Es sei z.B. $N=2$ und $n=2$.

so ist $d = 16\sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 16^{cm}$ oder $N=1000$

oder $N=100$ und $n=100$ und $n=1000$

so ist $d = 16\sqrt[3]{\frac{100}{100}} = 16^{cm}$ $\quad d = 16\sqrt[3]{\frac{1000}{1000}} = 16^{cm}$.

Ein andrer Vortheil ist, dass der Durchmesser d von der $\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ abhängt, wodurch die Wellen nicht sehr verschieden von einander ausfallen.

Aus (5) folgt $d = \lambda\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$

$$N = \left(\frac{d}{\lambda}\right)^3 n$$

$$n = N\left(\frac{\lambda}{d}\right)^3.$$

Man ist also in allen Fällen im Stande aus der 3 Grössen N, n, d zu berechnen, wenn 2 davon gegeben sind.

Da wir gesehen haben, dass bei langen Wellen, die nach Formel (5) construirt sind, der Torsionswinkel gross ausfällt, so ist es nicht rathsam lange Wellen nach dieser Formel zu construiren, wir werden dafür einen Kegel substituiren, bei welchem sich die Wellen um gleich viel verwinden, ob sie lang, kurz, dick oder dünn sind, und wobei der Torsionswinkel der Wellenlänge proportional ist.

Nun ist $\Theta^\circ = 16\frac{PR}{G}\frac{360}{\pi^4}\frac{l}{d^4}$ (1)

und da nach der Annahme Θ der Länge proportional ist,

so ist $\Theta^\circ = \alpha l$. (2)

Wir bringen nun diese beiden Gl. in Uebereinstimmung; das können wir thun, wenn wir

$$\frac{PR}{d^4} = \text{constante} = \beta \text{ annehmen}$$

dann ist $d = \sqrt[4]{\frac{1}{\beta}}\sqrt[4]{PR}$.

Nun muss also d, wenn sich dünne und dicke Wellen gleich stark verwinden sollen der $\sqrt[4]{PR}$ proport. sein, während es früher nur der

$\sqrt[3]{PR}$ proportional war.

Nun wollen wir PR durch $\frac{N}{n}$ ausdrücken, und wir haben früher gefunden, dass $PR = E\frac{N}{n}$

dies eingesetzt, kommt: $d = \varepsilon\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$

Hier sind noch die constanten Grössen γ & ε zu bestimmen, wobei wir am besten uns bereits gibt constr. Wellen thun.

Es ist dann für Schmiedeisen: $d = 0{,}75\sqrt[4]{PR}$.

$$d = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}}.$$

Diese Gl. unterscheidet sich von der früher aufgestellten, dass hier die $\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ und dort die $\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ vorkommt. Dies stimmt mit dem Gefühl überein, indem die Gl. so ausdrückt, dass in vorliegenden Fälle, die Wellen nur wenig von einander verschieden sind. Es findet sich S. 60 eine Tabelle für d, wenn $\frac{N}{n}$ gegeben ist. (d durch empirische $\sqrt{\frac{N}{n}}$ berechnet. Substituirt man nun den Coeff. α der Gleichung (2), so findet man $\Theta = \frac{1}{548}l$.

d.h. diese Wellen besitzen die Eigenschaft, dass sie sich bei einer Länge von 548 cm um einen Grad verwinden.

Es sei z.B. $N = 20$ und $n = 200$.

so ist $d = 12\sqrt[4]{\frac{20}{200}} = 7$.

die erste Formel gibt:

$$d = 12\sqrt[3]{\frac{20}{200}} = 5{,}5.$$

Man sieht also, dass wenn $\frac{N}{n} < 1$, so gibt die Formel $d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ schwächere Wellen; ist hingegen $\frac{N}{n} > 1$, so gibt sie stärkere Wellen; und ist $\frac{N}{n} = 1$, so geben beide denselben Durchmesser $d = 12$.

Dieser Fall kann in der Praxis, wenn $\frac{N}{n} < 1$ nach der Formel $d = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ und umgekehrt, wenn $\frac{N}{n} > 1$, so rechnet man nach der Formel $d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$

Nun kann man die Wellen auch so construiren, dass sie nach andern

Anforderungen entsprechen. Soll z. B. der Torsionswinkel für jede beliebige d u. l constant sein.

Man hat $\theta° = \frac{16 \times 360}{\pi^4 G} \frac{PRl}{d^4} = \text{const.}$

Wenn θ constant sein soll, so muss sein:

$$\frac{PRl}{d^4} = \text{const.}$$

$$\text{folglich } d = \sqrt[4]{PRl}. \quad (1).$$

Also muss d nicht nur dem Torsionsmoment, sondern auch der Länge proportional sein. Da aber dieser Fall in der Praxis nie vorkommt, so wollen wir die Gl (1) nicht weiter untersuchen und diesen Fall nur blos beispielsweise angeführt haben.

Man rechnet also in den meisten Fällen nach der Formel:

$$d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

und die Formel $d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ nur bei aussergewöhnlich langen und dünnen Wellen angewendet.

Wir wollen zum Schlusse noch folgendes beispielsweise rechnen:

Eine gusseiserne Welle überträgt $N = 60$ und macht dabei in der Minute 50 Umdrehungen.

Es ist also $d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 16 \sqrt[3]{0{,}75} = 14{,}53.$

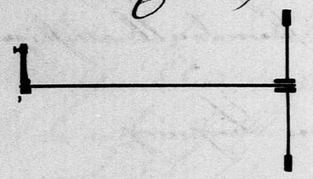
Da aber diese Welle mit einer 33 fachen Sicherheit construirt ist, so können wir je nach Umständen $d = 14$ oder 15 cm annehmen.

Widerstandsfähigkeit der Wellen gegen lebendige Kräfte.

Wir haben bis jetzt nur das stat. Momenten Verhältniss der Welle in's Auge gefasst; allein unter Umständen müssen wir auch das Verh. der Wellen gegen dyn. Kräfte betrachten.

Es sei z. B. a eine Welle, an deren einem Ende sich ein Kreisrad befindet, die mit einer Kraftmaschine in Umdrehung steht.

Am andern Ende befindet sich eine Hemmung und während nun das Hemmungsrad durch Einwirkung der Kraftmaschine in vollen Lauf gesetzt wird,



so wird dasselbe eine gewisse lebendige Kraft erhalten, diese setzt die Hemmung und so lange fort, bis seine lebendige Kraft durch den Widerstand der Welle aufgezehrt ist.

Nun ist aber die Wirkungsweise welche nothwendig ist, um einen cylindrischen Stab so stark zu verwinden, dass an der Oberfläche eine Spannung T eintritt

$$W = \frac{1}{4} \frac{T^2}{G} v.$$

Ist nun v das Gewicht des Hemmungsrades, c die Geschwindigkeit desselben und $g = 9{,}81$ in m. sec. Beschleunigung durch die Schwere, so ist: $\frac{vc^2}{2g}$ die in Kilog. ausgedrückte lebendige Kraft des Rades. Es wird also dieselbe Kraft des Rades durch das Verwinden der Welle aufgezehrt und es muss sein:

$$\frac{vc^2}{2g} = \frac{1}{4} \frac{T^2}{G} V$$

$$\text{folglich } V = \frac{vc^2}{2g} \frac{4G}{T^2}$$

Setzt man für T in dieser Gl. einen absoluten Theil von Tabelle 4, Seite 91, so erhält man das Volumen V, das die Welle haben muss, damit sie der lebendigen Kraft des Rades mit Sicherheit widerstehe.

Allein dieses Volumen fällt so gross aus, dass eine derartige Welle nicht ausführbar wäre, und kann nur in dem Falle bei Wellen wo der oben genannte Fall vorkommen kann (Walzwerke) auf andere Art helfen muss (hölzerne Zugbäume).

Ein praktisches Beispiel der Anwendung der Wellen, wird man finden in Beispielen, Gegenstand von Theil dieses darstellen.

kommt es bei dicken Balken auf besondere Festigkeit an, sowie dann sie immer aus Rundeisen und bei ausserordentl. wichtigen Fällen sogar aus Gusstahl verfertigt.

2. Construction eines Balancierkreuzes, welches einer Belastung ausgesetzt ist.

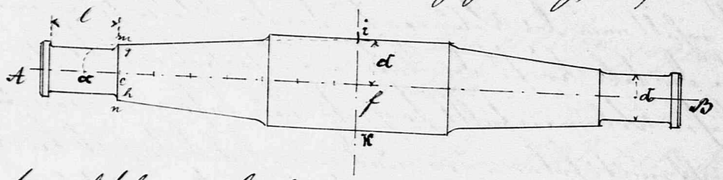
Man wird am besten durch Beispiele die Construction dieser Balken zeigen.

1. Es sei ein Balancierkreuz zu construiren, welches auf beiden Seiten in Lagern liegt und in der Mitte belastet ist, einer Zerreissbelastung des eisernen Gewichtes.

Es sei die Länge $ac = 120$ cm

und die Belastung $P = 200 \times 75 = 15000$, es ist also $\frac{P}{2} = 7500$

der Druck auf einem Lagern, und folglich auch 6/7 eines der Balken von Rundeisen sein soll der Durchm. des Zapfens $d = 10$ cm und die Länge desselben $l = 14{,}18$ damit nun der Balken, welcher also über auf Festigkeit in Anspruch genommen ist, überall die gleiche Festigkeit besitze, muss er nach der cub. Parabel construirt werden und zwar soll diese Parabel ihren Scheitel bei a und geht durch die Punkte g u. h.



Man trage also von der Parabel zu verzeichnen auf AB von a aus $\frac{l}{2}$ 8 mal auf, wenn also $af = 8\,ac = 8\,\frac{l}{2}$. und trage bei f oberhalb und unterhalb den Durchmesser d auf, so sind i k Punkte der Parabel, allein da wir uns mit einer

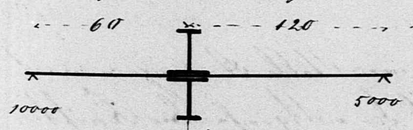
Construirung schon begnügen, so verbinden wir die Punkte i mit k durch gerade Linien und verlängern diese bis sie die Mittellinie AB durchschneiden so haben wir Hälfte der Axe.

Auf der andern Hälfte verfährt man ganz ebenso. die Punkte m u. n sind die Endpunkte des Anhalzes von dem Zapfen und sind nicht sehr von den Punkten g u. h verschieden.

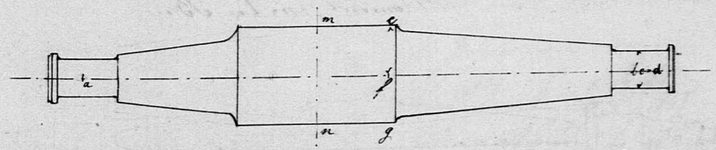
Um den Balancier gut fest bilden zu können, muss man die Balken in der Mitte cylindrisch. Gewöhnlich bricht man auf allen Seiten die Kanten, so dass sie, gefeilten Formen zum Vorschein kommen. die Balken bringt also 15000 Kilg mit 10–12 fach Sicherheit.

2. Construction eines Balancierkreuzes, das von beiden Seiten ungleich und von ungleicher Länge belastet wird und dem ungleiche Balken das Balancier trägt.

Belastung also der eine Abstand 60 cm u. der andere 120 cm. Belastung 15000 Kilg. Nun ist der Druck jeden Zapfen auszuhalten muss zu bestimmen. für den einen erhalten wir $P = \frac{15000}{3} = 5000$ u. den andern $P = \frac{15000 \cdot 2}{3} = 10000$

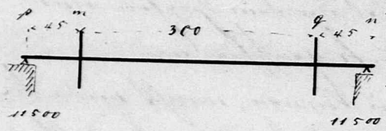


da aber diese Balken mit einem ~~33~~ fachen verschiedenen Gewichte auf den Zapfen belastet ist, so fällt der eine Zapfen einen Durchmesser $d = 12$ und seine Länge $l = 16{,}6$ und der andere, $d = 8{,}5$, $l = 11{,}5$.



Um nun die Balken zu verzeichnen, machen wir $af = 8\,\frac{l}{2}$, folglich $fe = eb = d$, verbinden b u. i mit e u. g und die Punkte, wo diese Linien die Mittellinie des Balancierkreuzes schneiden verbinden wir mit m a n.

3. Es sei eine Wasserwelle zu construiren, welche am Umfange $2D = 46\,1500 = 23000$ Kilg zu bringen hat. die Entfernung pq der beiden Kolben sei 300 cm und die Entfernung $pm = qn$ der Kolbenmittel bis zum Hebearm sei 45 cm. Ist die Last welche auf einen Hebearm kommt $P = 11500$ kilg, und ergeben sich die Dimensionen des Hebearmes $d = 20$ und $l = 25$. die Dimension der Kolben mittel bestimmt sich nach der cub. Formel und man hat:

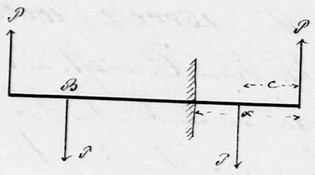


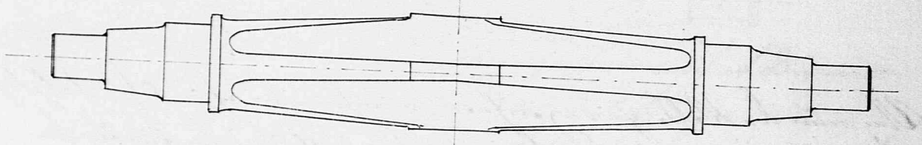
$$fe = \sqrt[3]{\frac{Pl}{q}} \cdot \frac{d}{2} = 15{\cdot}87.$$

Man verbindet nun die Punkte c, b mit g, h u. hat die Welle so bis zu den Kolben vorgerichtet. Was nun noch den mittleren Theil der Welle betrifft, so wird man wieder für egl. Festigkeit überall den gleichen Durchmesser besitzen.

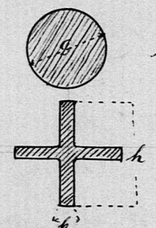
Suchen wir noch die Welle an irgend einer Stelle A einzumessen und überall die auftretenden Kräfte Pneigebracht, so ist das Moment welches die Welle bei A abzubrechen sucht:

$Px - P(x-c) = Pc$, also dasselbe Moment, wie bei B.





über mittleren Theil nehmen wir abermals cylindrisch, sondern verbinden denselben mit einem andern Querschnitt, der dieselbe Festigkeit besitzt.



Es muß also sein: $\frac{D^3\pi}{32} = \frac{1}{6} bh^2$

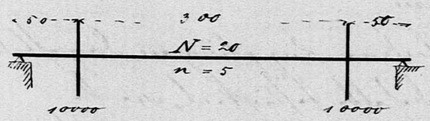
woraus $b = \frac{6\pi}{32} \left(\frac{D}{h}\right)^2 D$

oder $b = \frac{6 \cdot 3{\cdot}14}{32} \left(\frac{23}{45}\right)^2 28 = 6^{cm}$

Da den Stellen, wo die Kolben hingesetzt kommen, Sitze anzubringen und diese Stellen selbst cylindrisch zu machen.

3. Stellen die Stützweite auf Torsion und Stützweite auf Festigkeit in Rechnung genommen sind.

Man versieht die Welle soweit mit einem cylindrischen Kern, der im Stande ist der Torsion zu widerstehen, sodann bringen wir auf Armen vor, welche im Stande sind dem Hebezeug-moment mit Sicherheit zu widerstehen.



Nehmen wir nun folgendes an:

$N = 20$, $n = 5$; ferner

$P = 20 \times 500 = 10000$

$d = \sqrt[3]{\frac{20}{5}} = 16\sqrt[3]{4} = 25$

Jeder Zapfen soll 10000 Kilg zu tragen, folglich $d = 18^{cm}$

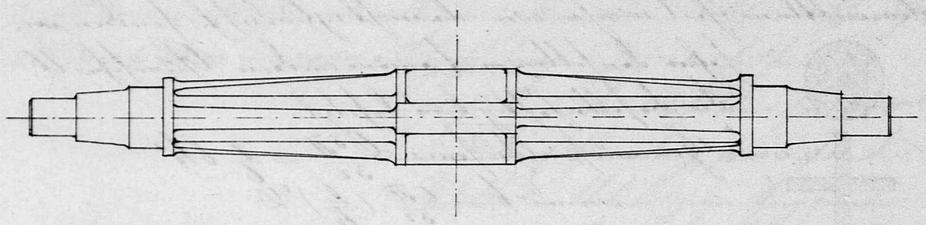
Nennen wir nun M das in Kilogrammen und Centimetern ausgedrückte Moment der äußeren Kräfte, so haben wir

$$M = PL = \frac{p}{6} b (h^3 - d^3), \quad b = \frac{6hM}{p(h^3 - d^3)}$$

Nehmen wir an, daß die Welle kein Querschnitt, so ist M für alle Querschnitte $= PC = 50 \times 10000$ Kilg cm

Nehmen wir nun $h = 30$, $p = 400$ und d haben wir $= 25$.

Es wird $b = \frac{6 \times 500000 \times 30}{400(30^3 - 24^3)} = \frac{90}{4{\cdot}5} = 20$



Wellen Kupplungen.

Es kommen sehr häufig Fälle vor, wo Wellen zu kuppeln erfordern, dass dann sie nicht mehr mit einander herstellen kann, sondern, dass 2 Wellen zu einander in Verbindung stehen müssen und man nennt eine Verbindung zweier Wellen, Wellen-Kupplung. Es handelt sich nun darum eine Kupplung so herzustellen, dass wenn die eine Welle getrieben wird, die andere mitgenommen wird und zwar müssen beide Wellen bezüglich der Grösse der Drehung in beiden Kupplungen gleich sein. Es würde am besten sein, die Kupplung festgelagert herzustellen, allein da diese sehr schwierig u. kostspielig herzustellen ist, so wendet man dieselbe selten an.

In fig 1, 2, 3, 4 Taf II sind verschiedene Kupplungen dargestellt. Bei Kupplung 2 u 3 gewährt nicht dieselbe Festigkeit, wie die Welle, 4 hat etwas mehr Festigkeit als 2 u 3. und entspricht schon ziemlich vollkommen. 1 dürfte wohl die vollkommenste Construction, allein bei grossen Wellen ist dieselbe nicht mehr gut auszuführen.

Manchmal muss bei einer solchen Kupplung keine zu lange Schraube angebracht werden, da sonst die Verbindung zu steif würde und sich die Wellen innerhalb ganz geringen noch bewegen sollen, da selbst bei der genauesten Aufstellung der Lager, diese doch mit der Zeit ihre Lage verändern und die Welle in schnelle Abnützung

der Lagerschalen verursachen würde.

Wenn das getriebene Wellenstück nun einen Theil des treibenden Wellenstückes übertragt, so wird die Kraft in jedem Momente geringer und die Kupplung soll deshalb nur noch die Kraft der getriebenen Welle aufzunehmen.

Was die Dimensionen der Kupplungen betrifft, so sind dieselben auch schon bestehenden guten Constructionen bestimmt worden, und es ergeben sich dafür folgende Regeln:

Es ist nach dem früheren der Durchmesser der getriebenen Welle

$$d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad \text{(für Schmiedeisen)}$$

und $d = 16\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ (für Gusseisen)

Regeln zur Berechnung dieser Kupplungsschrauben, finden sich p. 56 Rel. Kün. wesh. nur in der Regel bei dünnen Wellen, die Kupplungsschrauben verhältnissmässig länger als bei dicken, weil erstere mehr Elasticität besitzen und ihre Stellung gegen die Lager leichter verändern können.

