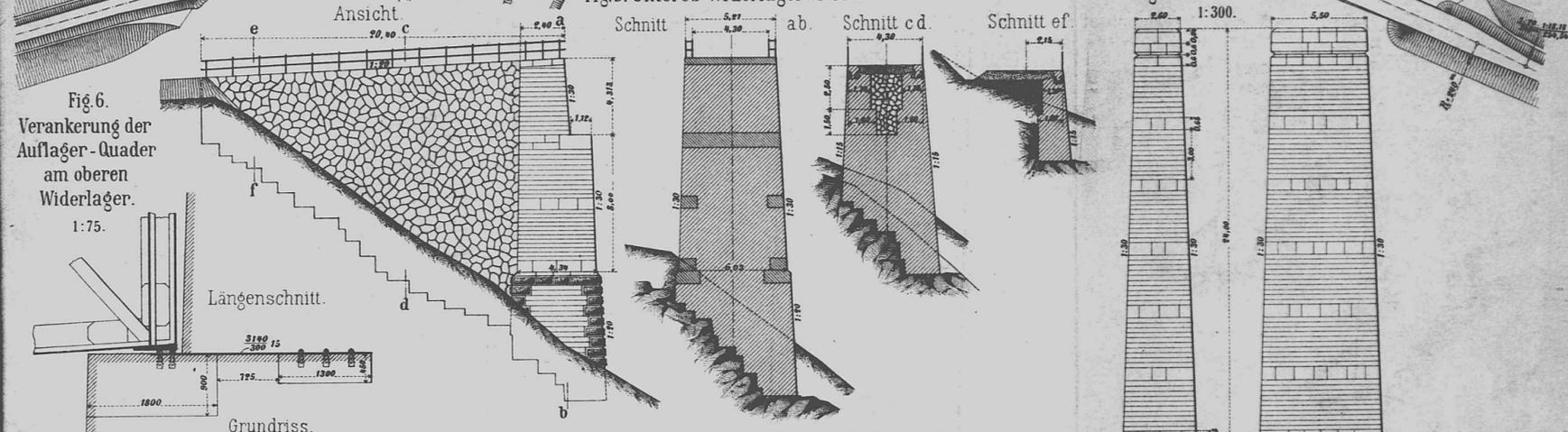


Fig.4. Dritter Pfeiler.

1:300.

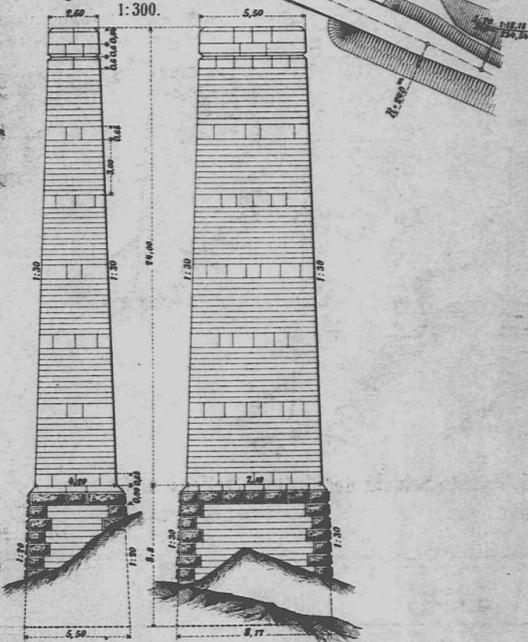


Fig.6. Verankerung der Auflager-Quader am oberen Widerlager. 1:75.

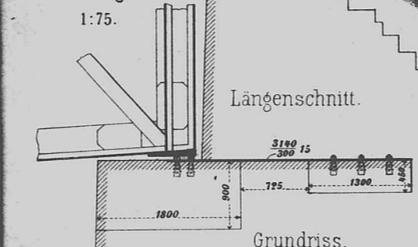


Fig.5. Oberste Schicht des dritten Pfeilers. 1:75

Vorder-Ansicht.

Seiten-Ansicht.

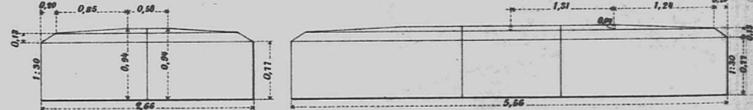


Fig.8-11. Stofsverbindung der Zahnstange und Befestigung derselben auf dem Längsträger.

Fig.8. Feste Verbindung zwischen Zahnstange und Längsträger in den über dem festen Auflager liegenden Endfeldern. 1:15.

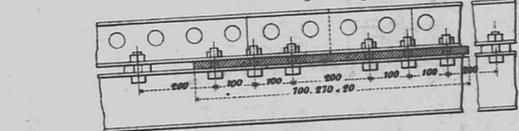


Fig.9. Verschiebliche Verbindung in allen übrigen Feldern. 1:15.

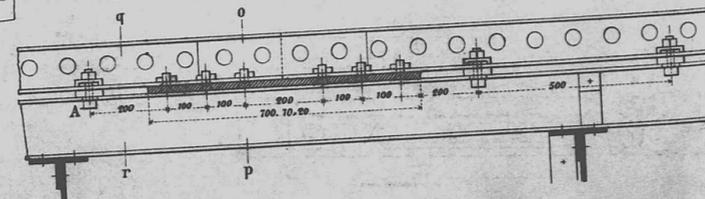


Fig.7. Stofsverbindung des Zahnstangen-Trägers. 1:15.

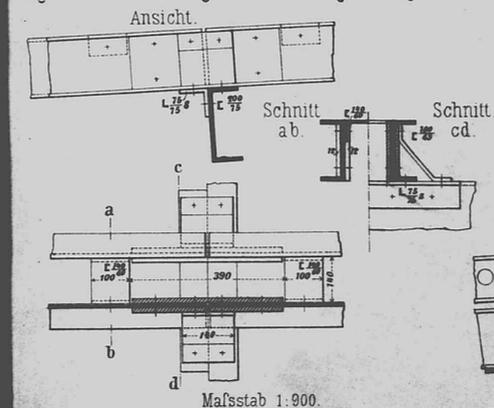


Fig.10. Längenschnitt der Zahnstange. 1:10.



Fig.11. Querschnitt 1:10. Schnitt qr. Schnitt op (Fig.9).

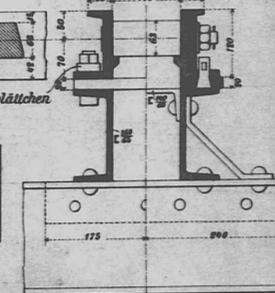
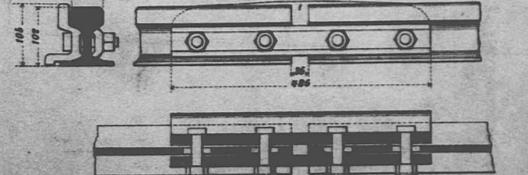


Fig.12. Ausgleich Vorrichtung der Schienen. 1:10. Zustand bei mittlerer Temperatur.



bezw. $k = 3,16r + 0,579e$, worin s die Kosten von 1 cbm des Steinbaues, r die Kosten von 1 cbm Raubmauerwerk, e die Kosten von 100 kg Eisenwerk.

Baubeamte.

Der Entwurf für das Bauwerk wurde unter Baudirektor Gerwig durch den Verfasser aufgestellt und unter Mitwirkung von Ingenieur Hauger im Einzelnen ausgearbeitet. Die Bauleitung wurde unter Bahnbauinspektor Hof durch Ingenieur Tegeler besorgt. Die Oberleitung des gesamten Bahnbaues lag nach dem Tode von Baudirektor Gerwig in den Händen von Baudirektor von Würthenau.