Zapfenlager.

Dieselben haben die Bestimmung Wellen aufzunehmen und dieselben in ihrer richtigen Lage zu erhalten.

Allgemein theilt man sie folgender Art ein.

1. Fundamentlager
2. Wandlager, und
3. Hängelager.

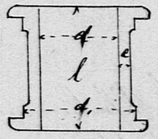
ferner müssen wir je nachdem die Welle horizontal oder vertikal aufgestellt ist gewöhnliche Lager unterscheiden.

Jedes einfache Zapfenlager besteht nun aus folgenden Theilen:

1. Aus der Lagerschale, welche entweder auf einen Stander, Lattenrahmen

oder sonst eine feste Verbindung geschraubt wird.
2. Aus dem eigentl. Lagerkörper
3 Aus den Lagersäulen, und
4 dem Lagerdeckel, welcher die Säulen in ihrer Lage erhält.
Die Lagergallerie hat sog. Arbeitsleisten, welche genau abgehobelt werden, was ebenfalls mit dem Lagerkörper geschieht, damit beide Flächen vollkommen dicht aufsitzen.
Ferner sind an dem Deckel ebenfalls Arbeitsleisten angebracht, um diesen gut in den Lagerkörper einpassen zu können.
Die Lagersäulen, welche in der Kugel und Kolbzapfen oder Kreuzzapfen endigen, werden, damit man genau, nach dem Durchmesser des Lagerkörpers abdrehen und schneidet dieselben schmiedeiserne 2 Spaltcylinder und ein andere.
Soll nun ein Lager aufgestellt werden, so bringt man vor allem die Platte in ihre richtige Lage, nachdem man vorerst die beiden Löcher zur Befestigung des Lagerkörpers hindurchgestemmt hat.
Hat dieselbe nun genau nach der Wasserwage horizontal, so zieht man die beiden Fundamentschrauben fest an, und setzt nun den Lagerkörper, durch welchen ebenfalls die beiden Schrauben zur Befestigung des Deckels gesteckt sind, darauf, legt in diesen die unteren Lagersäule und zieht nun, nachdem die Walze eingelegt worden ist, die beiden Schrauben der Lagergallerie fest an. Liegt jetzt die Walze an allen Stellen der Platte gut auf, so kann man die zweite Platte sammt Deckel darüber legen und zuletzt auch die Schrauben, welche den Deckel mit dem Lagerkörper verbinden, fest anziehen.
Fig 1 Tab XIII stellt uns ein solches einfaches Zugfestigkeits Lager dar.

Die Lager, welche an Maschinentheilen befestigt werden, variirt oft die Befestigung der Maschine in der Kugel der Lagergallerie.
Die Lagergallerien und Lagerkörper verschiedener Lager sind geometrisch ähnlich und können also dann mit Hülfe ihrer Durchmesser d, der Platte proportional gemacht werden.
In Fig 1 Tab XIII können wir die wesentlichsten Dimensionen für $d_1 = 1$ an Lagerkörper und Platten angeben.
Die Platten sowohl sind nicht geometrisch ähnlich, sondern die kleineren Platten sind verhältnißmäßig dicker als grosse.
Vergleicht man nun sehr gut construirte grosse und kleine Lager, so findet man auf den Wege der Induction, dass wenn d der innere Durchmesser der Platte ist:

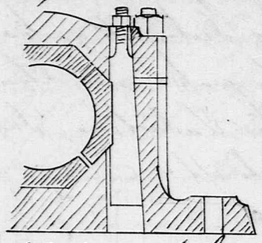


die Länge der Platte $l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\,d.$
die Mittelstärke $e = 0{\cdot}28 + 0{\cdot}07\,d.$
der äuss. Durchm. d. Platte $d_1 = 0{\cdot}69 + 1{\cdot}17\,d.$

Tab 5 ist die Tabelle, worin sich für 32 Zwischendurchmesser die entsprechenden Werthe von l, e u. d_1 befinden. Die äussern Durchmesser der Lagerkörper, sowie e und l sind so gewählt, dass man für 2 Zwischendurchmesser dasselbe Lager gebrauchen kann.
Nun ist es sehr wesentlich bei der Construction der Lager, die Richtung des Druckes zu kennen, welchen der Zapfen gegen das Lager ausübt.
Es wird am günstigsten derjenige Fall sein, wo der Zapfen einen Vertikaldruck auf das Lager ausübt und man also keine so starken Schrauben zur Befestigung desselben nöthig hat, sowie auch den Deckel, sammt der oberen Platte ausgelassen kann, wie z. B. bei einem Wasserrade.

Man kann es auch so einrichten, dass das Lager um mehr als 90° gegen seine Unterlage festgespannt wird, um andrerseits Blei von demselben abgehoben zu werden pflegt, wie dies bei vertikal wirkenden Belastungen der Fall ist.

Man wird dieser das Lager mit sehr starken Armaturen versehen müssen, sowie auch einer festen festen Unterlage herstellen, damit kann auch das Lager in horizontaler Linie verschoben werden, wie dies bei einer ungenauen Montirung der Fall ist.



Es muss daher das Lager mittelst Spreizkeilen fest in die Lagerplatte eingekeilt sein, damit nicht etwa die Lagen abgeschert werden.

Nun ist dabei der Umstand, dass sich die Bolzen mit der Zeit nach dieser horizontalen Richtung abschleifen und neue daher genichtet wären, öfters neue Bolzen einzulegen. Diesen Uebelstande abzuhelfen, stellt man die Lagerbolzen auf 4 Achtel aus, welche zusammen einen Schenkel bilden (Fig A) und braucht man zu beiden Seiten Keile (Bare), welche, wenn die Bolzen abgenutzt sind, angezogen werden, so dass der Kurbelzapfen an allen seinen Bolzen berührt wird.

Man haben aber alle solche cylindrisch eingepasste Lagerbolzen den Nachteil, dass sie sich in ihrer Lage nicht verändern können, und da selbst bei der genauesten Montirung von Krumbmissionen, entweder die Fundamente, oder gar die Lager von der Welle abgenutzt sind, sich die Lalker einfressen und schief, so wird ein Erwärmen und Gummen der Welle erfolgen, und entweder die Bolzen oder die Wellen sich frühzeitig abnützen.

Man sah sich daher veranlasst, Lager zu construiren, bei welchen eine kleine Verrückung der Welle gestattet ist, und zu diesem Zwecke Kugellagern sich fanden. Tab XV fig 1 mit 2, 3, 4.

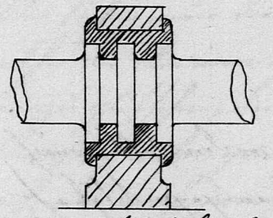
Es sind bei diesen Lager die Bolzen auf den Kugelförmig abgedreht und der Lagerkörper selbst genau kugelförmig ausgebohrt.

Diese Lager haben den Vorzug, dass selbst bei einer ungenauen Aufstellung, der Zapfen am alten Platze der Bolzen bleibt und gut anliegt, so dass also ein Abnützen nur bei den verschiedenen Lagern nicht leicht stattfinden kann.

Hier haben diese Lager den Nachteil, dass man sie schief- wie auszugleichen haben und wenn die Schrauben wieder anziehen will, die Verschiebbarkeit der Bolzen verhindert wird, da das Bohren der Bolzen keine Kugelform mehr ist.

Damit sich nun diese Bolzen nicht zu rasch abnützen, ist es vortheilhaft, denselben eine grosse Länge zu geben, und bei der andern nicht kleinst nöthig ist.

Fällt die Richtung der Kraft mit der Längsrichtung der Welle zusammen, so bedient man sich der sog Ringlager, weil Zapfen nicht leicht anzubringen sind (z. B. bei Schraubenspindeln)

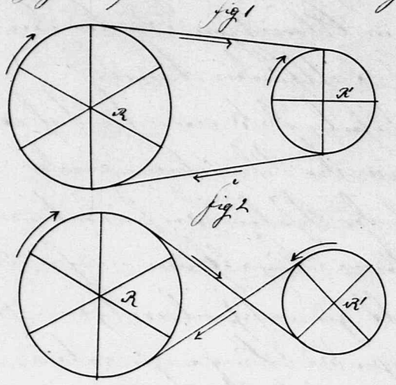


An der Welle, da die Welle im Lager läuft, hat dieselbe ringförmige Absätze und das Lager entsprechende Vertiefungen, wodurch die Welle eine grosse Oberfläche erhält und die Fortschiebung des ungeschmierten Stabes vermindert wird.

Rollen.

Soll eine Kraft von einer Welle auf eine andre übertragen werden, so geschieht dies durch Rollen, über welche ein Riemen gespannt wird, sodass durch den Druck des Riemens gegen die Rollen eine Reibung entsteht, welche denselben an den Rollen so festhalten muss.

In fig 1. stimmt die Laufrichtung der beiden Rollen überein, während bei fig 2, wenn der Riemen gekreuzt gespannt ist, die Drehungsrichtung der beiden Rollen entgegengesetzt ist.



Es seien nun die Halbmesser der grösseren Rolle mit R, den Halbmesser der kleineren mit R_1, die Anzahl der Umdrehungen der grösseren Rolle mit n und diejenige der kleineren Rolle mit n_1, so verhalten sich die Anzahl der Umdrehungen umgekehrt wie die Halbmesser.

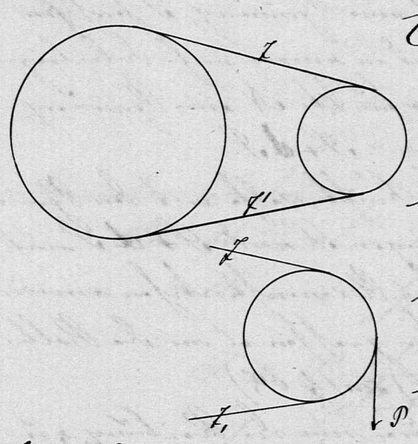
Es ist also $\frac{n_1}{n} = \frac{R}{R_1}$

Da nun die zweite Rolle mitgenommen werden soll, damit sich ihre Lenkung am Widerstand entgegensetzt, so muss die treibende Rolle durch eine Adhäsion gehalten werden, welche dem Widerstand der getriebenen Rolle entgegenwirkt.

Es ist nun die Riemenspannung zu bestimmen.

Nennen wir eine sehr starke Spannung an und heissen sie t'.

Nachdem nun diese Spannung angebracht ist, lassen wir die treibende Kraft auf beide Rollen einwirken und zugleich den Widerstand auf den Umfang der getriebenen Rolle.



Es wird nun in dem obern Riemen eine Spannung t und in dem untern eine Spannung t' eintreten, die Differenz dieser beiden Spannungen sei gleich einer gewissen Grösse.

Denken wir uns den Riemen aufgeschnitten und lassen beide Spannungen t und t' eintreten, so werden sich beide das Gleichgewicht halten, und es wird sein

$$t = t' + P.$$

oder $$t - t' = P \quad (1)$$

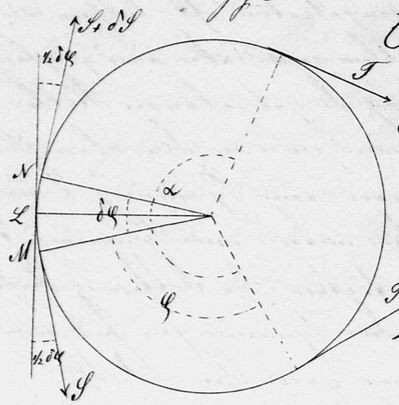
diese Differenz besteht unter allen Umständen, so lange nicht ein Gleiten des Riemens eintritt.

Es fragt nun die kleinste Spannung zu bestimmen, bei welcher die Riemen gerade noch die Kräfte übertragen können zu gleichen, denken uns also den Bogen der beiden Rollen allmählig immer grösser, so werden die Spannungen t und t' noch und noch grösser und die Adhäsionskraft gleich dem Widerstand P sein.

Es soll also die Spannung sein:

$$T - T_1 = P. \quad (2)$$

fig c



Es wird also die Spannung von T_1 auf A_1 zunehmen.

Es wird fig c in einem Punkte M eine Spannung S erfahren und in einem weiter rückliegenden Punkte N eine Spannung $S + dS$.

T die Kraft, welche mit der Spannung S und $S + dS$ auf das Kammstück[illegible] einwirkt, den grössten auf die Rolle.

endlich $\int (S \sin(\frac{1}{2}\delta\varphi) + (S + dS)\sin(\frac{1}{2}\delta\varphi)$

die Kraft, welche aufgewendet wäre um die Reibung zu überwinden, die auf der Spannung aufsteht.

$$(S + dS)\cos(\tfrac{1}{2}d\varphi) - S\cos(\tfrac{1}{2}\delta\varphi)$$

Es muss nun sein $(S\sin(\frac{1}{2}\partial\varphi) + (S + dS)\sin(\frac{1}{2}\partial\varphi))f =$
$(S + dS)\cos(\frac{1}{2}\partial\varphi) - S\cos(\frac{1}{2}\partial\varphi)$

$$\left[S\tfrac{1}{2}\partial\varphi + (S + dS)\tfrac{1}{2}d\varphi\right]f = S + dS - S$$

oder $\int S\partial\varphi = dS$.

$$\frac{dS}{S} = f\varphi$$

$\log nat.\ S = f\varphi + Const.$

für $\varphi = 0$, $S = T_1$; $\varphi = \alpha$, $S = T$

$\log nat.\ T_1 = 0 + Cons.$

$\log nat.\ T = f\alpha + Cons.$

$\log nat.\ T - \log nat.\ T_1 = f\alpha.$

$$\log nat.\frac{T}{T_1} = f\alpha$$

$$\frac{T}{T_1} = e^{f\alpha}$$

$$T = T_1 e^{f\alpha}$$

$T - T_1 = P$ (2)

$T = T_1 e^{f\alpha}$ (3) worin f den Reibungscoefficienten bedeutet.

Nun ist $T_1 e^{f\alpha} - T_1 = P.$

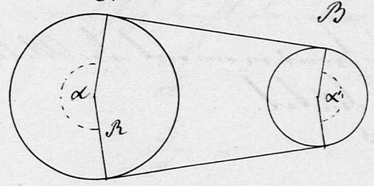
$$T_1 = P\frac{1}{e^{f\alpha} - 1}$$

$$T = P\frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}$$

Spannungen der Riemen.

$$A = \frac{1}{2}P\frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1}$$

Ist der Reibungscoefficient gross, so wären eine schwache Spannung genügend, folglich wäre auch eine rauhe Oberfläche der Rollen günstig; obschon da dadurch die Riemen bald zerrieben würden, so braucht man die Oberflächen der Rollen glatt.



Soll nun der Riemen auf A u. B nicht gleiten, so müssen in den selben Spannungen stattfinden, welche dem Winkel α u α_1 entsprechen und wir geben dafür der formal eine andere Form.

Es ist $S = R\alpha.$

$$T_1 = P\frac{1}{e^{f\frac{\varphi}{R}} - 1}$$

$$T = P\frac{e^{f\frac{\varphi}{R}}}{e^{f\frac{\varphi}{R}} - 1}$$

für verschiedene Werthe von

$\frac{S}{2\pi}$ ist angegeben	$e^{f\frac{S}{R}}$	$\frac{e^{f\frac{S}{R}}}{e^{f\frac{S}{R}}-1}$
nun 0·4 das Umfangsmoment wird	2·02	2
für 0·5	2·41	1·7
„ 0·6 „	2·87	1·9.

Man kann für alle diese Fälle mit genügender Genauigkeit setzen:

$$T = 2P$$

$$T_1 = P$$

oder $A = 1{\cdot}5\,P.$

Heißen wir nun β die Breite des Riemens,

δ die Dicke desselben, und

El die Spannung, welche in einem □cm

des Querschnittes hervorruft, so hat man

die Gleichung: $\beta\,\delta\,El = 2P.$

$$\beta\delta = \frac{2P}{El}$$

$$\frac{1}{2}\beta\delta\,El\,R = PR$$

Dabei PR muß sowohl als das Torsionsmoment der Welle auf welcher sich die Rolle befindet, berücksichtigt

$$PR = \frac{T^2\pi}{16}d^3$$

$$\frac{1}{2}\beta\delta\,El\,R = \frac{T^2\pi}{16}d^3$$

$$\frac{\beta}{d} = \frac{2}{16}\frac{T^2\pi}{El\,\delta R}d^2$$

oder da ist auch $\frac{\beta}{d} = \frac{2T^2\pi}{16}\left(\frac{d}{El\,\delta}\right)\frac{d}{R}$

$\frac{d}{El\,\delta}$ ist als constant anzunehmen. Ist also die Welle dick und die Kraft groß, welche übertragen werden soll, so muß man starkes Leder nehmen, damit der Riemen nicht übermäßig breit wird.

Nimmt man d groß, so ist δ groß, das Leder dick und dieses fest. und zwar $\frac{d}{El\,\delta} = \mu.$

$$\frac{\beta}{d} = \lambda\frac{d}{R}$$

Es kommt nur darauf an, daß wir diese beiden Constanten angemessen bestimmen, was wir am sichersten erfahrungsgemäß finden

Es wird $\mu = \frac{1}{3{\cdot}1}$ und $\lambda = 10{\cdot}5.$

$$\mu = \frac{1}{3} \quad \left\{ \delta = 3{\cdot}1\,\frac{d}{El} \right.$$

$$\lambda = 10{\cdot}5 \quad \left\{ \frac{\beta}{d} = 10{\cdot}5\,\frac{d}{R} = \frac{10{\cdot}5}{\left(\frac{R}{d}\right)} \right.$$

Nun ist die relative Größe der größeren der beiden Rollen immer 6–7 mal den Durchmesser der Welle zu nehmen. wornach sich hinlänglich die Breite der Rolle bestimmen läßt.

$\frac{R}{d} =$	6	7
$\frac{\beta}{d} =$	1·75	1·5.

Dimensionen der Rollen.

Die Rolle besteht nun wesentlich aus:

1. dem Umfangsring.
2. der Hülse — Verbindung dieser Dimensionen Kap. Räder.
3. den Armen, welche zweifach radial, zu zweien auch gekrümmt werden, nur kommt bei gewöhnlichen Armen das Modell

Diese Arme aber müssen wieder den Kraftpfeil halten, damit sie beim Gießen keine Sprünge

die Querschnittsform der Arme wenigstens annähernd elliptisch. Hat man die Anzahl der Arme bestimmt, so stellen wir diese nun rationelle Regel auf.

Bezeichnen wir mit N die Anzahl der Arme und $\frac{PR}{N}$ das statische Moment, welches einem Arm von der Höhe abzubeharren strebt, so hat man:

$$\frac{PR}{N} = \gamma \frac{\pi}{32} b h^2 = \gamma \frac{\pi}{32} \left(\frac{b}{h}\right) h^3.$$

$$PR = \gamma \frac{\pi}{32} \left(\frac{b}{h}\right) h^3 N.$$

für die Welle $PR = \frac{T^2 \pi}{16} d^3$

$$\frac{\gamma \pi}{32} \left(\frac{b}{h}\right) h^3 N = \frac{T_2 \pi}{16} d^3$$

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{T_2 \pi}{16} \times \frac{32}{\gamma \pi} \left(\frac{h}{b}\right)} = \frac{\text{Constante}}{\sqrt[3]{N}}$$

h und b sind ungefähr constant, es ist dann $\sqrt[3]{N}$ constant. Bestimmt man die Arme zu diesem, so weiß man sie und nennt annähernd const. erfahrungsgemäß $C = 1{\cdot}7$.

dann wird $\frac{h}{d} = \frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{N}}$

für N	= ---- 4	--- 6
wird $\frac{h}{d}$	= ---- 1·08	---- 0·94.

N ist gleich der relativen Größe zu nehmen und so wird also die Anzahl der Arme durch die relative Größe bestimmt.

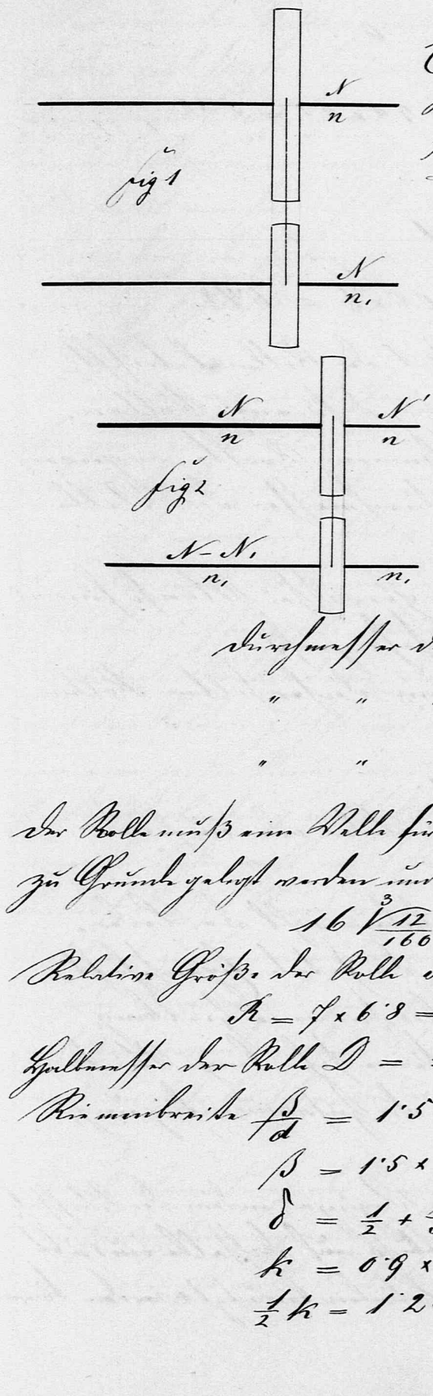


fig 1

fig 2

Es können nun folgende Fälle zur Uebertragung von Kräften stattfinden.

Bei fig 1. Wird die ganze Kraft der treibenden Welle auf die getriebene Welle übertragen.

Bei fig 2. Wird $N - N_1$ übertragen, indem die treibende Welle mit N, mit einer Nebe sie abgibt.

Nehmen wir fig 3 ein Beispiel mit numerischen Werthen.

Bestimmen wir für den Durchmesser der Welle $A = 16 \sqrt[3]{\frac{20}{160}} = 8^{cm}$

" " " " $C = 16 \sqrt[3]{\frac{8}{160}} = 6^{cm}$

" " " " $E = 16 \sqrt[3]{\frac{12}{240}} = 6^{cm}$

Der Welle muß eine Welle für 12 Pferde und 160 Umdrehungen zu Grunde gelegt werden und wir finden

$$16 \sqrt[3]{\frac{12}{160}} = 6{\cdot}8 = d$$

Relativer Größe der Welle $B = \frac{R}{d} = 7.$

$$R = 7 \times 6{\cdot}8 = 47{\cdot}6^{cm}$$

Zapfendurchmesser der Welle $D = \frac{47{\cdot}6 \times 2}{3} = \frac{95{\cdot}2}{3} = 31{\cdot}7^{cm}$

Zapfenbreite $\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}5$

$$\beta = 1{\cdot}5 \times 6{\cdot}8 = 10{\cdot}4$$

$$\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 6{\cdot}8 = 2{\cdot}8^{cm}$$

$$k = 0{\cdot}9 \times 2{\cdot}8 = 2{\cdot}52$$

$$\frac{1}{2} k = 1{\cdot}26$$

Anzahl der Arme $(\frac{N}{B}) = - - - - 6.$

$(\frac{b}{B}) = - - - - 0{,}94 \times 6{,}2 = 5{,}82$

Radius Scheibe von $D = \frac{31{,}7}{6} = 5$

$(\frac{N}{D}) = - - - - 4$

$(\frac{b}{D}) = - - - 1{,}08 \times 6 = 6{,}48$

Was die Grenzen der Anwendbarkeit der Rollen betrifft, so sehen wir aus einer Angabe ein, dass eine Rollenfabrik nur für Uebertragung kleinerer Kräfte angelegt werden kann, wenn also der Durchmesser der Walle nicht zu gross wird.

Wenn die Dimensionen über ein gewisses Maass hinaus, so werden die Rollendurchmesser sehr gross.

Ueber 10, 12 Decimeter erreicht man dasselbe Rollenfabrikat nicht.

Rollenriemen.

Dieselben werden vorzugsweise aus Leder oder auch aus Gutta-Percha hergestellt.

Was das Material betrifft, so haben wohl die Lederriemen den Vorzug; auch haben sie die Fabrik festgestellt, dass sie sich fortwährend dehnen, bis sie eine Spannung gewonnen sind; ferner kann man keine so lange Stücke erhalten und das schwierigste ist, die Zusammenfügung der beiden Enden.

Hier hat das Leder auch wieder seine Vorzüge, indem der Umfang der Lederriemen nur geringen Schwankungen unterliegt und dieselben mit Hilfe einer Schraube leicht gespannt werden können.

Was nun die Gutta-Percha Riemen anbelangt, so sind dieselben viel stärker, sind unempfindlicher gegen Feuchtigkeit, dagegen empfindlicher gegen die Wärme, daher man sie z. B. in Spinnereien und Webereien nicht gebrauchen kann.

Hier stösst man auf keine Schwierigkeiten in Betreff der Verbindung der Enden, weil dieses Material weich ist. Die Riemen lassen sich schweissen lassen und also eine Volldichter Verbindung ein geht.

Wenn nun also die Rollen stark auseinanderfallen, so nimmt man Gutta Riemen, welche 4 fach verwebt werden.

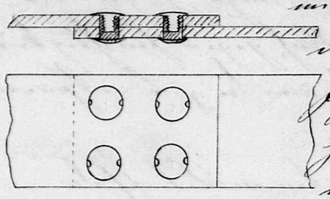
Die Verbindung der Enden und Anspannung der Riemen kann nun auf mannigfache Art geschehen und zwar:

1. Indem man die Riemen einfach zusammennäht und solche Art der Verbindung ermöglicht, was leicht geschehen hat als Umstand an, dass beim Straffen des Riemens, derselbe auf den Rollen gleitet und diese Art des Zusammennähens einen zu grossen Verlust verursachen würde.

2. die Verbindung mittelst Schnallen, welche freilich gut wäre, wenn die Löcher nicht ausgeschlitzen würden, und der Riemen dadurch bald zu Grunde ginge.

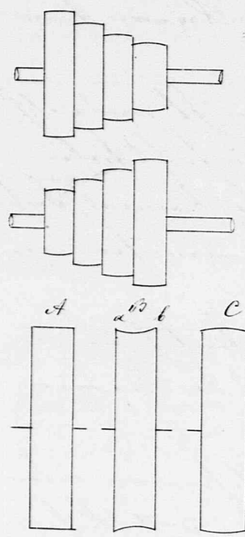
3. durch Zusammennähen mittelst starkem Hanfzwirn, indem in jedes Riemenende, je nach der Breite desselben 3-4 Löcher geschlagen werden. Diese Verbindung, sowie die Vorherige wird aber sehr brüchig und verursacht eine unregelmässige Lagerung.

4. die Vereinigung oder Verschmelzung der Enden, welche wohl am häufigsten angewendet wird und besonders bei starken Riemen. Dies ist wohl die beste Verbindung; nur ist das Aufspannen



mit Spannschrauben verbunden. Die Art der Verbindung zeigt uns beistehende Figur. Wenn nun ein solcher Riemen haben will, so ist es am bequemsten, wenn man das Leder zuschneidet und es dann seinem Querschnitte angemessen belastet, es kann sich nun der Riemen strecken und wenn man ihn benützt, so hat man ihn nur wieder zusammenzunähen.

Es kommt uns zuweilen vor, daß die Geschwindigkeit der getriebenen Welle verändert werden soll, während die Geschwindigkeit der treibenden Welle dieselbe bleibt, was man durch eine sog. Riemenrolle erreicht, wie beistehende Figur zeigt.



Was nun die Umfangsform der Rollen betrifft, so soll dieselbe weder soll, noch cylindrisch sein, sondern sphärisch.

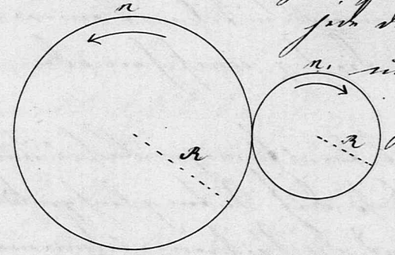
Es wird also auf Rolle A der Riemen nicht liegen bleiben, wenn derselbe auf eine Seite etwas länger, als auf der andern ist. In der Rolle B wird der Riemen entweder auf a oder b sich abspannen, weil sich beide Kränze der Riemen gestreckt werden, wenn sie gegen die Form der Rolle die Abweichung C annehmen, so wird der Riemen, der dieselbe gewählt ist, liegen bleiben.

Man macht nun die großen Rollen den Krümmungshalbmesser gleich dem Halbmesser und die kleinen Rollen den Krümmungshalbmesser gleich dem Durchmesser der Rolle.

Zahnräder.

Wir wollen einstweilen nur das construiren derselben durchgehen und später die genaue Gestalt der Zähne, Räder etc besprechen.

Denken wir uns nun zwei kreisrunde Scheiben A und B, sie dieselben auf einer Axe befestigt



und drehen nun diese Scheiben gegeneinander, so wird entweder Pressung eine Reibung entstehen, wodurch drehung der Scheibe A die Scheibe B mitgenommen wird, sich aber in entgegengesetzter Richtung dreht.

Da nun ein Punkt auf dem Umfange der Scheibe A denselben Weg zurücklegt, als ein Punkt der Scheibe B, so wird, wenn der Halbmesser von A 2, 3, 4, mal größer ist als der von B, die Scheibe B 2, 3, 4 mal mehr Umdrehungen machen als A und verhalten sich daher die Umdrehungen verkehrt wie die Radien. Man hat also:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{n'}{n} = i.$$

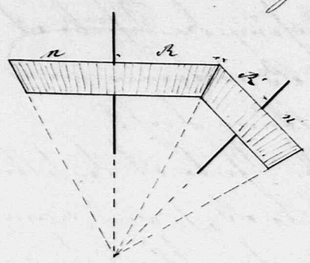
Man nennt das Verhältniß i die Uebersetzungszahl. Diese Anordnung kann aber nicht mehr gebraucht werden, sobald der Widerstand der getriebenen Welle zu groß wird; wir müssen deßhalb die Umfänge dieser Scheiben rauh machen, d. h. mit Vertiefungen und Verzierungen versehen, welche erstere man Zähne nennt. Man ist leicht einzusehen, daß die Zähne der einen, sowie die an den Räder gleich sein müssen und die Anzahl

der Zähne sich wie die Halbmesser der Räder verhalten, also die Halbmesser immer durch rationale Zahlen ausgedrückt werden müssen.

Man nennt nun solche Räder mit Zähnen versehen, Zahnräder und zwar in diesem Falle cylindrische oder Stirnräder; indem hier die beiden Axen parallel sind.

Stehen hingegen die beiden Axen einen Winkel mit einander und schneiden sich, so erhält man die sog. conischen oder Kegelräder.

Denken wir uns 2 Kegelflächen mit kreisförmiger Basis und zwar beide Kegel gleich groß sind und die Spitzen zusammenfallen, worauf ferner beide Kegel mit Drehungsaxen und gegen sie gepreßt werden, so wird der eine den andern mitnehmen.



Reibt es aber genug und, wenn die von jedem der beiden Kegel am Berührungsumfang, also Conische Flächen und diese müssen, da rollen lassen. Es verhält sich hier wieder

$$\frac{n'}{n} = \frac{R}{R'},$$

Soll nun eine gewisse Kraft von einer Welle auf die andere übertragen werden, so müssen wir wieder die Oberflächen der Kegel regelmäßig rauh machen und verwandeln sich also somit die Flächen in regelmäßig zahnartige Gebilde. Ist die Lage zweier Axen ganz beliebig gegen einander, so erhalten die Räder schraubenförmige Oberflächen und heißen schiefgezahnte Räder etc.

da die Zähne je zweier Räder ineinander sich gegenseitig pressen, so müssen dieselben gehörige Festigkeit besitzen, damit sie nicht abbrechen.

Die Kraft P, welche nun auf einen Zahn einwirkt, preßt bald an der Wurzel, bald in der Mitte und bald an der Krone desselben und sucht ihn somit zu zerbrechen zu versuchen.

Das Moment, welches den Zahn abzubrechen strebt, ist am größten, wenn die Kraft am Ende desselben auf ihn einwirkt; deshalb muß man ihn so stark machen, daß er diesem Moment mit Sicherheit widersteht.

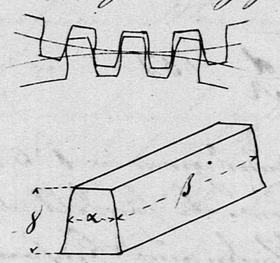
Betrachten wir den Zahn als parallelepipedisch, so ist die Kraft, welche den Zahn an der Wurzel abzubrechen strebt:

$$Pf = \frac{\gamma}{6} \beta \alpha^2$$

woraus $\alpha^2 = \frac{6Pf}{\gamma\beta}$

$$\alpha^2 = \frac{6}{\gamma} \frac{\delta}{\alpha} \frac{\alpha}{\beta} P$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{6}{\gamma} \frac{\delta}{\alpha} \frac{\alpha}{\beta}} \sqrt{P}.$$



Hier können wir eine der 3 Größen β, $\frac{\delta}{\alpha}$, $\frac{\alpha}{\beta}$ annehmen, diese Regel wäre gut, wenn P bekannt wäre, was in den meisten Fällen nicht der Fall ist, daher diese Regel, wenn es sich um eine vollständige Lösung der Aufgabe handelt, nicht zulässig ist.

$$Pf = \frac{\gamma}{6} \beta \alpha^2 \quad (1)$$

$$P = \frac{\gamma}{6} \beta \alpha^2.$$

$$PR = \frac{\gamma}{6} \frac{\beta\alpha^2}{\delta} R$$

$$PR = \frac{\gamma}{6} \frac{\pi}{16} d^3 \quad \Big\} \ (2)$$

Hobei d diejenige Durchmesser derjenigen Transmissionswelle, welche ein Torsionsmoment PR aufzunehmen hat.

Nun ist $\frac{\pi}{6} \frac{\beta}{\alpha} \frac{\alpha^2 R}{\gamma} = \frac{\pi\pi}{16} d^3$

Wir haben nun behufs Einführung des Radius durch d auszudrücken. Nehmen wir zuerst β, γ so haben wir $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{6}{\pi} \frac{\pi\pi}{16} \frac{\gamma}{\alpha^2 R} d^2$ (3).

oder auch $\frac{d}{\beta} = \frac{6\pi\pi}{16\pi} \frac{\gamma d^2}{6} \frac{16}{\pi\pi} \frac{\alpha^2 R}{\gamma d^2}$ (4)

$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 = \frac{6\pi\pi}{16\pi} \frac{\gamma}{\alpha^2 R} \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 = \frac{6\pi\pi}{16\pi} \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right) \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \frac{d}{R}$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{\frac{6\pi\pi}{16\pi} \frac{\gamma}{\alpha}} \times \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{d}{R}} \quad (5)$$

$\frac{\gamma}{\alpha}$ nehmen wir jederzeit constant an und zwar = 1·5.

$\frac{\beta}{\alpha}$ jedoch nicht, wenn es sich um Räderwerke handelt, die von Maschinen getrieben werden, wie Mühlen und Krahnen etc, also kein sehr regelmässiger Lauf stattfindet, so muss man bei schwachen Rädern, wenig a Zähne, zwar bedeutende Kosten ersparen. Man nimmt gewöhnlich $\frac{\beta}{\alpha}$ 4–5 an.

Allein bei Rädern, welche durch Wasser oder Dampfkraft getrieben werden; also grosse Massen mit in Bewegung kommen, so nimmt man $\frac{\beta}{\alpha} = 6$ an. Man bekommt mehr Zähne und eine feinere Zahntheilung, sowie auch einen sanfteren Lauf. Dieses Verhältniss wird bei den Transmissionsrädern angewandt.

für Maschinen, wobei für die Lauf gung ein sanfter Gang von Vollkommenheit verlangt wird, wie bei Werkzeugmaschinen nimmt man $\frac{\beta}{\alpha} = 8$ und erhält die Zähnezahl grösser.

$\frac{R}{d}$ nennen wir die relative Grösse des Rades.

Beobachtet z. B. man wir ein gutes festes Rad haben, dass der Durchmesser der Welle 6 mal in dem Halbmesser des Rades enthalten ist.

Nun nimmt in der Regel ist die relative Grösse des grössten der beiden Räder 5–6 mal so gross als der Durchmesser der Welle zu nehmen.

Sollte eine zu starke Uebersetzung verlangt werden, so ist es vortheilhaft, die relative Grösse des grössten Rades grösser zu nehmen. Man nimmt für liegende Wellen 6, für stehende 5 an.

Nun müssen die Zähne so construirt sein, dass sie diejenige Festigkeit wie die Welle besitzen, also wenn eine Zahn bricht, die Welle durch Torsion abgebrochen wird.

$$\sqrt{\frac{6}{16} \frac{\pi\pi 8}{\gamma_\alpha}} = 1{\cdot}33.$$

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33 \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{d}{R}} = 1{\cdot}33 \frac{\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}}{\sqrt{\frac{R}{d}}} \quad \text{Vid. 70 Tab.}$$

Für z. B. $\frac{\beta}{\alpha} = 6$, $\frac{R}{d} = 5$ ein 6faches Transmissionsrad

so ist $\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}458$

$\beta = 1{\cdot}458 \times d = 14{\cdot}58$

$\alpha = 2{\cdot}43.$

$\gamma = 3{\cdot}64.$

$R = 50.$

Es hat nun diese Regel das Rad so zu liefern wie der Arbeiter bestimmt.

Nun kann man das Umgekehrte anstreben, so dass das Rad gegeben und die Art gesucht wird.