Die Gesamt-Aufrissfläche misst 4640 qm . Auf 1 qm Aufrissfläche trifft ein Kostenbetrag $k = \frac{331430}{4640} = 71,4 \text{ M.}$, oder, nach Unterbau (k') und Ueberbau (k'') getrennt,

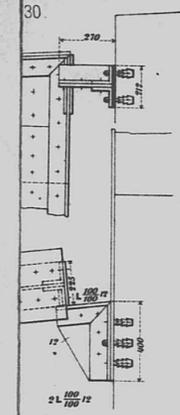
$$k = k' + k'' = \frac{232680}{4640} + \frac{98750}{4640} = 50 + 21,4 = 71,4 \text{ M.}$$

Drückt man k' und k'' durch die entsprechenden Einheitskosten aus, so kann man auch setzen $k' = \frac{50}{37,18} \cdot s = 1,345s$, oder auch $k' = 1,345 \cdot 2,35r = 3,16r$; $k'' = \frac{21,4}{36,96} \cdot e = 0,579e$, wo e = Kosten von 100 kg Eisenwerk = $40(1 - 0,076) = 36,96 \text{ M.}$

Man erhält somit schliesslich als Kostenbetrag f. d. qm Aufrissfläche $k = 1,345s + 0,579e$,

al-Bahn,

auptträgers



ere Ansicht.

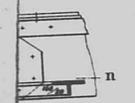


Fig. 7. Endständer
des inneren
Trägers. 1:30.
Aufsere Ansicht.

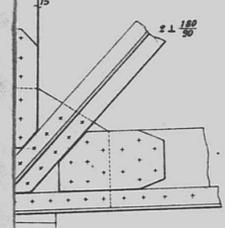


Fig. 8^a u. 8^b Knotenpunkts-Verbindung. 1:30.

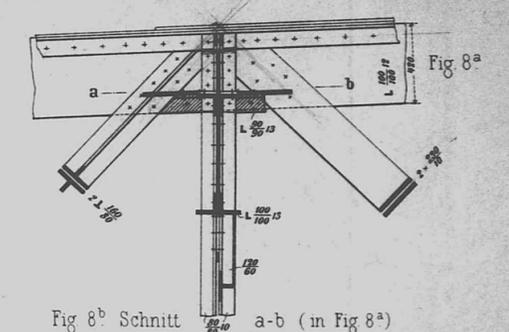
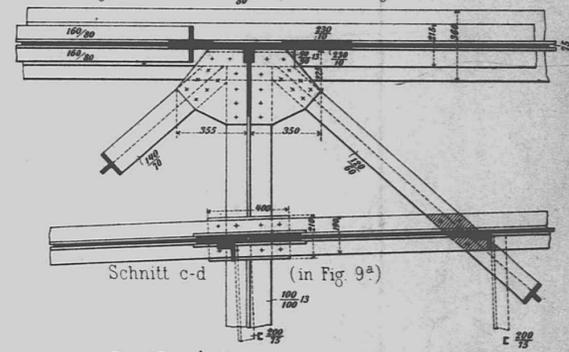


Fig. 8^b Schnitt a-b (in Fig. 8^a)



Schnitt c-d (in Fig. 9^a)

Fig. 9^a u. 9^b Stofsverbindung der Längsträger
und Befestigung der Zahnstangen-Querträger. 1:30.
Fig. 9^a Ansicht.

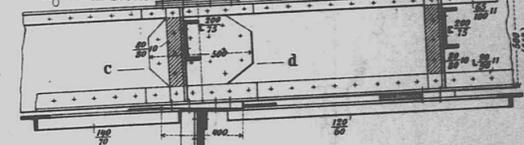
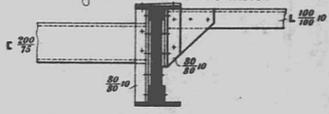
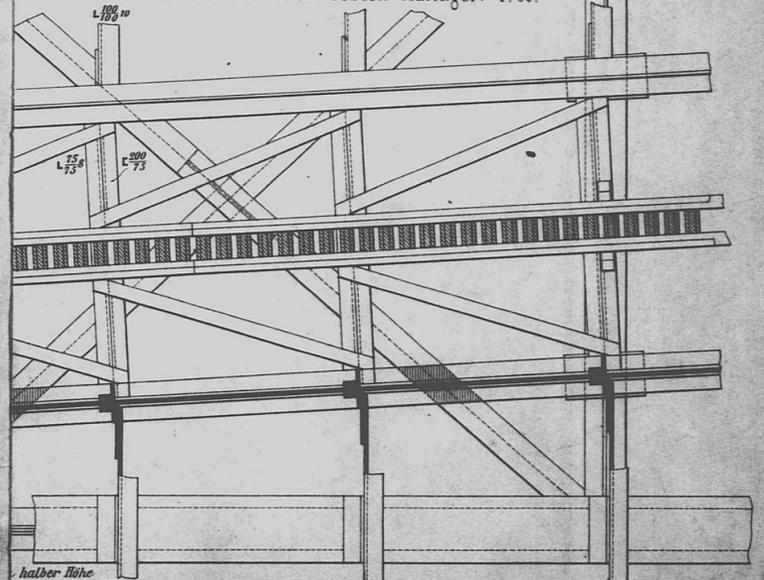


Fig. 9^b Schnitt



Driss des Endfaches über dem festen Auflager. 1:30.



halber Höhe

träger.