Setzen wir nun von Gl. 4 aus, möglichst genau sein mit $\frac{d^2}{\beta^2}$

so erhalten wir $\frac{d^3}{\beta^3} = \frac{\gamma}{6}\,\frac{16}{\pi^2}\,\frac{\alpha^2 R}{\beta d^2}\,\frac{d^2}{\beta^2}$

$$\left(\frac{d}{\beta}\right)^3 = \frac{\gamma}{6}\,\frac{16}{\pi^2}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\left(\frac{R}{\beta}\right)$$

$$\frac{d}{\beta} = \sqrt[3]{\frac{\gamma}{6}\,\frac{16}{\pi^2}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}\;\frac{\sqrt[3]{\frac{R}{\beta}}}{\sqrt[3]{\frac{\beta}{\alpha}}}$$

$\frac{\beta}{\alpha}$ nehmen wir an, kennen aus $\frac{R}{\beta}$ und bestimmen $\frac{d}{\beta}$, woraus d folgt.

$$\sqrt[3]{\frac{\gamma}{6}\,\frac{16}{\pi^2}\,\frac{\alpha}{\beta}} = 0{\cdot}826.$$

$$\frac{d}{\beta} = 0{\cdot}826\,\frac{\sqrt[3]{\frac{R}{\beta}}}{\sqrt[3]{\frac{\beta}{\alpha}}} \quad \text{Reg. Buch Bl. Kap.}$$

$$z = \frac{2\pi R}{t\,\alpha\,\beta\,d} = 2\pi\left(\frac{\alpha}{t}\right)\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{R}{d}\right)\left(\frac{d}{\beta}\right).$$

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{d}{R}}$$

$$z = \frac{2\pi}{\left(\frac{t}{\alpha}\right)}\,\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{R}{d}\cdot\frac{1}{1{\cdot}33}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\sqrt{\frac{R}{d}}$$

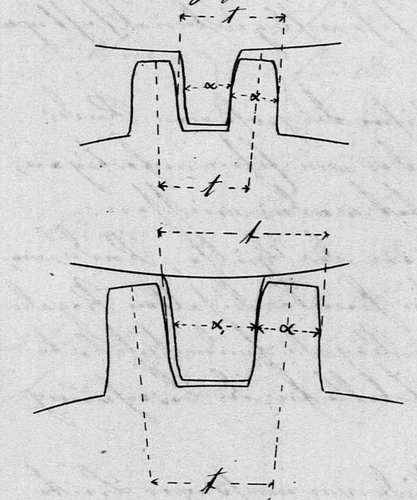
$$z = \frac{2\pi}{\frac{t}{\alpha}}\,\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{R}{d}\sqrt{\frac{R}{d}} = \frac{2\pi}{\frac{t}{\alpha}}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{1}{2}}$$

z bedeutet hier die Anzahl der Zähne und t die Zahnweite. Es ist hier noch $\frac{t}{\alpha}$ anzugeben, welches sich nach dem Material, woraus die Zähne bestehen richtet; ob sie nun aus Eisen oder Holz bestehen.

Sind nun die Zähne der beiden Räder von Eisen, so müssen diese bei einer gewissen Dicke schon eine Entfernung haben und müssen noch ein Spielraum gelassen werden. Dieser fällt bei Zahnentfernung t schon grösser als 2α zu nehmen und zwar

$$t = 2{\cdot}1\alpha$$

Anders verhält es sich wenn das eine der beiden Räder hölzerne Zähne hat; solche dem verhältnismässig weichen Stücker genommen werden müssen, damit sie dieselbe Festigkeit, wie die eisernen besitzen. Man nimmt dann



$$t = (\alpha + \alpha_1) + 0{\cdot}1\alpha.$$

$$\alpha_1 = 1{\cdot}56\alpha$$

$$t = 2{\cdot}67\alpha$$

die hölzernen Zähne haben nun folgende Vorschriften Vorzüglich zu beachten. Sie können nicht so fest mit dem Radkörper verbunden werden, selbst wenn sie anfangs noch so genau eingepasst waren, so schwindet das Holz immer etwas mit der Zeit und die Zähne werden lose. ferner müssen die Zähne des eisernen Rades sehr genau abgerichtet und gefeilt werden, damit die Holzzähne nur einigermassen fallen und nicht vor der Zeit sich abnützen.

Nun haben die Holzzähne wieder den Vorzeil, dass wenn sie abgelaufen sind, man nicht den ganzen Radkörper wie bei eisernen wegwerfen muss, sondern nur neue Zähne einzusetzen braucht. Ein solcher Radkörper ist daher von unverwüstl. Dauer.

ferner müssen die schwachen Räder gegen die starken fast gar kein Geräusch, was in vielen Fällen sehr wohl zu berücksichtigen ist.

Man wird also in der Regel die Zähne der grösseren Räder von Holz und die der kleineren Räder von Eisen anfertigen, welch letztere aber sehr gut bearbeitet werden müssen.

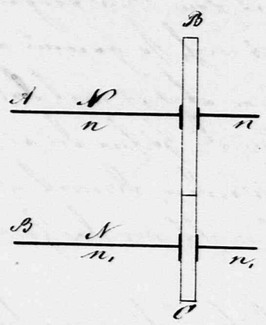
Was nun schliesslich die Dimensionen der Hülfs-Radarme anbelangt, so gelten hierüber dieselben Regeln wie bei den Rollen. Die empirischen Regeln finden sich Seite 50 und 51 in dem Kap. nebst einer Tabelle für die Berechnung der Kreuze der Radarme.

Taf XVII fig 1, 2, 3 finden sich Räder von verschiedener Breite aufgezeichnet.

Wir wollen nun zur Erläuterung einige Beispiele aufführen.

1. Es soll die totale Kraft der Welle A auf die Welle B übertragen werden.

Es sei folgendes gegeben:



$N = 40$, $n = 80$ und $n_1 = 120$;

so ist Durchmesser für A $= 16\sqrt[3]{\frac{40}{80}} = 13$

Winkel " " D $= 16\sqrt[3]{\frac{40}{120}} = 11$

Relative Gr. von B $= 6$

Halbmesser von B . . $= 6 \times 13 = 78$

" " C $= \frac{78}{1{\cdot}5} = 52$

$\frac{D}{d}$ . . . . . $= 6$

$\frac{d}{\delta}$ . . . . . $= 1{\cdot}33$

δ . . . $= 1{\cdot}33 \times 13 = 17{\cdot}29$

ζ . . . Eisen auf Eisen $\begin{cases} \text{für B} = 84 \\ \text{für C} = \frac{84}{1{\cdot}5} = 56 \end{cases}$

Hülfen
$\begin{cases} l \text{ für B} = 17{\cdot}29 + 0{\cdot}0678 = 22{\cdot}17 \\ l \text{ für C} = 17{\cdot}29 + 0{\cdot}0652 = 20{\cdot}41. \\ \delta \text{ für B} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 13 = 4{\cdot}33 \\ \delta \text{ für C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 11 = 4{\cdot}16. \end{cases}$

Arme
$\begin{cases} N \text{ für B} = \ldots\ldots = 6 \\ N \text{ für C} = \frac{52}{11} \ldots = 4 \\ h \text{ für B} = 0{\cdot}94 \times 13 \ldots = 12{\cdot}22 \\ h \text{ für C} = 1{\cdot}08 \times 11 = 11{\cdot}88. \end{cases}$

2 tes Beispiel. Es soll nur ein Theil der Kraft auf die gegenüberliegende Welle übertragen werden.

Wir erhalten:

$\left(\frac{d}{A}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{60}{120}} = 13.$

$\left(\frac{d}{C}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{20}{120}} = 9.$

$\left(\frac{d}{C}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{40}{180}} = 7.$

Das Rad B spürt aber blos 40 Pferde, wir müssen daher den Armen zu grösse dieses Rades eine Welle zu Grunde legen, die blos 40 Pferde zu übertragen hätte. Wir bestimmen nun die Dimensionen ganz nach den früheren Regeln nur müssen wir für B statt des effectiven Durchmessers, den fictiven in Rechnung bringen.

In Bezug auf die Welle wird das Rad D ein Kronenrad, während B ein abnormes Rad wird.

$\left(\frac{d}{B}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{40}{120}} = 11$

$\left(\frac{R}{B}\right) = 6 \times 11 = 66.$

$\left(\frac{R}{D}\right) = 66 \times \frac{120}{180} = 44.$

$\frac{\beta}{\alpha} = 1{\cdot}33\,,\ \beta = 1{\cdot}33 \times 11 = 14{\cdot}6.$

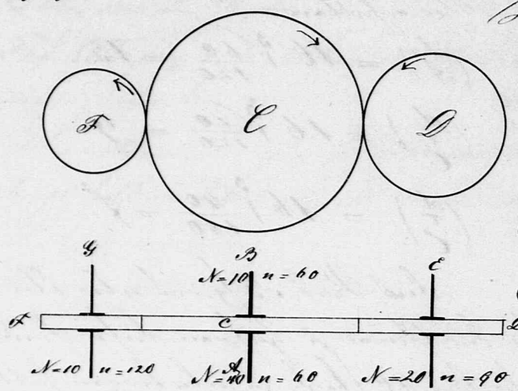
$\left(\frac{h}{B}\right) = 14{\cdot}6 + 66 \times 0{\cdot}06 = 18{\cdot}56.$

$\left(\frac{h}{B}\right) = 0{\cdot}94 \times 11 \quad = 10{\cdot}3$

$\left(\frac{M}{D}\right) = \frac{44}{7} \quad = 6.$

$\left(\frac{h}{D}\right) = 0{\cdot}94 \times 7 \quad = 6{\cdot}58.$

3 kr. Lösung. Es soll eine Welle mit beiden Seiten Kräfte abgeben und zwar mögen in der Reihenfolge gewählt. Daten.



Wir erhalten für:

$\left(\frac{d}{A}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{40}{60}}$

$\left(\frac{d}{B}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{10}{60}}$

$\left(\frac{d}{C}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{20}{90}}$

$\left(\frac{d}{D}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{10}{120}}$

die Arbeit von 6 Pferden einer Kraft von 30 Pferden zu übertragen, wir müssen daher diesem Rad wieder eine ideale Welle zu Grunde legen, wonach wir die übrigen Dimensionen bestimmen müssen. Die Zähne sind für 20 Pferde zu messen.

$\left(\frac{d}{B_{\text{Atm}}}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{20+10}{60}} = 13\ \text{cm}$

$\left(\frac{R}{C}\right) = 6 \times 13 \quad = 78.$

$\left(\frac{d}{Fuß\,C}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{20}{60}} = 11$

Relation. Spitzenzahl des Rades C $= \frac{78}{11} = 7.$

$\left(\frac{\beta}{d_C}\right) = 1{\cdot}231\ ;\ \beta = 1{\cdot}231 \times 11 = 14\ \text{cm}$

γ (Eisen auf Eisen) $= 102.$

$\left(\frac{R}{D}\right) = 78\,\frac{60}{90} = 52.$

$\left(\frac{R}{F}\right) = 78\,\frac{60}{120} = 39.$

$\left(\frac{d}{D_{\text{Atm}}}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{20}{90}} = 10.$

$\left(\frac{M}{D}\right) = \frac{52}{10} = 5.$

$\left(\frac{h}{D}\right) = 10$

$\left(\frac{d}{F_{\text{Atm}}}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{10}{120}} = 7$

$\left(\frac{M}{G}\right) = \frac{99}{7} \quad = 5$

$\left(\frac{h}{F}\right) = 1{\cdot}00 \times 7 \quad = 7$

Lagerstühle.

Gebräuchlich ist es, die Lager ganz in der Nähe der Räder zu halten und stets die Größe eines Lagerstuhles immer womöglich auf ein Minimum zu reduciren.

Als allgemeine Regel gilt es, dass man die Lager innerhalb der Räder anbringt, ferner richtet sich der Platz auch nach dem Uebersetzungsverhältniss der beiden oder mehreren Räder.

Man muss beim Vorzeichnen eines Lagerstuhles ganz methodisch verfahren.

Zuerst verzeichnet man die Axen, sodann auch die Kegel der Räder und entscheidet sich über die Stellen, wo Lager angebracht werden sollen; verzeichnet jetzt aber selbst nicht, sondern nur die Lagerplatten mit ihren gehörigen Dimensionen, und zuletzt den Lagerstuhl, welcher nun auf Mauer, Pfeiler, oder einem Maschinengestelle angebracht wird, oder auch nur ein fundamentaler Stuhl bleibt.

Zur Lösung dieser Aufgabe können wir folgendes Verfahren anwenden, wenn 2, 3, 4 oder mehr Axen mit Rädern vorkommen.

Man verzeichnet demnach zuerst die Axen in ihren bestimmten Lagen und Dimensionen, die Räder vorläufig nur nicht, sodann die Lagerplatten, worauf die Lager zu stehen kommen, nach diesem System erst den Stuhl der Räder und zuletzt den Stuhl.

Für auf diese Weise kann eine richtige Materialanwendung vorkommen.

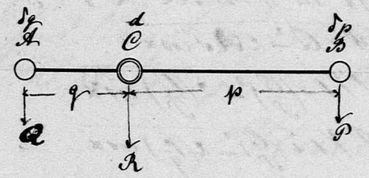
Hier wird am besten thun, sich vorerst eine Skizze zu entwerfen, welche als leitende Gedanke dient und in dieser die Punkte skizziren, bis man zu einem günstigen Resultate kommt und dann nach diesem die Lager in's Reine zeichnet.

Es finden sich nun in den Resultaten Taf XVIII, XIX und XX verschiedene Lagerstühle aufgezeichnet.

Hebel.

Es können dieselben sehr mannigfaltig bei Anordnungen von Maschinen vor. Sie können entweder gerade oder Winkelhebel sein.

Nehmen wir zuerst einen geraden Hebel, dessen Drehungspunkt in C sei, ferner wirke eine Kraft P in B und in A der Widerstand Q. Ferner nehmen wir an, dass zwischen q, p und P, Q keine weiteren Kräfte vorhanden wären, so muss nun sein für den Gleichgewichtszustand:



$$Qq = Pp$$

$$Q = P\frac{p}{q}$$

$$R = P + Q = P\left(1 + \frac{p}{q}\right)$$

ferner nehmen wir für die Durchmesser bei A = δq, für C = d u. B δp an.

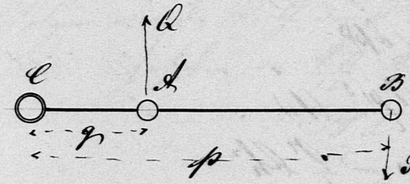
dann ist $\delta p = 0{\cdot}12\sqrt{P}$

$$\delta q = 0{\cdot}12\sqrt{Q} = 0{\cdot}12\sqrt{P}\sqrt{\frac{p}{q}}$$

$$= \delta p\sqrt{\frac{p}{q}}$$

denken wir uns nun den Drehungspunkt zwischen der Hebel in C angebracht, den Widerstand Q in Mitte bei A und die Kraft in B

Wegen des Gleichgewichtszustandes muss wieder sein:



$$Pp = Qq$$

$$Q = P\frac{p}{q}$$

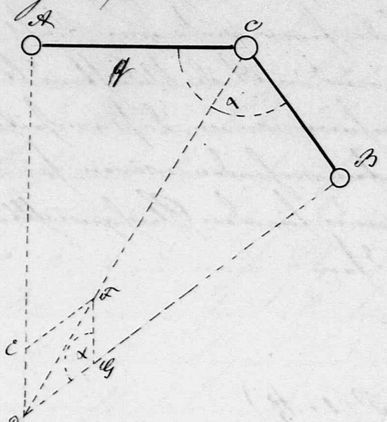
$$R = Q - P$$

$$\delta p = 0{\cdot}12\sqrt{P}$$

$$\delta q = \delta p\sqrt{\frac{p}{q}}$$

$$d = \delta p\sqrt{\frac{p}{q} - 1}$$

für einen Winkelhebel haben wir, wenn wir mit α den Winkel, welche beide Hebel des Hebels miteinander bilden, bezeichnen.
Also gegeben setzen wir auch ferner die beiden Längen der Hebel gemäß, dann haben wir die Hauptbedingungen für $\delta p, \delta q$, und d zu bestimmen.



Nun ist in Dreieck DFG.

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\alpha}$$

$$R = P\sqrt{1 + \left(\frac{Q}{P}\right)^2 - 2\left(\frac{Q}{P}\right)\cos\alpha}$$

$$R = P\sqrt{1 + \left(\frac{q}{p}\right)^2 - 2\left(\frac{q}{p}\right)\cos\alpha}$$

$$\delta p = 0{\cdot}12\sqrt{P}$$

$$\delta q = 0{\cdot}12\sqrt{Q} = \delta p\sqrt{\frac{p}{q}}$$

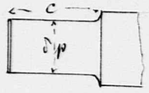
$$d = 0{\cdot}12\sqrt{R}$$

$$= 0{\cdot}12\sqrt{P}\sqrt[4]{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - \left(\frac{p}{q}\right)\cos\alpha}$$

Rühlm. Werk. II. ist eine Tabelle für verschiedene Verhältnisse von $\frac{p}{q}$ und α angegeben.

Soll der Hebel mit zweiseitigen Zapfen versehen werden, so hat man nur nöthig einfach zu rechnen und die erhaltenen Dimensionen mit 0·7 zu multiplicieren.

Zur Bestimmung der Querschnitte des Hebels haben wir, wenn c die Länge desjenigen Zapfens, dessen Dimension = δp.



$$P\frac{c}{2} = \frac{\pi}{32}(\delta p)^3$$

$$P = \frac{\pi}{16}\left(\frac{\delta p}{c}\right)^3 \quad (1.)$$

Nun haben wir für den Arm $Px = \frac{\sigma_b b h^2}{6}$

Arme und Zapfen sollen die gleiche Festigkeit besitzen, daher setzen wir

$$\frac{\pi}{16}\left(\frac{\delta p}{c}\right)^3 = \frac{1}{6}\frac{b h^2}{p}$$

woraus folgt $h^2 = \frac{6\pi}{16}\left(\frac{\delta p}{c}\right)^3 \frac{p}{b}$

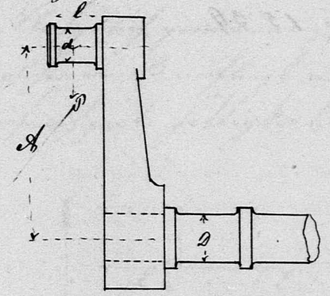
$$h^3 = \frac{6\pi}{16}\left(\frac{\delta p}{c}\right)^3 p\,\frac{h}{b}$$

$$\frac{h}{\delta p} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16}\left(\frac{\delta p}{c}\right)\left(\frac{p}{\delta p}\right)\left(\frac{h}{b}\right)}$$

$\frac{h}{b}$ ist empirisch so wie auch Umständen zu nehmen, p u. δp sind bekannt. Hierzu findet sich eine Tabelle Seite 78. Rühlmann. Taf XV fig 3 ist eine Abbildung eines Winkelhebels.

Kurbeln.

Der Unterschied derselben und Winkelhebel ist, daß die Axe um welche die Kurbel sich dreht eine Rotationsaxe ist und nicht wie in Ausgleich genommen ist.
Wir bezeichnen alle Dimensionen auf den Zapfen, so ist das Moment welches den Zapfen abzudrehen strebt:



$$P\frac{c}{2} = \frac{\sigma\pi}{32}d^3$$

$$P = \frac{\sigma\pi}{16}\frac{d^3}{c} \quad (1)$$

$$PA = \frac{T\pi}{16}D^3$$

$$P = \frac{T\pi}{16}\frac{D^3}{A} \quad (2)$$

Setzen wir die Werthe von P aus Gl. 1. u. 2. einander gleich, so haben wir $\frac{\sigma\pi}{16}\frac{d^3}{c} = \frac{T\pi}{16}\frac{D^3}{A}$

$$\frac{\sigma d^3}{c} = \frac{TD^3}{A}$$

$$D^3 = \frac{\sigma}{T}d^3\frac{A}{c}$$

$$d^3 = \frac{T}{\sigma}D^3\frac{c}{A} = \frac{T}{\sigma}\frac{D^3 c}{A d}$$

$$d^3 = D^2\frac{T}{\sigma}\frac{D c}{A d}$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{D}{d} &= \sqrt[3]{\frac{P}{p}}\sqrt[2]{\frac{A}{c}} = \sqrt[3]{\frac{P}{p}}\frac{d}{c}\sqrt[3]{\frac{A}{d}} \\ \frac{d}{D} &= \sqrt[3]{\frac{p}{P}}\frac{c}{d}\sqrt[3]{\frac{D}{A}} \end{aligned}\right\}$$

Die Zapfen werden immer von Stahl dieser hergestellt, während die Welle auch aus Gusseisen bestehen kann.
Tafel 79. Fig. 11. ist eine Welle ausgestellt, worin für $\frac{A}{d}$, $\frac{A}{D}$ $\frac{D}{d}$ und $\frac{d}{D}$ die Werthe für Wellen von Stahl u. Gusseisen enthalten sind.

Stahl z. L. $A = 50$
$d = 10$
$\frac{A}{d} = \frac{50}{10} = 5$ Welle u. Zapfen von Stahl
$\frac{D}{d} = 1{\cdot}539$
$D = 1{\cdot}539 \times 10 = 15{\cdot}39.$

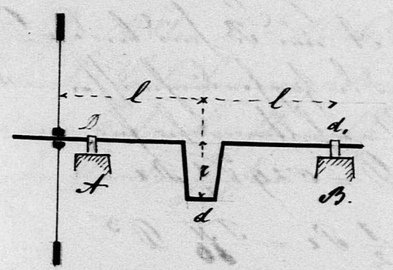
$A = 100$
$D = 25$
$\frac{A}{D} = \frac{100}{25} = 4$
$\frac{d}{D} = 0{\cdot}6$
$d = 0{\cdot}6 \times 25 = 150.$

Für die Kurbelarme müssen wir empirische Regeln aufstellen und diese auf Construction, welche sich gut bewährt haben entnehmen. Das Materialorganismus kann für keine Rede sein, da diese Kurbel meistens wenig vorkommen und diese stets ungünstigen Verhältnissen ausgesetzt sind; da z. L. eine Kurbelwelle bei einer Dampfmaschine ununterbrochen Folgen haben

kann und meist selten auch mit Unglücksfällen verbunden ist. Die Dimensionen finden sich Taf XV fig 6 für Kurbeln von Schmiedeisen und fig 5 für Kurbeln von Gusseisen aufgezeichnet.
Kommt es nun um grosse Expeditivkraft an, wie z. L. bei Locomotiven und Dampfschiffen, so muss man von beiden Kurbel und Zapfen aus einem Stücke, während bei Landdampfmaschinen nützlich ist, den Zapfen einzusetzen.

Kurbelaxen.

Bezeichnen wir mit l die Länge der Axe, mit r den Halbmesser der Kurbel, denken wir uns bei A ein Spurgrad eingebracht und es soll die Kraft P auf A so übertragen werden, so wird die Welle auf Basis der Lager A auf Torsion in Anspruch genommen, während der andere Theil der Welle, welcher in B aufliegt nur der Lagerung ausgesetzt ist, und also entsprechend festigkeit in Anspruch genommen ist.



Bezeichnen wir mit D den Durchmesser der bei A, mit d_1 den Durchm. bei B und mit d den Durchmesser der Kurbelzapfen, so ist

$$d_1 = 0{\cdot}12\sqrt{\tfrac{1}{2}D}$$

Wirkt die Kraftrichtung senkrecht auf den Kurbelhalbmesser, so ist das Torsionsmoment eine Maximum, und es ist:

$$P \cdot r = \frac{T\pi}{16} D^3$$

für den Kurbelzapfen haben wir:

$$\frac{1}{2} Pl = \frac{p_1 \pi}{32} d^3$$

Eliminiren wir aus beiden Gleichungen P, l

$$Pl = \frac{\pi}{16} d^3$$

$$P_1 = \frac{\pi}{16} D^3$$

und dividiren beide Gleichungen, so erhalten wir folgende:

$$\frac{d^3 p}{D^3 T} = \frac{l}{r}; \quad \frac{d}{D} = \sqrt[3]{\frac{T}{p}} \sqrt[3]{\frac{l}{r}}$$

$$\frac{d}{D} = \sqrt[3]{\frac{210}{450}} \sqrt[3]{\frac{l}{r}} = 0{\cdot}77 \sqrt[3]{\frac{l}{r}}$$

indem man für schmiedeisernen Zapfen $p = 450$ und $T = 210$ zu nehmen hat. Construct. eines solchen Kurbelzapfen Taf XVII fig 1.

2 Stück

Kommen wir nun zu der Kraft zu beiden Seiten der Kurbelscheibe tragenden Enden, so haben diese Theile der Welle nun auf Torsion in Anspruch genommen und jedes Ende die halbe Kraft zu tragen hat, wie z. B. bei einer Pumpe mit einfach wirkendem Cylinder der Fall ist. Die Durchmesser der Welle bei A und B sind beide $= D$ und der Zapfendurchmesser $= d$.

Hiernach haben wir für

$$D = 0{\cdot}29 \sqrt[3]{\frac{1}{2} P_1}$$

$$\frac{1}{2} P_1 = \frac{T \pi}{16} D^3$$

$$\frac{1}{2} Pl = \frac{T \pi}{32} d^3$$

Eliminiren wir P und T diesen beiden Gleichungen, so erhalten wir:

$$\frac{d}{D} = 0{\cdot}97 \sqrt[3]{\frac{l}{r}}$$

welche Stärke die Welle auch bei Scheiben erhalte.

Was den Kurbelarm betrifft, so ist das Moment irgend eines Querschnittes desselben, das dem Abstande x entspricht, gleich d oder dem Durchmesser des Kurbelzapfens zu setzen.

Die Construction für diese Art von Kurbelwagen sind Taf. 80. Kf. und zur Abbildung Taf XVII fig 2

Es sei nun zum Beispiel:

$$P = 5000 \text{ Kilg.}$$

$$l = 60 \text{ cm.}$$

$$r = 30 \text{ cm.}$$

dann ist $D = 0{\cdot}29 \sqrt[3]{\frac{1}{2} \times 5000 \times 30} = 0{\cdot}29 \sqrt[3]{75000} = 12{\cdot}2$

$$\frac{d}{D} = 0{\cdot}97 \sqrt[3]{\frac{60}{30}} = 1{\cdot}22$$

$$d = 1{\cdot}22 \times 12{\cdot}2 = 14{\cdot}18.$$

Traversen.

Dieselben kommen sehr häufig bei Druckpumpen und Pumpwerken vor, wenn man genöthigt ist, die Verbindung zwischen Kolben und Kurbel [illegible] mittelst Hebelstange zur Seite des Cylinders zu bringen.

Ist nun P die Kraft, welche auf einem Zapfen wirkt, d der Durchmesser des Zapfens und A die halbe Länge der Traverse,

so ist das Moment, welches den Zapfen zu biegen strebt

$$\frac{Pc}{2} = \frac{p \pi}{32} d^3$$

das Moment, welches die Traverse in der Mitte zu biegen strebt, ist für

für einen rechteckigen Querschnitt.

$$PA = \frac{\beta}{6} bh^2$$

$$d^3 = \frac{16 Pc}{\beta\pi}$$

$$h^2 = \frac{6 PA}{\beta b}$$

theilt man diese beiden Gleichungen beziehungsweise,

so erhält man: $\frac{d^3}{h^2} = \frac{16 Pc}{\beta\pi} \times \frac{\beta b}{6 PA} = \frac{16}{6\pi} \frac{bc}{A}$

$$\frac{h^2}{d^3} = \frac{6\pi}{16} \frac{A}{bc}$$

$$\frac{h^3}{d^3} = \frac{6\pi}{16} \frac{Ah}{bc}$$

und $\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16}\left(\frac{h}{b}\right)\left(\frac{d}{c}\right)\left(\frac{A}{d}\right)}$

$\frac{h}{b}$ nimmt man als constant an und zwar gleich $\frac{1}{3}$, es ist also nicht mehr variabel als $\frac{A}{d}$.

Hier setzen also $\frac{h}{d} = 1{\cdot}344 \sqrt[3]{\frac{A}{d}}$ aber nur unter der Voraussetzung, dass $\frac{h}{b} = \frac{1}{3}$

Beispiel z. B. $A = 48$

$d = 8$

sei ist $\frac{A}{d} = \frac{48}{8} = 6.$

$\frac{h}{d} = 2{\cdot}44$

$$\begin{cases} h = 2{\cdot}44 \times 8 = 19{\cdot}52 \\ b = 6{\cdot}25. \end{cases}$$

In der Ref. Pict. 81 finden sich nun die berechneten Werthe von $\frac{h}{d}$ für verschiedene Werthe von $\frac{A}{d}$

Taf XXI fig 1 ist die Zeichnung eines solchen Trapezes.

Schubstangen.

Da sehen den Fall eine für einfache und fortschreitende Bewegung in eine drehende zu verwandeln fassen wir zuerst das festigkeits giel in's Auge und nehmen an, dass alle Querschnitte einander gleich sehen wir folgender: $d = \alpha \sqrt{P}$

da nun eine solche Stange, bald auf Abscheidung, bald auf einfach wirkende Festigkeit in Anspruch genommen ist, so muss dieselbe auf beide Art construirt werden und für jeden gewisse Construction gesetzt werden.

$$P = \beta \frac{d_1^4}{l^2}$$

$$P = \frac{d^2}{\alpha^2}$$

$$\frac{d^2}{\alpha^2} = \frac{d_1^4}{l^2}$$

$$d_1^4 = \frac{1}{\alpha^2\beta} l^2 d^2$$

$$\frac{d_1^4}{d^4} = \frac{1}{\alpha^2\beta} \frac{l^2}{d^2}$$

$$\frac{d_1}{d} = \sqrt[4]{\frac{1}{\alpha^2\beta}} \sqrt[2]{\frac{l}{d}}$$

Der ungünstigste ist der Constante durch Erfahrung zu bestimmen.

$$\frac{d_1}{d} = 0{\cdot}299 \sqrt{\frac{l}{d}} \quad \text{cm}$$

Beispiel z. B. $l = 400$ cm, $d = 10$ cm

so ist $\frac{l}{d} = \frac{400}{10} = 40$

$\frac{d_1}{d} = 1{\cdot}45$

und $d_1 = 1{\cdot}45 \times 10 = 14{\cdot}5$

der runde Querschnitt ist nun auch für sich die beste Form für Festigkeit, wäre auch für die Ausführung die beste; allein, da z. B. bei größeren Pleuelstangen die mittlere Dicke zu groß würde und man oft im Raume beengt ist und weil ferner bei größeren Pleuelstangen kaum mehr als Stellen im Gesenke vorkommen und auch Stangen überhängt fräsbleich sind, müßte man bisher einen viereckigen Querschnitt wegen 2 Seiten gerade und die beiden anderen Bogenwand sind. Wir stellen uns nun die Frage, den Querschnitt einer solchen Stange zu berechnen.

Wir gehen vom runden Querschnitt aus und suchen dafür ein rechteck. Querschn. der dem runden an Größe nahekommt ist für La. zug auf reine Knickfestigkeit.

für einen runden haben wir $P = \frac{E\Pi}{6^4}\frac{d_1^4}{l^2}$

" " viereckigen . . $P = \frac{E\Pi^2}{12}\frac{b^3 a}{l^2}$

$$\frac{E\Pi}{6^4}\frac{d_1^4}{l^2} = \frac{E\Pi^2}{12}\frac{b^3 a}{l^2}$$

$$\frac{12}{E\Pi^2} \times \frac{E\Pi}{6^4}\frac{d_1^4}{l^2} = ab^3$$

Bleibt gleich wenn mit $\frac{b}{a} \cdot \frac{1}{d_1^4}$

so erfüllt wenn $\left(\frac{b}{d_1}\right)^4 = \frac{6\Pi}{32}\frac{b}{a}$

und $\frac{b}{d_1} = \sqrt[4]{\frac{6\Pi}{32}\left(\frac{b}{a}\right)}$

Verh. z. L $d_1 = 12$, $\frac{a}{b} = 1{\cdot}5$

so ist $\frac{b}{d_1} = 0{\cdot}78$ $\left\{ b = 0{\cdot}78 \times 12 = 9{\cdot}36 \right.$

$\frac{a}{d_1} = 1{\cdot}17$ $\left\{ a = 1{\cdot}17 \times 12 = 14. \right.$

Schubstangenköpfe.

Dieselben befinden sich an den Enden der Stangen und umfassen die Zapfen, sind also an Oberfläche zylindrisch.

Die Pfannenschalen sich aber mit der Zeit ausschleifen muß daher gesorgt werden, daß immer eine Anschleifung stattfindet, was durch sog. Teilung bewerkstelligt wird.

Das Andrücken der Pfannen kann nun auf dreierlei Weise geschehen.

1. Indem man die äußere Pfanne anzieht, wodurch eine Verlängerung der Stange eintritt.
2. Indem man die innere Pfanne nach außen treibt und eine Verlängerung der Stange eintritt.
3. die Länge der Stange bleibt ungeändert, wenn wir die äußere Pfanne anziehen und die innere nach außen treiben; erst durch eine doppelte Teilung geschieht.

Für den Fall, daß die Zapfen an beiden Enden sich gleichmäßig abnützen, ist es genügend das eine Ende mit einer äußeren, das andere Ende mit einer inneren Teilung zu versehen; nützt sich hingegen ein Zapfen stärker ab, so muß die Stange an dieser Seite mit einer doppelten Teilung versehen werden, während das andere Ende eine einfache Teilung erhalten kann für geringe Abnützung ist gar keine Teilung notwendig.

Nun sind verschiedene Formen dieser Köpfe in den Resultaten Taf XXI fig 3, 4 u 5; Taf XXII fig 1–9 ersichtlich.

Pleuelstangen von Gesenken werden meistens bei Lokomotiven, Schiffen angewendet und kann deren Form kann ganz und Pfeil bestimmt werden, die Wandstärke d der Rippe muß empirisch bestimmt werden.

Eine Abbildung findet sich Taf XXIII fig 4, 5 & 6 bef.

Balancier.

Dieselben bestehen in der Regel aus Gußeisen und kommen meistens nur bei Watt'schen Maschinen vor.

Bezeichnen wir nun mit L die halbe Länge des Balanciers, ferner sei G das Gewicht desselben, so wirkt einmal auf den mittleren Zapfen eine Kraft von 2 Pf G, das andere mal eine Kraft von G + P. Die Zapfen müssen daher für einen Druck von 2 Pf G konstruirt werden, und es ist darin P das Arbeitsdruck und das Gewicht der Kolbenstange zu verstehen.

Damit nun der Träger des Balanciers in der Mitte am stärksten sein und das Moment welches derselben von der Kolbenabziehen strebt muß, abgesehen vom Gewicht, sein:

$$Pl = \frac{p}{2} L.$$

oder $$Pl = \frac{p}{6}\left[b_2 h_2^3 + b_1 (h_1^3 - h_2^3) + b(h^3 - h_1^3)\right]$$

$$PL = \frac{p}{6} b h^3 \left[\left(\frac{b_2}{b}\right)\left(\frac{h_2}{h}\right)^3 + \left(\frac{b_1}{b}\right)\left(\frac{h_1}{h}\right)^3 - \left(\frac{h_2}{h}\right)^3 + \frac{b_1}{b}\left(1 - \left(\frac{h_2}{h}\right)^3\right)\right]$$

Nehmen wir der Allg. wegen für den Arbeitsdruck in der Kl. M

so haben wir $PL = \frac{p}{6} b h^3 M$

$$h = \sqrt[3]{\frac{6PL}{pM}}$$

(Fig) $$P = \frac{p}{6} M h^2, \quad h = \sqrt{\frac{6 h_1 P}{p M}}.$$

Wenn gebräuchliche Balanciers und Zapfen nur noch für Maschinen von 150–200 Pferdekraft, für stärkere Maschinen würde der Balancier zu groß werden und Spezialanfertigungen sein, da in einen solchen großen Gußkörper nicht ganze Wellenzapfen eingegossen werden können.

Größere Balanciers werden daher aus Blechen gefertigt und an diejenigen Stellen, da Zapfen angebracht werden, kommen gußeiserne Hülsen. Wenn kann die Balanciers auch wechselweise wie Gitterträger zusammensetzen.

Abbildung eines Balanciers ist Taf XXIII fig 1, 2 & 3 enthalten, worin die Dimensionen zur Construktion desselben in den Kl. Bild 83

Seil- und Kettenhacken.

Dieselben kommen häufig bei Flaschenzügen, Abänderungen von Hebevorrichtungen etc vor.

Wenn wir einschenkelichen Haken von nur kleinen bis mittleren Lasten mit der Axe einer Faser zusammenfallen, ferner sein alle Querschnitte Kreise, so ist nun die Form zu bestimmen, bei welcher der Haken in allen Theilen gleiche Festigkeit besitzt.

Heißen wir nun den $\angle \gamma$ und ist $AC = r$, ferner $AB = y$

so wird AB ein Punkt von Q sein.
Die Kräfte nun zum Punkte von D auf CA und ab sie
diese DG = (r + y/2) sin φ
das Moment der Kraft, welche von Querschnitt bei AB abzu-
drehen strebt ist:

C x DG = (r + y/2) sin φ.

(r + y/2) sin φ Q = (p π / 32) y³

p₁ = 32 (r + y/2) Q sin φ / π y³ , p₂ = Q sin φ / (¼ y² π)

Wir zerlegen nun die Kraft Q in zwei Reibungskräfte Q sin φ und
Q cos φ, somit also in Normalpressung eine Spannung p₂.
p₁ ist das Spannungsmoment das im Punkte A eintritt.
Setzen wir die Totalspannung P, so ist:

P = p₁ + p₂

P = 32 (r + y/2) Q sin φ / π y³ + 4 Q sin φ / y² π

P = (4 Q sin φ / π y²) { 1 + 8 (r + y/2) / y }

P = (4 Q sin φ / π y²) { 5y + 8r / y }

P = (16 Q sin φ / π y³) { 2r + 5/4 y }

sin φ = (p π / 16 Q) (y³ / (2r + 1·25 y))

Die Spannung, welche durch den Zug und
Druck haben wir vernachlässigt.
Für Δ wird sin φ = 1, die Spannungs-
intensität am größten.

also Δ = (p π / 16 Q) (Δ / (2r + 1·25 Δ)).

Nun kommt es darauf an wie stark Δ genommen ist.
Es wird für Rohrleitungen p = 2800, für Heißdampf p = 1400.
Die innere Spannung soll immer so klein als möglich genommen
werden. Gleichgiltig wird die Form für doppelseitige, wobei die
Last an 2 Rollen oder Balken hängt und also jeder Seite
nur die Hälfte zu tragen hat.
Es kann also für dieselbe Last, die Spannung im Verhältniß zur
V2 schwächer genommen werden.

Röhren und deren Verbindungen.