Maßstab 1:75.

1:30

Brücke über die Ravenna-Schlucht in der Zahnstangen-Strecke der Höllenthal-Bahn, von Fr. Engesser.

Fig. 1. Querschnitt in der Mitte eines Feldes. 1:30.

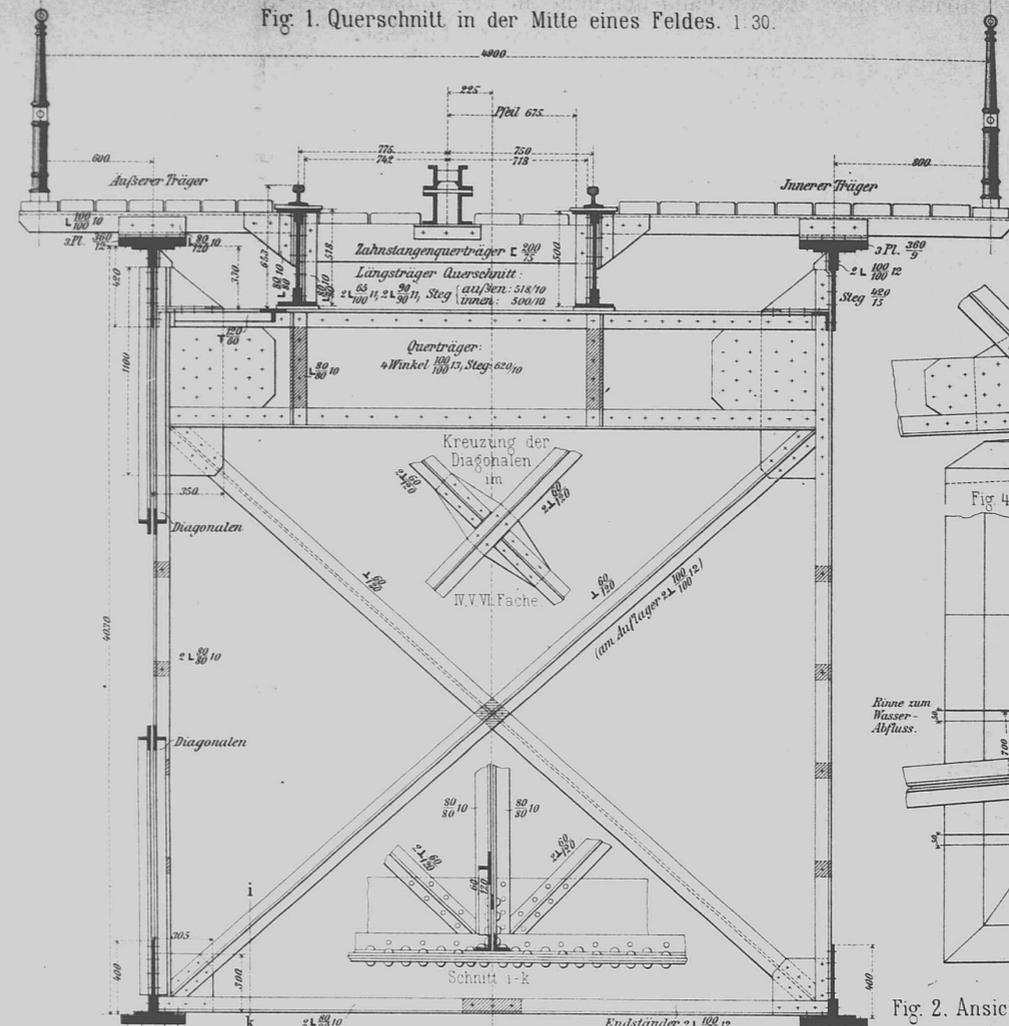


Fig. 4^a 4^b 4^c Führungs-Ständer auf den Pfeilern. 1:30.