Röhren in großer Menge bei Wasser und Gasleitungen angewendet
Es kommt bei einer Röhrenleitung der Durchmesser und die Länge
eines Rohrstückes in Betracht.
Wesentlich ist die Permeabilität der Flüssigkeit und die Festigkeit
mit welcher sie durch die Leitung fest gegraben, wegen also die Dicke
dimensionen eines Rohrstückes zu bestimmen sind.
Das Material einer Röhrenleitung richtet sich nun ganz nach den
Eigenschaften der Flüssigkeit, welche fortwährend geleitet werden soll und
nach dem Druck der in innern der Röhren herrscht.
Da nun bei Röhrenleitungen, wie bei einer Wasserleitung die Pressung gegen
die Röhre einen bedeutenden Reibung verursacht, so soll man immer
darauf achten der Flüssigkeit eine geringe Leitungsgeschwindig-
keit zu geben, gewöhnlich 1 Meter.
Bezeichnen wir mit Q die Menge d. Flüssigkeit, v die Geschw. derselben,
Ω = d den innern Durchmesser, D den äußern Durchmesser der
Röhre, so haben wir Q = Ω v.

$$\Omega = \frac{Q}{c} = \frac{d^2\pi}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{Q}{c}}$$

Es werden nun Röhren aus folgendem Material u. zu folgenden Zwecken gefordert.

a. Eisenblech wird angewendet bei hohen Gasen u. flüssigkeitspressungen, weiter bei Röhren zu mittlern hohen Druckhöhen, wie besonders zu Wasserleitungen für Turbinen.

b. Gußeisen kommt vorzüglich in Anwendung von $\delta = 20^{mm}$ an bei Wasserleitungen, sowie auch Gas und Dampfleitungen.

c Kupfer wählt man vorzüglich für ganz kleine Röhren, welche biegsam, dichtig sein sollen und gewandt eine sehr hohe Temperatur aushalten

d Bleiröhren haben die vortheilhafte Eigenschaft, daß sie sehr biegsam und jeder möglichen Krümmung fügsam bleiben. Sie finden ihre Anwendung bei Materialleitungen zu Gebäuden

e Zinkröhren kommen wenige vor

f Schmiedeisernen Röhren fertigt man dann an, wenn dieselben bestimmt sind, eine sehr hohe Temperatur und einen bedeutenden Druck auszuhalten.

g Holzröhren zu Krümmungen etc. und

h Steinen Röhren, welche sehr selten vorkommen, aber sehr vortheilhaft für Trinkwasserleitungen sind wegen ihrer großen Reinlichkeit und dem Wasser keinen fremden Geschmack mittheilen. Letztere Röhren können auch auf einfache Weise aus Cement hergestellt werden.

Es kommt nun wieder die Materialstärke δ der Rohre in Betracht, welche sich theils wegen der innern Pressung, demnächst Umständen der Abnützung, Rost etc, ferner auch dem Anfertigungsverfahren bestimmt.

Wir haben zur Bestimmung von δ folgendes:

Wir E die Festigkeit des Materials, d der Durchm. der Röhre, n der innere, n_1 der äußere Druck und l die Länge einer Röhre

so ist $d\,l\,(n-n_1) = 2\delta\,l\,E$.

und $\delta = \frac{d\,(n-n_1)}{2E} = and + b$.

Wir erhalten für die verschiedenen Materialien folgende:

Eisenblech	δ	$= 0{\cdot}00125\,nd + 0{\cdot}30$
Gußeisen	δ	$= 0{\cdot}00400\,nd + 0{\cdot}50$
Kupfer & Messing	δ	$= 0{\cdot}00200\,nd + 0{\cdot}10$
Blei	δ	$= 0{\cdot}04000\,nd + 0{\cdot}10$
Zink	δ	$= 0{\cdot}02500\,nd + 0{\cdot}10.$

Die Länge der einzelnen Röhrenstücke richtet sich nach dem Verfertigungsverfahren. Dabei muß man z. B. bei Gußeisen nicht über eine bestimmte Länge hinausgehen, weil sonst die Form bei großer Länge sich biegen würde und das Rohr beim Gießen ungleiche starke Wände erhielte.

Röhrenverbindung

für Gußröhren, welche meist die häufigste Anwendung finden, unterscheidet man die Verbindung mittelst Flantschen und Muffen.

1. die Verbindung mittelst Flantschen wird meistens in den Fällen angewendet, da man zur Verbindung Bolzen gelangen kann

wie z. B. zu Dampfleitungen, Leitungen in offenen Räumen und niemals zu solchen, die unter Erde gelegt werden.

Die Flanschen müssen innen in der Regel so groß, daß die Schraubenköpfe Platz haben und erhalten folgende Dimensionen

Länge $1 + 1{\cdot}8\,\delta$

Dicke $0{\cdot}33 + 1{\cdot}17\,\delta$.

Die Dichtungen sind je nach der Flüssigkeit, welche durch die Leitung geht, von verschiedenem Material.

Die Verbindung mit Röhren macht man entweder zu Gas-, Wasserleitungen und überhaupt zu Leitungen nie, die in die Erde gelegt werden. Das eine Ende jedes Rohrstückes hat bei dieser Verbindung eine becherförmige Erweiterung, das andere Ende hat eine Art Flansche und wird in das andere offene eingesteckt. Die Verbindung der Gasleitungen geschieht ungefähr auf folgende Weise. Zu Ende eines Rohrstückes mit becherförmiger Erweiterung wird zunächst ein gehörter Hanfring gebracht, sodann das andere Rohrstück eingesteckt und der übrige Raum mit flüssigem Blei ausgegossen, das auf dem Schalle noch fest eingestemmt wird.

Das offene Rohrstück hat noch eine wulstförmige Verstärkung damit das Rohr beim Stemmen des Bleies nicht berste springt.

Für den Fall, daß die Röhren nicht mehr auseinander genommen werden sollen, wendet man Eisenkitt an. Derselbe besteht aus Eisenfeilspänen, Kochsalzblumen und verbrannter Borax. Diese 3 Stoffe gehen bei der Mischung unter Wärmeentwicklung eine innige Molekularverbindung ein und die Röhren können nun auf Dauer gut allmählig Erschütterungen getrotzt werden.

Die Dimensionen einer solchen Flanschenverbindung sind folgende.

Es ist Länge einer Flasche $d + 2\delta$

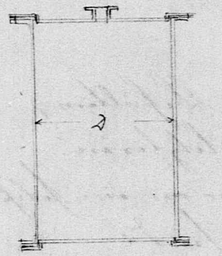
" Durchmesser " " $d + 4{\cdot}4\,\delta$

Metallstärke einer Flasche $1{\cdot}2\,\delta$

Auf Tafel XXIV finden sich die gebräuchlichsten Röhrenverbindungen

Cylinderdeckel

für Dampf- und Pumpencylinder. Die Metallstärke derselben richtet sich einerseits nach den inneren Kräften, andererseits nach dem Bearbeitungsverfahren.



Die Metallstärke richtet sich ferner nach dem Durchmesser des Cylinders und wir können die Annahme machen, daß die Metallstärke einer Flanschung folgender Form bestimmt werden kann:

$$\delta = a + bD.$$

Bezeichnen wir die Metallstärke für Cylinder mit kleinem Durchmesser mit δ_1, für größeren Cylinder mit δ_2, so bestehen folgende Gleichungen:

$$\delta_1 = a + bD_1$$

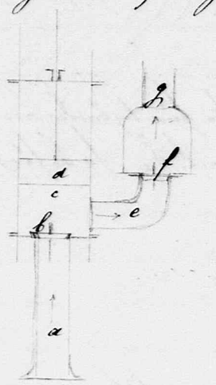
$$\delta_2 = a + bD_2$$

Man kann auch auf folgende Weise bestimmen. Man nimmt die Dimensionen von δ und D guter Cylinder von verschiedener Größe, trägt die so erhaltenen D als Abszissen, die δ als Ordinaten auf, verbindet die Endpunkte sämmtlicher Ordinaten durch einen stetigen Zug und findet so auf diese Weise annähernd eine gerade Linie. Daraus folgt, daß δ für kleine Cylinder

gross und für grosse Cylinder kleine vorfällt.
Am besten ist, man bestimmt die Metallstärke nach Construc-
tionen, die sich gut bewährt haben.
Wir können $\delta = 15 + \frac{D}{60}$ setzen.
Wenn die Angriffe der Metallfasern betrifft, so richtet sich
dasselbe nach dem Totaldruck, der gegen [illegible] ausgeübt
wird. Er ist: $3 + \frac{D}{7}$
Für die übrigen Dimensionen des Cylinders, welche δ proportional
sind, finden sich die Verhältnisszahlen Taf XXIV Fig 1 in
den Rippenlinien bestimmt.

Ventile.

Die dienen zur Communikation zwischen Röhren, Gefässen,
Räumen und sind hinlängliche Lastenthalter der Letzteren.



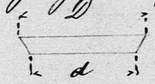
Die Bedingungen welche wir an ein solches
Ventil zu machen haben, sind:
1. Rechtzeitiges Öffnen und Schliessen
desselben.
2. Dass dasselbe sich leicht öffnet und
3. Genauer und guter Verschluss.
Alle uns bisher bekannt gewordenen Ventile,
gingen der, welche aus folgenden wesentlichen
Bestandtheilen bestehen. a. dem Saugrohr, b
dem Saugventil, c dem Cylinder, d Kolben, e kurzförmiger Rohr,
f dem Druckventil und g dem Steigrohr.
Wenn nun der Kolben niedergeht, so wird das Wasser in a
steigen, das Ventil b in die Höhe heben und unter den Kolben
dringen. Eine Grundbedingung desselben besteht ist, dass das Ventil b

und das Wasser entweicht durch e nach dem Steigrohre,
wobei das Ventil f geschlossen wird.
Bei u sei die obere und o die untere Fläche des Ventils.
Bezeichnen wir ferner den Druck der Wassersäule auf 1 □cm
der Saugfläche O, die Pressung von unten auf 1 □cm
mit U, mit G das Gewicht des Ventils und ist F der
Reibungswiderstand, den das Ventil verursacht, so muss
für das Öffnen des Ventils folgende Gleichung bestehen.

$$U u = O o + G + F$$

$$\text{und } U = O\frac{o}{u} + \frac{G+F}{u}$$

G und F kommen aber gar nicht in Betracht und können
daher hinweggelassen werden.
Die Intensität des Druckes richtet sich also lediglich
nach den beiden Flächen des Ventils.
Wenn es sich blos um leichtes Öffnen handelt, wären glei-
che Flächen wohl am besten.



Bei guten Anordnungen haben wir folgende:

$$\frac{o}{u} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \left(\frac{1{\cdot}2\,d}{d}\right)^2$$

$$\frac{o}{u} = 1{\cdot}44 \quad ; \quad \frac{U}{O} = 1{\cdot}44.$$

D bedeutet hier den Durchmesser des oberen und d den des unteren
Ventilsitzes. Aus obiger Gleichung ist also ersichtlich, dass
die beiden Durchmesser wenig von einander verschieden sind,
weshalb man bei Construction selbstwirkender Ventile angewie-
sen ist, solche durch den Druck irgend einer Flüssigkeit gehoben
werden. Ventil und Ventilsitz müssen mathematisch convex
sein, dieser sehr genau, und vollkommen bearbeitet werden.

Der Ausschlag muss nun eine gewisse Breite erhalten, welche Breite aber hinsichtlich der Grösse des Ventils proportional zu nehmen ist, sondern constant ist. Die Höhe des Ventils ist nach angegebener Regel constant zu nehmen und zwar 12 cm

Vorzeichnen wir uns nun den Riss
Ventils nach obigen Regeln und
zwar so, dass immer der Diameter
Durchmesser des obersten Ventils,
gleich dem grösseren Durchmesser
des nächstfolgenden u.s.w. und
verbinden zuletzt immer je 2 correspondirende Punkte durch
eine gerade Linie, so wird uns der ganze Linienzug eine
logarithmische Linie vorstellen. Ferner ist aus der Zeichnung
ersichtlich, dass kleine Ventile spitzkonisch, grössere flachgegen
flachkonisch werden und der Ausschlag bei grossen Ventilen
weniger beträgt, als bei kleinen.

Zum Schluss der Anfertigung von Ventil und Ventilsitzen ist noch folgendes zu beachten.

Sie dürfen nicht so gearbeitet sein, wie fig A zeigt, wobei der obere Theil des Ventils und der untere Theil des Ventilsitzes geschlagen würde.

Bei der Anordnung **B** würde der untere Theil des Ventils und der obere Theil des Ventilsitzes geschlagen werden.

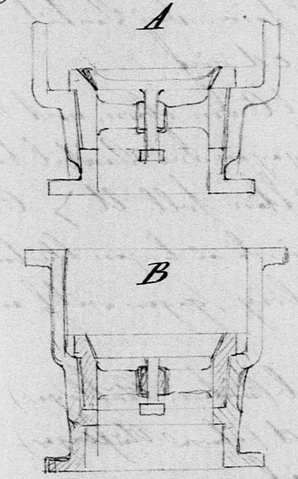
C ist eine gute Anordnung und wird diese auch keine Verletzungen des Ventils als des Sitzes sonstige eintreten.

die Pferden Rouben bei den Ventilen müssen etwas abgerundet werden, damit der Sitz nicht von denselben beschädigt wird.

Die Prüfung der Ventile ist ebenfalls von grosser Wichtigkeit, namentlich bei grossen Pumpwerken, Förderungen etc.

In Bergwerken werden nun das schmutzigen Wassers wegen keine Metallventile mehr, sondern Klappen von Leder, das jederzeit das beste für Kalkwasserpumpenventile sein wird. Für Locomotiven sind nun die sog Kugelventile mit sphärischem Ventilsitz. Diese Kugelventile befinden sich in einem Gehäuse mit Fensteröffnungen und schliessen in allen möglichen Lagen vollkommen.

Für Metallventile wäre zur Erhaltung derselben am vortheilhaftesten der Pumpe einen langsamen Gang zu geben.



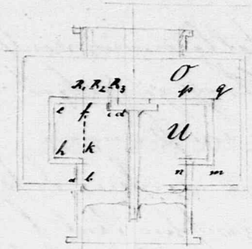
Bei Anordnungen von Pumpen muss dafür gesorgt werden, dass das Wasser nicht zwischen Ventil und Ventilsitz hindurchgepresst werden muss, sondern dass möglichst leicht sich fortbewegt.

Zum Verständniss sind 2 Anordnungen A u B angegeben, wovon die erstere dem Zweck entspricht.

C sind die Querschnittsverhältnisse bei A sind überall gleich; somit findet das Wasser zu beiden Seiten des Sitzes genügend Raum um sich leicht durchzudrücken. Es müssen überhaupt alle Querschnitte derart sein, dass das Wasser sich überall ungehindert muss gleich sein dem Querschnitte des Rohres.

Bild eine festerhafte Anordnung, weil sich hier der Dampfdruck vermehrt, das Wasser sich von dem Ansatze hebt und die ruhige Lage in eine Wirbelnde sich umändert, ferner soll das Ventil zu wenig Hub und folglich das Wasser mit großer Kraft hindurchgepreßt werden muß.
In neuer Zeit construiren diesen doppelsitzige nicht vorkommen.

Es schließen sich nun diesen einfachen Ventilen, die sog. Doppelventile an. Sie kommen meistens bei großen Hebungswerken, in Bergwerken, etc vor.



Falls uns nun beispielsweise ein solches Ventil vor, so müssen vor allem die Vertikalabstände der Ventile und Ventilsitze gleich sein. das Ventil sitzt bei ab und cd auf.

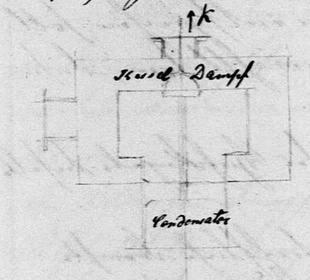
Denn wir nun mit O den oberen, mit U den unteren Druck gegen das Ventil bezeichnen, so muß, wenn das Ventil sich öffnen soll $U > O$. sein. Wenige die Fassung ef und hk würde es liegen bleiben. Es bleibt also nur noch der Ringfläche übrig, gegen welche ein Druck ausgeübt werden kann.

Heißen wir nun R_1 die Ringfläche von ab (unteres Auflager)
R_3 " " " " cd (oberes Auflager)
R_2 " " " " ef

So wird nun das Ventil mit einer Kraft UR_2 hinaufgepreßt. die äußeren Fassungen mn und pq heben sich wiederum auf.
Es bleibt also $R_1 + R_2 + R_3$. Es muß also
UR_2 gleich oder größer als $O(R_1 + R_2 + R_3)$.

und $U = O\left(1 + \frac{R_1 + R_3}{R_2}\right)$

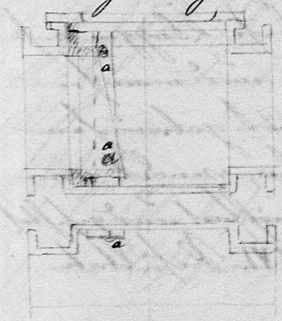
sorgen wir nun, wenn U ~~ein Minimum~~ wird, so erfolgt dies, wenn wir die Auflager sehr klein, R_2 hingegen sehr groß machen. Es haben diese Ventile den Vorteil, daß sie nicht weit gehoben werden müssen, hingegen den Nachteil, daß sie große Kraft zur Hebung erfordern.



Communicationsventile für Dampfmaschinen und Condensationsapparate größerer Art sind immer meistens doppelsitzventile. Heißen wir K den Druck, der erforderlich ist um das Ventil zu heben, so findet folg. Gleichung statt

$$K + UR_2 = O(R_1 + R_2 + R_3)$$
$$\text{und } K = O(R_1 + R_2 + R_3) - UR_2$$

Klappenventile werden vorzüglich zu Condensationsapparaten, Lüftungen bei Dampfmaschinen etc angewendet und bestehen entweder aus Blech oder Leder.
die Tellerventile sind sehr einfach herzustellen und zu erhalten, besonders bei unreinem Wasser, weil sie leicht ausgewechselt, und nicht mehr vollkommen schließen.



die Befestigung solcher Tellerventile geschieht entweder in untenstehender Weise. der Keil a kann an den Wänden angebracht oder mittelst Schrauben befestigt sein. der 2te Keil b drückt dann den Ventilsitz fest gegen die Wand an.

Zeichnungen der verschiedenen Ventile sind in der Ref. Taf XXV enthalten.

Hahnen.

Diese bestehen meistentheils aus Messing, seltener aus Eisen und sind wiederum verschiedene, die Communikation zweier oder mehrerer Röhren herzustellen. Die Anforderungen, welche an Hahnen gestellt sind: 1. die Form derselben muß so gewählt sein, daß sie sich leicht bearbeiten läßt.

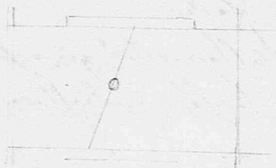
2 Muß der Querschnitt der Oeffnung der Hahnkegel dieselbe Größe erhalten, wie derjenige der Röhre.

Für kleine Röhren bieten die Hahnen vortreffliche Dienste und kommen in den mannichfaltigsten Formen vor.

Abbildungen solcher Hahnen befinden sich Taf XXV Ref.

Drehklappen.

Dieselben sind vortrefflich für Verbindungen von großem Querschnitt, da sie nur die Axenreibung zu überwinden ist.



Die Form dieser Klappen ist im Allgemeinen elliptisch.