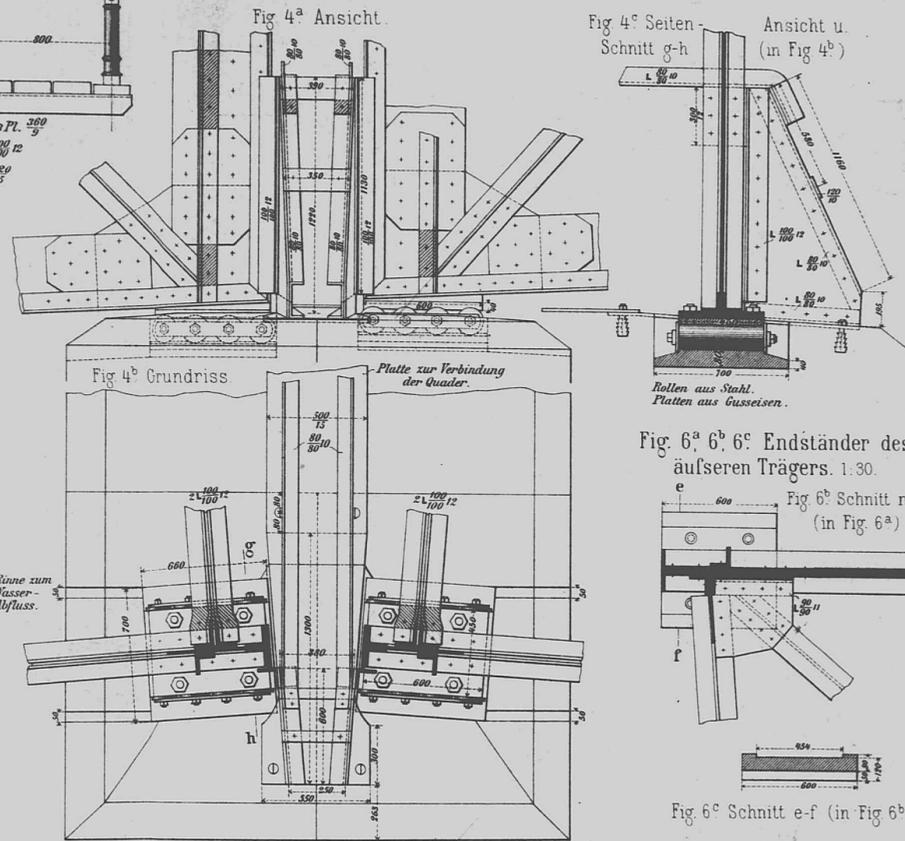


Fig. 2. Ansicht des inneren Trägers. 1:75.

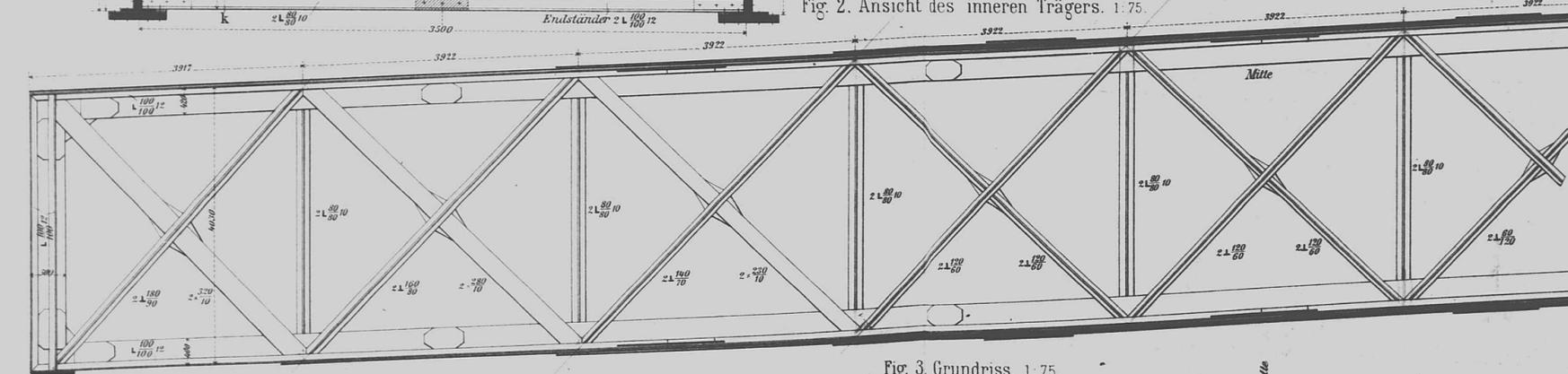


Fig. 3. Grundriss. 1:75.

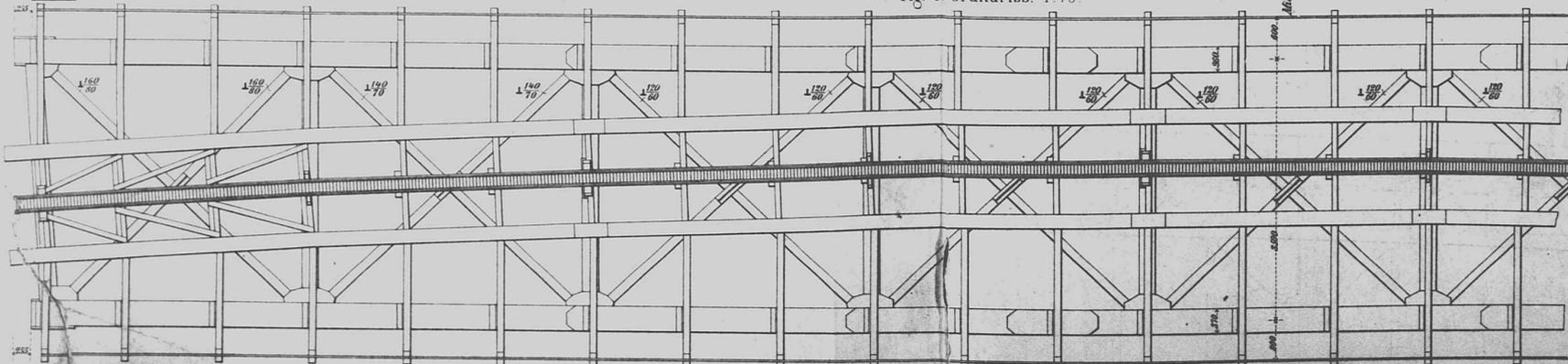


Fig. 5. Festhaltung des Hauptträgers am Widerlager. 1:30.

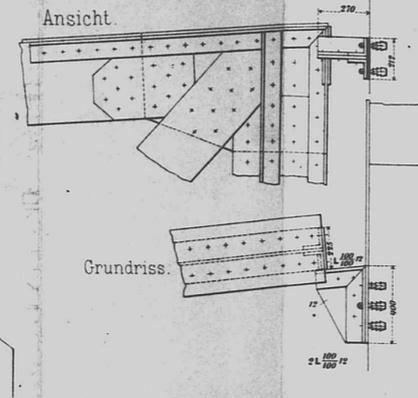


Fig. 6^a 6^b 6^c Endständer des äußeren Trägers. 1:30.

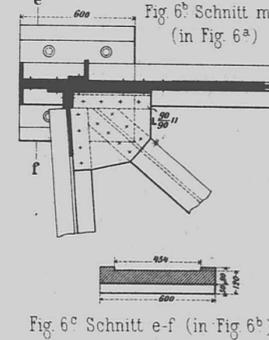


Fig. 7. Endständer des inneren Trägers. 1:30.

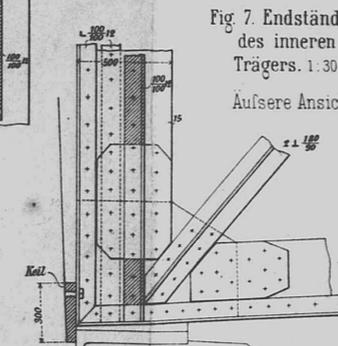


Fig. 10. Grundriss des Endfaches über dem festen Auflager. 1:30.