Um sie fest an diese Klappen wie ganz genau in den Endpunkten der Axe und man sie für eine sorgfältige Ausführung nicht gut gebrauchen kann. Um sie vollkommen herzustellen, damit eine Flüssigkeit, welche durch irgend eine Vorrichtung gepreßt und gestoßen werden kann. Abbildungen Taf XXVI Ref. Ventile.

Kolben.

Kommen überall vor, wo flüssigkeiten mit in Spiel kommen, namentlich bei Pumpen und Dampfmaschinen. Sie sind je nach dem Zweck dem sie entsprechen sollen, verschiedenartig gebildet und bestehen aus verschiedenem Material.

damit die Kolben genau und dicht an der Cylinderwand anliegen müssen sie mit einer Liederung versehen sein, welche wiederum aus verschiedenem Material bestehen kann.

die Kolben für Dampfmaschinen können entweder Hanf oder Metallkolben sein. die ersteren gewähren aber keinen sehr dichten Verschluß und diese nur bei geringer Dampfspannung, bei Niederdruckmaschinen angewendet. die Hanfdichtung muß öfters erneuert werden, wozu der Kolben aus dem Cylinder genommen werden muß, der Cylinderdeckel abgeschraubt u.s.w. was immer sehr mißlich ist und unsicherheit auf einen Fabrikbetrieb einwirken kann.

der Vortheil den diese Kolben aber gewähren ist vor allem der, daß Ganz derselben, geringe Abnützung der Cylinderwände, die zuletzt einen sichtbaren Grad von Glätte erreichen. ferner haben die Hanfkolben den Vortheil, daß im Fall der Cylinder beim Ausbohren etwas verzogen wäre oder an irgend einer Stelle unrund wäre und eine Vertiefung hätte, der Hanf sich doch immer weich und dicht an diese Stellen anschmiegt. diese Kolben bieten ferner vortreffliche Dienste zum Abmessen von Luft und Flüssigkeiten und finden deshalb sehr ihre Anwendung.

Sobald nun die Dampfspannung über 1–1½ Atmosphären beträgt, fertigt man die Liderung aus Metall an. Die Frage, aus welchem Metall diese Liderung angefertigt sein soll, gibt für Kolben, deren Ringe aus Guss, Composition, Kanonenmetall oder Gussstahl bestanden und hinsichtlich ihrer Abnützung geprüft wurden, sehr abweichende Differenzen und sind in gewerblicher Hinsicht sehr unbefriedigend.

Als ökonomische Gründe sind wohl die gusseisernen Kolben vorzuziehen und werden in den meisten Fällen, namentlich bei grossen Kolbendurchmessern verwendet.

Diese Ringe müssen aber sehr genau bearbeitet werden, denn müssen sie eine gewisse Güte haben, die Intensität des Druckes auf alle Liderungsfläche muss dieselbe sein, ferner ist auf eine grosse Elasticität, dass alle Liderungsflächen fest an Cylinder selben und nicht zwischen den Kolbenringen und Kolbendeckel eingeklemmt sind.

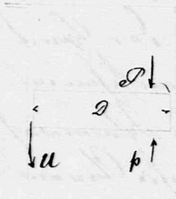
Die Güte der Liderung wird ausgedrückt durch einen Ausdruck der Form $A + BD$.

A & B werden empirisch bestimmt und wir erhalten für

Dampfkolben $4\left(1+\frac{2}{100}\right)$

für Gaskolben $8\left(1+\frac{D}{100}\right)$

für grosse Kolben wird also die Liderung etwas ~~grösser~~, als für kleine. Hinsichtlich der Dampfverbrauches, der zwischen Cylinder und Kolben Liderung entsteht:



Heißen wir den Durchmesser des Kolbens D, sei ferner ε die Spalte zwischen Kolben und Cylinder, P der Druck über, p unter dem Kolben, v die Geschwindigkeit mit der der

Dampf entweicht und q die Kolbengeschwindigkeit.

So wird $D\pi\varepsilon$ der in einer Secunde entweichende Dampf sein.

Ferner ist $D\pi\varepsilon$ die Fläche des Ringspaltes somit

und $D\pi\varepsilon v$ die Dampfmenge, welche in einer Secunde entweicht. Hier erhalten $\frac{D\pi\varepsilon v}{\frac{D^2\pi}{4}q} = \frac{\varepsilon v}{Dq}$.

Der Dampfverbrauch wird also bei grossen Maschinen unbedeutender sein, als bei kleinen, die Kolbengeschwindigkeit hat ebenfalls Einfluss auf den Dampfverbrauch, und es wird letzterer um so geringer sein, je grösser die Geschwindigkeit des Kolbens ist.

Für sehr gut ausgeführte Maschinen wird ε sehr klein, diese werden solche Dampfmengen verbrauchen lassen.

Der Reibungswiderstand ist proportional dem Umfang und ist für grosse Maschinen klein, für kleine gross.

Die Leben also, wenn r den Reibungswiderstand an der Fläche, und a die Höhe des Kolbens bezeichnet.

$$\frac{2r\pi D \cdot a d}{\frac{D^2\pi}{4} a} = \frac{8d}{D}$$

Für Dampfmaschinen sind wohl die Lederkolben am vortheilhaftesten und entsprechen ihrem Zwecke vollkommen.

Es können diese Kolben einen beliebigen Druck aushalten, wie dem Anwendung bei Wasserhaltungsmaschinen, hydraulischen Pressen etc. genügend beweisen.

Auf Tab XXVII Fig. finden sich Kolben verschiedener Art abgebildet.

Theorie der Verzahnung.

Diese Aufgabe bietet vom geometrischen Standpunkte aus betrachtet unzählige Lösungen dar, eine praktische aber bieten sich uns nur sehr wenige dar, welche den Anforderungen genügend entsprechen.

Die praktische Anforderung, welche man an sie stellen muss, ist, dass das Verhältniss der Winkelgeschwindigkeit constant ist, also in jedem Augenblicke denselben Werth hat.

Hier können uns auch die Aufgabe stellen, dass sich das Verhältniss der Winkelgeschwindigkeit nach einem vorgeschriebenen Gesetze ändert.

Betrachten wir zunächst den ersten Fall, wobei wir drei Hauptfälle zu unterscheiden haben:

1. die Axen können parallel sein.
2. die Axen können sich schneiden und einen gewissen Winkel mit einander bilden.
3. die Axen können irgend welche Lage im Raume gegen einander einnehmen.

Im ersten Falle wird die Grundform der Räder cylindrisch, welch. fall sie auf Cylinder – Räder über heissen, beim zweiten Falle ist die Grundform ein Kegel und wir haben die conischen oder Kegelräder, beim dritten schalten die Räder Grundformen, je nach ihrer Lage gewindelrädrisse, oder hyperboloidrisse.

1. Verzahnung für parallele Axen.

Diese allgemein Betrachtungen können wir Schritt für Schritt an entstehen lassen können, denn auf gefällige Weise gelöst werden.

die Bedingung ist, dass das Verhältniss der Winkelgeschwindigkeit constant bleibt, welches so lange gilt, als die Räder rund bleiben und nicht unförmig werden.

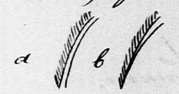
In praktischer Hinsicht soll keine Reparierung auftreten und die Reibung gering sein. Kann wie diese Umstände nicht berücksichtigen, so wird jede der nachher besprochenen Verzahnungsarten gut.

Wird die Abnützung untersucht, so gibt es 2 Hauptverzahnungsarten; nämlich 1 wo Rollen der Zähne, 2 wo das aufeinandergleiten der Zähne Sie der ersten Verzahnungsart wird fast keine Reibung verursacht, ist aber nicht zu gebrauchen, da die Intensität des Druckes in einem Punkte sehr gross ist, weil sich die Zähne nur in einem Punkte berühren und sich sehr bald abnützen würden. Diese Verzahnung würde für Lauf[illegible] nicht gute Dienste leisten und eine sorgfältige Fabrikation verlangen abgeben.

Bei der 2ten Verzahnung fällt die Intensität des Druckes günstiger aus, weil hier grössere Flächen in Berührung kommen, es wird daher auch die Abnützung eine geringe sein.

Man geht also im Gegensatz zur ersteren Kraftverzahnung, weil sie überhaupt grosse Kräfte kaum mitmachen würden.

Es wird immer günstig sein, wenn eine excentrische Abnützung stattfindet, wo nur dann erreicht wird, wenn sich die Zähne wechselseitig constant drücken.



a wäre für eine richtige Abnützung, während b nur theilweise abgenützt ist.

Gehen wir nun zu den speziellen Verzahnungsarten über und zwar zunächst zur

Triebstockverzahnung.

Wir verfahren hier auf folgende Weise: Wir nehmen die Form des Zahnes des einen Rades an und bestimmen darnach die Zahnform des 2ten Rades. Heißen wir die beiden sich berührenden Kreise der beiden Räder, Grund oder Teilkreise und sind c und R ihre Radien, so werden sich dieselben umgekehrt wie die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Räder verhalten. Wir nehmen nun in der Peripherie des Kreises vom Radius c einen Punkt d an und nehmen weiter an, daß dieser Punkt d unzertrennlich festigkeit verbinde und fragen nun was für eine Form der Zahn des zweiten Rades erhalten muß.

Für die Zahnform des 2ten Rades wollen wir Kreisevolvente annehmen und zwar so, daß der Kreis c auf R fortrollt. Für die Richtigkeit dieser Annahme müssen wir nachweisen können, daß der Punkt, der ein Punkt auf dem Umfange des Kreises c gewesen ist, gleich ist dem Punkt, der ein Punkt auf dem Umfange des Kreises R gewesen ist.

Lassen wir den Kreis R von a nach b, so wird die Zahnform eine andre Stellung einnehmen und der Punkt auf dem Umfang von c wird in die Lage d gekommen sein.

Die Richtigkeit findet statt, wenn wir beweisen können,

$$\text{daß } \overset{\frown}{da} = \overset{\frown}{ab}$$

der dünne Pfeil entspricht aber den praktischen Anforderungen nicht und unsere Annahme wäre daher nicht realisirbar.

Wir wenden daher den Pfeil von unendlicher Größe und ausfassen Material. Wir heißen ab dem Pol Triebstock. Wir erhalten die Zahnform für das andre Rad, indem wir den Halbmesser des Triebstocks zu beiden Seiten von b anstragen und eine variable Distanta zur Hypotenuse einerseits, und eine Symmetrische Linie in Bezug zur Abscissenaxe zu ziehen. Diese Voraussetzung ist nicht genau richtig, allein nehmen wir an das große Rad würde genau kreisrund gedreht und es setze das kleinere seinen berührenden Hilfskreis entlang, so werden sich Triebstock und Zahn sehr bald abnützen, weil die Pressung unendlich variabel ist.

Heißen wir P die Pressung welche auf die Zähne einwirkt und normal zur Zahnfläche steht, fällen wir ein Perpendikel p von O auf die p, so wird die Länge dieses Perpendikels je nach der Stellung der Zähne verschieden sein, und es nimmt die Länge ab, je weiter sich p von der Centrallinie entfernt.

Ist nun M das Moment, welches den Zahn abzubrechen strebt so haben wir:

$$M = p \cdot P.$$

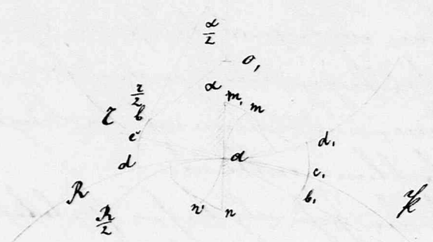
$$\text{und } P = \frac{M}{p}$$

$\frac{M}{p}$ ist nicht constant M wohl; allein p richtet sich wie oben bemerkt nach der Stellung der Zähne

die relative Passendigkeit mit welcher sich der Zahn auf den Triebstock fortbewegt, wird ein Ausschleifen des Zahnes zur Folge haben, der Triebstock kommt hingegen nur mit einer sehr kleinen Fläche in Contact, und nur sehr wenig abnützen verbunden sein. Man wendet diese Verzahnung wegen der umgekehrten Reibung selten oder überhaupt gar nicht an. Zähne und Triebstock erhalten ungefähr die Zahnform die starken Abnützung.

Epicycloidenverzahnung.

Wir verziehen vor allem die beiden Grundkreise, nehmen bei dem einen Rad einen radialen Einschnitt als Grundform an und fragen, was für eine Zahnform das andere Rad bekommt, wenn beide Räder richtig aufeinander einwirken sollen. Es erhält für die Zahnform des Rades R diejenige Epicycloide, welche entsteht, wenn ist $\frac{r}{2}$ auf R rollen lassen, die entsprechende Zahnform des Rades r ist der radiale Einschnitt.



Denken wir uns den Zahn des Rades R in der Position bd gezeichnet und denken wir fortwährend auf den radialen Einschnitt eingewirkt hat, so finden wir die Richtung der letzteren, in-

dem wir an bd eine Tangente ziehen, welche nichts anders ist, als die Verbindungslinie von b mit O.

Es muß sein $\overline{ab} = \overline{ad}$

und $\overline{ab} = \overline{ac}$

folglich auch $\overline{ad} = \overline{ac}$

Denken wir nun in R einen radialen Einschnitt, und fragen wir nach der Zahnform von r.

Wir erhalten als Zahnform für r diejenige Epicycloide, welche entsteht, indem wir einen Kreis vom Halbmesser $\frac{R}{2}$ auf r rollen lassen.

Denken wir uns nun a' auf a eingezeichnet, so wird a auf eine andere Stelle kommen und zwar erhalten wir den gesuchten Einschnitt, indem wir b_1 mit O verbinden.

Es ist ja $\overline{a_1 d_1} = \overline{ab_1}$

$\overline{ab_1} = \overline{ac_1}$

und folglich $\overline{ad_1} = \overline{ac_1}$

Diese Zahnformen können eine richtige Einwirkung hervorbringen und wirken durch 2 Linien richtig fortwährend ein rein geometrischer Grundsatz, der keine Abnützung in Anschlag zu bringen ist, wenn es genügend, wenn nur ein Zahnpaar in Contact ist.

Besser ist es, wenn 2 Zahnpaare in Contact kommen, da die Summe der Pressungen auf unsere weit geringer ist; auch findet hier bei weitem keine so starke Abnützung statt, was ein starker Vortheil solcher Räder ist.

Wollen wir uns nun die Frage in Betreff der Reparierung der Zähne. Wir fällen auf die Normale k vom Mittelpunkt O aus eine Senkrechte und bezeichnen mit M den Moment

der Kraft, welche das Rad treibt.

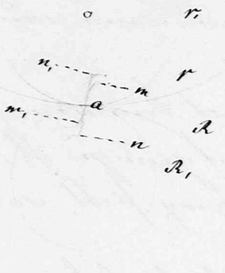
Es sollen sein $M = P p$.

und $P = \frac{M}{p}$.

Es ist nun der Hauptvortheil einzusehen, dass p variabel. Auf befriedigt diese Verzahnung nicht ganz den praktischen Anforderungen hinsichtlich der Abnützung; denn die Linie der Abnützung rückt gegen den ursprünglichen Kreis ab. Ferner erfordern diese Räder eine sehr genaue Aufstellung und jedoch die Theilkreise sich nicht genau berühren können, diese Räder für unbedeutende Geschwindigkeiten nicht mehr gebräuchlich werden.

Epicycloiden und Hypocycloiden-Verzahnung.

Nehmen wir für das Rad R die Geschwornin a m an und ist n a m in Form des Rades r, so ist am ein epicycloidischer, an ein hypocycloidischer Bogen der Halbmesser des Grundkreises für am ist R, Halbmesser des Grundkreises für an ist r. der Halbmesser des Erzeugungskreises für am und an sind gleich oder kleiner als $\frac{1}{2} r$. am, epicycloidischer, an, hypocycloidischer Bogen. der Halbmesser des Grundkreises für am, ist r, Halbmesser des Grundkreises für an, ist R. der Halbmesser des Er-

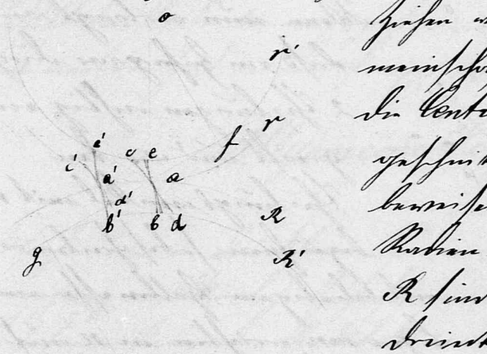


zeugungskreises für am, und an sind gleich oder kleiner als $\frac{1}{2} R$ zu nehmen.

Entsprechend jeder dieser 4 Lagen der Abwälzung entstehen Epicycloiden. für jede Abwälzung ergeben sich diese Zahnformen vorhanden.

Evolventen-Verzahnung.

Vorgenommen wir zum Kreise R, und r, deren Theilkreise sich berühren, ihre Radien sich aber merkwürdig, wie ihre Winkelgeschwindigkeiten verhalten.



Ziehen wir an beide Kreise eine gemeinschaftliche Tangente f g, so wird die Centrallinie in einem Punkte a geschnitten und es ist leicht zu beweisen, dass o a und O a die Radien der beiden Theilkreise r und R sind, wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke o a f und O a g.

Wir haben also $\overline{o a} = r$

und $\overline{O a} = R$.

denken wir uns nun g f sei eine Feder, welche wir bei a entgegen schieben. Wir befestigen nun das Federmaul in g und wickeln g a auf R ab, wodurch wir das Evolventenstück c a b erhalten. Das Federstück f a, befestigen wir mit dem einen Ende in f und wickeln es auf r ab, wodurch das Evolventenstück d a e bilden wird. Beide Evolventen berühren sich in dem Punkte a. Die beiden Evolventenstücke geben richtige Zahnformen für die Räder

denken wir uns beide Formen realisirt, den Fuß b a c in die Position b' a' c' gerückt, so wird offenbar noch fol-
gende Formeln zur Lösung sein.
Damit jeder Punkt der glatten Bog in der Peripherie des
Theilkreises zurücklegt, muß sein:

$$bb' = aa'$$

und ebenso $cc' = aa'$

Da ist eine Theilung, wenn die Bewegung einer Thei-
lung vor der Centrallinien beginnen soll und 2 Linien wechselsweise durch einen Punkt fg wirken.

Wenn nun verlangt wird, daß ein Zahngrund durch 2 Theilungen wechselig ein-
greift und wir den Theilungswinkel mit t bezeichnen, so beschreiben wir mit beliebigem Halbmesser einen Bogen mn, verbinden n mit k und tragen den Bogen mn auf nk ab, ver-
binden o mit k und erhalten so den Winkel s. Nun suchen wir auf der Central-
linie Oo den Pkt a, in welchem die Theilkreise sich berühren, machen $ao f = \Delta s$, fällen von a aus auf of einen Bankrecht und verlängern dieselbe und ziehen von O aus auf diese eine Parallele mit of, wodurch wir den Pkt g erhalten.
Es ist für $af = ai$ gleich einer Theilung. Nun sind noch die
Tangenten ik und fk zu construiren, welche die gesuchte Zahn-
form geben.

Drücken wir für einen Punkt m mit M das Moment der Kraft, welche das Rad treibt, so haben wir

$$\frac{M}{R} = P.$$

R ist für constant und nur die relative Geschwindigkeit mit welcher die Zähne aufeinander gleiten ist etwas variabel. die Zahnformen sind also sinnbildlich der Abnützung sehr günstig und der Sinn der Abnützung keineswegs entsprechend zur ursprünglichen Form.
Die gegebenen Vorschrift dieser Verzahnungsart sind in den Resultaten Seite 12 angegeben, dieselben sind deshalb sehr einfacher Art in der Praxis mit Vortheil anwendbar.