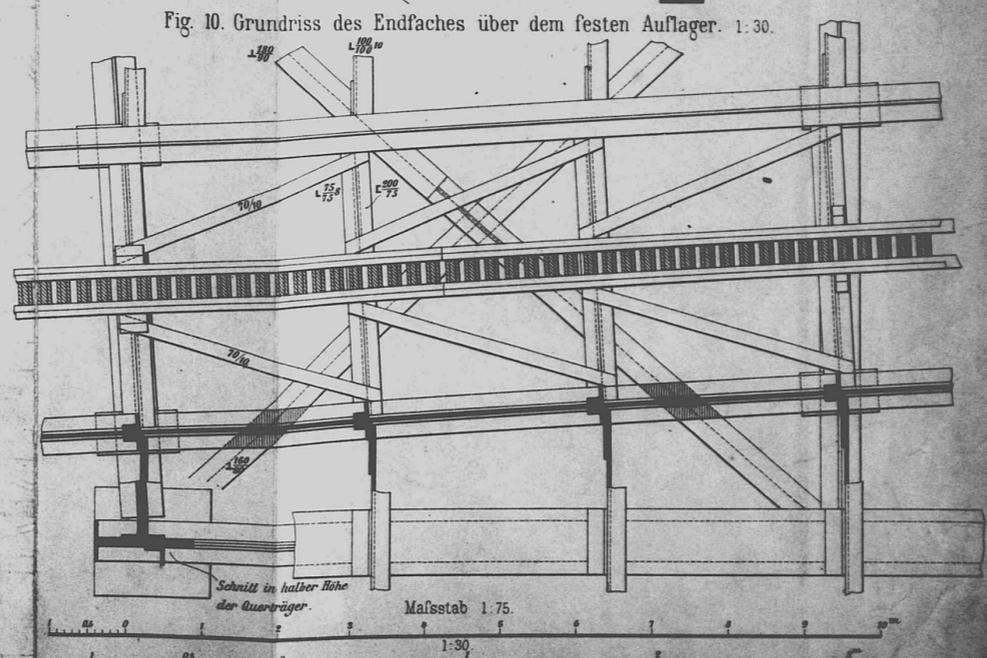


Fig. 8^a u. 8^b Knotenpunkts-Verbindung. 1:30.

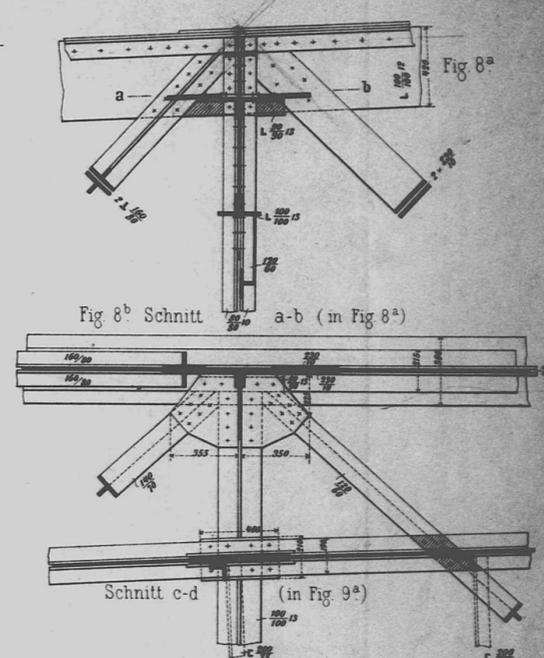
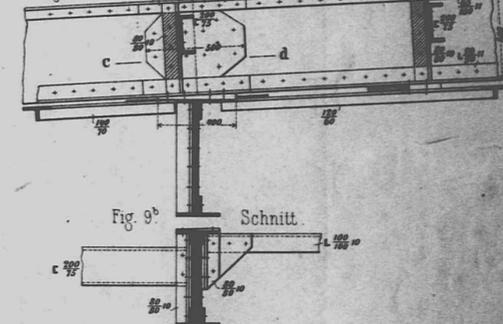


Fig. 9^a u. 9^b Stofsverbindung der Längsträger und Befestigung der Zahnstangen-Querträger. 1:30.



7

D

risfl.

nach

Drück

aus, se

$k' = 1$

von f

f. d.