Allgemeine Verzahnung.

Denken wir in das kleine Rad einen Kreispunkt und nehmen einen ganz willkürlichen Zahnform an und fragen was für eine Zahnform das andere Rad bekommt.

Für der verzeichneten Kurven nehmen wir einen Punkt n an und ziehen durch denselben eine Normale zur Kurve, diese Normale verlängert, schneidet den Kreis r in dem Punkte m.

Ferner schneiden wir auf R am Bogenstück $am' = \overline{am}$ ab. Verbinden m' mit O und beschreiben um m' O von m' aus den $\Delta\, aom = \varphi$

Durch die Verbindung von f m' schneidet beschreiben wir $\overline{m'n'} = \overline{mn}$ auf und erhalten so einen Punkt für die Zahnform des Rades R.

Indem wir diese Construction mehrere male wiederholen, erhalten wir eine Reihe Punkte, welch letztere durch eine Curve verbunden die richtige Zahnform für das 2te Rad geben.
Es müssen die Füsse beim Abrollen der Räder aufeinander rollen immer in Contact bleiben.
Verfahren wir die Räder so, dass m und m' auf a kommen, so berühren sich die Punkte n und n' der beiden Füsse und die Normalen fallen in diesen Punkt zusammen.

Nehmen wir ganz allgemein r und R als Halbmesse zweier Räder an und zur Zahnform eine ganz beliebige Curve A. R und r bewegen wir gleichsam als ob sie aufeinander rollen, A bewegen wir auf irgend einem Gestalz, alsdann wird A seine Lage successive gegen R und ebenso eine relative Lage gegen r fort und fort ändern. Es wird also in Bezug auf R sowohl als auf r eine Einstellungslinie bilden.

Kreisbogen – Verzahnung.

Kennt man die Füsse beider Räder mittelst Kreisbogen, so wird niemals eine richtige Zahnform herauskommen, wenn man jeden die Halbmesser dieser Kreisbogen beliebig wählt, sondern nur annähernd gute Form kommt, welche grossen Vortheil im Betriebe gewährt.
Angenommen wir gingen von der Evolventenverzahnung aus, und denken den äussern Theil des Zahnes nach passenden Kreisbogen

stellt der Evolventenbogen ab und den innern Theil des Zahnes mit einem beliebigen Kreisbogen bc.
Hier müssen die Kreisbogen so gewählt werden, dass der Fehler ein Minimum wird.
Zu dem Ende setzen wir uns die Gleichung der Evolventenbogen ab. Nennen wir den Krümmungshalbmesser, der irgend einem Punkt der Evolvente entspricht, nehmen den wir an im mittleren Punkt des Krümmungshalbmessers und nennen denselben als Halbmesser des zu verzeichnenden Kreisbogens, so wird ab denn diese Zahnform sehr wenig von der wahren Evolventenbogen abweichen.

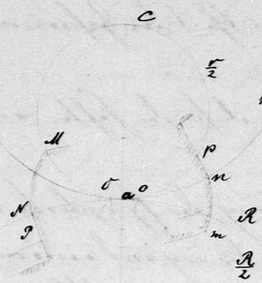
Es wird also sein $\rho = f(\varphi)$
und φ zu bestimmen von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \alpha$
Ziehen wir die mittleren Punkte des Krümmungshalbmessers, so ist

$$\rho_m = \frac{\int_0^\alpha \rho \, d\varphi}{\alpha} = f(\alpha, \tfrac{R}{r})$$

Nun erhält man für sehr complizirte Curven, welche man annähernd ändern kann, weil der Winkel α selten mehr als eine Theilung beträgt und der Fehler sehr klein ausfällt. Die Zahnformen sind sehr gut; allein jedenfalls ist sie eine sehr rasche Zunahme fühlbar wird immer immer den nächsten Vergrösserungsort vorgehen.

Vergrösserung der Füsse mittelst Abrundungshalbmesser.

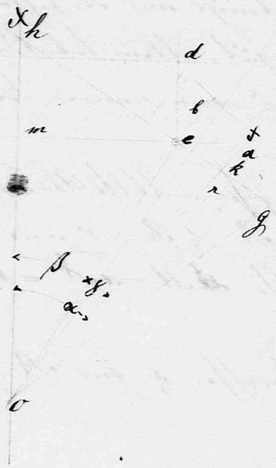
Die Punkte auf den Kreisen R, $\frac{1}{2}R$, r und $\frac{1}{2}r$ seien nach Theilung ab, wenn also $ab = aN = t$ und ebenso $am = an = t$.
so wird dann der Krümmungshalbmesser ρ für R,
sein $MO = NO$



der Abwälzungspolkreis für r ist $\overline{mo} = \overline{no}$
der Lage nach MNP ist aus Obigem
der Lagen mnp aus O.
Um den radialen Einschnitt für R zu erhalten, ziehen wir eine Tangente an MNP, d.h. wir verbinden P mit C
Ganz ebenso verfahren wir mit r indem wir an p eine Tangente ziehen, also p mit C verbinden. Für den Fall sind für verschiedene Übersetzungsverhältnisse die Abwälzungspolkreise für Räder bestimmt

Verzahnung für Kegelräder.

Diese Verzahnung kann auf zwei verschiedene Arten hergestellt werden. Die Übersetzungsfrage sagt uns, wie einmal ox sich ändert, wenn ox eine Umdrehung macht.



Wir tragen nun auf der schon gezeichneten Axe ox eine beliebige Länge ab auf, auf ox dieselbe Länge i mal. Nun ziehen wir durch d parallele mit ox, durch b eine Parallele mit ox; diese Parallelen werden sich in einem Punkte e schneiden, welchen Pkt e wir mit o verbinden.

Nun nehmen wir einen Halbmesser für beide Räder an, denken uns beide Räder um ihre Axen gedreht, so entstehen die beiden Kegel, Grundkegel genannt. Auf c erreichten wir eine Tangente, verlängern dieselbe bis dieselbe beide Axen schneidet und erhalten so die beiden Punkte h und k, die Spitzen der Ergänzungskegel. Denken wir uns beide Kegel realisirt und mit Zähnen versehen, so werden letztere gerade so verzahnt werden müssen, wie die Zähne der Stirnräder, nur sind der Fall der Zähne der Halbrisse, die Kanten he und ke der Ergänzungskegel zu nehmen. Denken wir z.B. die Kreisbogenverzahnung, so wird die Krümmung des Zahnes des größeren Kegels stets schwächer sein als die des größeren der Stirnräder; dagegen fällt aber die Zahnkrümmung des kleinen Kegelrades stärker aus, als die des entsprechenden Stirnrades. Es ist dieser Satz wichtig unter der Annahme, daß beide Räder gleiche Halbmesser und Abwälzungsverhältnisse haben sollen, wird die Construction ~~absurd~~ unrichtig, wenn die Ergänzungskegelspitze die Axe des Grundkegels nicht auf der Zeichenfläche trifft und wenn die Länge derselben mittelst Rechnung sucht.

Wir haben $\frac{me}{ne} = i$ | $i = \frac{\sin\beta}{\sin\delta}$

$\frac{eh}{ek} = n$ | $n = \frac{tg\beta}{tg\delta} = \frac{\cot g\delta}{\cot g\beta}$

Nun ist aber $\sin\beta = \sin(\alpha - \delta)$

und $i = \frac{\sin(\alpha-\delta)}{\sin\delta}$

$$i = \frac{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\operatorname{cotg}\beta - \frac{\cos\alpha}{\sin\beta}$$

$$\operatorname{cotg}\beta = \frac{i + \cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad \frac{1}{i} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\beta}$$

$$\operatorname{cotg}\beta = \frac{\frac{1}{i} + \cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$n = \frac{\frac{i+\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\frac{\frac{1}{i}+\cos\alpha}{\sin\alpha}} = i\,\frac{i+\cos\alpha}{1+i\cos\alpha}$$

für $\alpha = 90^\circ$ wird $n = i^2$

Die Schraube ohne Ende.

denken wir uns eine Schraubenlinie und stellen einen Stift a, während wir dieselbe drehen, längs einer horizontalen fort, so wird der Stift von der Stelle weichen und zwar bei einer Umdrehung der Schraube wird er sich in a' befinden. Die Höhe der Schraubenganges muß gleich einer Fortschreitung sein. Die Größe der Höhe wird Festsetzung durch die Uebersetzungsgröße bestimmt.

Für sehr starke Uebersetzungen sind diese Schrauben vortheilhaft. allein ob wirkt die Reibung sehr wesentlich auf die Lösung ein. Nennen L. das Rad um eine Theilung fortgehen soll, so muß der totale Reibungswiderstand durch den Umfang der ganzen Schraube überwunden werden.

Abgesehen davon einen ungeheuren Kraftverlust und eine sehr starke Abnützung, weshalb die Maschinen blos als Lösungsmaschinen gebraucht werden kann, wegen er sonst vortheilhaft eignet.

Wird von einer Schraubenmaschine eine sehr vollkommene

Lösung verlangt, so müssen die Zähne in das Rad eingeschnitten werden und zwar kann man dabei verfahren, wie folgt:

Sei A eine cylindrische Scheibe oder ein Radkörper, in welchen Zähne eingeschnitten werden sollen, ferner sein B und C Schrauben, wovon eine eine Schneidschraube, die andere eine Gegenschraube bestimmt, beide aber sonst ganz identisch sein.

An der Oberfläche der Radscheibe A bringen wir einen Einschnitt an, mittelst welchen es zum Werkzeug, so daß selbiges in das Material von A eingreift. Nun lassen wir C an A an, bringen die Axen von C und A in Verbindung und bringen eine Uebersetzung derart an, daß wenn die Schraube eine Umdrehung macht, das Rad die derselben entsprechende Umdrehungen.

Indem C noch mit einem Maschinchen versehen ist, der dasselbe fortschreitend gegen A hingestellt, bekommen die Zähne ihre erforderliche Dimensionen und es müssen dieselben wenn sie ausgeschnitten sind vollkommen in die Schraube B passen. Die Zahnformen des Rades sind also dann die Hinstellungsflächen, welche die Schraubengänge der Schraube relativer Lösung gegen die Scheibe beschreiben.

Von den Bewegungsmechanismen.

Jede Maschine besteht aus beweglichen, steifen und unbeweglichen Lastaufnehmen, welch letztere die augenblicklichen Stützen vertreten, während die ersteren rein relativ sind.

Nun müssen in jedem Maschinenmechanismus wenigstens 2 Glieder da sein, welche aufeinander einwirken und Verschiedene Bewegung hervorbringen, welche selbst wieder übereinstimmen oder abweichen oder überhaupt verschiedener Art sein können.

Es lassen sich alle Maschinenmechanismen nach der Bewegung der beweglichen Teile einteilen, welche Einteilung auch selbstverständlich auch Übersicht der Maschinenmechanismen erleichtert.

Die Bewegung kann nun sein:

1. → Geradlinig fortschreitend.
2. ↔ Geradlinig hin und hergehend.
3. ○ Kreisförmig.
4. ↶ Bogenförmig hin und hergehend.
5. ○ Krummlinig.
6. ↜ Krummlinig hin und hergehend.

Die beiden letzten Bewegungsarten sind meistens Ausnahmen und können durch Combination einfacher Mechanismen zu Stande gebracht werden.

Vereinigen wir 2 Elementarbewegungen, so entsteht eine Umwandlung, vielleicht mit Geschwindigkeitsänderung. Betrachten wir vorerst die 6 Elementarbewegungen, so sehen wir, daß sich 16 Bewegungen daraus combiniren lassen und zwar sehen wir

I

→ in →
→ in ↔
→ in ○
→ . ↶

II

↔ in →
↔ . ↔
↔ . ○
↔ . ↶

III

○ in →
○ . ↔
○ . ○
○ „ ↶

IV

↶ in →
↶ . ↔
↶ . ○
↶ „ ↶

Die Variationen sind zweifach, die Ordnung jedoch beschränkt und es gibt doch drei Reihen der Maschinenmechanismen, deren nur sehr wenige, welche etwas vollkommener leisten.

Von diesem Standpunkte aus können wir die Maschinenmechanismen wiederum in 2 Hauptgruppen bringen, nämlich in Kraft- und Bewegungsmaschinenmechanismen.

Erstere kommen die letzteren bei Arbeitsmaschinen in gestalt leser Menge vor, hingegen finden die Kraftmaschinen nicht in Anwendung gebracht werden.

Der einfachste Räderwerksatz ist, der eine gleichförmige
rotirende Bewegung in dieselbe umsetzt.
Es kann diese Umsetzung kommen vor 2 Hauptgattungen von
Räderwerken, nämlich 1tens Räder und 2tens Kolben.
Wir haben also zuerst eine einfache Uebersetzung mittelst Räder.
Räder. Es entsteht hierbei eine und dieselbe Bewegung
desselben, wird dem andern eine entgegengesetzte Bewegung

fig 1

ertheilt. Die Winkelgeschwindig-
keit muss constant sein und es können
nur solche Uebersetzungen gebraucht
werden, welche durch ganze Zahlen ausgedrückt werden. Uebersetzungsver-
hältnisse, wie 1/2 können wir mit
Rädern nicht herstellen.
In fig 2 haben wir eine Uebertragung auf
2 Axen und es haben die getriebenen Räder

fig 2.

einerlei Bewegungsrichtung.
Gewöhnlich sind die benutzten wie die
Halbmesser. Sollen beide Räder direkt
in das treibende Rad eingreifen, so
müssen der Grundkreis der Zähne ent-
weder die Evolventen, oder allgemeiner
Umgestaltung zu Grunde gelegt werden
Sollen wir Fortgleichbleibendgestaltung
annehmen, so müssen wir die Bewe-
gung der Räder wie above fig 3.
treffen.

In fig 4 haben wir eine mehrfache Uebersetzung. Bezeichnen wir
die Zahl der treibenden Räder mit
n, den Halbmesser mit R und die
Anzahl der Umdrehungen mit n
so R greift nun r ein welche auf
A_1 sitzt, ferner sitzt auf A' auf R'
und diese greift in r' ein.

fig 4

$$\text{Es ist } \left(\frac{n}{A_1}\right) = \left(\frac{n}{A}\right)\frac{R}{r}$$
$$\text{und } \left(\frac{n}{A_2}\right) = \left(\frac{n}{A}\right)\frac{R}{r}\,\frac{R_1}{r_1}$$

Wenn es sich um Conservirung der Zähne handelt und grosse Uebersetzungen handelt wie z. B. bei Kraftmaschinen, so müssen
immer mehrere Räderpaare zur Uebersetzung angewandt werden, wobei von theoretischem Standpunkte aus ein Lapsus wäre

fig 5

In fig 5. haben wir eine mehrfache
Uebersetzung und zwar ist

$$\left(\frac{n}{r_2}\right) = \left(\frac{n}{R}\right)\frac{R}{r}\,\frac{R_1}{r_1}\,\frac{R_2}{r_2}$$

Wenn das Rad auf welches die Umsetzung des ersteren übertragen werden
soll mit demselben einerlei Umsetzungsrichtung haben soll, so müssen
wir ein ges. Zwischenrad einschalten
Es ist die Zähnezahl gleichgültig bei
des letzten Rades so gross als die
jenige des ersten.
Es ist also die Nothwendigkeit an

R_2 gleich der von R bei dem direkten Eingriff in R_1

Wir können mit diese Art auch viele Zwischenräder anwenden
nur müssen immer die Entfernungen
gleichmäßig bleiben, gleich groß sein.
Wir finden hierin ihre Anwendung
bei sehr großer Entfernung zweier
Axen, wenn selbst die zwischen-
liegenden Räder eines ungleichen
Radius zu umgehen sind.

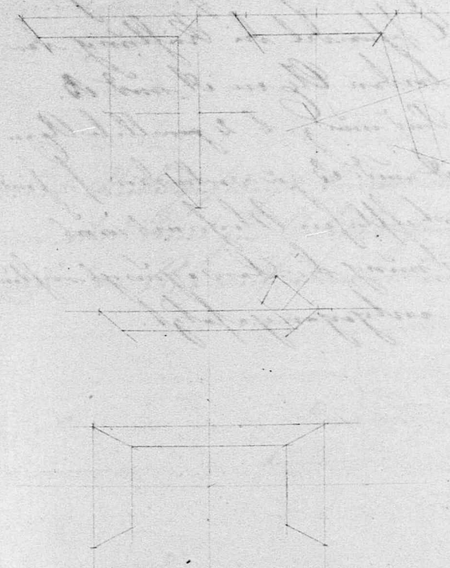
Wenn wir diese Zwischenräder aber auch da nehmen, wenn der
Raum bei einer complizirten Maschine durch andre Maschinen
nun eingenommen ist und wenn die Verbindung der Axen
durch Umwege zu erreichen ist.

Innere Verzahnung.

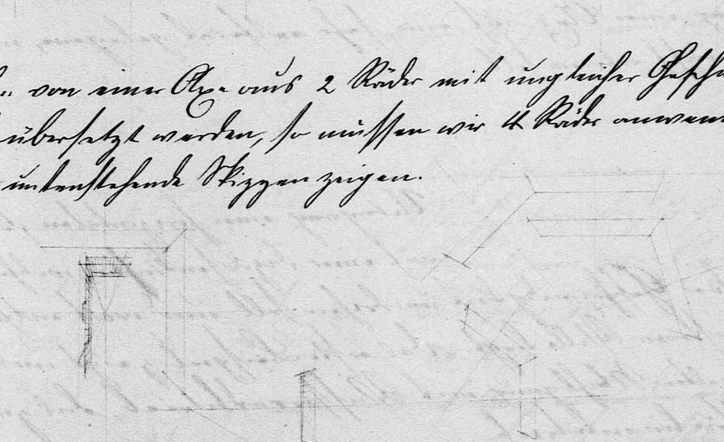
Die Zähne des großen Rades sind hier nach innen gekehrt
Die Stellung der Zähne kann wie so entstehen.
Wir nehmen die Zahnform des Getriebes
an und bestimmen nach der allgemeinen
Verzahnung diejenige des großen
Rades. Werden nun beide umgewandt
wenn sich die Treibmissen nicht gut um
einander legen lassen, ein Stumpf bei Klasse
werden, und verwerfen diese Räder
bei guter Ausführung fast immer Reibung, bekommen keine
so krumme Flanken durch Abnutzung und lassen sich sehr
gut bearbeiten. Auch haben sie den Vortheil, daß man sehr
starke Uebersetzungen erzielen kann.
In Bezug auf Tragungsfähigkeit stehen sie denselben wie
Zwischenräder.

Uebersetzungen mittelst Kegelräder.

Die stellen im Allgemeinen die Aufgabe, Axen die sich
unter einem Winkel schneiden mit Rädern zu verbinden.



Wir haben zuerst die einfache
Uebersetzung, Querschnitt
unter rechtem u. schiefem
Winkel. Kegelräder mit in-
nerer Verzahnung werden
selten angewandt kommen jedoch
auch vor. Uebergang einer Axe
auf 2 und mit übereinstimmender
Geschwindigkeit.



Sollen von einer Axe auf 2 Räder mit ungleicher Geschwindig-
keit übersetzt werden, so müssen wir 4 Räder anwenden, wie
diese umkehrende Skizzen zeigen.